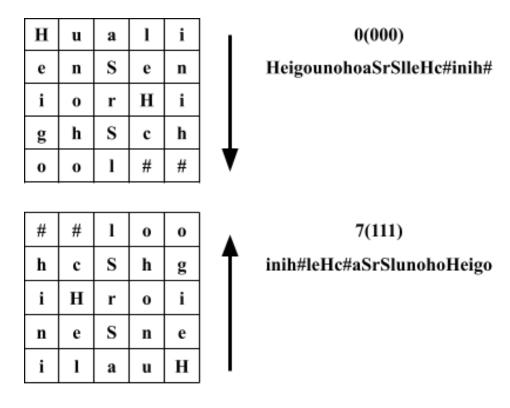
第一題:排列加密 (secret)

兩位花中的學生想要互相傳遞訊息,他們想到一個方式,先把所有訊息由左至右寫在一個 $n \times n$ 的方陣表格當中,接著將表格內的文字由上到下重新組合,如下圖中的第一個表格所示,將原先的訊息 HualienSeniorHighSchool 依序填入表格當中,方陣中空的格子就用 \sharp 填入,最後由上到下重新組合訊息,便得出一個重新排列後的秘密訊息,收到的人只要知道方法便能將訊息還原,下圖中上方的結果便是這個方法加密過的訊息。



因爲這個方法太過簡單,擔心容易被破解,他們將這個方法再做一些變化,於是先講好一個神祕數字 k 其中 $0 \le k \le 7$,先將這個神祕數字轉換成二進位的方式表示,從最低位元的數字到最高位元的數字分別代表不同的排列變化方式:

- 最低位元若爲 1,代表最後組合時文字由下到上重新組合;若爲 0 則爲原來由上到下的組合方式。
- 中間位元若爲 1, 代表要將表格上下翻轉; 若爲 0 則不改變。
- 最高位元若爲1,代表要將表格左右翻轉;若爲0則不改變。

圖中下方的例子便是神秘數字 7 所代表的變化,先將表格左右翻轉,再將表格上下翻轉,最後由下到上重新組合文字,最後得到了如圖中所示的一個神祕訊息。

給你一個神秘數字與經過排列加密過的訊息,請你還原成原來的訊息。

輸入說明

第一行有一個數字 k, 代表加密使用的神祕數字

第二行為加密過的訊息,除了 \sharp 符號外,僅有大寫與小寫英文字母會出現,每筆 加密過的訊息長度皆不會超過 10^4

輸出說明

請輸出加密前的文字

評分說明

本題共有3組測試題組,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,該 組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	35	只會出現神祕數字 0
2	35	只會出現神祕數字0與4
3	30	無額外限制

<u>範例輸入一</u>	範例輸入二
0	4
Pagn#rmIn#omsy#giF##rnu##	tIs#nta#osE#Cesy
<u>範例輸出一</u>	範例輸出二
ProgrammingIsFunny	ContestIsEasy

第二題:分組課程(course)

現今的十二年國民基本教育,為使推動順利,教育部積極推動多項活化教學策略,但每個班級的同學不少,要逐一適性化或差異化教學的挑戰很高,因此提出了分組教學的方式。將能力相近的學生在同一班,讓教師可以提供更適合的教材和教法給能力相近的同學,同學也能夠得到適合自己的學習。

輸入說明:

第一行輸入兩個正整數 m, n , 其中 m 是學生數量(成績數量) , n 是組數。第二行輸入 m 個成績 , 每個成績之間以空白相隔。

輸出說明:

輸出每個組的最低分數,共有n列。

範例輸入一: 範例輸入二:

10 2

52 68 42 11 39 77 98 82 34 60 52 68 42 11 39 77 98 82 34 60

節例輸出一: 範例輸出二:

 11
 11

 60
 52

77

評分說明

本題共有 2 組子任務,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測資,該組所 有測資資料皆須答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	限制
1	30	m<=20, n<=10
2	30	m<=1000, n<=100
3	40	m <10 ⁹ , n<10 ⁹

