Temă facultativă
logică

V2

1. Verificați dacă $(p \to q) \lor p \equiv \neg(p \land (p \to q))$

p	q	$p \to q$	$(p \to q) \lor p$	$\neg(p \land (p \to q))$
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	1	1	1	0

Se observă că pentru $i_n : \{p, q\} \to \{T, F\}$

$i_n(p) = 1 \quad (p \to q) \lor p = 1$

$i_n(q) = 1 \quad \neg((p \to q) \land p) = 0$

1=True
0=False

Relația nu este echivalentă

Am folosit metoda tabelelor de adevăr:

2. Utilizând forma normală adecvată aflați modelele formulei:

$$(p \to q \wedge r) \to (p \to r \wedge q)$$

1. Eliminăm $\to$ și $\leftrightarrow$

$$\neg(p \to q \wedge r) \vee (p \to r \wedge q)$$

$$\neg(\neg p \vee (q \wedge r)) \vee (\neg p \vee (r \wedge q))$$

2. Folosim legile lui De Morgan

$$(p \wedge \neg(q \vee r)) \vee (\neg p \vee (r \wedge q))$$

~~$(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \vee (\neg p \wedge r)$~~

$$p \wedge (\neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \vee (r \wedge q))$$

$$p \wedge \neg q \wedge \neg r \vee (\neg p \vee r) \wedge (\neg p \vee q)$$

$$(p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee \neg p \vee (r \wedge q)$$

Pentru cubul I:

$i_4 : \{p, q, r\} \to \{T, F\}$

$i_4(p) = T \quad i_4(q) = F \quad i_4(r) = F$

Pentru cubul II:

$i_0, i_1, i_2, i_3 : \{p, q, r\} \to \{T, F\}$

$i_0, i_1, i_2, i_3 (p) = F$, iar q și r iau valorile T și F după modul dorit i_n, $n = \overline{0,3}$

Cazul 3

$p \wedge q$

$i_3, i_7 : \{p, q, r\} \to \{T, F\}$

$i_3(p) = F \quad i_3(q) = T \quad i_3(r) = T$

$i_7(p) = F \quad i_3(q) = T \quad i_3(r) = T$

5 interpretări sunt modele

Avem 5 modele.

3. Folosind metoda tablelelor semantice, demonstrați că au loc relațiile de consecință logică:

$\neg A \vee B, \neg B \vee C, A \vee \neg C, A \vee B \vee C \vDash A \wedge B \wedge C$

Verificăm dacă există tabela semantică închisă:

$U = \{\neg A \vee B, \neg B \vee C, A \vee \neg C, A \vee B \vee C, \neg(A \wedge B \wedge C)\}$

~~1. Se elimină $\to$ și $\leftrightarrow$~~

2.

$U = \{(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (A \vee \neg C) \wedge (A \vee B \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C)\}$ (1)

| α pt 1

$(\neg A \vee B)$ (2)

$(\neg B \vee C)$ (3)

$(A \vee \neg C)$ (4)

$(A \vee B \vee C)$ (5)

$(\neg A \vee \neg B \vee \neg C)$ (6)

4. Utilizând metoda tabelelor semantice, verificați:

$$(\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x) \to (\forall x) (P(x) \vee Q(x))$$

$$\neg U = \neg\big((\forall x) P(x) \vee (\forall x) Q(x) \to (\forall x)(P(x) \vee Q(x))\big) \ (1)$$

