МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИСиС»**

КАФЕДРА ИНЖЕНЕРНОЙ КИБЕРНЕТИКИ

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4

по курсу: Численные методы

Выполнил: Группа: БПМ-18-2

Студент: Соседка Артём Валерьевич

Проверил: преподаватель: Рубчинский Александр Анатольевич

Москва, 2020 г.

Содержание

[Постановка задачи 3](#_Toc58847071)

[Интерполяционный многочлен Лагранжа 3](#_Toc58847072)

[Результат вычислений 3](#_Toc58847073)

[Интерполяционный многочлен Ньютона 4](#_Toc58847074)

[Алгоритм вычисления полинома Ньютона 5](#_Toc58847075)

[Результат вычислений 5](#_Toc58847076)

# **Постановка задачи**

Для заданных точек построить интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона и найти их значения в точках -1.3 и 1.75.

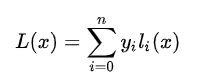
Заданные точки:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | 8.13 | 2.30 | 1.47 | -2.76 | 6.02 | 9.71 | 9.63 |

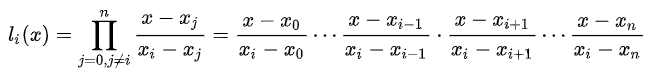
# Интерполяционный многочлен Лагранжа

**Интерполяцио́нный многочле́н Лагра́нжа** — многочлен минимальной степени, принимающий данные значения в данном наборе точек. Для *n+1* пар чисел (*x0*, *y0*), (*x1*, *y1*), (*xn*, *yn*), где все *xj* различны, существует единственный многочлен *L(x)* степени не более *n*, для которого *L(xj) = yj*.

Лагранж предложил способ вычисления таких многочленов:



где базисные полиномы определяются по формуле:

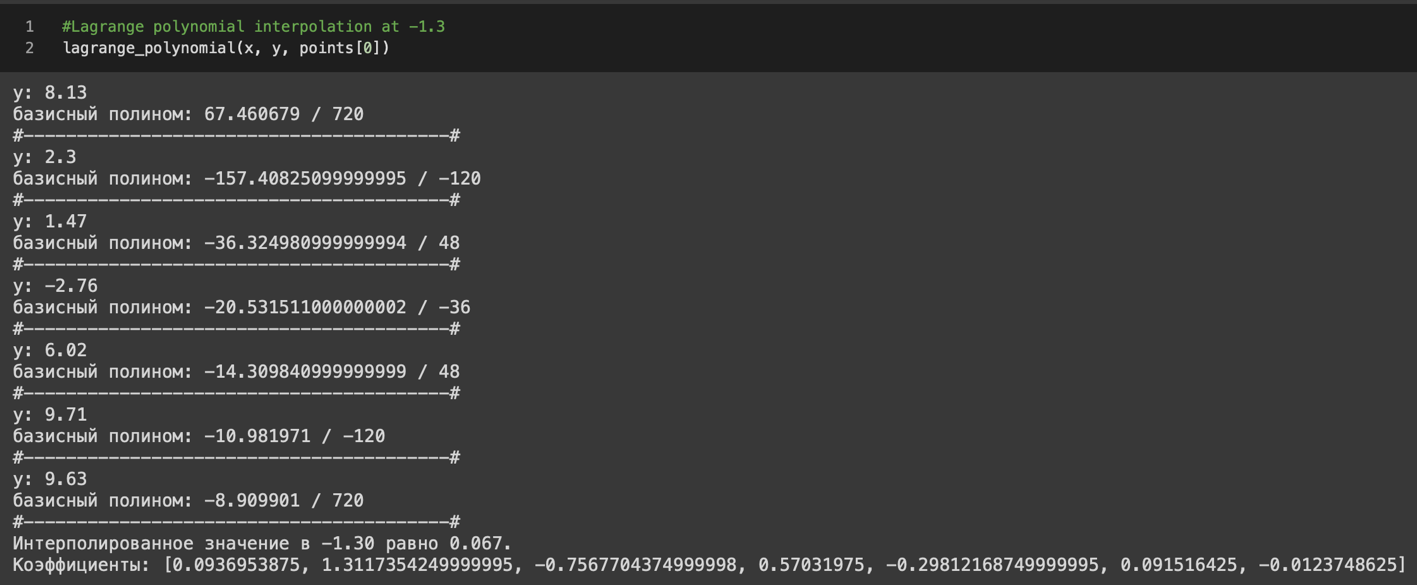


*li(x)* обладают следующими свойствами:

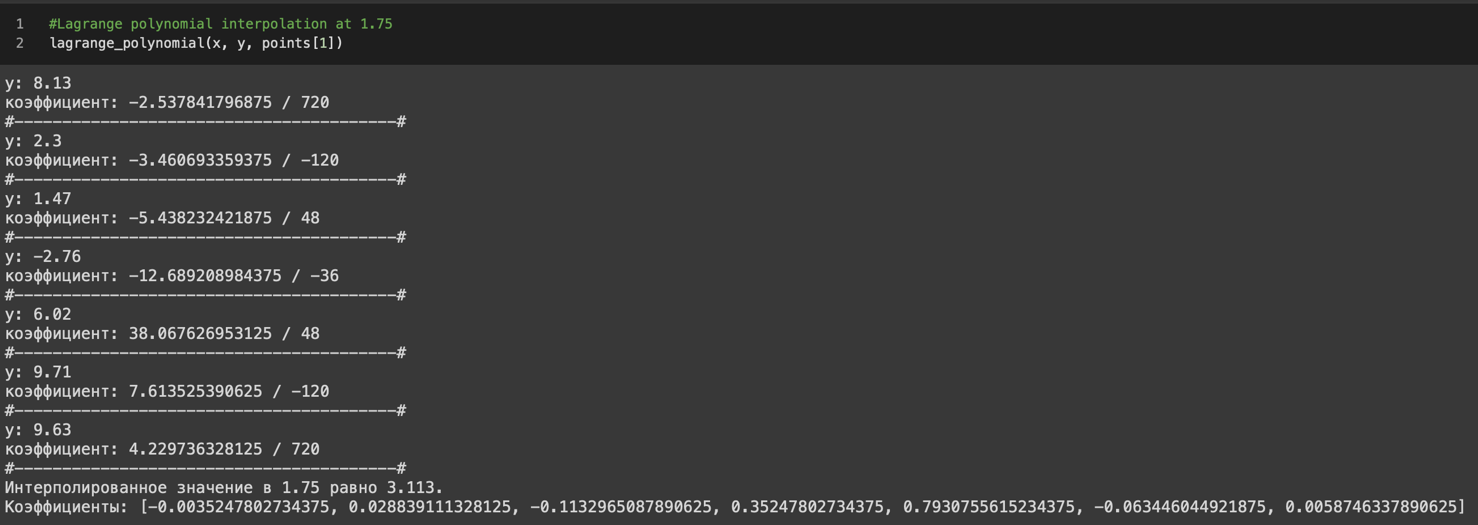
* являются многочленами степени *n*
* *li(xi)* = 1
* *li(xj)* = 0 при *j ≠ i*

Отсюда следует, что *L(x)*, как линейная комбинация *li(x)*, может иметь степень не больше *n*, и *L(xi) = yi*.

## Результат вычислений



­



Получившийся интерполяционный многочлен Лагранжа:

# Интерполяционный многочлен Ньютона

**Интерполяционный многочлен в форме Ньютона**– это математическая функция позволяющая записать полином n-степени, который будет соединять все заданные точки из набора значений, полученных опытным путём или методом случайной выборки с постоянным/переменным временным шагом измерений.

В общем виде интерполяционный многочленов форме Ньютона записывается в следующем виде:



где n – вещественное число, которое указывает степень полинома;

 –  переменная, которая представляет собой разделенную разность k-го порядка, которая вычисляется по следующей формуле:



Форма Ньютона является удобной формой представления интерполяционного полинома n-степени, так как при добавлении дополнительного узла все вычисленные ранее слагаемые остаются без изменения, а к выражению добавляется только одно новое слагаемое. Следует отметить, чтоинтерполяционный полином в форме Ньютона только по форме отличается от интерполяционного полинома в форме Лагранжа, представляя собой на заданной сетке один и тот же интерполяционный полином.

Следует отметить, что полином в форме Ньютона может быть представлен в более компактном виде (по схеме Горнера), которая получается путем последовательного вынесения за скобки множителей



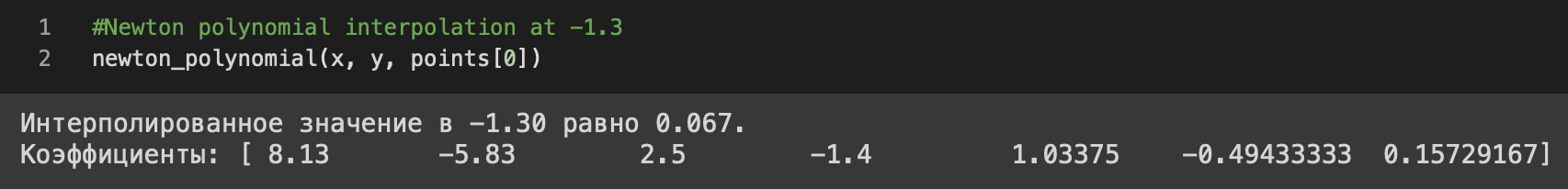
## Алгоритм вычисления полинома Ньютона

Алгоритм вычисления полинома в форме Ньютона позволяет разделить задачи определения коэффициентов и вычисления значений полинома при различных значениях аргумента:

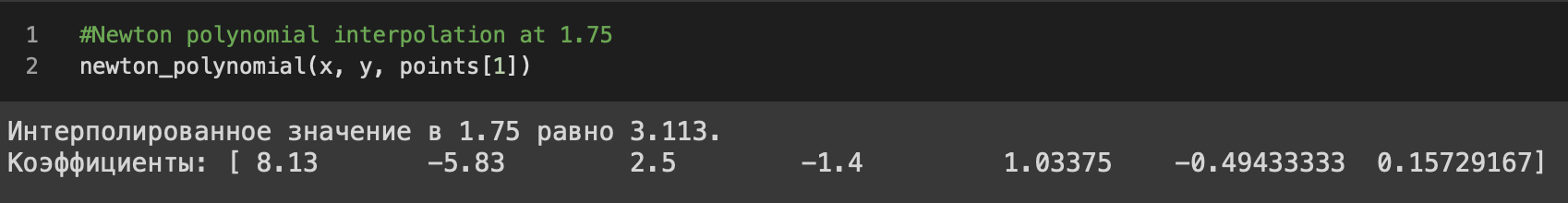
1. В качестве исходных данных задается выборка из n-точек, которая включает в себя значения функции и значения аргумента функции.
2. Выполняется вычисление разделенных разностей n-порядка, которые будет использоваться для построения полинома  в форме Ньютона.
3. Выполняется  вычисление полинома n-степени в форме Ньютона по следующей формуле:



## Результат вычислений



P(-1.3) = 0.067



P(1.75) = 3.113

Получившийся интерполяционный многочлен Ньютона:

Получившийся интерполяционный многочлен Лагранжа: