Traitement d'histogramme

Les exercices à réaliser sont situés dans la base de code que vous récupérez sur Moodle. Lisez bien le readme du dépôt pour comprendre comment l'utiliser. La majorité des fonctions demandées existent déjà dans OpenCV : **le but n'est pas d'utiliser les fonctions d'OpenCV mais de les coder vous même !** Nous utiliserons donc uniquement les conteneurs de base d'OpenCV et les fontions d'entrée/sortie.

Important

Au cours de ce chapitre, vous compléterez le fichier ``tpHistogram.cpp`` que vous devrez pousser sur votre dépôt git avant la prochaine séance (cf. consignes détaillées envoyées par mail).

Notion d'histogramme

L'histogramme d'une image mesure la distribution des niveaux de gris dans l'image. Pour un niveau de gris `x`, l'histogramme permet de connaitre la probabilité de tomber sur un pixel de valeur `x` en tirant un pixel au hasard dans l'image.

Concrètement, l'histogramme d'une image à valeurs entières est construit de la manière suivante: pour chaque niveau de gris `x`, on compte le nombre de pixels ayant la valeur `x`.

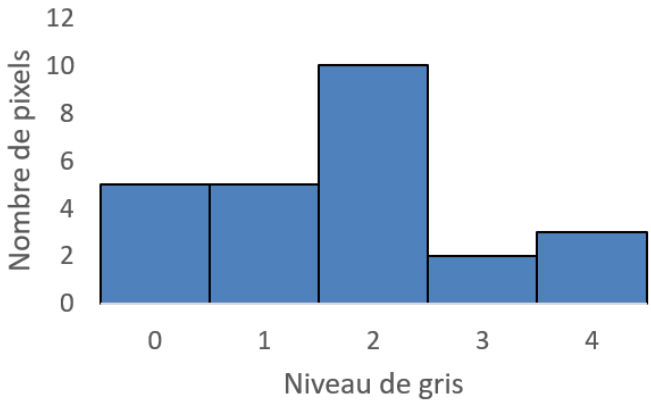
Par exemple, soit l'image de 5 pixels par 5 pixels de côté avec des valeurs comprises entre 0 et 4 :

0	1	2	2	3
0	1	2	2	3
0	1	2	2	4
0	1	2	2	4
0	1	2	2	4

Son histogramme est une fonction qui, à chaque valeur de niveau de gris compris entre 0 et 4, associe le nombre de pixels ayant cette valeur:

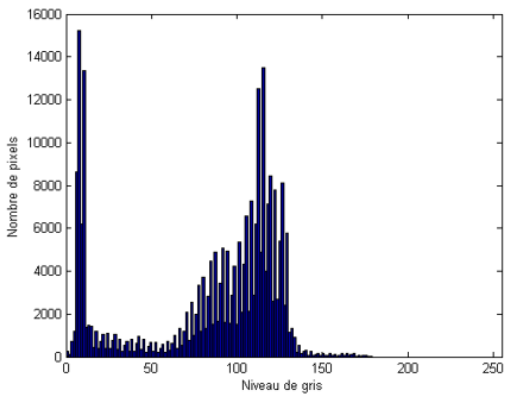
Valeur de niveau de gris	0	1	2	3	4
Nombre de pixels	5	5	10	2	3

Où bien, sous forme de diagramme baton :

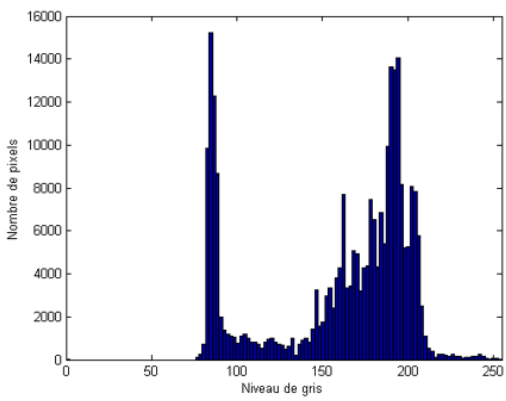


En divisant chaque valeur de l'histogramme par le nombre total de pixels dans l'image on obtient un *histogramme normalisé*. L'histogramme normalisé correspond à une distribution de probabilité empirique (toutes les valeurs sont comprises entre 0 et 1 et la somme des valeurs vaut 1).

