

BOJ 5977

Mowing the Lawn

#dp_deque

난이도 – Platinum III

BOJ 5977 Mowing the Lawn

- N 개의 수 A_1, A_2, \dots, A_N 중 일부를 택해 합이 최대가 되도록 해야 합니다.
- 이때 연속한 수는 K 개 이하까지만 택해야 합니다.

BOJ 5977 Mowing the Lawn

- 간단한 DP를 생각해 봅시다.
- $d[i]$ = 1번째 수부터 i 번째 수까지 보았을 때 최댓값이라고 합시다.
- $(i-1)$ 번째 수까지 본 뒤 i 번째 수를 넣는 경우, 값은 i 를 포함해 뒤에서부터 0~ K 개의 수를 묶어 선택할 때의 답 중 최댓값이 됩니다.
- 따라서 $d[i] = \max(d[j-1] + A_{j+1} + A_{j+2} + \dots + A_i) \ (i-K \leq j \leq i)$ 입니다.
- $K \leq N$ 이므로 이 점화식의 시간 복잡도는 $O(N^3)$ 입니다.

BOJ 5977 Mowing the Lawn

- 누적 합을 이용하면 A 의 부분배열의 합을 $O(1)$ 에 구할 수 있습니다.
- $\text{sum}[i] = A_1 + A_2 + \dots + A_i$ 로 정의합시다.
- $d[i] = \max(d[j-1] + \text{sum}[i] - \text{sum}[j])$ ($i-K \leq j \leq i$) 입니다.
- 이 점화식의 시간 복잡도는 $O(N^2)$ 입니다.
- $N \leq 200\,000$ 이므로 시간 복잡도를 더 줄여야 합니다.

BOJ 5977 Mowing the Lawn

- max 함수에서 $\text{sum}[i]$ 는 밖으로 빼도 좋습니다.
- 따라서 $d[i] - \text{sum}[i] = \max(d[j-1] - \text{sum}[j])$ ($i-K \leq j \leq i$) 입니다.
- 이제 최근 $K+1$ 개의 $d[j-1] - \text{sum}[j]$ 값 중 최댓값을 관리해 주는 것으로 문제를 해결할 수 있습니다.

BOJ 5977 Mowing the Lawn

- 만약 $a < b$ 이고 $d[a-1]-\text{sum}[a] < d[b-1]-\text{sum}[b]$ 라면 b 가 범위에 포함되는 한 a 가 최댓값이 될 수 없으며, b 보다 a 가 먼저 최근 $K+1$ 개의 인덱스에서 제외되게 되므로 더 이상 a 를 관리할 필요가 없습니다.

BOJ 5977 Mowing the Lawn

- 덱을 이용해 최근 $K+1$ 개의 $d[j-1]-sum[j]$ 와 j 값을 $d[j-1]-sum[j]$ 기준 내림차순 정렬된 상태로 유지되도록 관리해 줍시다.
- 만약 삽입할 값이 맨 뒤의 값보다 크다면 그 값을 빼 버림으로써 덱을 내림차순으로 유지해 줄 수 있습니다.
- 맨 앞에 있는 값이 최근 $K+1$ 개에서 벗어났다면 그 수를 빼 버립니다.
- 이 방법으로 $d[N]$ 까지 계산하는 동안 덱에서의 삽입 삭제는 $O(N)$ 번 일어나며, $d[i]$ 는 $O(1)$ 에 계산 가능하므로 총 시간복잡도는 $O(N)$ 입니다.