

## 第一題：戀愛家教 (Edward)

### 問題敘述

「嘿，我剛剛在那邊看到你，覺得你超可愛的，所以想說來認識你一下。」

「你是學生嗎？」

「嗯。」

「我是欸得沃，目前正在做感情導師的工作，就是教導男生如何跟女生相處。」

「你要怎麼稱呼？」

「陳玲要。」

「你是讀什麼科系的？」

「我還只是高中生。」

「那不然，我請你喝杯咖啡。」

「嗯。」

於是欸得沃就和陳玲要到了星巴克。

「這樣啊。那方便的話我跟你加一下 LINE。我掃你的。」

於是欸得沃就掃了陳玲要的 LINE。但是在看到了陳玲要的 LINE ID 以及大頭貼之後，欸得沃的表情突然變得很奇怪。

「你是...？男的？」

「對阿！我是可愛的男孩子喔」

欸得沃發現最近在路上隨便搭訕女生，常常會遇到偽娘。而這些偽娘的共通點就是 LINE 的 ID 裡面有**至少一半的字是大寫英文字母**。

而欸得沃覺得請這些偽娘咖啡是在浪費錢，於是想寫一個程式算算看他浪費了多少錢。

這個月，欸得沃搭訕了  $N$  個人，可以把這些人編號 1 到  $N$ ，第  $i$  個人花費了欸得沃  $c_i$  元買咖啡，並且他的 LINE ID 是  $s_i$ 。

### 輸入格式

輸入的第一行包含一個正整數  $N$ ，代表這個月，欸得沃搭訕了  $N$  個人。

接著有  $N$  行，每行包含一個字串  $s_i$  以及一個正整數  $c_i$ ，以空白隔開，代表第  $i$  個人花費了欸得沃  $c_i$  元買咖啡，並且他的 LINE ID 是  $s_i$ 。

### 輸出格式

輸出一個整數，代表欸得沃這個月浪費了多少錢。



## 測資限制

- $1 \leq N \leq 10^3$
- $1 \leq c_i \leq 200$
- $1 \leq |s_i| \leq 20$  ,  $s_i$  由數字、大小寫英文字母組成。

## 輸入範例 1

```
2
Ac1B2u3B 120
df5A1vL 180
```

## 輸出範例 1

```
0
```

## 輸入範例 2

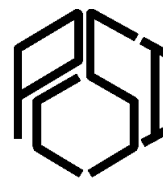
```
5
01TE 4
cibB 8
SNAIL 7
Is 6
HandSome 3
```

## 輸出範例 2

```
17
```

## 評分說明

本題共有 5 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。



子任務	分數	額外輸入限制
1	0	範例測資。
2	11	$c_i = 100$ 。
3	26	$ s_i  = 1$ 。
4	31	$s_i$ 由字母 A 與字母 a 組成。
5	32	無額外限制。



## 第二題：有限阿貝爾群 (Finite Abelian Group)

### 問題敘述

如果希望了解本題的相關知識，請參考底下的抽象代數小教室，不看不會影響此題題目敘述的理解，也不會影響做出這題與否，但有可能在裡面看到的東西會提供你一些比較好的做法。

$G = \{a, b, c, d\}$  是一個集合，而  $(G, *)$  是一個有限阿貝爾群（定義請參考抽象代數小教室，不看不會影響此題題目敘述的理解），滿足以下幾種運算條件：

$$a * a = d * d = c * b = b * c = a$$

$$a * b = b * a = c * d = d * c = b$$

$$a * c = c * a = b * d = d * b = c$$

$$b * b = c * c = a * d = d * a = d$$

如果現在給定一長串於此有限阿貝爾群內的運算（運算內含有括號，括號要先運算），你有辦法求出其結果嗎？

舉例來說，

$$a * ((b * d) * c) = a * (c * c) = a * d = d$$

以下沒有抽象代數小教室以外的問題敘述，讀者若有需要，可直接跳至輸入格式。

\*\*\*\*\*

### 抽象代數小教室：

群是一個抽象的代數結構，會在「一個集合」上進行「一個運算」，我們暫時假設這個集合是  $G$ ，而這個運算是  $+$ ，那麼我們將這個群記作  $(G, +)$ （請注意  $+$  這個符號並不一定是實數的加法，他只是隨便的一個符號）。一個群必須滿足以下幾個性質，相反地，同時滿足這些性質的這樣的結構就稱為群：

