

BOJ 16230

우리는 진실을 잊고 살잖아

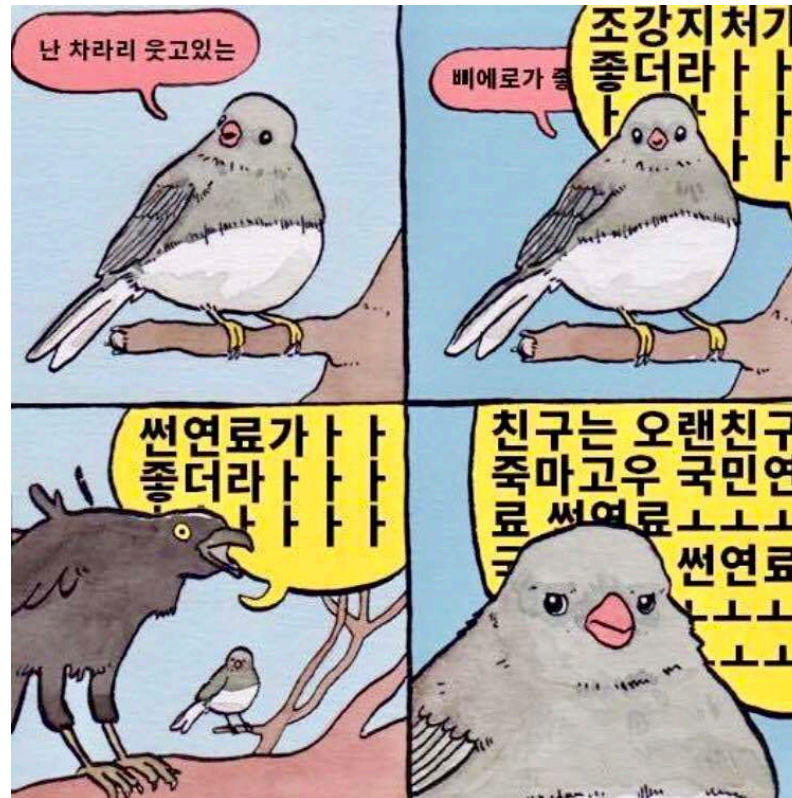
#stoer-wagner

난이도 – Diamond IV

sorohue@sasa.hs.kr

BOJ 16230 우리는 진실을 잊고 살잖아

- 이 문제를 풀기 전에, [13367](#)과 [14060](#)을 먼저 풀어 보세요.



BOJ 16230 우리는 진실을 잊고 있잖아

- 그래프가 연결 그래프인 지 아닌 지를 판단하기 위해 필요한 간선 여부 정보의 수의 최솟값과, 이를 판단할 수 없게 하면서 고를 수 있는 간선 여부 정보 수의 최댓값을 구하면 됩니다.
- 그래프가 실제로 연결 그래프인지에 따라 케이스를 나눠 생각해 봅시다.

