ΠΑΡΆΛΛΗΛΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΕΤΟΣ 2013/2014

ΟΝΟΜΑΤΑ: Πατρώνη Σωτηρία ΑΜ:5399 Μιλκάι Έλενα 5356 Γώγουλου Ευαγγελία 5284

Ακολουθούν τα χαρακτηριστικά του υπολογιστικού συστήματος στο οποίο εκτελέστηκε τόσο η σειριακή όσο και η παράλληλη εφαρμογή:

Ο τύπος επεξεργαστη είναι Intel(R) Core(TM) i5 CPU M 480 και η συχνότητα λειτουργίας του είναι 2.67GHz

Αριθμός πυρήνων=2

enabled cores=2

threads=4

Το μεγεθος της κρυφής μνήμης και ο αριθμός επιπέδων της φαίνονται αναλυτικά παρακάτω:

• Cache L1

size: 32KiB

δυνατότητες: synchronous internal write-through instruction

• Cache L2 size: 256KiB

δυνατότητες: synchronous internal write-through unified

• Cache L3

size: 3MiB

δυνατότητες: synchronous internal write-through unified

Ερώτημα 1ο:

Στην σειριακή έκδοση της παραγοντοποίησης LU κατά μπλοκ η βασική συνάρτηση που εκτελεί την παραγοντοποίηση του αρχικού πίνακα είναι η lu. Το μητρώο A χωρίζεται σε μπλοκ μεγέθους bs*bs . Η παραγοντοποίηση εκτελείται επαναληπτικά στην lu (εξωτερική for) με την εξής σειρά: πρώτα παραγοντοποίηση του διαγώνιου μποκ ,στην συνέχεια παραγοντοποίηση όλων των μπλοκ που βρίσκονται στην ίδια σειρά με το διαγώνιο μπλοκ ,έπειτα παραγοντοποίηση σε όλα τα μπλοκ που βρίσκονται στην ίδια στήλη με το διαγώνιο και τέλος η ανανέωση όλων των υπολοίπων μπλοκ. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να φτάσουμε στο τελικό διαγώνιο μπλοκ. Η συνάρτηση στην lu που αναλαμβάνει να παραγοντοποιήσει τα διαγώνια μπλοκ είναι η lu0. Η lu0 αποθηκεύει κατευθείαν στο κάτω τριγωνικό κομμάτι του κάθε διαγωνίου μπλοκ τους πολλαπλασιαστές που απαρτίζουν τις τιμές του L .Επίσης εκτελεί τις κατάλληλες γραμμοπράξεις με την χρήση των πολλαπλασιαστών που υπολόγισε και της daxpy ,η οποία αφαιρεί πολλάπλάσιο μιας γραμμής από μια άλλη, και έτσι δημιουργείται το ανω τριγωνικό U του κάθε διαγώνιου μπλοκ. Η επόμενη συνάρτηση που εκτελείται στην lu είναι η bdiv η οποία αναλαμβάνει με βάση τους πολλάπλάσιαστές που υπολόγισε στο προηγούμενο η lu0 βήμα να παραγοντοποίησει όλα τα μπλοκ που ανήκουν στην ίδια γραμμή με το

