- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.

(Cognome)														(N	ome	e)				lum		ma	trice	ola)				

Α	В	С	D	Ε	
4.1	ב	\sim			

1	
2	00000
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

- 1. Data $f(x) = [\log(x)]^{\log(x)}$. Allora f'(e) è uguale a A: 1/e B: $\log(e)$ C: π^e D: e E: N.A.
- 2. Modulo e argomento del numero complesso $z=\left(\frac{2}{i}\right)^8$ sono A: (512,0) B: $(256,\pi)$ C: $(256,\pi/2)$ D: $(1024,2\pi)$ E: N.A.
- 3. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x^2) < 1/3\}$$

valgono

A: $\{\pi/6, N.E., 5\pi/6, N.E.\}$ B: $\{0, 0, 2\pi, 2\pi\}$ C: N.A. D: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{0, 0, \pi/6, N.E.\}$

4. La funzione $f(x) = \begin{cases} 3^x & \text{per } x \ge 1 \\ ax + 3 - a & \text{per } x < 1 \end{cases}$ è derivabile in [0, 2] per

A: $a = 3\log(3)$ B: $a > \log(27)$ C: $a = k\pi$ D: $a \in \mathbb{R}$ E: N.A.

5. Il polinomio di Taylor di grado 2 relativo al punto $x_0=0$ della funzione $f(x)=\log(\cos(\pi x/2))$ vale

A: N.A. B: $-\frac{(\pi x)^2}{4}$ C: $1 - (1 + \sin^2(\pi x/2))x^2$ D: $-\frac{(\pi x)^2}{8}$ E: $-\frac{1}{2}(1 + \tan^2(\pi x/2))x^2$

6. Il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt[3]{1 + x^2} - 1}{\sin(x^3)}$$

vale

A: 1 B: 0 C: N.E. D: $+\infty$ E: N.A.

7. La funzione $f:\ \mathbb{R}\backslash\{0\}\to\mathbb{R}$ definita da $f(x)=\log|x|$ è

A: surgettiva B: N.A. C: monotona crescente D: iniettiva E: limitata

8. L'integrale

$$\int_{1}^{e} \log(x^2) \frac{1}{x} \, dx$$

vale

A: 1 B: 2/e C: $\frac{1}{2}$ D: $e^2 - 1$ E: N.A.

9. Dato $x \in \mathbb{R}$, la serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{nx}}{n^2}$$

converge per

A: $x \le 1$ B: 0 < x C: Solo per x = 0 D: $x \le 0$ E: N.A.

10. Una soluzione dell'equazione differenziale $y'(x)=\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}$ è

A: $e^x - e^{-x}$ B: $\log(\cosh(x))$ C: N.A. D: N.E. E: $\frac{1}{\cos(x)}$

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.

			(Co	gnoi	me)						(No	me)			(11)	ume	i O Ui	ma	trico	

1	
2	$\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	0000

1. La funzione
$$f(x) = \begin{cases} 3^x & \text{per } x \ge 1 \\ ax + 3 - a & \text{per } x < 1 \end{cases}$$
 è derivabile in $[0, 2]$ per

A: $a = 3\log(3)$ B: $a > \log(27)$ C: N.A. D: $a \in \mathbb{R}$ E: $a = k\pi$

2. Il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{\sin(x^3)}$$

vale

A: 0 B: 1 C: $+\infty$ D: N.A. E: N.E.

3. L'integrale

$$\int_{1}^{e} \log(x^2) \frac{1}{x} dx$$

vale

A: $e^2 - 1$ B: N.A. C: 2/e D: $\frac{1}{2}$ E: 1

4. Il polinomio di Taylor di grado 2 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \log(\cos(\pi x/2))$ vale

A:
$$-\frac{1}{2}(1 + \tan^2(\pi x/2))x^2$$
 B: N.A. C: $1 - (1 + \sin^2(\pi x/2))x^2$ D: $-\frac{(\pi x)^2}{4}$ E: $-\frac{(\pi x)^2}{8}$

5. Modulo e argomento del numero complesso $z = \left(\frac{2}{i}\right)^8$ sono

A:
$$(1024, 2\pi)$$
 B: N.A. C: $(256, \pi/2)$ D: $(256, \pi)$ E: $(512, 0)$

6. Una soluzione dell'equazione differenziale $y'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ è

A:
$$e^x - e^{-x}$$
 B: N.E. C: $\frac{1}{\cos(x)}$ D: $\log(\cosh(x))$ E: N.A.