第三題:寶藏地圖 (path)

有一張 $R \times C$ 的表格表達的寶藏地圖,每個格子當中的座標代表從這個位置可以前往另一個地圖上的位置,舉例來說,如果在 (a,b) 座標位置內中塡入的是 (c,d),則表示這個區域有一條單向直通路徑可以前往 (c,d) 這個座標;每個格子中的直通座標僅會有一個,且這個座標一定與自己的座標相異。

這些座標資訊當中有一個特殊的座標 (-1,-1),代表這個座標的位置有寶藏出現,地圖當中一定至少會出現一個寶藏位置,卻不一定保證會有路通往寶藏。

給你一張寶藏地圖,請你根據這些地圖上的資訊,幫我找出可以通往寶藏的路徑(至少要從另一個座標通往寶藏位置),如果找不到任何路徑,就輸出 no way;如果找得到路徑,請告訴我總共有幾條路徑可以通往地圖當中的寶藏。

路徑定義成只要起點(沒有任何座標通往這個座標就算是起點)不同,就算過程當中會經過相同的部分路徑,都算做不同的路徑;此外,路徑長度代表到達寶藏時總共通過幾個座標(包含起點座標與終點寶藏座標),各條路徑長度不一,或許有多條路徑通往同一個終點,請按照題目要求,依照排序準則,依序印出符合輸出格式的路徑資訊。

輸入說明

第一行有兩個數字 R 與 C,代表 $R \times C$ 大小的寶藏地圖,其中 $2 \le R$, $C \le 50$ 第二行開始共有 $R \times C$ 組成對的座標,表示相對應的表格位置會有通往哪個座標的直通路徑,顯示順序從表格第一列開始由左至右,再依序往下一列進行下去,直到最後一列;若出現 -1 -1 則表示該位置出現寶藏

輸出說明

如果沒有任何一條路徑可以通往寶藏,請直接輸出 no way

如果有路徑,請依照以下格式輸出資料:

第一行先輸出路徑數量,第二行依序輸出所有路徑,先以終點座標由小到大排序,終點座標相同的各條路徑,再以路徑長度由小到大排序,如果當中有長度一樣的路徑,將按照起點座標由小到大排序;每條路徑先輸出路徑長度 k,接著輸出由起點座標至終點座標的 k 筆座標資料 $(r_1,c_1)(r_2,c_2)....(r_k,c_k)$,路徑長度與路徑中以空白隔開,路徑中不需填入任何空白。

評分說明

本題共有3組測試題組,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,該 組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	35	僅有一個寶藏位置,且僅有一條路徑通往寶藏
2	35	有兩個寶藏位置,除了循環路徑,必有路徑通往兩個寶藏
3	30	無額外限制

<u>範例輸入一</u>	範例輸入二
3 3	2 2
2 3	2 1
3 2	1 1
-1 -1	1 2
1 3	-1 -1
1 3	
2 1	範例輸出二
2 3	no way
-1 -1	
1 2	
範例輸出一	
4	
2 (2,2)(1,3)	
4 (1,1)(2,3)(2,1)(1,3)	
4 (3,1)(2,3)(2,1)(1,3)	
3 (3,3)(1,2)(3,2)	

第四題:因數分解 (factor)

問題描述

因數分解在程式競賽中是一個很常見的演算法。以下是 ChatGPT 對於因數分解的介紹:

當我們談到因數分解時,也許有些同學會感到陌生,但實際上,這是一個相當有趣且實用的數學概念。讓我們來一起深入了解,無論是在數學課堂上還是日常生活中,都能發揮巨大的作用。

§.1 什麼是因數分解?

因數分解,簡單來說,就是將一個數字拆成若干個小的數字相乘的過程。例如,將數字 12 分解,我們可以得到 $2 \times 2 \times 3$ 。這些小數字我們稱之為「因數」,它們的乘積等於原始數字。所以,12 的因數分解就是 $2 \times 2 \times 3$ 。

§.2 為什麼要學因數分解?

學習因數分解有很多好處。首先,它可以幫助我們簡化數學運算。例如,當我們需要對數字進行運算時,如果將它們分解成質因數,計算將變得更容易。此外,因數分解在數學問題解決中也非常重要。它幫助我們找到數字的特性,解決各種數學難題。

§.3 怎麼進行因數分解?

進行因數分解的方法有很多種,但最常見的方式是試除法。這個方法很簡單,我們只需要不斷地找出能整除原數的最小質因數,然後將原數除以該因數,一直重複這個過程,直到無法再除盡為止。最後,將找到的質因數相乘,就是原數的因數分解了。

§.4 因數分解的實際應用

除了在數學中有用,因數分解在現實生活中也有許多應用。例如,當我們要簡化分數時,就需要找 到分子和分母的公共因數,進行約分。此外,在質數判定、數學競賽和密碼學等領域中,因數分解都 扮演著關鍵的角色。

總之,因數分解是一個有趣且實用的數學概念,它可以幫助我們更好地理解數學,解決數學難題,並在生活中應用。希望這篇簡單的介紹讓你對因數分解有更深入的了解。如果你有興趣,不妨嘗試分解一些數字,看看你能發現什麼有趣的規律!

以上內容來自 ChatGPT。

給你一個正整數 n,請將其分解為 $a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_k$,其中每個 a_i 皆為 > 1 的正整數(不一定要是質數)。現在將所有的數字轉成字串並拼接起來,喵喵希望你可以找到使其字典序最小的一種因數分解。

在這題裡面, 喵喵定義的「字典序」跟一般的定義不太相同:

- 1. 首先,喵喵會給出一個 0123456789x 的排列 D,並定義 rank(c) 是字元 c 在 D 裡出現的位置。舉例來說,在 0123456789x 裡,rank('2') = 3,且 rank('x') = 11。
- 2. 要比較兩個字串 S 跟 T 的字典序,喵喵將採用以下的方法:
 - 如果 S 跟 T 完全相同,則他們的字典序一樣。
 - 否則,如果存在一個位置 p $(1 \le p \le \min(|S|, |T|))$ 滿足對所有 $1 \le i \le p-1$ 都有 $S_i = T_i$ 且 $S_p \ne T_p$ (換句話說,p 是兩字串第一個相異的位置),則
 - $rank(S_p) < rank(T_p)$ 代表 S 的字典序較小;
 - $rank(S_p) > rank(T_p)$ 代表 T 的字典序較小。
 - 否則,將直接比較字串長度
 - -|S|<|T| 代表 S 的字典序較小;
 - -|S|>|T| 代表 T 的字典序較小。

有 t 組輸入。

輸入格式

第一行包含一個正整數 t, 代表接下來有幾組輸入。

接下來有t組輸入,每一組輸入的格式如下:

n D

- n 代表希望你進行因數分解的數字。
- D 是一個長度 11 的字串,代表了 0123456789x 這些字元比較大小的規則。

輸出格式

輸出總共有 t 組,每一組輸入的輸出格式如下:

ans

• ans 為 n 的「字典序」最小的因數分解方法。

測資限制

- $1 \le t \le 1000_{\circ}$
- $2 \le n \le 10^9$ °
- D 是 0123456789x 的排列。
- 除 D 外的所有變數皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output
10	6x11
66 x6910385472	2
2 0123456789x	1024
1024 0123456789x	12x2x3
72 0123456789x	72
72 73810x96254	4x2x9
72 45269x01837	909x11
9999 5827604x913	10x10x10x10
10000 x0123456789	80x81
6480 801x2345679	2x2x2x2x2x2x2x2x2x2x2x2
8192 2x013456789	

範例解釋

以第一組輸入為例,(n, D) = (66, x6910385472)。 66 可以被表示成以下 13 種形式(依照字典序由小至大排序):

- 6x11
- 66
- 11x6
- 11x3x2
- 11x2x3
- 3x11x2
- 3x2x11
- 3x22
- 33x2
- 2x11x3
- 2x3x11
- 2x33
- 22x3

