Berner Fachhochschule (BFH)

Departement Informatik

BTI7311 - Informatik Seminar

Bericht

Thema: Voronoidiagramme und Delaunay-Triangulation

Student: Sven Osterwalder (ostes2@bfh.ch)

Date: 13. April 2014

Professor: Prof. Pierre Fierz

Inhalt

1 Einleitung

Die vorliegende Arbeit wurde im Rahmen des Moduls BTI7311 - Informatikseminar - zum Thema *Voronoidiagramme und Delaunay-Triangulation* verfasst.

Der erste Teil gibt dabei einen Überblick der wichtigsten Defintionen sowie Grundlagen der Themen, im zweiten Teil finden Sie Details zu den einzelnen Themen.

Bei **Voronoi-Diagrammen** handelt es sich um eine Zerlegung des Raumes in Regionen: Aus einem endlichen Satz von eindeutigen, isolierten Punkten in einem kontinuierlichen Raum, wird jeder Ort dieses Raumes dem nächsten Punkt des Satzes zugeordnet.

Verbindet man in einem m-dimensionalen Raum die Punkte, deren Regionen eine (m-1)-dimensionale Fläche teilen, so erhält man die so genannte **Delaunay-Triangulation**, welche dual zu dem zugehörigen Voronoidiagramm ist.

Diese schriftliche Arbeit dient als Ergänzung zum Vortrag in diesem Modul. Der Text kann jedoch auch eigenständig betrachtet werden.

[TODO:]

- 10-20 Seiten
- Vollständige Literaturliste
- Klarer, verständlicher Aufbau
- Korrekte Sprache

2 Grundlagen

[Beschreibung der Grundlagen. Was sind Voronoi-Diagramme, was ist die Delaunay-Triangulation?]

3 Voronoi-Diagramme

3.1 Einführung

Gegeben seien gem. Klein 2005 und Okabe 2000 die folgenden Probleme:

- ein Astronom, der die Struktur des Universum studiert
- ein Archäologe, der die Regionen verschiedener neolithischer Klans untersucht
- ein Meterologe, der versucht den Niederschlag von einem defekten Messgerät abzuschätzen
- ein Städteplaner, der versucht öffentliche Schulen in einer Stadt zu lokalisieren
- ein Tourist, der die nächste Poststelle sucht
- die Bestimmung der nächsten Nachbaren
- die Bestimmung des minimalen Spannbaumes
- die Bestimmung des grössten leeren Kreises

Sie fragen sich nun bestimmt, was diese Probleme gemeinsam haben. Auf den ersten Blick haben sie nichts gemeinsam.

Obige Probleme können jedoch mit Ansätzen, welche aus einem einzelnen Konzept entwickelt wurden, gelöst werden: **Voronoi-Diagrammen**. (Okabe 2000)

1644 äusserte Descartes in seinem Buch über die Prinzipien der Philosophie die Vermutung, dass das Sonnensystem aus Materie besteht, welche um Fixsterne herumwirbelt. Auch wenn die Theorie so nicht richtig ist, enthält sie das grundlegende Prinzip der Voronoi-Diagramme.(Klein 2005)

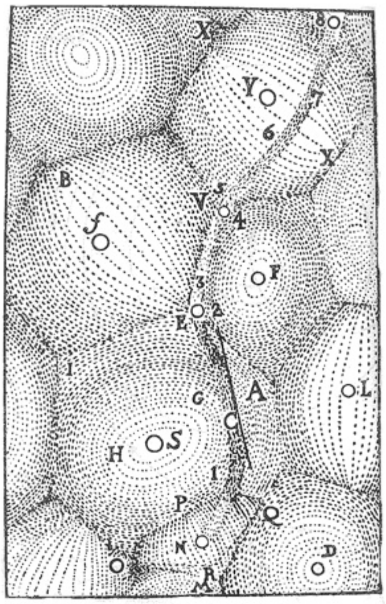

Abbildung 1: Wirbelkammern gem. Descartes

Gegeben sei ein m-dimensionaler Raum $\mathbb{R}^m$ und in diesem eine Menge $O = p, q, r, s \cdots$ von Objekten bzw. Punkten, die auf ihre Umgebung einen Einfluss ausüben.