αντίστοιχο διαγώνιο που παραγοντοποίησε στην ίδια επανάληψη. Η παραγοντοποίηση των μπλοκ της ίδιας γραμμής γίνεται με την χρήση μιας for καθώς η διαδικασία ειναι η ίδια κάθε φορά. Μετά την παραγοντοποίηση των μπλοκ της ίδιας γραμμής τα στοιχεία που θα περιέχονται στα μπλοκ αυτά θα είναι τα στοιχεία του άνω τριγωνικού U. Αμέσως μετά μια άλλη for αναλαμβάνει την παραγοντοποίηση των μπλοκ που ανήκουν στην ίδια στήλη με το αντίστοιχο διαγώνιο. Η συνάρτηση που εκτελεί αυτή την διαδικασία είναι η bmodd. Τα μπλοκ της ίδιας στήλης μετά την παραγοντοποίηση θα περιέχουν αποθηκευμένους μόνο πολλαπλασιαστές καθώς για αυτά τα κομμάτια ανήκουν στο κάτω τριγωνικό κομμάτι της U που περιέχει μόνο μηδενικά. Τέλος για να ολοκληρωθεί η παραγοντοποίηση στην μια στήλη και γραμμή μπλοκ θα πρέπει να ανανεωθούν και τα μπλοκ που δεν ανήκουν σε αυτά. Την διαδικασία την αναλαμβάνει η διπλή for στο τέλος της lu . Η συνάρτηση bmod με την daxpy αναλαμβάνουν να εκτελέσουν τις κατάλληλες γραμμοπράξεις με την χρήση των πολλαπλασιαστών που έχουν ήδη υπολογιστεί. Η σειρά με την οποία ανανεώνονται τα εσωτερικά μπλοκ είναι η εξής : αρχικά τα μπλοκ που βρίσκονται στην ίδια γραμμή και αμέσως μετά αυτά που βρίσκονται στην ίδια στήλη μέχρι οι γραμμές και οι στήλες να τελειώσουν μπαίνοντας κάθε φορά κατά ένα μπλοκ προς τα μέσα.

Με τη χρήση του εργαλείου Scalasca λήφθηκαν οι παρακάτω μετρήσεις: Metric tree Call tree Flat view System tree BoxPlot 🖶 🔳 8.94 Time (sec) ■ 0.02 InitA - 1.90e6 Visits (occ) D Synchronizations (occ)
C O Synchronizations (occ)
C O Synchronizations (occ)
C O Bytes transferred (bytes) 0.00 OneSolve 0.19 lu0 0.26 daxpy 0.38 bdiv 0.58 daxpy □ 0 MPI file operations (occ) □ 0.00 Minimum Inclusive Time (sec ■ 8.94 Maximum Inclusive Time (sec)
■ 2.29e8 PAPI_L1_TCM (#) - ■ 8.83e6 PAPI_L2_TCM (#) ■ 1.62e5 PAPI_L3_TCM (#) ■ 0.77 bmode □ 0.96 daxpv ☐ 3.48 daxpy 1.25e-04 All (1 elements) 8.94 (100.00% 0.00 (0.00% 0.00 (100.00%)

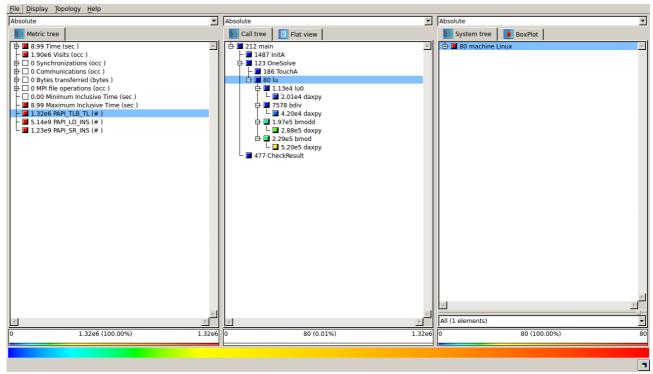
Όπως φαίνεται παραπάνω, η εκτέλεση της συνάρτησης daxpy που καλείται από τη bmod καθώς και η ίδια η bmod καταλώνει τον περισσότερο χρόνο σε σχέση με τις υπόλοιπες συναρτήσεις. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι λόγω της bmodd στη cache βρίσκονται δεδομένα τα οποία δε προσπελαύνει αρχικά η συνάρτηση daxpy, η οποία καλείται από τη bmod. Συνεπώς προκαλούνται αρκετά cache misses τα οποία καθυστερούν την εκτέλεση της συνάρτησης daxpy καθώς και της bmod.