於是,該測資的正確輸出為 6x11。

評分說明

本題共有5組子任務,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	———————————————— 額外輸入限制
1	0	 節例測資。
2	10	$n < 10000, D = 0123456789x_{\odot}$
3	25	$D = 0123456789x_{\circ}$
4	35	$n \le 10000_{\circ}$
5	30	無額外限制。

第五題:數列加總 (distinct)

小派最近迷上了一個問題,他先在平板上面寫下 1,2,3,4,...*m* 這些數字形成的數列,接著進行以下操作。

- 第 1 步是將 1.2 從數列的前方劃掉,將加總後的結果寫在數列的最後方。
- 第2步是將3,4,5從數列的前方劃掉,將加總後的結果寫在數列的最後方。
- 第 k 步是將數列前方的 k+1 個數字從數列的前方劃掉,將加總後的結果寫在數列的最後方。
- 當進行到第n步時,剩下的數字不足n+1個就停止。

結束後,小派會統計一下平板上出現的數字相異的有多少個,並且將這些數字加總 起來,他想要研究看看其中是否有規律可以探究。由於平板空間有限,當數字越大 時,平板就不夠寫了,請你幫小派寫一個程式幫忙計算一下結果。

輸入說明

輸入爲一個數字m,代表初始數列的最大值

輸出說明

請輸出數列加總操作結束時共出現多少種相異的數字,並且將這些相異的數字 總和除以 10¹³ + 7 的餘數當作答案印出來,中間用空白隔開

評分說明

本題共有3組測試題組,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,該 組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	20	$3 \le m \le 10^5$
2	40	$10^5 + 1 \le m \le 10^9$
3	40	$10^9 + 1 \le m < 10^{13}$

 範例輸入二

 5
 2015

 範例輸出二
 範例輸出二

 6 27
 2063 4055100

第六題:裝弱 (weak)

問題描述

喵喵在玩一個時下最夯的回合制卡牌遊戲「R'lyeh's Legacy(拉萊耶的遺產)」。

在遊戲中,存在著各式各樣的角色,而每個角色又會有不同的行動機制,但相同的是「每回合的一開始要抽 n 張卡」以及「選擇一些卡打出去、剩下的卡都丟到墓地」。當然,也有些角色有著「每回合可以多抽卡」、「可以保留幾張牌到下一回合」、「可以修改一些卡上的數字」等技能,不過這些就不在本題的討論範圍之中了。

由於該遊戲提倡讓大家線下聚會時也能玩,所以所有的卡牌都是 54 張撲克牌之一(可以把牌組視為將很多副撲克牌洗在一起)。

喵喵所使用的角色只有一種攻擊方法「Tentacle Torrent(觸手洪流)」,要達成施放攻擊的條件,就需要在出牌的時候打出一系列數字**非嚴格遞增**的卡牌們,造成**打出卡牌的數字之和**的傷害,跟鬼牌以及卡牌的花色無關。

即使喵喵已經長期盤踞在排行榜前幾名,但她卻很喜歡混到新手區裡面裝弱,並美名其曰「體驗人生」。簡單來說,喵喵會打出使**造成傷害儘量低**的攻擊。而為了不讓對手在復盤的時候發現喵喵在裝弱,喵喵也會確保不存在任何一種傷害更高的攻擊方法使得它包含了所有喵喵打出的牌。

正式地說,在這一回合裡喵喵抽的 n 張卡片上的數字依序是 a_1, a_2, \ldots, a_n ,喵喵需要選出一個 $\{1, 2, \ldots, n\}$ 的非空子集 $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_k\}$ $(s_1 < s_2 < \cdots < s_k)$ 滿足以下條件:

- 1. 合法:出牌方式 S 是**合法**的當且僅當 $a_{s_1} \leq a_{s_2} \leq \cdots \leq a_{s_k}$ 。
- 2. 極大:不存在任何**合法**的出牌方式 S' 滿足 $S' \supseteq S$ (S' 包含但不等於 S, 也就是所有 S 裡的 牌都出現在 S' 裡面且 $S \neq S'$)。
- 3. 傷害:出牌方式 S 的**傷害**為 $a_{s_1} + a_{s_2} + \cdots + a_{s_k}$ 。
- 4. 最弱:不存在任何**合法且極大**的出牌方式 T 能造成更大的**傷害**。

