Morphologie Mathématique

Les exercices à réaliser sont situés dans la base de code que vous récupérez en vous inscrivant sur le lien GitHub classroom reçu par mail [1]. Lisez bien le readme du dépôt pour comprendre comment l'utiliser. La majorité des fonctions demandées existent déjà dans OpenCV : **le but n'est pas d'utiliser les fonctions d'OpenCV mais de les coder vous même !** Nous utiliserons donc uniquement les conteneurs de base d'OpenCV et les fontions d'entrée/sortie.

Important

Au cours de ce chapitre, vous compléterez le fichier ``tpMorphology.cpp`` que vous devrez pousser sur votre dépôt git avant la prochaine séance (cf. consignes détaillées envoyées par mail).

Erosion et dilatation

L'érosion et la dilatation sont deux opérations opposées de la morphologie mathématique. Alors que les filtres vus jusqu'à présent se concentrent sur la modification de niveaux de gris des pixels, la morphologie mathématique cherche à modifier la forme des objets. Ainsi, le rôle d'une érosion est de réduire la taille des objets dans une image alors que la dilatation va chercher à les agrandir.

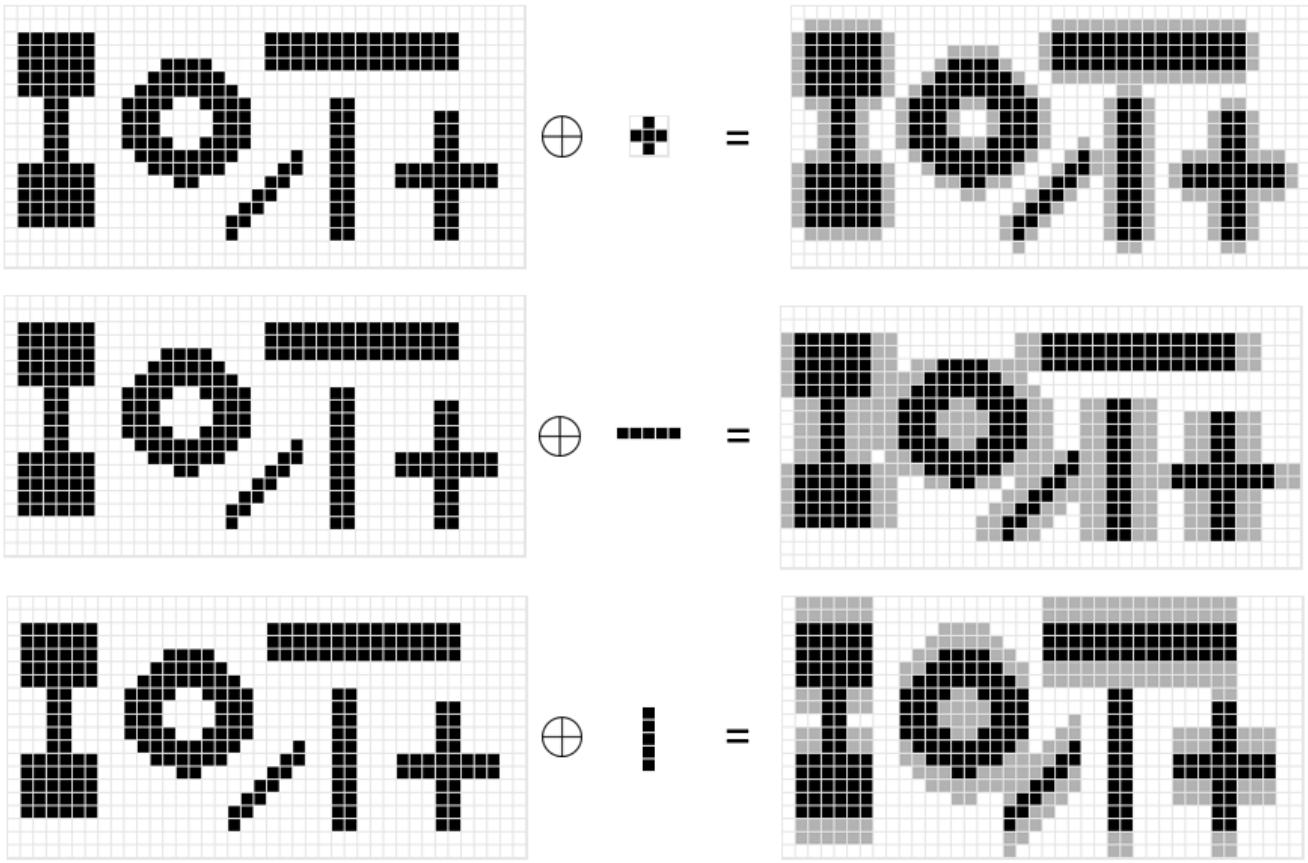
Dilatation

L'opération de dilatation utilise la notion *d'élément structurant* qui généralise le concept de fenêtre glissante. L'idée est que, pour pouvoir étudier la forme des objets, il faut pouvoir considérer des fenêtres glissantes avec des formes plus complexe qu'un carré : par exemple des segments, des cercles, des triangles. Dans la pratique, un élément structurant sera simplement une image binaire qui contient la forme d'intérêt.