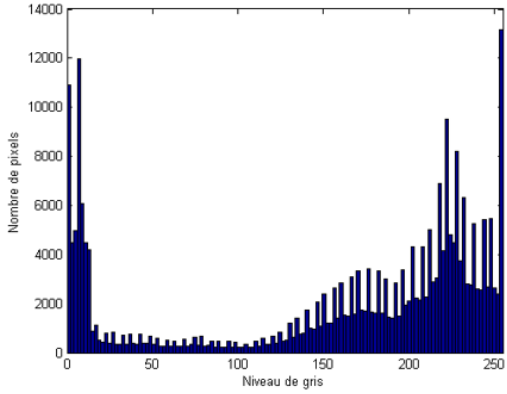
L'histogramme permet d'obtenir rapidement une information générale sur l'apparence de l'image. Une image *visuellement plaisante* aura généralement un histogramme équilibré (proche d'une fonction plate). Par exemple dans l'image ci-dessous, l'histogramme est tassé sur la gauche; l'image est trop sombre :



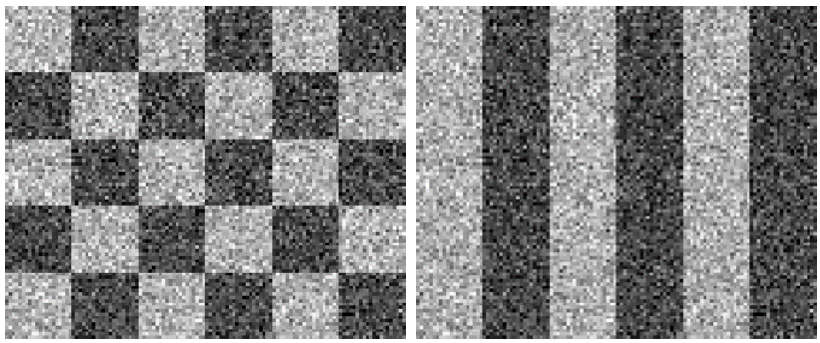
Maintenant, l'histogramme est tassé au centre; l'image est grisatre et manque de contraste :



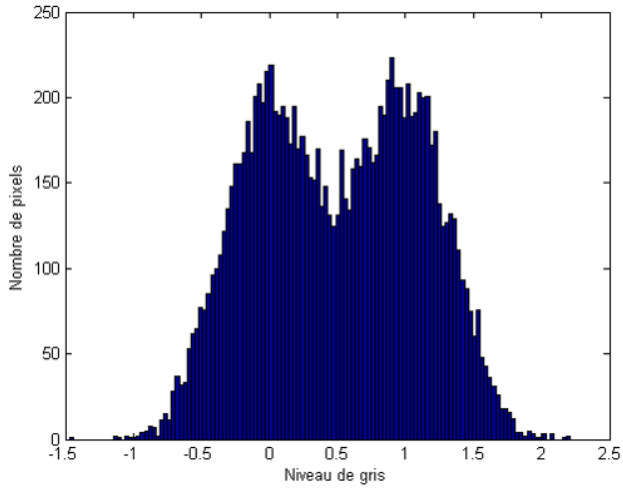
Finalement dans ce dernier exemple, l'histogramme est trop creusé au centre; les noirs sont trop noirs, les blancs trop blancs (on dit que l'image est saturée) :



L'histogramme ne contient aucune information spatiale et des images très différentes peuvent avoir des histogrammes similaires. Par exemple les deux images ci-dessous :



ont le même histogramme:



Formellement, pour une fonction $f : E \to [0..n] \subseteq \mathbb{N}$, l'histogramme de f est une fonction $T_f : [0, n] \to \mathbb{N}$ qui, à chaque niveau de gris v, associe le nombre d'éléments x de E tel que $f(x) = v$:

$$T_f(v) = |\{x \in E \mid f(x) = v\}|$$

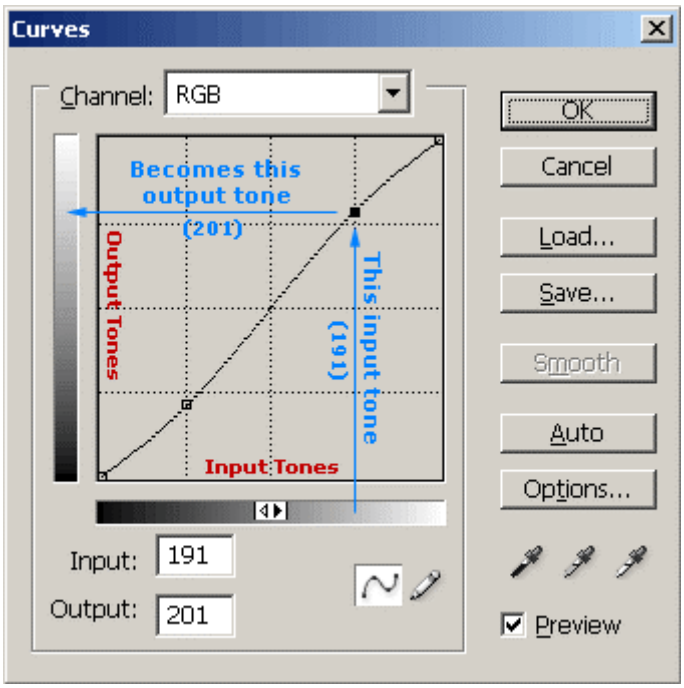
Transformation d'histogramme

En traitement d'image, les *transformations d'histogramme* modifient les images en traitant chaque pixel indépendamment. Ces transformations sont les plus simples, elles apparaissent dans presque tous les processus de traitement et d'analyse d'images : en pré-traitement pour *normaliser* l'image, ou en post-traitement pour améliorer la visualisation.

Etant données une image $f : E \to V$, avec E l'ensemble des pixels et V l'espace des valeurs, et une fonction $t : V \to V$. On définit f_t l'image f transformée par t, comme la composition $t \circ f$, c'est-à-dire :

$$\forall x \in E,\ f_t(x) = t(f(x))$$

Dans les logiciels de traitement d'images type Photoshop ou Gimp, la fonction t est généralement représentée par une courbe de transfert, manipulable à la souris:



La fonction t est représentée par la courbe noire, on a donc sur l'axe du bas les valeurs de niveau de gris avant transformation et la courbe donne la valeur après transformation (axe des ordonnées).

Pour connaitre l'histogramme d'une image après transformation, il suffit d'appliquer la transformation à l'histogramme de l'image d'origine : l'hsitogramme ne contient pas d'information spatial et la transformation d'histogramme n'utilise aucune information spatiale.