Οι μετρητές οι οποίοι επιλέχθηκαν είναι οι εξής:

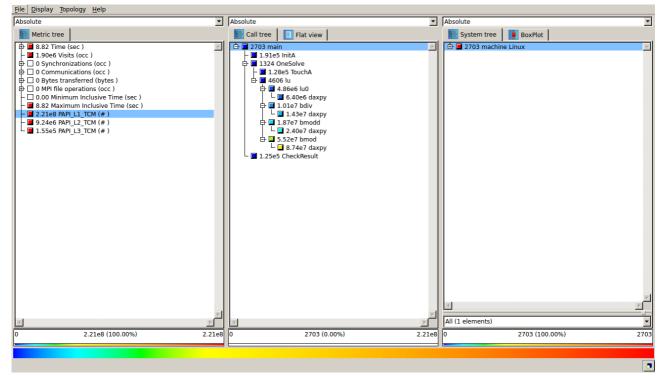
PAPI_L1_TCM Level 1 cache misses
PAPI_L2_TCM Level 2 cache misses
PAPI_L3_TCM Level 3 cache misses
PAPI_TLB_TL Total translation lookaside buffer misses
PAPI_FP_INS Floating point instructions
PAPI_LD_INS Load instructions
PAPI_SR_INS Store instructions

Ο λόγος για τον οποίο επιλέχθηκαν οι παραπάνω είναι ότι τα cache misses, lookaside buffer misses και οι εκτέλεση εντολών load και store είναι αυτά που κυρίως επιβαρύνουν την εκτεση του προγράμματος.

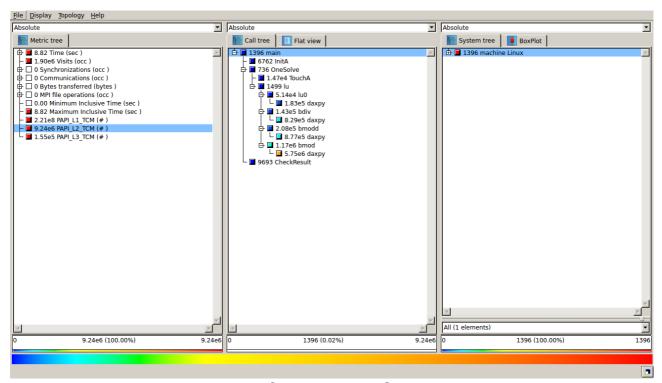
Παρακάτω απεικονίζονται αναλυτικά για κάθε συνάρτηση οι τιμές των μετρητών, επιβεβαιώνοντας ότι τα περισσότερα cache misses TLB misses προκαλούνται στη συνάρτηση daxpy και στη bmod.



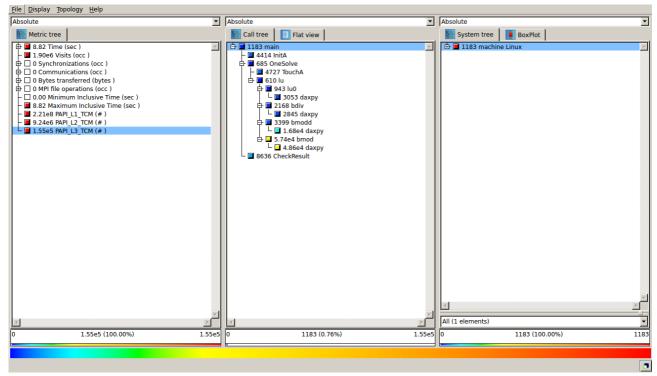
TLB misses



cache misses Level 1



cache misses Level 2



cache misses Level 3

Ερώτημα 20:

α) Καταρχάς, πρέπει να σημειωθεί ότι δεν είναι δυνατόν να προστεθεί παντού παραλληλοποίηση. Ειδικότερα, υπάρχει εξάρτηση των διαγώνιων μπλοκ, δηλαδή η παραγοντοποίηση LU του πρώτου διαγώνιου μπλοκ πρέπει να προηγηθεί της παραγοντοποίησης του δεύτερου διαγώνιου μπλοκ. Το ίδιο ισχύει και για κάθε επανάληψη του εξωτερικού for της συνάρτησης lu. Συνεπώς, δεν μπορεί να εκτελεστεί παράλληλα ούτε η εξωτερική for της συνάρτησης lu, ούτε και η συνάρτηση lu0 για όλα τα διαγώνια μπλοκ. Εκτός αυτού, είναι αξιοσημείωτο το γεγονός ότι αν και η συνάρτηση daxpy μπορεί να εκτελεστεί παράλληλα, αυτό δεν είναι καθόλου αποδοτικό. Αυτό συμβαίνει γιατί η συνάρτηση daxpy, η οποία εκτελεί πράξεις μεταξύ δύο γραμμών ενός μπλοκ, καλείται αρκετές φορές από την lu0, την bdiv, bmod και την bmodd, με αποτέλεσμα τη σπατάλη αρκετού χρόνου για δημιουργία και καταστροφή νημάτων στη περίπτωση προσθήκης οδηγιών #pragma omp parallel. Επιπλέον, αν και ο υπόλοιπος κώδικας μπορεί να παραλληλοποιηθεί, αφού δεν υπάρχουν εξαρτήσεις δεδομένων, η παραλληλοποίηση πολλών επιπέδων μπορεί να φέρει τα αντίθετα αποτελέσματα από τα αναμενόμενα. Επίσης, παρατηρήθηκε ότι η προσθήκη οδηγιών Openmp στις συναρτήσεις InitA, TouchA, PrintA, CheckResult δεν βελτίωνει καθόλου την απόδοση της εφαρμογής, πράγμα αναμενόμενο αφού η εκτέλεση αυτών των συναρτήσεων επιβαρύνει ελάχιστα το χρόνο εκτέλεσης. Για το λόγο αυτό, επιλέξαμε να προσθέσουμε παραλληλοποίηση μόνο μέσα στη συνάρτηση lu, η οποία είναι η βασικότερη συνάρτηση του προγράμματος. Συγκεκριμένα, στο παραδωτέο κώδικα τόσο η εύρεση των παραγόντων U για τα μητρώα της γραμμής i όσο και η εύρεση των παραγόντων L για τα μητρώα της στήλης i, στην i-οστή επανάληψη του εξωτερικού for, γίνεται παράλληλα.Το ίδιο ισχύει και για την ανανέωση των εσωτερικών μπλοκ, η οποία

γίνεται από τη τελευταία διπλή for της συνάρτησης lu. Σε όλες τις δομές επανάληψης for τις οποίες παραλληλοποιήσαμε επιλέξαμε στατική ανάθεση των επαναλήψεων στα νήματα (scedule(static)), καθώς παρατηρήσαμε σχετική μείωση του χρόνου σε σχέση με τη περίπτωση δυναμικής δρομολόγησης. Επιπλέον, αφαιρέσαμε το φράγμα από τη πρώτη εσωτερική for, ώστε όποιο νήμα τελειώσει με τον υπολογισμό των παραγόντων U, να προχωρήσει στον υπολογισμό των παραγόντων L στη δεύτερη εσωτερική for. Με την ίδια λογική, θα μπορούσαμε να ορίσουμε nowait και στη δεύτερη οδηγία #pragma omp for. Αυτό όμως οδηγεί σε λανθασμένο αποτέλεσμα, καθώς η ανανέωση των εσωτερικών μπλοκ απαιτεί τα στοιχεία των παραγόντων L τα οποία υπολογίζονται στη δεύτερη εσωτερική for. Τέλος, ορίσαμε τις μεταβλητές il, jl private, ώστε καθε νήμα να τροποποιεί το δικό του αντίγραφο και τις μεταβλητές I, J ως lastprivate ώστε κάθε νήμα να έχει το δικό του αντίγραφο αλλά στο τέλος να ανανεώνονται και οι κοινές μεταβλητές I, J.

Με βάση τον αριθμό των cache misses, αριθμό των tlb misses και χρόνο εκτέλεσης, βρέθηκε ότι το μέγεθος μπλοκ που ελαχιστοποιεί αυτές τις παραμετρους είναι το 200.