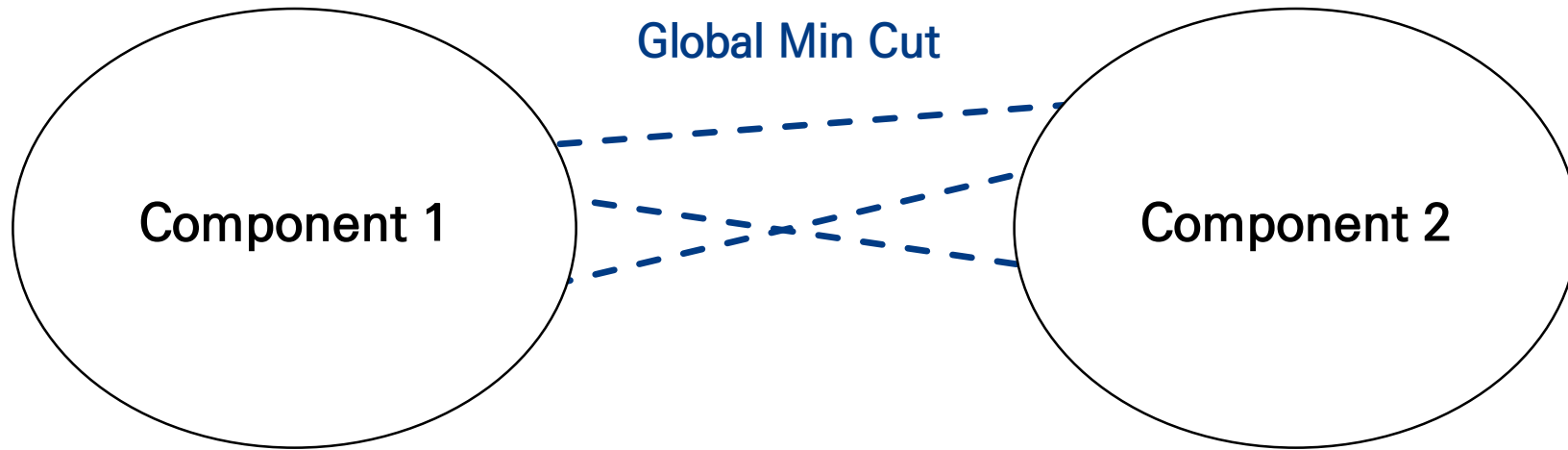
BOJ 16230 우리는 진실을 잊고 있잖아

- 연결 그래프인 경우, 한 정점에서 다른 모든 정점에 도달하는 경로가 존재해야 합니다.
- 가장 간선의 수가 적은 연결 그래프는 트리이며, 이때 간선의 수는 $N-1$ 개 입니다.
- 최선의 경우를 구할 때 간선이 없다는 정보는 필요 없으므로, 최소 $N-1$ 개의 정보로 연결 그래프임을 판단할 수 있습니다.

BOJ 16230 우리는 진실을 잊고 있잖아

- 최악의 경우를 생각해 봅시다.
- 모든 그래프가 연결되지 않도록 하면서 최대한 많은 간선을 이어야 합니다.
- 거꾸로 말하면, 그래프가 둘 이상으로 분리되게 만들기 위해 지워야 하는 간선의 최소 개수를 구해서 빼 주면 됩니다.
- 이는 Global Min Cut이라는 이름으로 알려진 문제입니다.
Stoer-Wagner 알고리즘을 이용하면 $O(V^3)$ 에 해결할 수 있습니다.

BOJ 16230 우리는 진실을 잊고 살잖아



- 최악의 경우 $N \times (N-1) / 2 - \text{MinCut} + 1$ 개의 정보가 필요합니다.

BOJ 16230 우리는 진실을 잊고 살잖아

- 비연결 그래프의 경우, 어떤 정점에서 다른 정점에 절대 도달할 수 없음을 알 수 있어야 합니다.
- 이를 위해서는 어떤 Component에 속한 모든 정점이 나머지 모든 정점들과 연결되어 있지 않다는 것을 알아야 합니다.

BOJ 16230 우리는 진실을 잊고 살잖아

- 최선의 경우는 한 Component에 대한 정보만 주어지는 경우입니다.
- 이때 그 Component의 크기를 S 로 두면 필요한 정보의 수는 $S \times (N-S)$ 개입니다. 이 값은 S 와 $(N-S)$ 의 차가 클 수록 작아집니다.
- 크기가 S 인 Component가 존재하는 경우 크기가 $(N-S)$ 이하인 Component가 존재하는 것과 동치이며, $S > N-S$ 라면 $N-S$ 보다 작은 Component가 존재하는 경우 이를 선택하는 게 유리합니다.
- 따라서 **S 가 최소일 때** 항상 $S \times (N-S)$ 가 최소입니다.

BOJ 16230 우리는 진실을 잊고 살잖아

- 최악의 경우는 정보를 받지 못한 간선들에 의해 Component들이 트리 구조를 이루고 있는 상태가 됩니다.
- (Component의 개수-1) 개의 간선이 있으면 각 Component를 연결할 수 있습니다. 따라서 이를 제외한 모든 간선의 정보를 주고, 마지막으로 해당 간선이 존재하지 않는다는 정보를 주면 됩니다.
- 총 $N \times (N-1) / 2 - (\text{Component의 개수} - 1) + 1$ 개의 정보가 필요합니다.