

BOJ 6171 땅따먹기

#dp #cht

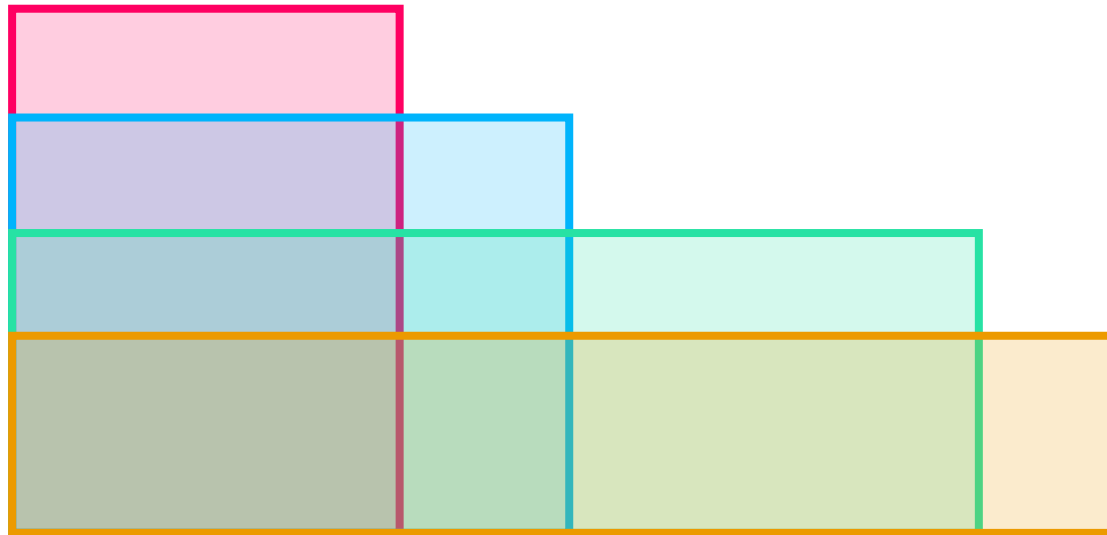
난이도 – Diamond V

BOJ 6171 땅따먹기

- 땅을 세트로 묶어 살 수 있습니다. 이때 가격은 모든 땅을 포함할 수 있는 가장 작은 직사각형의 넓이입니다.
- 모든 땅을 사기 위해 필요한 금액의 최솟값을 구해야 합니다.
- 땅을 사는 순서는 마음대로 해도 좋습니다.

BOJ 6171 땅따먹기

- 일단 어떤 땅보다 가로 세로 길이가 모두 크거나 같은 땅이 있다면 두 땅을 세트로 사는 것이 항상 이득입니다.
- 그런 땅을 모두 제외하고 나고서 남은 땅은 아래와 같은 꼴이 됩니다.



BOJ 6171 땡따먹기

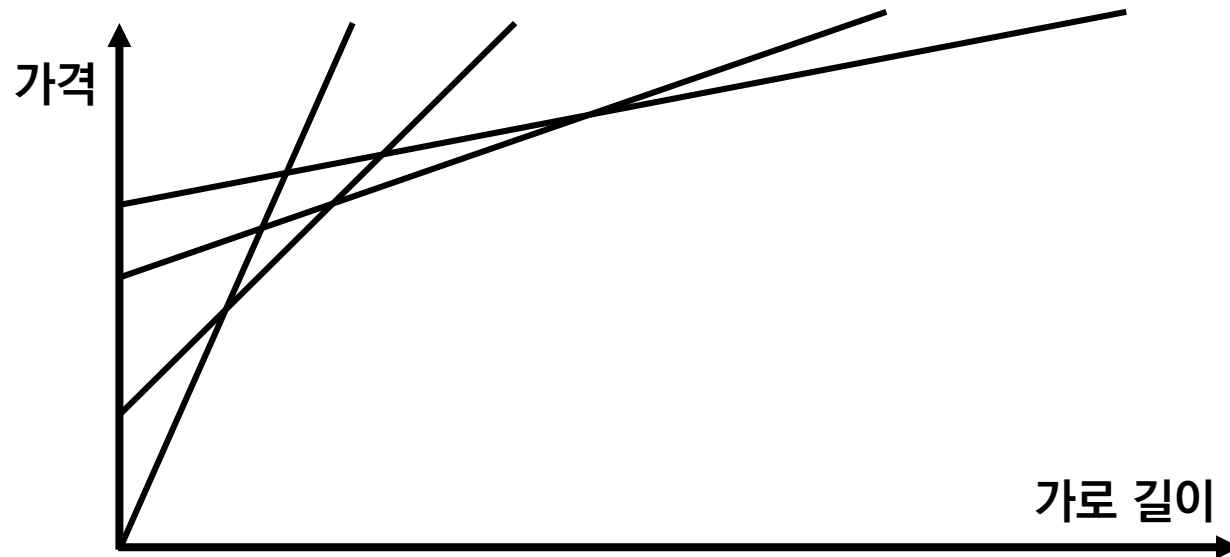
- 땅의 가로 길이가 길 수록 세로 길이가 짧습니다.
- 즉 가로 길이를 기준으로 땅을 정렬하면
가로 길이는 단조 증가하고, 세로 길이는 단조 감소합니다.