1. 對於任意  $g, h \in G$  都有  $g + h \in G$
2. associative property：對於任意  $g, h, i \in G$  都有  $(g + h) + i = g + (h + i)$
3. 存在 identity：存在  $1_G \in G$  使得  $1_G + g = g + 1_G$  對於任意  $g \in G$
4. 存在 inverse：對於任意  $g \in G$  都有  $g^{-1} \in G$  滿足  $g^{-1} + g = g + g^{-1} = 1_G$

我們有時會將群記作  $(G, +, 1_G)$ 。

舉例來說， $(\mathbb{Z}, +, 0)$  就是一個群（此時的  $+$  號就是各位熟悉的加法運算），讀者可以稍微檢查發現這個結構很顯然滿足上述的條件 1. 與 2.，另外 3. 之中所提到的 identity 就是 0，至於正整數 123 的 inverse 其實就是  $-123$ 。是不是很简单呢？

一個稍微困難的例子是三乘三魔術方塊，我們可以把所有方向的轉動蒐集起來構成「一



個集合」的部分元素，而把兩個轉動合起來連續操作的這個動作作為「一個運算」，identity 就是不轉動，另外 inverse 就是往反方向轉啦！藉由這些設定我們可以「生成」出所有該群中的其他元素（一些轉動的連續操作），將「一個集合」建構完成。

群作為抽象代數的語言其實是發源自解多項式方程的問題，你或許聽過五次以上的多項式是沒有公式解的，數學家便是在解決這類問題的過程之中，逐漸地把抽象代數的語言建立起來，發現這是用來解決很多問題的好東西。在中學時期，大家會接觸到一些解方程式的問題，這些其實是所謂的初等代數，是幾百年前人們眼中的代數，現代大多數學家真正在研究的代數，其實是以抽象代數語言所建構的，是個完全不一樣的世界，但因為有前述提到的發展歷史，它仍然被稱作代數。

阿貝爾（Abel）在研究多項式問題的時候，發現某種群具有 commutative property，而這件事在問題的解決上有重大的地位。這裡指的 commutative property 其實就是（如果承繼上面的語言來書寫的話）：對於任意  $g, h \in G$  都有  $g + h = h + g$ 。

我們將滿足 commutative property 的群叫做 commutative group 或者稱作 Abelian group（阿貝爾群）以紀念阿貝爾。其實上面所提到的有限阿貝爾群 (finite abelian group)，就是指  $G$  之中的元素數量是有限的阿貝爾群而已，不要被這個名字給嚇到了。

## 輸入格式

一行運算形如問題敘述中所舉的例子，包含  $a, b, c, d, *$  與小括號，若  $a, b, c, d$  的數量有  $N$  個，那麼  $*$  應有  $N - 1$  個，同時括號的對數不超過  $N - 1$  對。

## 輸出格式

輸出  $a$  或  $b$  或  $c$  或  $d$  於一行。

## 測資限制

- 整個運算包含不超過  $10^6$  個  $a, b, c, d$  之中的字母

## 輸入範例 1

$a * ((b * d) * c)$

## 輸出範例 1

$d$

## 輸入範例 2

$(a * b * c * (c * d * (a * (c * c * a) * b))) * d$



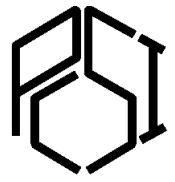
## 輸出範例 2

$d$

## 評分說明

本題共有 5 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	0	範例測資。
2	19	只有一對左右括號。
3	35	括號的裡面不會有第二層括號。
4	18	整個運算包含不超過 2500 個 $a, b, c, d$ 之中的字母。
5	28	無額外限制。