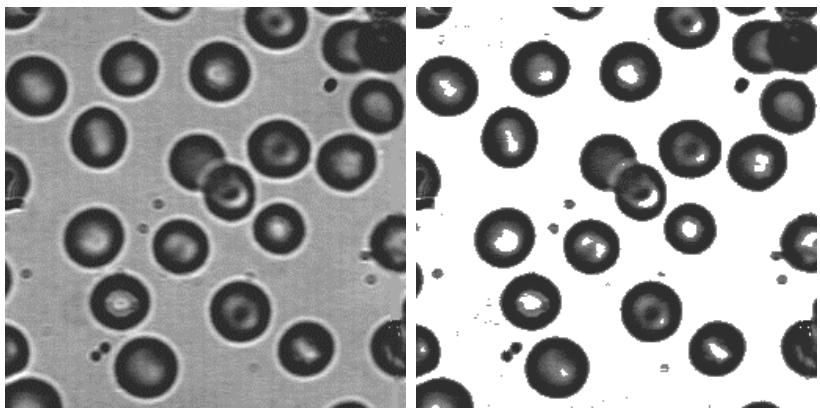
Seuillage

Soit une image $f : E \to V$, la valeur maximale (respectivement minimale) de l'ensemble V est notée V_{max} (respectivement V_{min}). Par exemple dans le cas d'une image codée sur 8 bits non signé, on a $V_{min} = 0$ et $V_{max} = 255$. Un pixel ayant la valeur V_{min} ou V_{max} est dit *saturé* car sa valeur ne peut plus être augmentée (ou diminuée). Le seuillage est une opération qui consiste à saturer les pixels clairs (seuillage haut) ou sombres (seuillage bas) d'une image tout en laissant les autres inchangés.

Contrètement, dans le cas du seuillage haut, on se donne une valeur de seuil t dans V, et la fonction de transformation $sh_t : V \to V$ est définie ainsi :

$$\forall x \in V, sh_t(x) = \begin{cases} x \text{ si } x \leq t \\ V_{max} \text{ sinon.} \end{cases}$$

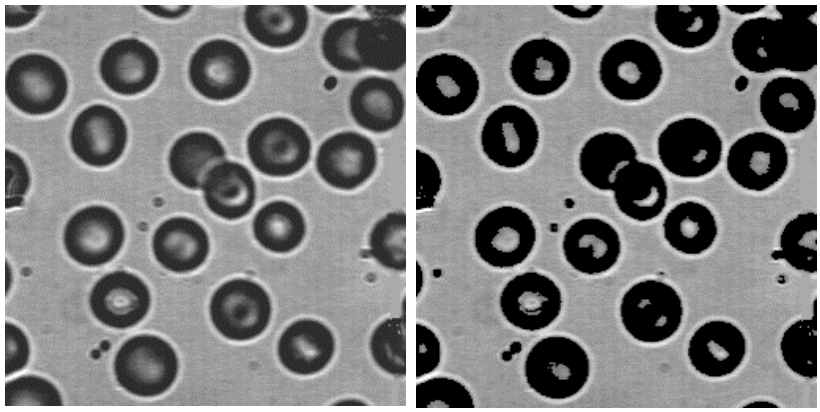
Par exemple, l'image de gauche ci-dessous est une image hématologique sur laquelle ont voit des cellules sanguines. L'image de droite montre un seuil haut réalisé sur cette image : les pixels gris clairs sont maintenant blancs; les pixels plus sombres n'ont pas été modifiés.



Le seuillage bas est défini de manière symmétrique, on se donne une valeur de seuil t dans V, et la fonction de transformation $sb_t : V \to V$ est définie ainsi :

$$\forall x \in V, sb_t(x) = \begin{cases} x \text{ si } x > t \\ V_{min} \text{ sinon.} \end{cases}$$

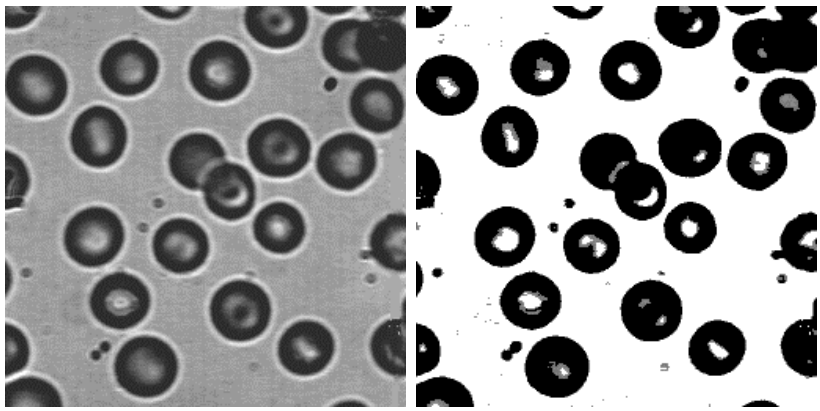
L'exemple ci-dessous montre un exemple de seuil bas : les pixels sombres sont maintenant noirs; les pixels clairs n'ont pas été modifiés.