7. Dato $x \in \mathbb{R}$, la serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{nx}}{n^2}$$

converge per

A: N.A. B:
$$x \le 1$$
 C: $x \le 0$ D: Solo per $x = 0$ E: $0 < x$

8. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x^2) < 1/3\}$$

valgono

A:
$$\{0, 0, \pi/6, N.E.\}$$
 B: N.A. C: $\{0, 0, 2\pi, 2\pi\}$ D: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{\pi/6, N.E., 5\pi/6, N.E.\}$

9. La funzione $f: \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \log|x|$ è
A: surgettiva B: iniettiva C: monotona crescente D: N.A. E: limitata

10. Data $f(x) = [\log(x)]^{\log(x)}$. Allora f'(e) è uguale a

A:
$$\pi^e$$
 B: N.A. C: $\log(e)$ D: e E: 1/e

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.

 (Cognome)													(No	me)			_		ume	i ma	tric	ola)					

А В	C D	\mathbf{E}
-----	-----	--------------

1	00000
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	$\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$

1. Modulo e argomento del numero complesso $z=\left(\frac{2}{i}\right)^8$ sono

A: $(256, \pi)$ B: N.A. C: (512, 0) D: $(256, \pi/2)$ E: $(1024, 2\pi)$

2. Il polinomio di Taylor di grado 2 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \log(\cos(\pi x/2))$ vale

A: $-\frac{1}{2}(1 + \tan^2(\pi x/2))x^2$ B: $-\frac{(\pi x)^2}{8}$ C: N.A. D: $1 - (1 + \sin^2(\pi x/2))x^2$ E: $-\frac{(\pi x)^2}{4}$

3. La funzione $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \log |x|$ è

A: limitata B: iniettiva C: monotona crescente D: surgettiva E: N.A

4. Dato $x \in \mathbb{R}$, la serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{nx}}{n^2}$$

converge per

A: 0 < x B: Solo per x = 0 C: $x \le 1$ D: $x \le 0$ E: N.A.

5. Una soluzione dell'equazione differenziale $y'(x) = \frac{\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}$ è

A: N.E. B: $e^x - e^{-x}$ C: $\frac{1}{\cos(x)}$ D: $\log(\cosh(x))$ E: N.A.

6. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{ x \in \mathbb{R} : \sin(x^2) < 1/3 \}$$

valgono

A: $\{0, 0, \pi/6, N.E.\}$ B: $\{0, 0, 2\pi, 2\pi\}$ C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{\pi/6, N.E., 5\pi/6, N.E.\}$ E: N.A.

7. La funzione $f(x) = \begin{cases} 3^x & \text{per } x \ge 1 \\ ax + 3 - a & \text{per } x < 1 \end{cases}$ è derivabile in [0, 2] per

A: $a \in \mathbb{R}$ B: $a = 3\log(3)$ C: $a > \log(27)$ D: $a = k\pi$ E: N.A.

8. Data $f(x) = [\log(x)]^{\log(x)}.$ Allora $f'(\mathbf{e})$ è uguale a

A: π^{e} B: $\log(e)$ C: e D: 1/e E: N.A.

9. L'integrale

$$\int_{1}^{e} \log(x^2) \frac{1}{x} \, dx$$

vale

A: $\frac{1}{2}$ B: 1 C: N.A. D: $e^2 - 1$ E: 2/e

10. Il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt[3]{1 + x^2} - 1}{\sin(x^3)}$$

vale

A: 1 B: N.A. C: $+\infty$ D: 0 E: N.E.

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.

