

BOJ 17435 합성함수와 쿼리

#sparse_table

난이도 - Gold I

BOJ 17435 합성함수와 쿼리

- Naïve하게 매 쿼리마다 $f_n(x)$ 를 계산하면 $O(NQ)$ 로 시간이 부족합니다.
- DP 테이블을 만들어 두면 쿼리 당 $O(1)$ 에 문제를 해결할 수 있지만, 테이블을 모두 채우는 데 $O(NM)$ 의 시간이 필요합니다.

BOJ 17435 합성함수와 쿼리

- 테이블을 빈칸 없이 꼭 채우려 하지 말고,
딱 필요한 부분만 채운다면 어떨까요?
- 예를 들어서, $f_5(x)$ 를 미리 전부 구해 두면 $f_{11}(x)$ 는 $f_5(f_5(f(x)))$ 와 같이 계산하는 방식으로 원래보다 5배 정도 빠르게 구할 수 있습니다.

BOJ 17435 합성함수와 쿼리

- 범위 내의 모든 N 에 대해 충분히 빠르게 계산하기 위해,
 N 을 이진수로 변환해 처리하는 방법을 생각해 봅시다.
- 예를 들어, $f_{11}(x)$ 를 구하고 싶다면 $11 = 8+2+1$ 이므로 $f_8(f_2(f(x)))$ 를 계산하는 겁니다.
- 이렇게 하면 50만까지의 N 에 대해 $f_N(x)$ 를 계산하는 데 $1=2^0$ 부터 $262144 = 2^{18}$ 까지 19개의 수에 대한 표만 채워줘도 충분합니다.

BOJ 17435 합성함수와 쿼리

- 이와 같이 2^k 꼴에 대한 값만을 저장해 시간과 공간적 효율을 꾀하는 자료 구조를 **희소 배열**이라 부릅니다.
- 희소 배열을 활용하면 배열을 채우는 데 $O(M \lg N)$, 쿼리를 수행하는 데 $O(\lg N)$ 이 필요하므로 총 시간 복잡도 $O((M+Q) \lg N)$ 에 문제를 해결할 수 있습니다.