$- \alpha \ (1)$

$(\forall x)P(x) \vee (\forall x) Q(x) \ (2)$

$\neg(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \ (3)$

$- \beta \ (2)$

$(\forall x)P(x) \ (4) \qquad (\forall x) Q(x) \ (5)$

$- \alpha - (3)$

$\cancel{\neg((\forall x)P(x))}$

$\neg(P(a)\vee Q(a)) \ (6) \qquad \neg(P(a)\vee Q(a)) \ (7)$

$- \gamma \ (4) \qquad \gamma - (5)$

$\boxed{P(a)} \qquad \boxed{Q(a)}$

$(\forall x)P(x) \qquad (\forall x)Q(x)$

$- \alpha \ (6) \qquad \alpha \ (7)$

$\boxed{\neg P(a)} \qquad \boxed{\neg(Q(a))}$

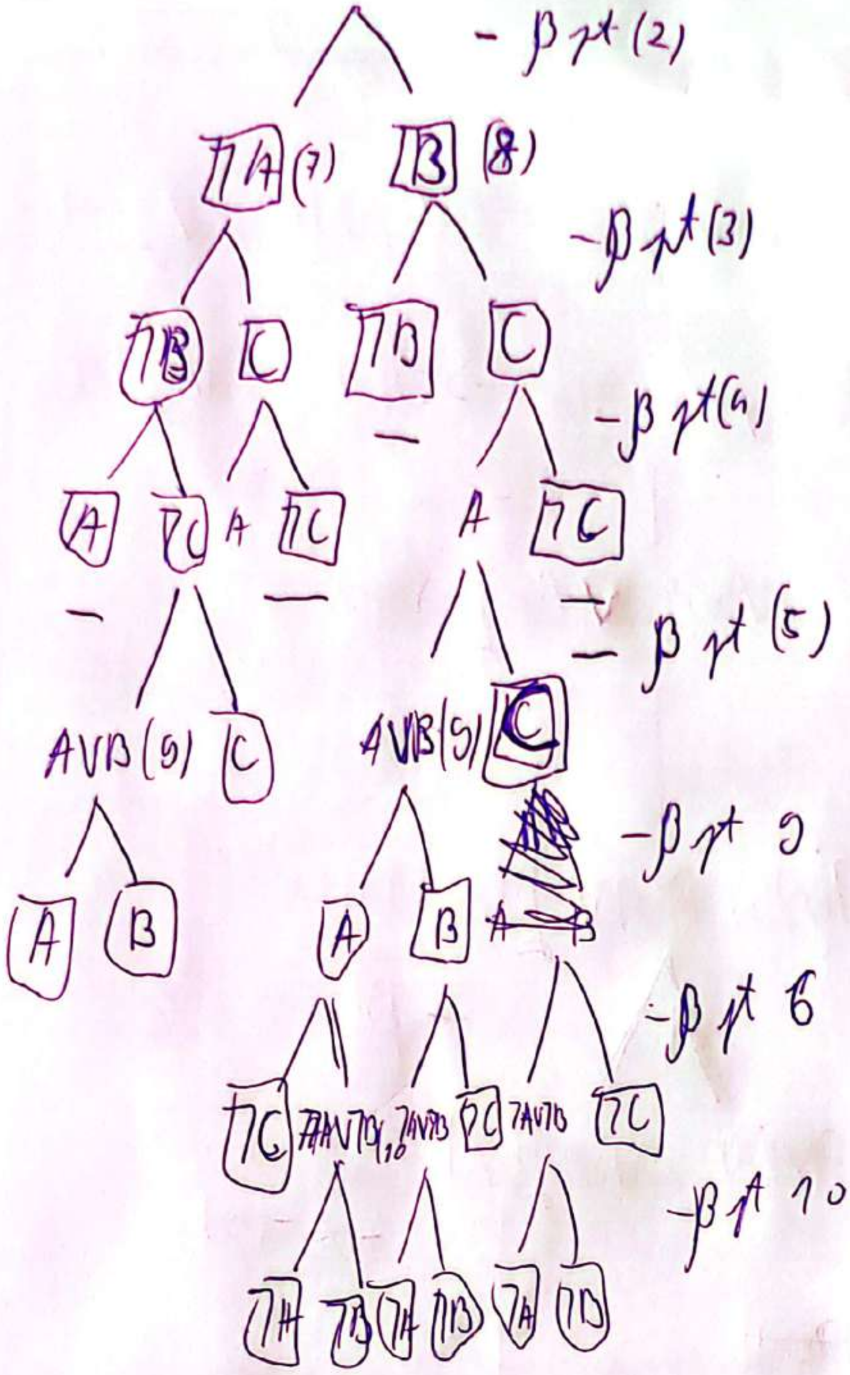

Tabela închisă => are loc relația de consecință logică

6. Verificați dacă se poate obține concluzia pornind de la ipoteze, utilizând metoda rezoluției:

$$S: \forall x \neg P(x), (\forall x) P(x) \wedge Q(x), (\exists y) R(y) \vdash (\exists x) \neg(P(x) \to R(x))$$

$U_1 = \neg P(x)$

$U_2 = P(x) \wedge Q(x)$

$U_3 = R(x)$

$U_4 = \neg(\neg P(a) \vee R(a)) = P(a) \wedge \neg R(a)$

$$S = \{\overset{C_1}{\neg P(x)}, \overset{C_2}{P(x)} \wedge \overset{C_3}{Q(x)}, \overset{C_3}{R(x)}, \overset{C_4}{P(a) \wedge \neg R(a)}\}$$

$Res_{[x \leftarrow a]}(C_1, C_4) = \neg R(a) = C_5$

$Res_{[x \leftarrow a]}(C_3, C_5) = \square \Rightarrow S$ inconsistentă

$\overset{T.C.C}{\Rightarrow}$ concluzia se obține.