### 第三題：山道猴子 (Road Monkey)

#### 問題敘述

「欸，我有看到你限動 po 的追焦，超帥誼。」

「很強吧，我那天壓比較低，跑出新紀錄喔，而且後來還有幾台紅牌被我超車，有夠廢，笑死。」

「紅牌還被你超車喔，你是騎到多快。」

「也沒有多快啊，我跟你講啦，那些重機都是自以為高人一等，你性能再好，沒技術也只是個渣啦。」

某佚樟除了是資訊電神外，也是個山道猴子。平時除了寫程式外，最大的興趣就是騎車去跑山。某天某佚樟趁車行推出 0 元交車專案，貸款牽了一台檔車。車行老闆告訴他這台車每一公里最多加速  $x \text{ km/hr}$ 、每一公里最多減速  $y \text{ km/hr}$  (詳細規則加減速規則請看註 2)，要他熟記在心，以免過彎時外拋。

今天某佚樟又去跑山，他打算騎到距離起點  $t$  公里的終點，初始時速為  $0 \text{ km/hr}$ ，該道路為了避免山道猴子們車速過快而肇事，因此設立了  $N$  個測速照相，每個測速照相都有一個速限值  $b_i$ ，只要通過該測速照相時時速超過  $b_i \text{ km/hr}$  就會被開罰。由於需償還車貸，因此某佚樟不能被開罰超速，但身為山道猴子還是希望騎得越快越好，請你寫一個程式計算某佚樟通過終點時的最高時速是多少。

註 1：時速都以整數計算，因此加減速都不會使時速變為小數。

註 2：設第  $i$  公里的時速為  $k$ ，第  $i + 1$  公里的時速範圍為  $[k - y, k + x]$ 。





## 輸入格式

輸入的第一行包含四個正整數  $N$ 、 $x$ 、 $y$ 、 $t$ ，代表共有  $N$  個測速照相，每公里最多能加速  $x$  km/hr、減速  $y$  km/hr，以及終點距離起點  $t$  公里。

接著有  $N$  行，每行有兩個正整數  $a_i$ 、 $b_i$ ，代表第  $i$  個測速照相距離起點  $a_i$  公里，速限為  $b_i$  km/hr。

## 輸出格式

輸出一個正整數，代表到達終點時的最高時速為多少。

## 測資限制

- $1 \leq N \leq 10^6$
- $1 \leq a_i, b_i, x, y, t \leq 10^9$
- $a_i < a_{i+1}$
- $a_N < t$ 。

## 輸入範例 1

```
3 4 1 23
5 10
11 20
15 6
```

## 輸出範例 1

```
38
```

## 輸入範例 2

```
5 27 51 605
30 673
105 1305
355 1232
358 907
503 2005
```





## 輸出範例 2

4759

## 評分說明

本題共有 6 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	0	範例測資。
2	18	$x = 1, y = 1, 1 \leq N \leq 1000$ 。
3	13	$a_i = i, t = N + 1, 1 \leq N \leq 1000$ 。
4	15	$a_i = i, t = N + 1$ 。
5	33	$1 \leq N \leq 1000$ 。
6	21	無額外限制。



## 第四題：魔法之域 (Magic Realm)

### 問題敘述

「鎮家晉魔法學院」位於神秘的「魔法之域」，是一個充滿魔法能量和知識的聖地。這個學院不僅在魔法界享有盛名，也持續培育著一代又一代的優秀魔法師和冒險者。學院的歷史要追溯到遠古時代，由當時的一群傑出的魔法師所創立，旨在傳承和發展魔法的奧秘。如今，學院已經成為「魔法之域」中的頂尖學府之一，吸引著來自不同種族和背景的學子前來追求魔法之道。

而「鎮家晉魔法學院」一年一度的盛事：「效內術理技滋迅學科能力競賽」，吸引了眾多的學生們參與其中。競賽的目的不僅僅是為了展示學生們的魔法實力，更是為了促進他們之間的交流和競爭，以及鼓勵他們不斷挑戰自己、突破魔法的極限。

