#combinatorics

난이도 - Diamond V

- 토끼 두 마리가 목적지까지 갑니다.
- 이때 두 토끼의 경로가 중간에 만나서는 안 됩니다.

• 두 토끼의 속도가 같으므로, 두 토끼의 X좌표나 Y좌표가 같다면 항상 나머지 한 좌표 역시 같게 됩니다.

- 토끼가 출발할 때 갈 수 있는 칸이 (1, 2)와 (2, 1) 뿐입니다. 따라서 두 토끼는 각각 둘 중 한 쪽으로 이동해야 합니다.
- 토순이가 오른쪽으로 가는 것으로 고정합시다.
- 집에 들어가기 직전에 두 토끼는 각각 집의 왼쪽과 위쪽에 위치해야 합니다.
 두 토끼가 중간에 만나지 않았다면 항상 토순이가 집 위쪽에 위치합니다.
- 이제 첫 이동과 마지막 이동을 제외한 나머지 이동을 생각해 봅시다.

- 처음 출발했을 때 토준이는 아래로 한 번,
 토순이는 아래로 0번 이동한 상태입니다.
- 집에 도달할 때까지, 토준이가 아래로 이동한 횟수는 항상 토순이가 아래로 이동한 횟수보다 많아야 합니다.

- 토순이와 토준이의 움직임을 다음과 같이 나눌 수 있습니다.
 - ① 토순이는 오른쪽으로, 토준이는 아래로 이동
 - ② 토순이는 아래로, 토준이는 오른쪽으로 이동
 - ③ 둘 다 오른쪽으로 이동
 - ④ 둘 다 아래쪽으로 이동

- 이때 ②번 이동이 ①번 이동보다 많으면 토순이와 토준이가 만납니다.
- 또한 집에 들어가기 직전에 Y좌표값 차이가 처음 상태와 동일해야 하므로,
 총 ①번 이동과 ②번 이동의 횟수는 동일해야 합니다.

 두 조건은 정확히 올바른 괄호 문자열과 일치하며, 따라서 카탈란 수를 이용해 계산할 수 있습니다.

- ①번 이동이 K(0 ≤ K ≤ N ≤ M)번 포함되는 경로의 수를 구해 봅시다.
- 이는 길이가 2K인 올바른 괄호 문자열에 (M-1-K)개의 ④번 이동과 (N-1-K)개의 ③번 이동을 끼워 넣는 경우의 수와 같습니다.
- 이는 중복조합을 이용해 쉽게 구할 수 있습니다.

• 이를 모든 가능한 K에 대해 구해 더하면 답을 얻을 수 있습니다.