而在這一回合喵喵所造成的傷害就是該出牌方式S的傷害。

現在遊戲要進行 t 個回合,請你幫喵喵達成裝弱的極致:輸出任意一組最弱的出牌方法以及該出牌方法的傷害。

輸入格式

第一行包含一個正整數 t, 代表接下來有幾個回合。

t

接下來每個回合為一組輸入、共有t組輸入、每一組輸入的格式如下:

n $a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n$

- n 代表喵喵在該回合抽的手牌數量。
- a_i 代表喵喵抽到的第 i 張牌 (1 < i < n)。

輸出格式

輸出總共有 t 組,每一組輸入的輸出格式如下:

d k

 $s_1 \ s_2 \ \dots \ s_k$

- ർ代表喵喵在裝弱到極致時的出牌傷害。
- k 代表喵喵在這回合會出的牌數。
- s_1, s_2, \ldots, s_k 是喵喵在這回合打出的牌的編號,你的輸出必須滿足 $1 \le s_1 < s_2 < \cdots < s_k \le n_\circ$

測資限制

- $1 \le t \le 20_{\circ}$
- $2 < n < 1000000_{\circ}$
- 所有回合中 n 的總和 < 1000000。
- $1 \le a_i \le 13 \ (1 \le i \le n)_{\circ}$
- 上面所有變數皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output
6	6 2
2	1 2
3 3	9 1
2	2
10 9	2 2
4	1 4
1 2 4 1	2 1
7	1
2 1 1 1 1 1 1	19 7
7	1 2 3 4 5 6 7
1 1 1 1 1 13	10 4
8	2 4 7 8
3 1 4 1 5 9 2 6	

範例解釋

在第一個回合中,因為 $S = \{1,2\}$ 是一種合法且極大的出牌方法,所以喵喵若只出任一張牌都會被發現是在裝弱。

在第二個回合中,合法的出牌方法共有兩種, {1} 跟 {2},兩種都是極大的,於是喵喵便選擇了其中最弱的一組。

在第三個回合中, $\{2\}$ 雖然是合法的卻不是極大的(因為 $\{1,2,3\} \supseteq \{2\}$ 也是合法的)。

評分說明

對於一筆測試資料,你得到的分數比重 P 值如下:

- 若
 - 輸出的 k 不是在 [1, n] 之間的正整數、
 - 第二行輸出的 S 大小不為 k、或是
 - 輸出的 s_1, s_2, \ldots, s_k 不滿足 $1 \le s_1 < s_2 < \cdots < s_k \le n$,

則 P = 0.0。

- 若輸出的 d 不是最小值,則 P = 0.0。
- 若輸出的 d 是最小值,而 S 不是合法且極大的出牌方法、或 S 的傷害不為 d,則 P=0.6。
- 若輸出的 d 是最小值,且 S 是**任意一種**傷害為 d 的合法且極大的出牌方法,則 P=1.0。

請注意:即使你只想要獲得子任務的部份分數,為了評分方便,你依舊需要輸出 k 跟 s_1, s_2, \ldots, s_k 這些數字。也就是說如果只會計算最小傷害但不會構造一組出牌方式,可以輸出 k=1 以及 $s_1=1$:

$$\begin{bmatrix} d & 1 \\ 1 & \\ \end{bmatrix}$$

可以得到該子任務 60% 的分數。

本題共有7組子任務,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,你的得分是該組所有測試資料之得分比重P中最低者,乘以該子任務的分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	0	範例測資。
2	5	$n=2_{\circ}$
3	25	$n \le 15_{\circ}$
4	15	$n \le 1000$, $a_1 = 1$, $a_n = 13$.
5	15	$n \le 1000_{\circ}$
6	20	$a_1 = 1$, $a_n = 13$ °
7	20	無額外限制。