La dilatation d'une image à niveaux de gris $f : \mathbb{Z}^2 \to \mathbb{R}$ par une image binaire $SE \subseteq \mathbb{Z}^2$ (l'élément structurant) est notée $f \oplus SE$ ou $\delta_{SE}(f)$. Après dilatation, la nouvelle valeur d'un pixel est donnée par la valeur maximale des pixels sous l'élément structurant :

$$\forall x, (f \oplus SE)(x) = \delta_{SE}(f)(x) = \max_{p \in SE} f(x+p)$$

Comparé au filtre médian : la fenêtre n'est plus carré et on prend l'élément $\max$ au lieu du médian. Afin de bien visualiser le résultat de cette opération, il est plus simple de se limiter aux images binaires dans un premier temps :



Exemple de dilatations sur des images binaires. Sur la colonne de gauche, on voit l'image originale binaire : les pixels noirs sont considérés comme faisant partis de l'image. Sur la colonne du milieu, on voit les 3 éléments structurants : 1 croix, 1 segment horizontal et 1 segment vertical. La colonne de droite montre le résultat de la dilatation de l'image par l'élément structurant : le résultat est une image binaire où les pixels noirs et gris font partis de l'image (les pixels gris ont étés ajoutés à l'image de gauche par la dilatation). On voit que la dilatation agrandit les objets présents dans l'image et que la direction et la taille de cet agrandissement dépendent de la forme de l'élément structurant.

Dans le cas des images à niveau de gris, on voit que la dilatation tend à agradandir les zones claires selon la forme de l'élément structurant :

Dilatation de l'image camera par un élément structurant circulaire, horizontal et vertical (de gauche à droite).