BOJ 6171 땀따먹기

- 이제 이 문제를 풀기 위한 Naïve DP를 생각해 봅시다.
- $D[i]$ = i 번째 땀까지를 사기 위해 필요한 금액의 최솟값으로 두면
 - $D[0] = 0$
 - $D[i] = \min(D[j-1] + W[i] \times H[j]) \quad (1 \leq j \leq i)$
- 이 DP의 시간 복잡도는 $O(N^2)$ 입니다. $N \leq 500000$ 이므로 TLE입니다.

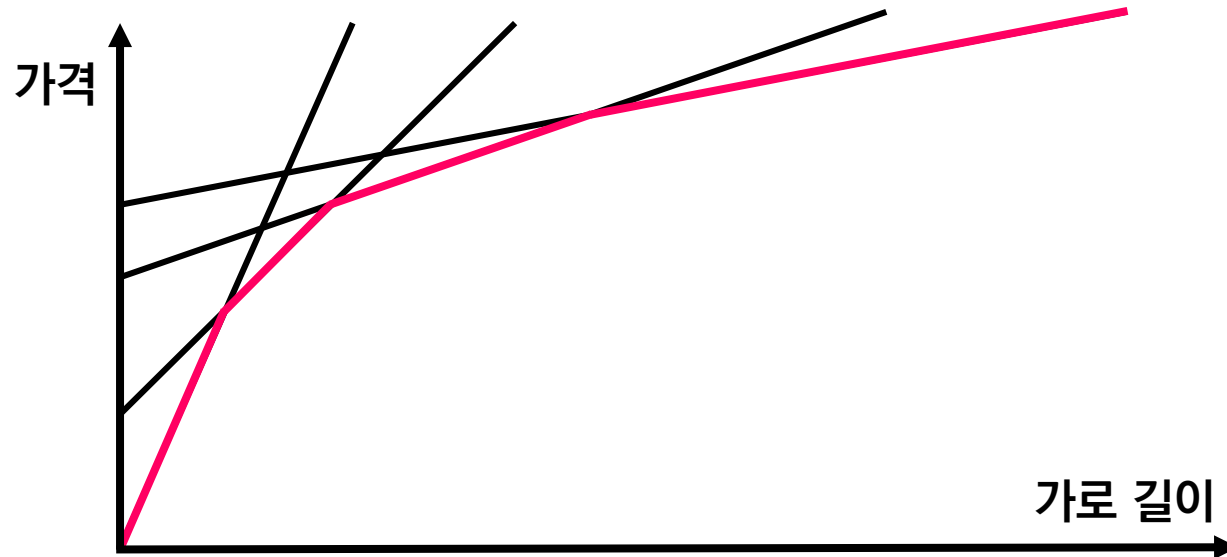
BOJ 6171 땅따먹기

- $D[j-1] + W[i] \times H[j]$ 는 잘 보면 $W[i]$ 에 대한 일차식입니다.
- $H[j]$ 는 단조 감소하고 $D[j-1]$ 이 단조 증가하기 때문에,
이 식들을 그래프로 나타내 보면 다음과 같은 모양이 됩니다.



BOJ 6171 땅따먹기

- 우리는 이 그래프에서 $W[i]$ 에서 가격의 최솟값을 구하고, 구한 DP 값을 바탕으로 새 직선을 추가하는 것을 반복할 겁니다.



BOJ 6171 땡따먹기

- 이는 Convex Hull Trick (CHT)라고 불리는 테크닉이며, 이를 이용하면 해당 DP를 $O(N)$ 에 구할 수 있습니다.