Finalement, on peut également définir un seuillage combiné, on se donne une valeur de seuil bas tb et une valeur de seuil haut th dans V, et la fonction de transformation $s_t : V \to V$ est définie ainsi :

$$\forall x \in V, sb_t(x) = \begin{cases} V_{min} \text{ si } x \leq tb \\ x \text{ si } tb < x \leq th \\ V_{max} \text{ sinon.} \end{cases}$$

L'exemple ci-dessous montre un exemple de seuil combiné reprenant les effets des deux exemples ci-dessus.



Le cas particulier d'un seuillage combiné où $tb = th$ produit une image ne contenant que les valeurs V_{min} et V_{max}: on parle *d'image binaire* et la transformation est une *binarisation*.

Exercice 1 : Seuillage combiné

Complétez la fonction `threshold` du fichier `tpHistogram.cpp` qui réalise un seuillage combiné de l'image d'entrée.

Pensez à valider votre programme avec la commande `./test -P threshold -S` pour effectuer un test unitaire sur votre programme.

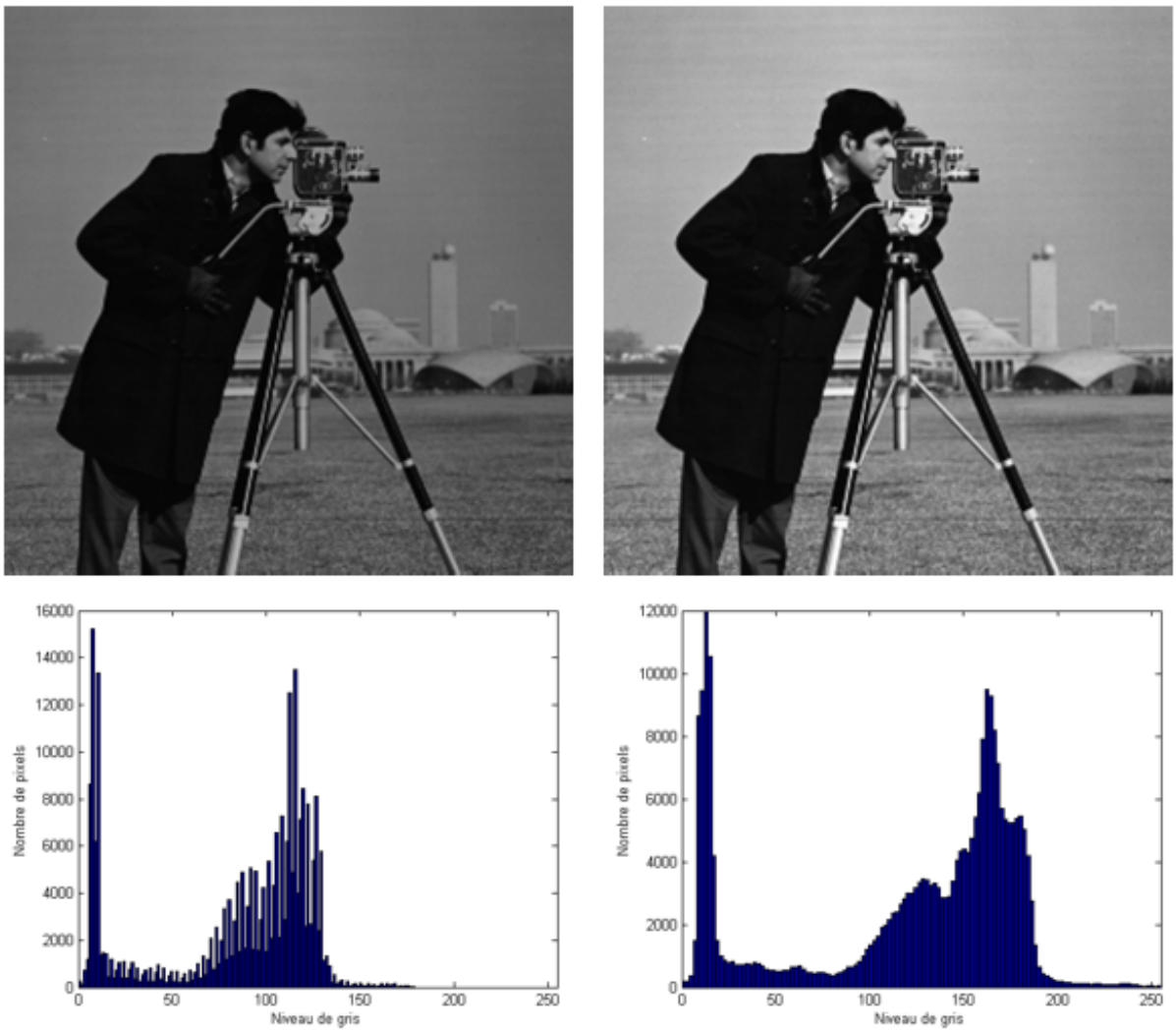
Normalisation d'histogramme

Normaliser l'histogramme d'une image f consiste à appliquer une transformation d'histogramme à l'image afin d'étendre la plage de valeur de f à l'ensemble des valeurs disponibles. Concrètement, si l'on note f_{min} et f_{max} la valeur minimale et la valeur maximale de l'image, on souhaite trouver une transformation $norm$ telle que $norm(f_{min}) = V_{min}$ (V_{min} étant la valeur minimale que l'on souhaite atteindre) et $norm(f_{max}) = V_{max}$ (V_{max} étant la valeur maximale que l'on souhaite atteindre). Cela n'est pas suffisant pour déterminer $norm$, le modèle le plus simple est celui d'une fonction affine, c'est-à-fire une fonction de la forme $ax + b$ qui trace une droite passant par les points de coordonnées (f_{min}, V_{min}) et (f_{max}, V_{max}).