在這場魔法競賽中，學生們需要展示他們在各個魔法學科領域的技能。從基礎的元素魔法到高深的咒語學，從治癒術到召喚魔法，參賽者需要在多個領域中展現他們的能力。競賽不僅考驗學生們的技術，還將他們的創造力、智慧和應變能力置於試煉之中。

其中，今年參加「滋迅科」競賽的學生共有  $N$  位，學校將他們編號成 1 到  $N$ 。而滋迅科要考驗的是參賽者的「規劃能力」以及「魔法能力」。每位學生會有自己的魔力值  $M$ ，以及一個可以自行設定的得分數值  $S$ 。

而在每場比賽中，會先抽出一位參賽者作為比賽的「東家」，以及一位參賽者作為比賽的「西家」。我們以  $M_x$  表示東家的魔力值， $S_x$  表示東家的得分數值； $M_y$  表示西家的魔力值， $S_y$  表示西家的得分數值。

則在這場比賽中：

- 若  $M_x \times S_y > M_y \times S_x$ ，則東家獲勝，東家可以獲得  $S_x$  點分數。
- 若  $M_x \times S_y = M_y \times S_x$ ，則平手。
- 若  $M_x \times S_y < M_y \times S_x$ ，則西家獲勝，西家可以獲得  $S_y$  點分數。

中立早是一位鎮家晉魔法學院的新生，他偷偷地拿到了所有參賽者的魔力值以及得分數值，於是他就好奇了，在任意一種比賽的組合中，東家獲勝的情況會有幾種。

### 輸入格式

輸入的第一行包含一個正整數  $N$ ，代表今年「鎮家晉魔法學院」中有  $N$  位學生會參加「滋迅科」的競賽。

輸入的第二行包含  $N$  個正整數  $M_1, M_2, \dots, M_N$ ，以空白隔開， $M_i$  代表第  $i$  位學生的「魔力值」。

輸入的第三行包含  $N$  個正整數  $S_1, S_2, \dots, S_N$ ，以空白隔開， $S_i$  代表第  $i$  位學生的「得分數值」。



## 輸出格式

輸出一個整數，代表在任意一種比賽的組合中，東家獲勝的情況會有幾種。

## 測資限制

- $2 \leq N \leq 2 \times 10^5$
- $1 \leq M_i, S_i \leq 10^9$

## 輸入範例 1

```
3
4 8 7
6 3 1
```

## 輸出範例 1

```
3
```

## 範例說明

在這筆範例中，東家會獲勝的情況有以下幾種：

- 編號為 2 號的學生當東家，編號為 1 號的學生當西家， $8 \times 6 > 4 \times 3$
- 編號為 3 號的學生當東家，編號為 1 號的學生當西家， $7 \times 6 > 4 \times 1$
- 編號為 3 號的學生當東家，編號為 2 號的學生當西家， $7 \times 3 > 8 \times 1$ 。

## 輸入範例 2

```
7
1 2 3 1 5 7 8
9 7 5 9 3 2 3
```

## 輸出範例 2

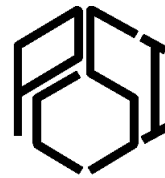
```
20
```



## 評分說明

本題共有 6 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	0	範例測資。
2	4	$N = 3$ 。
3	27	$N \leq 1000$ 。
4	13	所有人的得分數值都是 1。
5	24	$1 \leq M_i, S_i \leq 100$ 。
6	32	無額外限制。



## 第五題：魔數師 (Magician)

### 問題敘述

曹禹豈是一位數學家，但他擅長的既不是代數，也不是組合，也不是幾何，更不是數論了。他所擅長的是一個叫做「魔數學」的領域。

說到魔數學，首先要講到「光輝魔獸」的起源。據說從前在天天開天創造人類時，一個不小心將光輝魔石給弄丟了。根據人們的說法，他們看到魔石從天而降之後，分裂成了光輝魔獸以及五顆神秘的魔法石，光輝魔獸在各地四處作孽，民生潦苦，而傳說中，這五顆魔法石被封印在阿哈阿哈山頂上的一個黑色盒子裡，這些魔石會在盒子裡不斷地自我複製。而傳說中，只要有人可以從盒子裡拿出並湊齊五種魔法石就可以將光輝魔獸給封印，讓百姓脫離夢魘。

