# Sammanfattning

Michael Sörsäter

## 1 Fel

Typer av fel:

- $R_X$ fel i resultatet, som härrör från fel i indata
- $R_{XF}$ fel i resultatet, som härrör från fel i de använda funktionsvärdena
- $R_B$ avrundningsfel
- $R_T$ trunkeringsfel

Närmevärde till x: $\bar{x}$

Absolut fel: $\Delta x = \bar{x} - x$

Relativt fel: $\frac{\Delta x}{x}$

### 1.1 Metodoberoende feluppskattning

$|x^* - \bar{x}| \leq \frac{f(\bar{x})}{f'(\bar{x})}$

### 1.2 Feluppskattning för x i Ax = b

$\frac{||\Delta x||_\infty}{||x||_\infty} \leq ||A||_\infty ||A^{-1}||_\infty \frac{||\Delta b||_\infty}{||b||_\infty}$

## 2 Interpolation

### 2.1 Linjär interpolation

Beräkna polynomet:

$$p_n(x) = c_0 + c_1(x - x_1) + c_2(x - x_1)(x - x_2) + ...$$

Beräkna konstanterna C genom att först sätta in $x_1$ (gör alla delar till 0 förutom $c_0$) och sedan vidare likadant.

Felet är den "Extra term" som inte ingår i splinen. $R_T$ För en linjär interpolation är det termen vid $c_2$

Vid en fullständig feluppskattning ska tre delar tas med. Alla delar är såklart absolutbelopp.

- $R_B$ Avrundningsfel. Efter beräkningen P(a), har svaret t korrekta decimaler.
  Ger felet: $R_B = 0.5 * 10^{-t}$

- $R_T$ Trunkeringsfel. (är ofta den dominerande delen) Använd termen $c_n$ för att beräkna felet. Ex: $R_T \leq |c_2(x - x_1)(x - x_2)|$
- $R_{XF}$ Fel i indatan. Likadant som för $R_B$ antalet t decimaler som lägst givna i indatan. $R_{XF} = 0.5 * 10^{-t}$

Svaret blir sedan $R_{TOT} = R_B + R_T + R_{XF}$

### 2.2 Fel i funktionsvärdet

$$A = 0.78 \pm 0.02$$

Vad blir felet i $f(A)$

Använd maximalsfelsuppskattning:

$$|\Delta f| \leq |\frac{\delta f}{\delta A}||\Delta A| \approx |\frac{\delta P_n}{\delta A}||\Delta x| = |c_1||\Delta A|$$

Alltså, derivera med avseende på x. Kanske bara fungerar i fallet $P_1$

## 3 LU-faktorisering

Från matrisen A, beräkna $PA = LU$ där P är en permutationsmatris (ändrar om raderna).

$$P_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{pmatrix}$$

Används för att kunna lösa Ax=b.

$$Ax = b \Leftrightarrow PAx = Pb \Leftrightarrow LUx = Pb$$

Sätt $Ux = y$, lös $Ly = Pb$ och sedan $Ux = y$

Använd maximalsfelsuppskattning:

$$|\Delta f| \leq |\frac{\delta f}{\delta a}||\Delta a||\frac{\delta f}{\delta b}||\Delta b|$$

## 4 Derivering

$$f = \frac{u}{v}$$

$$\frac{d}{dx}\frac{u}{v} = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

# 5 Summa - restterm

Summa som är konvergent

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$
$$S_N = \sum_{n=1}^{N} a_n$$
$$R_N = S - S_N = \sum_{n=N+1}^{\infty} a_n$$

Hur uppskattas $R_N$ utan att räkna ut den?

## 5.1 Alternerande

Är serien konvergent och alternerande:

$$|R_N| \leq |a_{N+1}|$$

## 5.2 Postiv monotont avtagande

$$R_N = \sum_{N+1}^{\infty} f(n)X \leq \int_{N}^{\infty} f(x)dx$$

# 6 Maclaurin

$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$
$sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$
$cosx) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$