

BOJ 25399

라그랑주님 수학에는 뽀렘도 있어요

#constructive #number_theory

난이도 - Platinum V

sorohue@sasa.hs.kr

BOJ 25399 라그랑주님 수학에는 뽀렘도 있어요

- 서로 다른 양의 제곱수의 합 또는 차로 주어진 수를 만들어야 합니다.
- 이때 최대한 사용되는 제곱수의 개수를 줄여야 합니다.
- 주어지는 수를 음이 아닌 정수로 고정합니다.
음수가 주어진 경우는 마지막에 답의 부호를 모두 반전해 주면 됩니다.

BOJ 25399 라그랑주님 수학에는 뽀렘도 있어요

- 제공수가 주어졌다면 필요한 제공수의 개수는 자명하게 1입니다.
- 2개의 제공수를 이용해서 어떤 수를 만들 수 있는 지 생각해 봅시다.

BOJ 25399 라그랑주님 수학에는 뽀렘도 있어요

- 곱셈 공식을 활용합시다. 음이 아닌 두 수 a, b 에 대해
$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$
이므로, $a^2 - (a-1)^2 = 2a+1$ 입니다.
- 3 이상의 모든 홀수는 위의 방법을 이용하면 2개의 제곱수로
항상 만들어낼 수 있음이 보장됩니다.
- 따라서 제곱수인지 아닌 지에 따라 답이 1 또는 2가 됩니다.

BOJ 25399 라그랑주님 수학에는 뽀렘도 있어요

- 같은 방법으로 N 이 4의 배수 역시 최대 2개의 제곱수로 나타낼 수 있습니다.
- N 이 4의 배수가 아닌 짝수라면, 적당히 큰 홀수 제곱수를 잡았을 때 최대 2개의 제곱수로 두 값의 차를 만들어 낼 수 있기 때문에 최대 3개의 제곱수로 나타낼 수 있습니다.

BOJ 25399 라그랑주님 수학에는 뽀렘도 있어요

- N 이 4의 배수가 아닌 짝수 중 2개의 제곱수의 합으로 나타낼 수 있는 경우가 존재합니다.
- $N \leq 10^{12}$ 이므로 두 제곱수 중 하나의 제곱근의 절댓값은 10^6 을 초과하지 않습니다. 따라서 완전탐색을 통해 판단할 수 있습니다.
- 최종 시간복잡도는 $O(\sqrt{N})$ 입니다.