BOJ 28102
단순한 그래프와 이상한 쿼리

#disjoint_set #bipartite_graph

난이도 – Platinum V

sorohue@sasa.hs.kr

BOJ 28102 단순한 그래프와 이상한 쿼리

- 모든 간선의 가중치가 1이므로 그냥 k의 배수 번 이동해서 한 정점에서 다른 정점으로 갈 수 있는 지 없는 지를 판별하면 됩니다.
- 쿼리가 주어질 때마다 탐색을 도는 방법은 사용할 수 없습니다. 어떻게 하면 빠른 시간 안에 쿼리에 답할 수 있을까요?

BOJ 28102 단순한 그래프와 이상한 쿼리

- 먼저 두 정점 사이를 잇는 경로가 존재하는 지를 알아내야 합니다.
- 그래프에서 각 정점 간의 연결 여부를 판단하는 데에는
  유니온 파인드를 이용할 수 있습니다.
- 그래프를 입력받을 때 연결된 정점들을 Union해 주고,
  쿼리가 들어오면 두 정점이 같은 집합에 속했는 지 확인해 줍니다.
- 이때 두 정점이 같은 집합에 속해 있지 않다면 “No”를 출력합니다.

BOJ 28102 단순한 그래프와 이상한 쿼리

- 이미 지났던 정점이나 간선을 다시 지날 수 있으므로,
  t번 만에 이동하는 경로가 있다면 A → B → A → B → A...를 반복해서
  (t+2)번, (t+4)번, (t+6)번... 만에 이동하는 모든 경로를 만들 수 있습니다.
- 즉 t와 홀짝성이 같은 t 이상의 임의의 길이의 경로를 항상 만들 수 있습니다.

BOJ 28102 **단순한 그래프와 이상한 쿼리**

- 홀수 길이의 사이클이 존재하는 경우 해당 사이클을 한 바퀴 도는 것으로 경로 길이의 홀짝성을 임의로 조정할 수 있습니다.
- 이전에 보인 바와 같이 어떤 k의 배수와 어떤 경로 길이의 홀짝성이 같으면 항상 길이가 k의 배수인 경로가 존재합니다.

BOJ 28102 단순한 그래프와 이상한 쿼리

- k가 홀수라고 합시다. 그러면, k의 배수는 홀수와 짝수가 모두 존재합니다.
- 따라서 k가 홀수이면 항상 k의 배수 길이의 경로를 찾을 수 있습니다.

- k가 짝수라고 합시다. 그러면 k의 배수는 모두 짝수입니다.
- 이 경우 홀수 사이클이 존재하지 않고 짝수 길이의 경로를 찾을 수 없다면 k의 배수 길이의 경로는 존재하지 않습니다.

BOJ 28102 단순한 그래프와 이상한 쿼리

- 홀수 사이클이 존재하지 않는지, 짝수 길이의 경로가 존재하는 지를 판별하기 위해 이분 그래프를 이용할 수 있습니다.

BOJ 28102 단순한 그래프와 이상한 쿼리

- 이분 그래프는 모든 간선의 양 끝 정점의 색이 서로 다르도록 모든 정점을 두 가지 색 중 하나로 칠하는 기법입니다.
- 그러면 같은 색의 정점 사이를 잇는 임의의 경로의 길이는 항상 짝수이고, 다른 색 정점 사이를 잇는 임의의 경로의 길이는 항상 홀수입니다.

BOJ 28102 **단순한 그래프와 이상한 쿼리**

- BFS / DFS 등을 이용해 한 정점과 연결된 아직 칠하지 않은 정점을 자신과 다른 색으로 칠해줍시다.
- 이때 자신과 연결된 정점 중 자신과 같은 색의 정점이 존재한다면, 그 그래프는 홀수 사이클을 가지고 있는 것입니다.
- 홀수 사이클을 가지고 있는 경우, 해당 정점 및 그와 연결된 모든 정점을 "홀수 사이클이 존재함" 을 의미하는 세 번째 색으로 칠해 줍시다.

BOJ 28102 단순한 그래프와 이상한 쿼리

- 각 정점의 색을 배열 등에 미리 저장해 둡시다.
- k가 짝수일 때
    - 시점과 종점의 색이 같다면 “Yes”를 출력합니다.
    - 시점과 종점의 색이 다르면 “No”를 출력합니다.

BOJ 28102 단순한 그래프와 이상한 쿼리

요약