而在光輝魔獸被魔法石封印了之後，人們便開始研究起了有關這些「魔法石」的學問，逐漸就發展成了「魔數學」。

而曹禹豈最擅長的是一個叫做「排列置換」的魔數。在變這個魔數的時候，需要一副數字 1 到  $N$  各一張的紙牌。他首先會先將這  $N$  張紙牌洗均勻後，排成一行。接著交由觀眾決定以下的三種操作共  $Q$  次之後，他一使用魔法石的神秘力量，就可以將紙牌變成最終的樣子。

觀眾可以決定的操作共有以下三種：

- 反轉：令原本第  $i$  張紙牌上的數字為  $b_i$ ，則將第  $N - i + 1$  張紙牌換成數字  $b_i$ ，可以保證反轉後紙牌還會是 1 到  $N$  恰好一張。
- 互補：令原本第  $i$  張紙牌上的數字為  $b_i$ ，則將第  $i$  張紙牌換成數字  $N + 1 - b_i$  的紙牌，可以保證互補後紙牌還會是 1 到  $N$  恰好一張。
- 共軛：令原本第  $i$  張紙牌上的數字為  $b_i$ ，則將第  $b_i$  張紙牌換成數字  $i$  的紙牌，可以保證共軛後紙牌還會是 1 到  $N$  恰好一張。

而你看到了這個酷酷的魔數後，決定來寫一個程式模擬紙牌的變換結果。

### 輸入格式

輸入的第一行包含一個正整數  $N$ ，代表有  $N$  張紙牌。

輸入的第二行包含  $N$  個數字  $a_1, a_2, \dots, a_N$ ，以空白隔開，代表這些紙牌原本的排列。

輸入的第三行包含一個正整數  $Q$ ，代表接著會有  $Q$  次操作。

接著有  $Q$  行，每行包含一個正整數  $c_i$ 。

- 若  $c_i = 1$ ，代表要對這些紙牌進行反轉操作。
- 若  $c_i = 2$ ，代表要對這些紙牌進行互補操作。
- 若  $c_i = 3$ ，代表要對這些紙牌進行共軛操作。



## 輸出格式

請輸出一行，包含  $N$  個數字，以空白隔開，代表紙牌最後排列的樣子。

## 測資限制

- $1 \leq N \leq 10^5$
- $1 \leq Q \leq 10^6$
- $c_i = \{1, 2, 3\}$
- $1 \leq a_i \leq N$

## 輸入範例 1

```
3
3 1 2
2
1
3
```

## 輸出範例 1

```
2 1 3
```

## 範例說明

在這筆範例中，紙牌原本的排列是  $[3, 1, 2]$ 。

經過了第一次的反轉操作後變成了  $[2, 1, 3]$ 。

經過了第二次的共軛操作後變成了  $[2, 1, 3]$ 。

## 輸入範例 2

```
5
1 2 3 4 5
4
1
2
3
```



1

### 輸出範例 2

5 4 3 2 1

### 輸入範例 3

15  
8 6 9 1 5 13 3 7 15 10 12 14 11 4 2  
10  
2  
1  
3  
2  
3  
1  
3  
2  
1  
2

### 輸出範例 3

12 1 9 2 11 14 8 15 13 6 3 5 10 4 7



## 評分說明

本題共有 8 組測試題組，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	0	範例測資。
2	4	只有反轉操作。
3	4	只有互補操作。
4	4	只有共軛操作。
5	17	只有反轉與互補操作。
6	23	$1 \leq N \leq 10, 1 \leq Q \leq 10^5$ 。
7	21	若 $a_i = j$ ，則 $a_j = i$ 。
8	27	無額外限制。