Exercice 1 : Dilatation

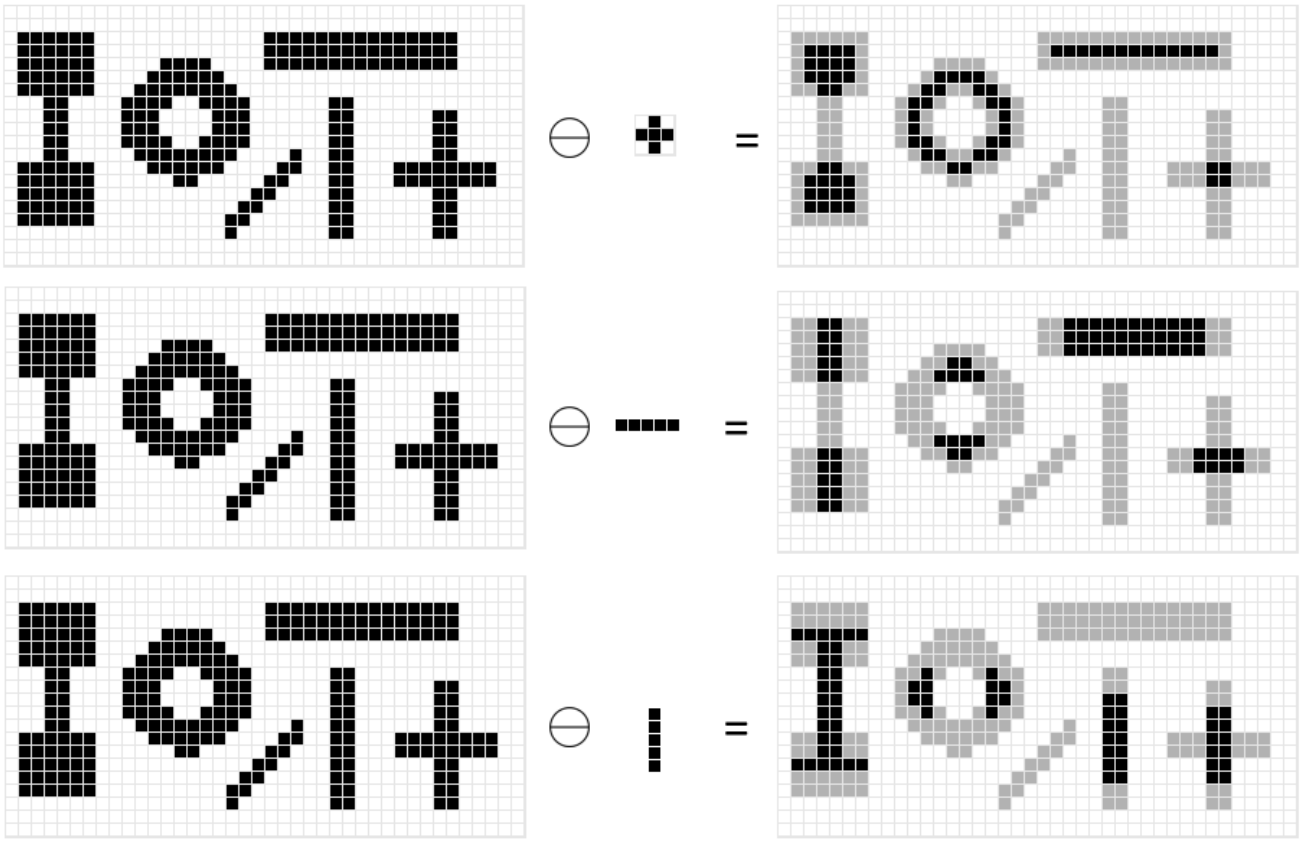
Implémentez la dilatation dans la fonction `dilation` du fichier `tpMorphology.cpp`. Pensez à valider votre implémantion avec la commande `test`.

Erosion

L'érosion est obtenue de manière similaire à la dilatation en remplaçant $\max$ par $\min$. Soient une image à niveau de gris $f : \mathbb{Z}^2 \to \mathbb{R}$ et une image binaire $SE \subseteq \mathbb{Z}^2$ (l'élément structurant), l'érosion de f par SE est notée $f \ominus SE$ ou $\epsilon_{SE}(f)$ et est définie par :

$$\forall x, (f \oplus SE)(x) = \epsilon_{SE}(f)(x) = \min_{p \in SE} f(x + p)$$

Comme pour la dilatation, afin de bien visualiser le résultat de cette opération, il est plus simple de se limiter aux images binaires dans un premier temps :



Exemple d'érosions sur des images binaires. Sur la colonne de gauche, on voit l'image originale binaire : les pixels noirs sont considérés comme faisant partis de l'image. Sur la colonne du milieu, on voit les 3 éléments structurants : 1 croix, 1 segment horizontal et 1 segment vertical. La colonne de droite montre le résultat de la dilatation de l'image par l'élément structurant : le résultat est une image binaire où les pixels noirs font partis de l'image (les pixels gris ont étés retirés à l'image de gauche par l'érosion). On voit que l'érosion réduit la taille les objets présents dans l'image et que la direction et la taille de ce rétrécissement dépendent de la forme de l'élément structurant.

Dans le cas des images à niveau de gris, on voit que l'érosion tend à agradandir les zones sombres selon la forme de l'élément structurant :

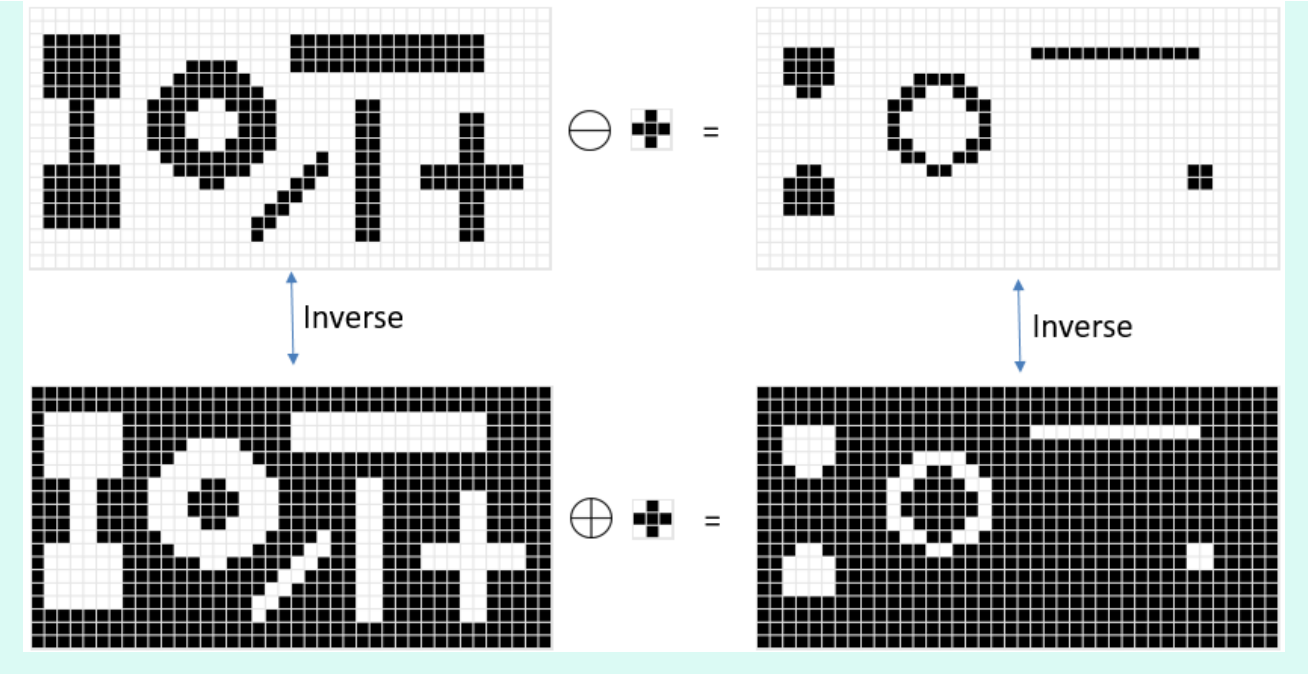
Erosion de l'image camera par un élément structurant circulaire, horizontal et vertical (de gauche à droite).

Important

Erosion et dilatation sont des opérations duales, cela veut dire que, étant donnée une image f et un élément structurant SE :

- dilater l'inverse d'une image est la même chose que prendre l'inverse de l'érosion de cette image : $\delta_{SE}(f) = -\epsilon_{SE}(-f,)$
- eroder l'inverse d'une image est la même chose que prendre l'inverse de la dilation de cette image : $\epsilon_{SE}(f) = -\delta_{SE}(-f)$

Cette situation est illustrée dans l'exemple ci-dessous :



