

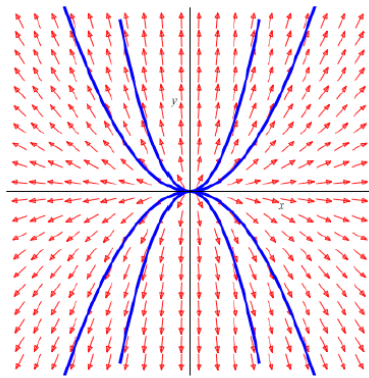
Teorema 9.2.1 (Criteriul de stabilitate pentru sisteme liniare) Fie sistemul liniar (9.9). Atunci punctul de echilibru $O(0,0)$ este:

- (a) *local stabil* $\iff \operatorname{Re} \lambda \leq 0$ pentru orice λ valoare proprie matricii A , egalitatea cu 0 având loc pentru valori proprii simple.
- (b) *asimptotic stabil* $\iff \operatorname{Re} \lambda < 0$ pentru orice λ valoare proprie matricii A .
- (c) *instabil* \iff există λ o valoare proprie matricii A cu $\operatorname{Re} \lambda > 0$ sau $\operatorname{Re} \lambda = 0$ și λ nu este valoare proprie simplă.

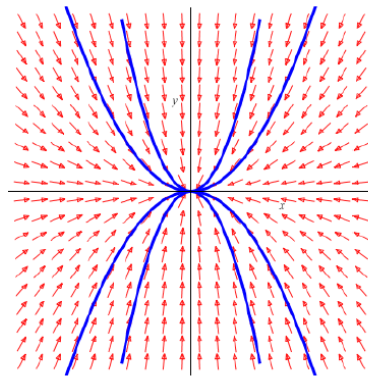
Clasificarea punctului de echilibru $O(0,0)$:

Spunem că punctul de de echilibru $O(0,0)$ este:

- (i) **de tip nod** dacă $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ și $\lambda_1 \cdot \lambda_2 > 0$

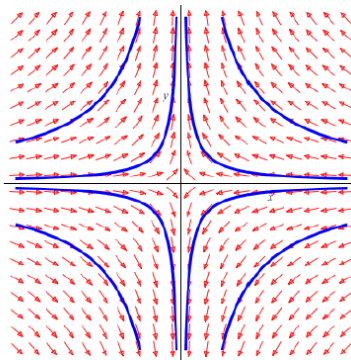


Nod instabil, cazul $\lambda_1 > 0$ și $\lambda_2 > 0$.



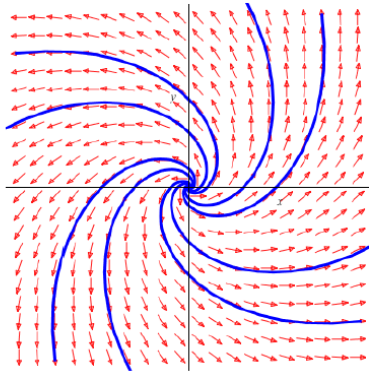
Nod asimptotic stabil, cazul $\lambda_1 < 0$ și $\lambda_2 < 0$.

- (ii) **de tip șa** dacă $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ și $\lambda_1 \cdot \lambda_2 < 0$

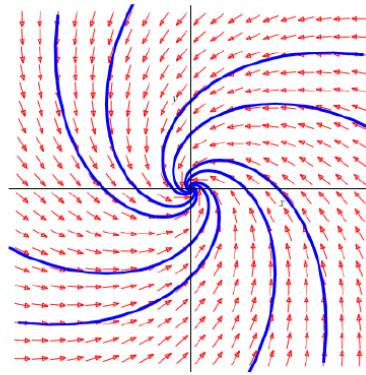


Punctul de tip șa, cazul $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ și $\lambda_1 \cdot \lambda_2 < 0$. Punctul de tip șa este întotdeauna instabil.

(iii) **de tip focus** dacă $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta \in \mathbb{C}$ și $\alpha \neq 0$

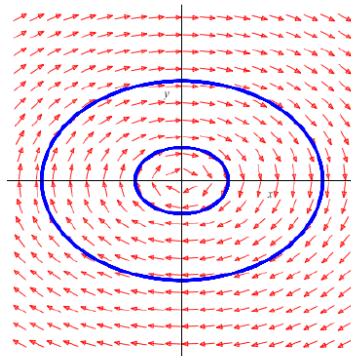


Focus instabil, cazul
 $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta \in \mathbb{C}$ și
 $\alpha > 0$.



Focus asimptotic
 stabil, cazul
 $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta \in \mathbb{C}$ și
 $\alpha < 0$.

(iv) **de tip centru** dacă $\lambda_{1,2} = i\beta \in \mathbb{C}$



Punctul de tip centru,
 cazul $\lambda_{1,2} = i\beta \in \mathbb{C}$.
 Punctul de tip centru
 este întordeauna local
 stabil.

Teorema 9.2.2 (Criteriul de stabilitate în primă aproximație pentru sisteme)

Fie sistemul neliniar (9.1) și $X^*(x^*, y^*) \in \mathbb{R}^2$ un punct de echilibru corespunzător. Atunci:

- (a) Dacă $\operatorname{Re} \lambda < 0$ pentru orice λ valoare proprie matricii $J_f(x^*, y^*)$ atunci punctul de echilibru $X^*(x^*, y^*)$ este local asimptotic stabil.
- (b) Dacă există λ o valoare proprie matricii $J_f(x^*, y^*)$ cu $\operatorname{Re} \lambda > 0$ atunci punctul de echilibru $X^*(x^*, y^*)$ este instabil.