Cela donne :

$$\forall x \in E, norm(x) = (x - f_{min})\frac{V_{max} - V_{min}}{f_{max} - f_{min}} + V_{min}$$

On peut facilement vérifier que $norm(f_{min}) = V_{min}$, $norm(f_{max}) = V_{max}$ et $norm$ est une fonction affine (on peut l'exprimer sous la forme $norm(x) = ax + b$). L'image ci-dessous présente un exemple de normalisation d'image.



A gauche: image non normalisée qui n'atteind pas la valeur maximale possible dans les claires. A droite, image après normalisation : la plage de valeur s'étend sur tout l'intervalle disponible.

Attention

normalisation est un terme utilisé dans de nombreux contextes avec des sens souvent proches mais quand même... différents !

Exercice 2 : Normalisation d'histogramme

Implémentez cette transformation dans la fonction `normalize` du fichier `tpHistogram.cpp`. Pensez à valider votre implémentation avec la commande `test`.

Quantification

Le seuillage combiné permet de réduire le nombre de niveaux de gris à 2 dans une image à partir d'un niveau de seuil. L'opération plus générale qui consiste à réduire le nombre de niveaux de gris à k valeurs $\{0, \dots, k-1\}$ est appelée *quantification*. Le cas le plus simple est celui de la *quantification uniforme*. Dans ce cas, on commence par découper l'intervalle $[V_{min}, V_{max}]$ en k intervalles $\{I_0, \dots, I_{k-1}\}$ de longueurs uniformes. La quantification assigne alors à un pixel de valeur x, le numéro de l'intervalle qui contient x. Finalement, on se remet dans l'intervalle $[V_{min}, V_{max}]$.