Hier kann man folgende Zerlegung des Raumes in Regionen betrachten: Zu jedem Objekt p in O bildet man die (Voronoi-)Region $VR(p, O)$. Diese beinhaltet nun alle Punkte, für die der von p ausgeübte Einfluss am stärksten ist.

Oder, um auf das Beispiel von Descartes zurückzukommen, durch die Anziehungskraft von Fixsternen (in Abilung 1 sind dies z.B. f, F oder Y) enstehen Wirbel. (Klein 2005)

3.2 Definition und Struktur

Der Einfachheit halber wird in diesem Abschnitt der Raum $\mathbb{R}^2$ anstatt der unter 3.1 eingeführte Raum $\mathbb{R}^m$ verwendet.

Die Voronoi-Region $VR(p, O)$ besteht aus allen Punkten der Ebene, denen der Punkt $p = p_x, p_y$ näher ist als jeder andere Punkt aus der Punktemenge O.

Entfernt man nun sämtliche Voronoi-Regionen aus der Ebene, bleiben genau die Punkte des Raumes $\mathbb{R}^2$ übrig, die keinen eindeutigen sondern zwei oder mehr nächste Nachbaren in der Objekt-Menge O besitzen.

Diese Punktemenge ist das *Voronoi-Diagramm* $V(O)$ von O. (Klein 2005)

3.3 Algorithmen

Vorstellung von versch. Algorithmen für Voronoi-Diagramme (sofern mehrere existieren), Laufzeitverhalten, Komplexität, Vor- und Nachteile.]

3.4 Verallgemeinerte Form

[Beschreibung der verallgemeinerten Form von Voronoi-Diagrammen.]

3.5 Praktische Anwendung

[Ausblick auf praktische Anwendungen und Implementationen, ggf. eigene Implementation.]

4 Delaunay-Triangulation

4.1 Einführung

[Eine Erklärung was Voronoi-Diagramme sind und wo sie angewendet werden.]

4.2 Algorithmen

[Vorstellung von versch. Algorithmen für Voronoi-Diagramme (sofern mehrere existieren), Laufzeitverhalten, Komplexität, Vor- und Nachteile.]

4.3 Zusammenhang mit Voronoi-Diagrammen

[Erklärung der Dualität von
Voronoi-Diagrammen und der Delaunay-Triangulation.]

4.4 Praktische Anwendung

[Ausblick auf praktische Anwendungen und Implementationen, ggf. eigene Implementation.]

5 Schlusswort

[Zusammenfassendes Schlusswort der Arbeit.]

6 Literaturliste

Literatur

Aurenhammer, Franz (2013). *Voronoi diagrams and Delaunay triangulations.* World scientific. ISBN: 978-981-4447-63-8.

Berg, Mark de (1997). *Computational Geometry.* Springer-Verlag GmbH.

Franz Aurenhammer, Rolf Klein (o.D.). *Voronoi Diagrams.* Techn. Ber. FernUniversität Hagen.

Klein, Rolf (1989). *Concrete and abstract Voronoi diagrams.* Springer-Verlag GmbH.

— (2005). *Algorithmische Geometrie.* Springer-Verlag GmbH. ISBN: 9783540209560.

Okabe, Atsuyuki (2000). *Spatial tessellations : concepts and algorithms of Voronoi diagrams.* J. Wiley und Sons. ISBN: 978-047-1986-35-5.

Watson, D. F. (1981). „Computing the n-dimensional Delaunay tessellation with application to Voronoi polytopes“. In: *The Computer Journal.*

7 Glossar

FooBar is the nicest of all glossary entries you may ever see in the whole wide world of glossaries.. 1