

1. مریم در نظر دارد دوستانش شیدا، مهری، کبری، الهام و زهرا را برای شام دعوت کند. شیدا، کبری و زهرا همگی الهام را می‌شناسند. گراف آشنایی آنها از جمله مریم را رسم کنید و با استفاده از آن مشخص کنید که آیا اینها می‌توانند با هم دور یک میز بنشینند به گونه‌ای که هر دو نفری که کنار هم هستند با هم آشنا هستند. مرتبه و اندازه گراف آشنایی این چند نفر چند است؟

2. یک شیمیدان می‌خواهد مواد شیمیایی A، B، C، D، E، F و X را با استفاده از کمترین تعداد ظرف ممکن حمل کند. بعضی از این مواد را به دلیل اینکه با هم واکنش نشان می‌دهند را نمی‌تواند با هم در یک ظرف حمل کند خصوصاً هر کدام از مواد A، B، C و X با هم واکنش نشان می‌دهند. به علاوه A و E هر دو با F و D واکنش نشان می‌دهند. گرافی را که روابط بین این مواد را نشان می‌دهد رسم کنید و از این گراف برای یافتن کمترین تعداد ظرف مورد نیاز برای حمل این مواد شیمیایی استفاده کنید.

3. ثابت کنید در هر گراف که بیشتر از دو راس دارد حداقل دو راس با درجه یکسان وجود دارد.

4. احمد 5 نفر از دوستانش را به مهمانی دعوت کرد بعد از آنکه همه مهمانان رسیدند او از هر کدام از آنها پرسید که چند نفر از افراد مهمانی را می‌شناسند و هر کدام از آن 5 نفر جوابهای متفاوتی دادند. آیا چنین چیزی امکان پذیر است؟

5. دو گراف 3 منظم غیر یکریخت از مرتبه 6 و اندازه 9 بیابید.

6. یک گراف از مرتبه 5 پیدا کنید که با گراف متممش یکریخت باشد.

7. آیا دنباله‌های زیر گرافی هستند. در صورت گرافی بودن گراف متناظر با آنها را رسم کنید.

1. 5, 5, 4, 4, 3, 3, 3, 1, 0, 0

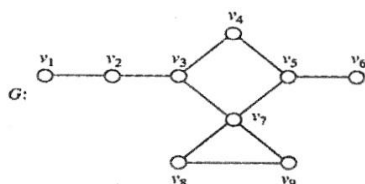
2. 5, 3, 3, 3, 2, 2, 1, 1

8. فرض کنید $x, 8, 7, 6, 6, 5, 4, 3, 3, 1, 1, 1$ دنباله درجه‌های با ترتیب غیرنزولی برای گراف G است. X را تعیین کنید.

9. فرض کنید G گرافی از مرتبه p باشد و فرض کنید کمترین درجه آن δ در رابطه $\delta \geq \frac{p-1}{2}$ صدق می‌کند. ثابت کنید G همبند است. همچنین نشان دهید برای هر عدد صحیح زوج p یک گراف همبند G از مرتبه p با کمترین درجه $\frac{p-2}{2}$ وجود دارد.

10. نشان دهید گراف G مسیری به طول δ دارد و اگر $\delta \geq 2$ دوری از طول $\delta + 1$ دارد.

11. تمام رئوس برشی و پلها رد گراف زیر را بیابید.



12. نشان دهید اگر G گراف همبند r -منظم باشد و r عدد زوجی باشد آنگاه G یال برشی ندارد. اگر r فرد باشد آیا باز این حکم برقرار است یا نه؟

13. فرض کنید G یک گراف باشد. گراف $S(G)$ که گراف زیر تقسیم G نامیده می‌شود از روی G به این ترتیب ساخته می‌شود که هر یال $e=uv$ از گراف G با اضافه کردن راس جدید v_e و وصل کردن این راس به دو راس u و v جایگزین می‌شود. نشان دهید که اگر G گراف غیر بدیهی باشد $S(G)$ دوبخشی است.

14. فرض کنید G_i یک گراف از مرتبه p_i و اندازه q_i باشد. اندازه و مرتبه گراف $G_1 \times G_2$ را مشخص کنید.

15. نشان دهید که هر گراف جهتدار قوی از مرتبه $p \geq 2$ شامل یک دور از مرتبه n برای یک $n \geq 2$ است.