 (Cognome)													(No	me)			_		ume	i ma	tric	ola)					

 $\mathrm{CODICE} = 998096$

Α	В	С	D	Ε	

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	0000

1. Modulo e argomento del numero complesso $z = \left(\frac{2}{i}\right)^8$ sono A: $(256, \pi/2)$ B: $(1024, 2\pi)$ C: $(256, \pi)$ D: (512, 0) E: N.A.

2. Una soluzione dell'equazione differenziale $y'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ è

A: $\frac{1}{\cos(x)}$ B: N.E. C: $\log(\cosh(x))$ D: N.A. E: $e^x - e^{-x}$

3. La funzione $f(x) = \begin{cases} 3^x & \text{per } x \ge 1 \\ ax + 3 - a & \text{per } x < 1 \end{cases}$ è derivabile in [0, 2] per

A: $a = 3\log(3)$ B: $a > \log(27)$ C: $a = k\pi$ D: $a \in \mathbb{R}$ E: N.A.

4. Dato $x \in \mathbb{R}$, la serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{nx}}{n^2}$$

converge per

A: $x \le 1$ B: Solo per x = 0 C: N.A. D: $x \le 0$ E: 0 < x

5. La funzione $f: \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \log|x|$ è
A: monotona crescente B: N.A. C: iniettiva D: surgettiva E: limitata

6. Il polinomio di Taylor di grado 2 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \log(\cos(\pi x/2))$ vale

A: $-\frac{(\pi x)^2}{8}$ B: $-\frac{(\pi x)^2}{4}$ C: $-\frac{1}{2}(1 + \tan^2(\pi x/2))x^2$ D: $1 - (1 + \sin^2(\pi x/2))x^2$ E: N.A.

7. L'integrale

$$\int_{1}^{e} \log(x^2) \frac{1}{x} dx$$

vale

A: $e^2 - 1$ B: N.A. C: $\frac{1}{2}$ D: 2/e E: 1

8. Il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt[3]{1 + x^2} - 1}{\sin(x^3)}$$

vale

A: 0 B: 1 C: N.A. D: $+\infty$ E: N.E

9. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x^2) < 1/3\}$$

valgono

A: $\{0,0,\pi/6,N.E.\}$ B: $\{0,0,2\pi,2\pi\}$ C: $\{\pi/6,N.E.,5\pi/6,N.E.\}$ D: $\{-\infty,N.E.,+\infty,N.E.\}$ E: N.A.

10. Data $f(x) = [\log(x)]^{\log(x)}$. Allora f'(e) è uguale a

A: e B: 1/e C: $\log(e)$ D: N.A. E: π^e

(Cognome)												(No	me)			(N ₁	ımeı	ro di	i ma	trico	la)					

1	lacktriangle
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

			(Co	gnor	ne)						(No	me)			(Nı	umei	ro di	trico	la)

lacktriangle
$\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$

(Cognome)												(No	me)			(N ₁	ımeı	ro di	i ma	trico	la)					

Α	В	С	D	Ε	

1	$\bigcirc \bullet \bigcirc \bigcirc \bigcirc$
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

(Cognome)												(No	me)			(N ₁	ımeı	ro di	i ma	trico	la)					

 $\mathrm{CODICE} = 998096$

Α	В	\mathbf{C}	D	Ε	
	_	_	_		

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

10 giugno 2010

PARTE B

1. Studiare, al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$ l'immagine della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - \lambda x + 1}{x^3}$$
, per $x \ge 0$.

2. Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(t) - y(t) = t^2 \sin(2t).$$

Facoltativo, trovare le soluzioni dispari.

3. Studiare la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(\sqrt{x})(\sqrt{\pi} + \sin(x))}{x(1 + x^{3/2})} \, dx.$$

4. Data una successione $\{a_n\}_n$ a termini positivi. L'uguaglianza

$$\sup_{n} a_n = \inf_{n} \frac{1}{a_n}$$

è vera? Facoltativo: cosa si puó dire dell'uguaglianza $\sup_n a_n = -\inf_n (-a_n)$