β) Έπειτα από τη προσθήκη simd εντολών στη συνάρτηση daxpy προβλέπεται περαιτέρω μείωση του χρόνου εκτέλεσης του προγράμματος. Αυτό είναι λογικό διότι η γραμμοπράξη γίνεται σε μισό αριθμό επαναλήψεων από ότι χωρίς τη χρήση simd εντολών. Ο υποδιπλασιασμός των επαναλήψεων οφείλεται στο ότι σε κάθε καταχωρητή simd των 128 bit χωράνε δύο double αριθμοί. Πρέπει να σημειωθεί ότι μόνο στη daxpy μπορούν να γίνουν οι πράξεις διανυσματικά, καθώς μόνο εκεί γίνονται υπολογισμοί (οι συναρτήσεις lu0, bdiv, bmod, dmodd καλούν τη daxpy για την εκτέλεση γραμμοπράξεων) και οι επαναλήψεις της for είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.

root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n1000 -b200 Blocked Dense LU Factorization 1000 by 1000 Matrix 200 by 200 Element Blocks Total execution time: 1.683344 seconds TESTING RESULTS TEST PASSED root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n2000 -b200 Blocked Dense LU Factorization 2000 by 2000 Matrix 200 by 200 Element Blocks Total execution time: 13.485858 seconds TESTING RESULTS TEST PASSED root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n4000 -b200 Blocked Dense LU Factorization 4000 by 4000 Matrix 200 by 200 Element Blocks Total execution time: 108.579034 seconds TESTING RESULTS TEST PASSED

Μετρήσεις σειριακού προγράμματος με -Ο0 για παραμέτρους:

- -n1000
- -n2000 -n4000

```
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n8000 -b200

Blocked Dense LU Factorization
8000 by 8000 Matrix
200 by 200 Element Blocks

Total execution time: 871.404966 seconds

TESTING RESULTS

TEST PASSED
```

Μετρήσεις σειριακού προγράμματος με -Ο3 για παραμέτρους:

- -n1000
- -n2000
- -n4000

```
🔞 🗆 🗆 root@sotiria: ~/LU
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n1000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     1000 by 1000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 0.299244 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n2000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     2000 by 2000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 2.495636 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n4000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     4000 by 4000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 20.446253 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
```

```
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n8000 -b200

Blocked Dense LU Factorization
8000 by 8000 Matrix
200 by 200 Element Blocks

Total execution time: 167.844155 seconds

TESTING RESULTS
TEST PASSED
```

Μετρήσεις παραλληλοποιημένου (openmp) προγράμματος με -O0 και:

- 1. με 1 νήμα για παραμέτρους:
 - -n1000
 - n2000

TEST PASSED

```
⊗ ─ □ root@sotiria: ~/LU
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n1000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     1000 by 1000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 1.688193 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n2000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     2000 by 2000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 13.639768 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n4000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     4000 by 4000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 109.285554 seconds
                             TESTING RESULTS
```

• -n4000

root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n8000 -b200 Blocked Dense LU Factorization 8000 by 8000 Matrix 200 by 200 Element Blocks Total execution time: 871.404647 seconds TESTING RESULTS TEST PASSED

2. με 2 νήματα για παραμέτρους:

- -n1000
- -n2000
- -n4000

```
🔞 🖯 🗆 root@sotiria: ~/LU
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n1000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     1000 by 1000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 1.028027 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n2000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     2000 by 2000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 7.617207 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n4000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
    4000 by 4000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 60.054115 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
```

root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n8000 -b200

Blocked Dense LU Factorization
8000 by 8000 Matrix
200 by 200 Element Blocks

Total execution time: 529.630767 seconds

TESTING RESULTS
TEST PASSED

3. με 4 νήματα για παραμέτρους:

- -n1000
- -n2000
- -n4000

```
⊗ - □ root@sotiria: ~/LU
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n1000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     1000 by 1000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 1.020811 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n2000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     2000 by 2000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 7.319917 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n4000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     4000 by 4000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 56.460379 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
```

```
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n8000 -b200

Blocked Dense LU Factorization
8000 by 8000 Matrix
200 by 200 Element Blocks

Total execution time: 467.274426 seconds

TESTING RESULTS

TEST PASSED
```

Μετρήσεις παραλληλοποιημένου (openmp) προγράμματος με -O3 και:

- 1. με 1 νήμα για παραμέτρους:
 - -n1000
 - -n2000
 - -n4000

```
⊗ ─ □ root@sotiria: ~/LU
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n1000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     1000 by 1000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 0.294236 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n2000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     2000 by 2000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 2.450483 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n4000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     4000 by 4000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 19.964074 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
```

```
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n8000 -b200

Blocked Dense LU Factorization
8000 by 8000 Matrix
200 by 200 Element Blocks

Total execution time: 165.090251 seconds

TESTING RESULTS
TEST PASSED
```