Exercice 2 : Erosion

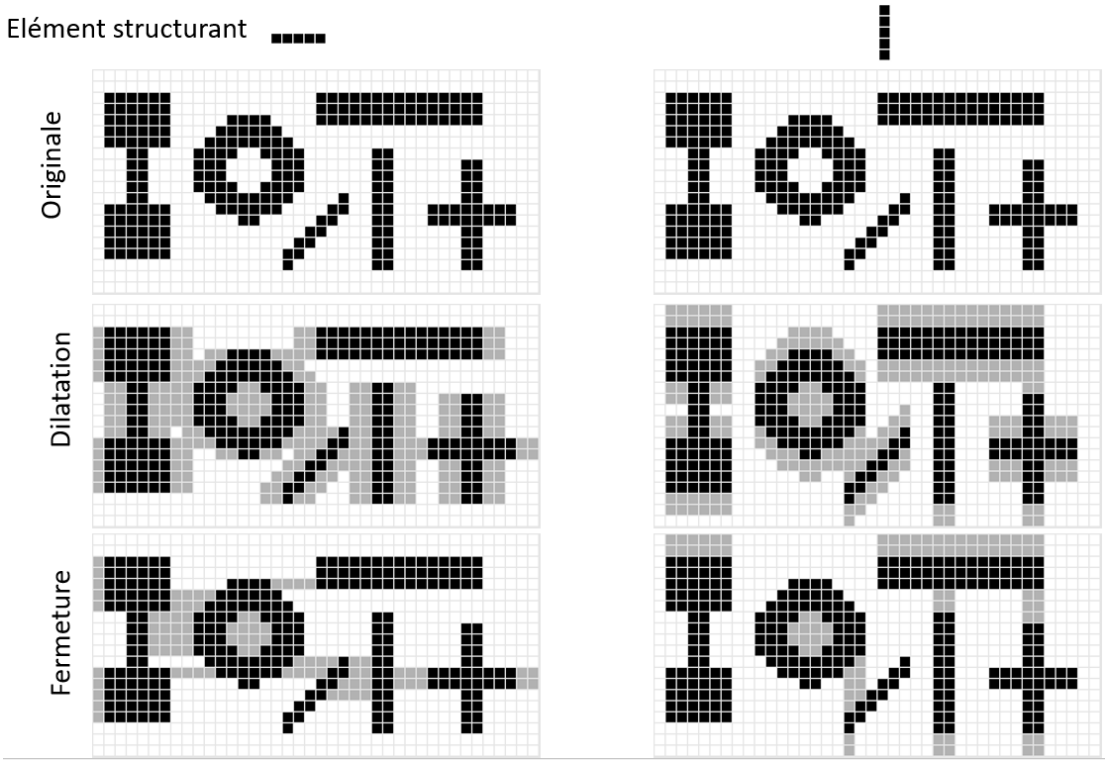
Implémentez l'érosion dans la fonction `erode` du fichier `tpMorphology.cpp`. Pensez à valider votre implémantion avec la commande `test`.

Vous pouvez réutiliser la fonction `dilate` grâce à la dualité entre érosion et dilatation.

Ouverture et fermeture

La composition des opérations de dilatation et d'érosion permet de produire de nouveaux opérateurs. Les deux plus simples sont la *fermeture* et *l'ouverture*.

Pour un élément structurant SE, la *fermeture* γ_{SE} est définie comme une dilatation suivie d'une érosion : $\phi_{SE} = \epsilon_{SE} \circ \delta_{SE}$. Cette opération bouche les *trous* plus petits que l'élément structurant et laisse le reste presque inchangé :

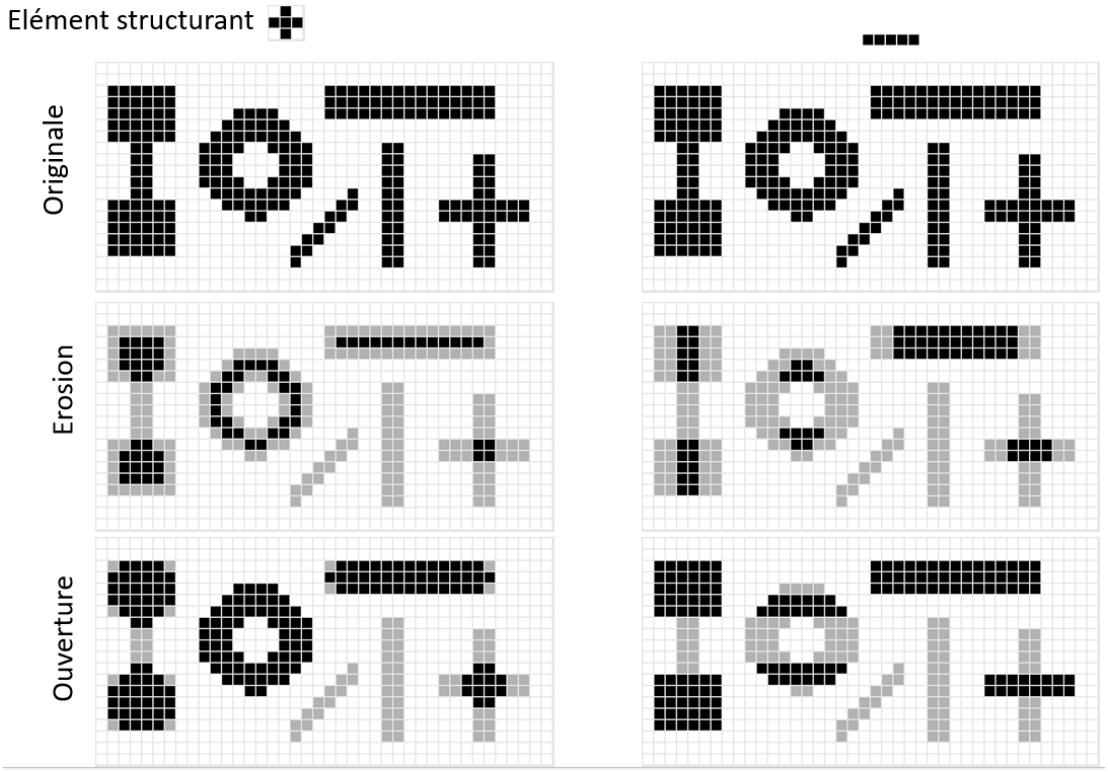


Example de fermetures avec un élément structurant horizontal (colonne de gauche) et vertical (colonne de droite). La première ligne montre l'image de départ. La deuxième ligne montre le résultat de la dilatation. La dernière ligne montre le résultat final de la fermeture (érosion des images de la ligne précédente). L'opération de fermeture a rempli les espaces vides dans lequel il ne pouvait pas tenir entièrement.

Sur une image en niveau de gris, la fermeture va éclaircir les petites zones sombres :

Fermeture sur l'image camera

Pour un élément structurant SE, *l'ouverture* ϕ_{SE} est définie comme une érosion suivie d'une dilatation : $\phi_{SE} = \delta_{SE} \circ \epsilon_{SE}$. Cette opération supprime les éléments plus petits que l'élément structurant et laisse les autres presque inchangés.



Example d'ouvertures avec un élément structurant en croix (colonne de gauche) et horizontal (colonne de droite). La première ligne montre l'image de départ. La deuxième ligne montre le résultat de l'érosion. La dernière ligne montre le résultat final de l'ouverture (dilatation des images de la ligne précédente). L'opération d'ouverture a supprimé les éléments dans lequel il ne pouvait pas tenir entièrement.

Sur une image en niveau de gris, l'ouverture va supprimer les petits éléments clairs:

Ouverture sur l'image camera

Note

Tout comme l'érosion et la dilatation, ouveture et fermeture sont des opérations duales.

L'ouverture et la fermeture sont des opérations *idempotentes* : cela veut dire que l'application répétée d'un de ces opérateurs ne sert à rien : pour tout image f et tout élément structurant SE, on a :

- $\phi_{SE}(\phi_{SE}(f)) = \phi_{SE}(f)$ et
- $\gamma_{SE}(\gamma_{SE}(f)) = \phi_{SE}(f)$.

Exercice 3 : Fermeture

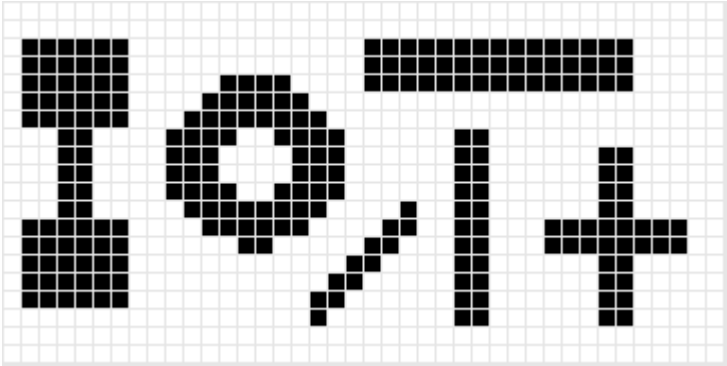
Implémentez la fermeture dans la fonction `close` du fichier `tpMorphology.cpp`. Pensez à valider votre implémantion avec la commande `test`.

Exercice 4 : Ouverture

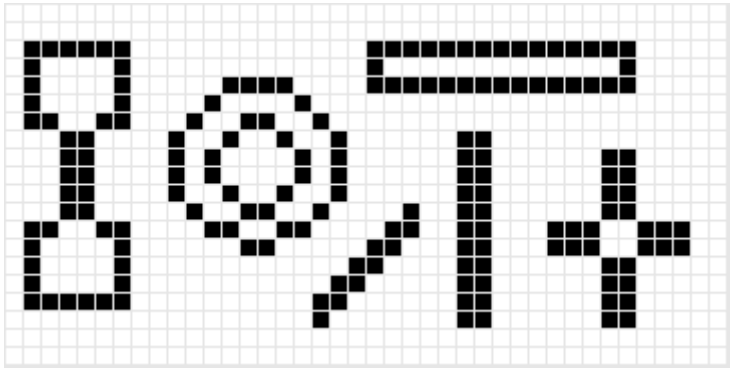
Implémentez l'ouverture dans la fonction `open` du fichier `tpMorphology.cpp`. Pensez à valider votre implémantion avec la commande `test`.

Gradient morphologique

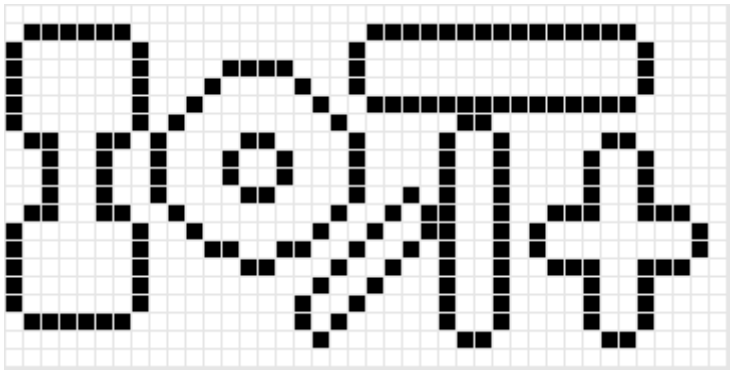
Les opérateurs morphologiques permettent également de construire un *gradient morphologique*, contrepartie morphologique de la notion de gradient *linéiare* vue dans le chapitre sur le convolution. Pour une image f et un élément structurant SE, on va définir un *gradient interne*, un *gradient externe* et un *gradient morphologique*. Les exemples présentés sont basés sur un élément structurant en forme de croix et sur l'image binaire habituelle :



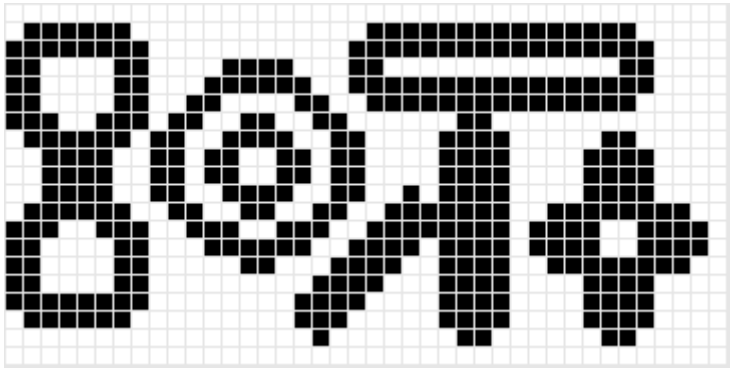
- Le gradient interne est défini par $f - (f \ominus SE)$ la différence entre l'image et son érodé, c'est-à-dire l'ensemble des pixels *retirés* par l'érosion. On obtient le résultat suivant :



- Le gradient externe est défini par $(f \oplus SE) - f$ la différence entre le dilaté et l'image, c'est-à-dire l'ensemble des pixels *ajoutés* par la dilatation. On obtient le résultat suivant :



- Le gradient morphologique est défini par $(f \oplus SE) - (f \ominus SE)$ combinaison des deux approches précédentes.On obtient le résultat suivant :



L'application sur des images à niveaux de gris se fait sans problème :

A gauche : image originale. A droite : gradient morphologique de l'image.

Exercice 5 : Gradient morphologique

Implémentez le gradient morphologique dans la fonction `morphologicalGradient` du fichier `tpMorphology.cpp`. Pensez à valider votre implémantion avec la commande `test`.

1

La base de code est également récupérable ici