BOJ 27876
제곱수 덱 1

#mst

난이도 – Platinum IV

sorohue@sasa.hs.kr

BOJ 27876 제곱수 덱 1

- 문제 상황을 잘 해석하면 MST를 구하는 문제임을 알 수 있습니다.
- 각 수를 정점으로, 합쳐서 제곱수가 되는 정점을 간선으로 잇습니다.
- 이때 각 간선의 가중치는 양 끝 정점의 수의 차가 됩니다.

- 물론 실제로 그래프를 모델링해서 해결하려 하면 메모리 초과를 받습니다.

BOJ 27876 **제곱수 덱 1**

- 자명하게 N = 1일 때 답은 1입니다.
- N = 2일 때부터 N = 13일 때까지는 그래프가 연결 그래프가 아닙니다.
  따라서 해가 없습니다.
- N = 14일 때부터는 해가 **항상** 존재합니다. 왜 그럴까요?

BOJ 27876 **제곱수 덱 1**

- MST의 존재 여부는 1부터 N까지의 정점이 연결 그래프를 이루고 있는지 판별해 알 수 있습니다.
- N = 14일 때는 연결 그래프를 이룹니다. 직접 확인해 보아도 좋습니다.

- N = K일 때 연결 그래프를 이룬다면, N = K+1일 때도 연결 그래프를 이룸을 귀납적으로 보이면 됩니다.

BOJ 27876 제곱수 덱 1

- $N = K+1$일 때도 연결 그래프가 되기 위해서는 1부터 K까지의 수 중 하나라도 K+1과 더했을 때 제곱수가 되어야 합니다.
- 즉 K+2부터 2K+1 사이에 하나 이상의 제곱수가 존재함을 보여야 합니다.
- 두 제곱수 X^2과 $(X+1)^2$ 의 차는 $2X+1$입니다. 따라서, K+2에서 2K+1의 K개 수 사이에 제곱수가 없기 위해서는 K+2보다 $(K/2)^2$ 가 더 작아야 합니다.
- 부등식을 풀면 제곱수가 없을 수도 있는 K의 범위가 0 초과 4 미만입니다.
- 따라서 $N \geq 14$일 때는 항상 연결 그래프가 됩니다.

BOJ 27876 **제곱수 덱 1**

- MST를 구성하는 방법을 생각해 봅시다. 작은 수부터 순서대로 그래프에 연결한다고 생각하면 새로 추가한 수와 이어야 하는 것은 현재까지 추가한 수들 중 이을 수 있는 가장 큰 수가 되겠습니다.
- 따라서 1부터 K까지의 수 중 K+1과 더해서 제곱수가 되는 가장 큰 수를 찾으면 문제를 해결할 수 있습니다.

BOJ 27876 **제곱수 덱 1**

- 만들 수 있는 가장 큰 수는 2K+1이므로,
  실제로 만들 수 있는 가장 큰 제곱수는 $[\mathrm{sqrt}(2K+1)]^2$ 이 됩니다.
- 이 값은 아까 보인 바에 의해 K+1 이상이어야 합니다.

- 따라서 항상 $[\mathrm{sqrt}(2K+1)]^2$를 만드는 것이 최선입니다.
  최종 시간 복잡도는 O(N) 입니다.