2. με 2 νήματα για παραμέτρους:

- -n1000
- -n2000
- -n4000

```
🔞 🗆 🗆 root@sotiria: ~/LU
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n1000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
    1000 by 1000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 0.198201 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n2000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
    2000 by 2000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 1.516917 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n4000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
    4000 by 4000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 12.244283 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
```

```
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n8000 -b200

Blocked Dense LU Factorization
8000 by 8000 Matrix
200 by 200 Element Blocks

Total execution time: 103.221745 seconds

TESTING RESULTS

TEST PASSED
```

3. με 4 νήματα για παραμέτρους:

- -n1000
- -n2000
- -n4000

```
💌 🗆 🗆 root@sotiria: ~/LU
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n1000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     1000 by 1000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 0.207352 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n2000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     2000 by 2000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 1.479643 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n4000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     4000 by 4000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 11.706883 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
```

```
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n8000 -b200

Blocked Dense LU Factorization
8000 by 8000 Matrix
200 by 200 Element Blocks

Total execution time: 95.136340 seconds

TESTING RESULTS

TEST PASSED
```

Μετρήσεις παραλληλοποιημένου (openmp με simd) προγράμματος με -O3 και:

- 1. με 1 νήμα για παραμέτρους:
 - -n1000
 - -n2000
 - -n4000

```
🔞 🗆 🗆 root@sotiria: ~/LU
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n1000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     1000 by 1000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 0.408729 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n2000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     2000 by 2000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 3.384484 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n4000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     4000 by 4000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 27.868828 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
```

```
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n8000 -b200

Blocked Dense LU Factorization
8000 by 8000 Matrix
200 by 200 Element Blocks

Total execution time: 223.652147 seconds

TESTING RESULTS
```

2. με 2 νήματα για παραμέτρους:

- -n1000
- -n2000
- -n4000

```
🔞 🖯 🗈 root@sotiria: ~/LU
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n1000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     1000 by 1000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 0.265869 seconds
                            TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n2000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     2000 by 2000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 1.961939 seconds
                            TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n4000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     4000 by 4000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
pagefault.png
                            TESTING RESULTS
TEST PASSED
```

```
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n8000 -b200

Blocked Dense LU Factorization
8000 by 8000 Matrix
200 by 200 Element Blocks

Total execution time: 123.369870 seconds

TESTING RESULTS
TEST PASSED
```

3. με 4 νήματα για παραμέτρους:

- -n1000
- n2000
- -n4000

```
🔞 🖯 🗆 root@sotiria: ~/LU
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n1000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     1000 by 1000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 0.273397 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n2000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     2000 by 2000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 1.894576 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n4000 -b200
Blocked Dense LU Factorization
     4000 by 4000 Matrix
     200 by 200 Element Blocks
Total execution time: 14.846611 seconds
                             TESTING RESULTS
TEST PASSED
```

```
root@sotiria:~/LU# ./LU -t -n8000 -b200

Blocked Dense LU Factorization
8000 by 8000 Matrix
200 by 200 Element Blocks

Total execution time: 122.689272 seconds

TESTING RESULTS
```

Συμπερασματικά, παρατηρείται σημαντική βελτίωση της απόδοσης της εφαρμογής έπειτα από τη παραλληλοποίηση. Ειδικότερα, το πηλίκο του χρόνου εκτέλεσης του παράλληλου προγράμματος προς το χρόνο εκτέλεσης του σειριακού αυξάνεται με μεγάλο ρυθμό καθώς αυξάνεται το μέγεθος του μητρώου και το πλήθος των νημάτων, φτάνοντας το 50% για μητρώο 8000x8000 και για χρήση 4 νημάτων! Αντιθέτως, με τη προσθήκη SIMD εντολών η απόδοση της παραλληλοποιημένης εφαρμογής μειώθηκε, κάτι που δεν ήταν αναμενόμενο. Βέβαια, η απόδοση της εφαρμογής με χρήση Openmp και Simd εντολών εξακολουθεί να είναι καλύτερη από την απόδοση της σειριακής εφαρμογής.