Par exemple, pour quantifier une image prenant ses valeurs dans l'intervalle $[0, 1]$ sur 3 valeurs, la transformation à appliquer est:

$$\forall x \in [0,1], q_3(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x < 1/3 \\ 0.5 \text{ si } 1/3 \leq x < 2/3 \\ 1 \text{ sinon.} \end{cases}$$

Image de Lenna à différents de niveau de quantification (nombre de niveau de gris indiqué sous chaque figure).

Exercice 3 : Quantification des niveaux de gris

Déterminez la fonction de transformation correspondant à la quantification uniforme sur k niveaux. Implémentez cette transformation dans la fonction `quantize` du fichier `tpHistogram.cpp`. Pensez à valider votre implémentation avec la commande `test`.

Egalisation d'histogramme

L'opération de normalisation d'histogramme permet d'étendre la plage de valeurs d'une image en étalant de manière uniforme les niveaux de gris de l'image sur tout l'intervalle de valeurs disponibles. Afin d'améliorer la qualité visuelle de l'image on peut chercher une transformation plus complexe (non uniforme) en partant du principe qu'une image avec un histogramme plat est généralement agréable. Concrètement, au lieu de chercher une transformation affine, on cherche une transformation croissante (on veut préserver l'ordre des niveaux des gris) telle que l'histogramme de l'image transformée soit le plus proche possible d'une distribution uniforme.

Afin de définir cette transformation, nous avons besoin de la notion *d'histogramme cumulé* qui mesure la distribution cumulée des niveaux de gris dans une image. Pour un niveau de gris x, l'histogramme cumulé permet de connaitre la probabilité de tomber sur un pixel de valeur inférieure ou égale à x en tirant un pixel au hasard dans l'image.

L'histogramme cumulé d'une image $f : E \to [0..n] \subset \mathbb{N}$, noté C_f est finalement donné par :

$$\forall v \in [0, n], C_f(v) = |\{p \in E | f(p) \leq v\}|$$
$$= \sum_{i=0}^{v} T_f(v)$$

L'histogramme cumulé se calcule donc simplement à partir de l'histogramme.

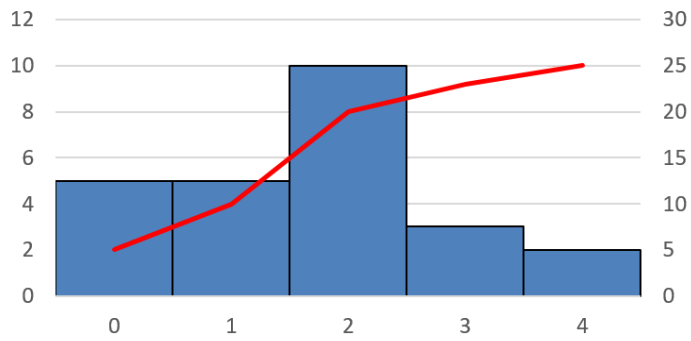
Par exemple, soit l'image de 5 pixels par 5 pixels de côté avec des valeurs comprises entre 0 et 4:

0	1	2	2	3
0	1	2	2	3
0	1	2	2	4
0	1	2	2	4
0	1	2	2	4

On obtient l'histogramme et l'histogramme cumulé :

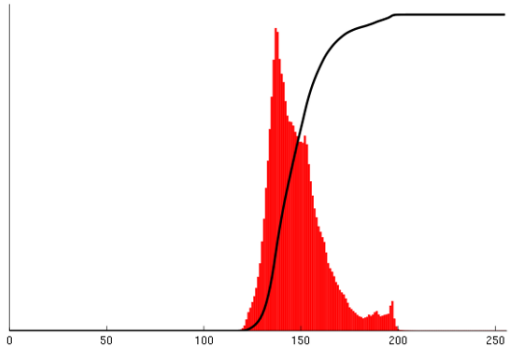
Valeur de niveau de gris	0	1	2	3	4
Nombre de pixels	5	5	10	2	3
Histogramme cumulé	5	10	20	22	25

Où bien sous forme d'une courbe (avec l'histogramme en baton):



L'histogramme cumulé est une courbe croissante dont la valeur maximale est égale au nombre de pixel dans l'image.

Dans l'exemple ci-dessous, l'histogramme cumulé comprend 2 phases presques plates (valeurs sombres et claires) et augmente brutalement dans les valeurs intermédaires : cette image est mal équilibrée.

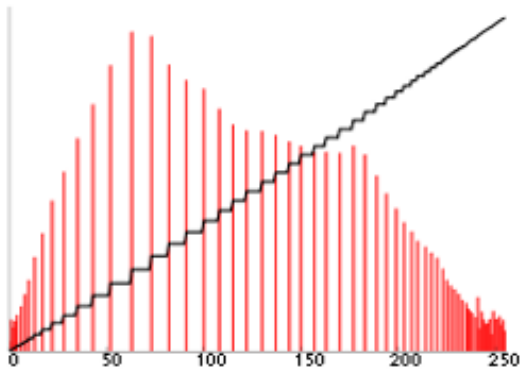


On peut remarquer que, en notant N le nombre de pixel dans une image f, pour une valeur de niveau de gris v, $C_f(v)/N$ est la proportion de pixels ayant une valeur inférieure ou égale à v dans l'image. Dans une image visuellement *agréable*, l'histogramme cumulé est proche de la diagonale, dans ce cas on devrait avoir $v/n = C_f(v)/N$: la proportion du niveau de gris v par rapport au niveau de gris maximal n est égale à la proportion de pixels ayant une valeur inférieure ou égale à v par rapport au nombre total de pixel.

En combinant cette observation avec le fait de vouloir obtenir une valeur minimale égale à V_{min} et une valeur maximale égale à V_{max}, on obtient la formule *d'égalisation d'histogramme*:

$$\forall v \in [0..n], eg(v) = \frac{V_{max} - V_{min}}{N} C_f(v) + V_{min}$$

Appliquée à l'image précédente, on obtient le résultat suivant:



On peut observer que l'histogramme est bien étalé sur toute la plage de valeurs. L'histogramme cumulé est proche de la diagonale. Les niveaux de gris comprenant peu de valeurs sont tassés (visible sur les extrémités de l'histogramme), alors que les niveaux de gris comprenant beaucoup de pixels sont étalés (milieu de l'histogramme).

Exercice 4 : Egalisation d'histogramme

Implémentez cette transformation dans la fonction `equalize` du fichier `tpHistogram.cpp`. Pensez à valider votre implémentation avec la commande `test`.

Seuillage automatique

L'objectif de ce dernier exercice est de réutiliser les éléments acquis dans les exercices précédents pour comprendre et implémenter une transformation décrite dans un autre contexte.

La binarisation au moyen du seuillage combiné prend en paramètre un niveau de seuillage t. Il existe différentes stratégie afin de déterminer un niveau de seuil automatiquement et ainsi avoir une fonction de seuillage sans paramètre.

La méthode d'Otsu fait partie des méthodes les plus connues pour cela. Elle est basée sur une approche *classification* : on considère que seuiller l'image à un niveau t revient à classifier les pixels de l'image en 2 classes *blanc* et *noir*. On peut alors mesurer la qualité d'un niveau de seuillage par la qualité de la classification qu'il génère. Seuiller l'image de manière automatique revient alors à trouver le niveau de seuil qui génère la meilleure classification des pixels.

Exercice 5 : Seuillage par histogramme et méthode d'Otsu

Implémentez la méthode d'Otsu dans la fonction `thresholdOtsu` du fichier `tpHistogram.cpp`. Cette méthode est décrite sur de nombreux sites Web : documentation OpenCV, page Wikipedia…