Spiking neurons

17 de febrero de 2020

1. Estabilidad

Las ecuaciones que describen al sistema son:

$$\dot{r} = \frac{\Delta}{\pi} + 2rv$$

$$\dot{v} = v^2 + \bar{\eta} + Jr - \pi^2 r^2 + I(t)$$

Para saber las nulclinas tomamos $\dot{r} = 0$ y $\dot{v} = 0$.

$$\frac{\Delta}{\pi} + 2rv = 0 \Rightarrow r = -\frac{\Delta}{2\pi v}$$

$$v^2 + \bar{\eta} + Jr - \pi^2 r^2 + I(t) = 0$$

Los puntos de estabilidad los obtenemos con los puntos de corte de estas dos funciones. El campo vectorial lo obtenemos dando valores a r y a v en el el sistema:

$$\dot{r} = \frac{\Delta}{\pi} + 2rv$$

$$\dot{v} = v^2 + \bar{\eta} + Jr - \pi^2 r^2 + I(t)$$

siendo $\dot{r}$ la componente en x de cada vector y $\dot{v}$ la componente en y. Para saber el tipo de estabilidad en cada punto tomamos las funciones:

$$f(r,v) = \frac{\Delta}{\pi} + 2rv$$

$$g(r,v) = v^2 + \bar{\eta} + Jr - \pi^2 r^2 + I(t)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{r} \\ \dot{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial r} & \frac{\partial f}{\partial v} \\ \frac{\partial g}{\partial r} & \frac{\partial g}{\partial v} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ v \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{r} \\ \dot{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2v & 2r \\ J - 2\pi^2 r & 2v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ v \end{pmatrix}$$

$$Tr = 4v$$

$$det = 4v^2 - 2rJ + 4\pi^2 r^2$$

2. Pasos a seguir

día 12/02/2020
El programa funciona igual que en el paper. (PONER ALGUNAS IMÁGENES).
El próximo paso a seguir es comprobar el diagrama de fases.

día 13/02/2020
Sabemos que $r = n^o spikingNeurons/(N * dt)$

En el caso práctico dejamos el programa correr por 15 unidades temporales con las condiciones iniciales. Luego quitamos esas condiciones y dejamos correr el programa por 15 unidades temporales más, tomando la media de las últimas 5 unidades temporales.
Para demostrar la biestabilidad primero vamos a la zona de estabilidad más activa para $J = 15$: $r \simeq 1$ y $v \simeq 0$ para obtener $r = 1$

$$n^o spikingNeurons/Ndt = 1$$

con $N = 10^4$ y $dt = 10^{-4}$ entonces en cada intervalo temporal

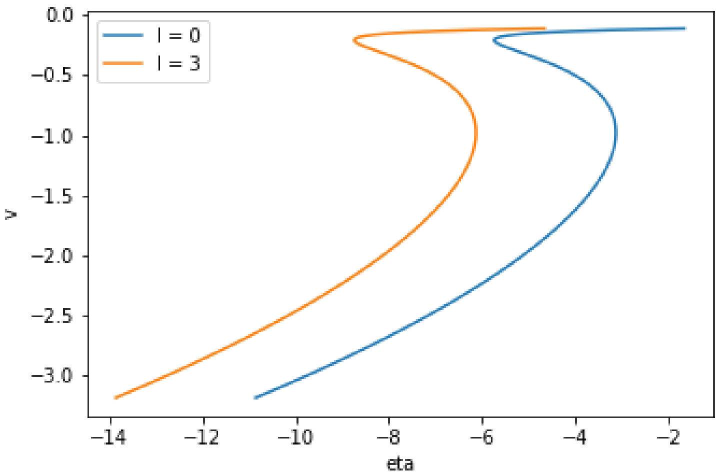
$$n^o spikingNeurons = 1$$

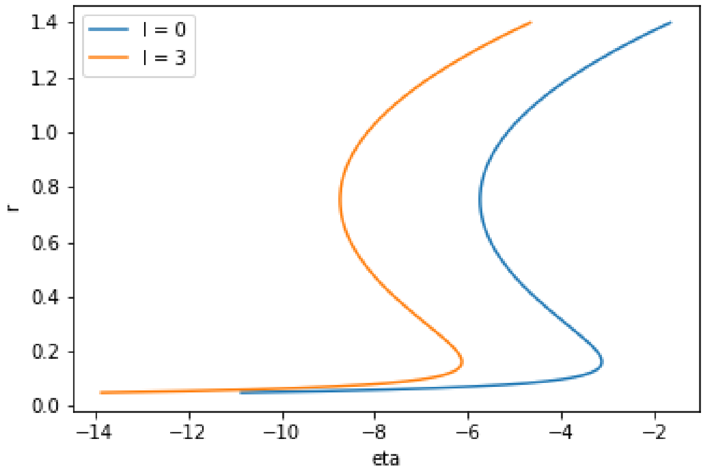
Esto lo mantenemos durante 5s y luego dejamos 10s al sistema para relajarse.
Ahora nos vamos a la zona estable de bajo firing: $r \simeq 0$ y $v \simeq -3$

Hacemos lo mismo con $J = 20$
Zona bajo firing:
$r \simeq 0$ y $v \simeq -3$
Zona alto firing:
$r \simeq 1$ y $v \simeq 0$

v_vs_eta_J20.png

r_vs_eta_J20.png





v_vs_eta_J10.png

r_vs_eta_J10.png

v_vs_eta_J5.png

r_vs_eta_J5.png

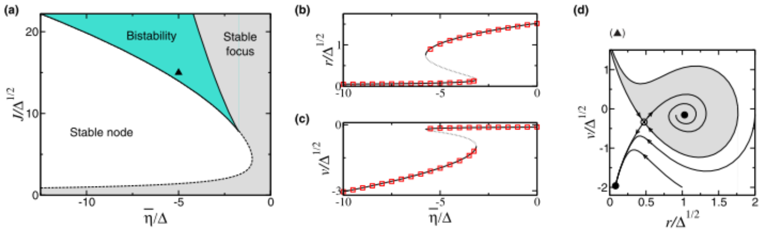


FIG. 1. Analysis of the steady states of FREs (12). (a) Phase diagram: In the wedge-shaped cyan-shaded region there is bistability between a high- and a low-activity state. The boundary of the bistability region is the locus of a saddle-node bifurcation which is exactly obtained in parametric form: $(\bar{\eta}, J)_{\mathrm{SN}} = [-\pi^2 r^2 - 3\Delta^2/(2\pi r)^2, 2\pi^2 r + \Delta^2/(2\pi^2 r^3)]$. To the right of the dashed line, defined by $\bar{\eta}_f = -[J/(2\pi)]^2 - (\pi\Delta/J)^2$, there is a stable focus (shaded regions). (b) $r - \bar{\eta}$ and (c) $v - \bar{\eta}$ bifurcation diagrams for $J/\Delta^{1/2} = 15$. Square symbols: Results obtained from numerical simulations of QIF neurons (see Appendix A for details). (d) Phase portrait of the system in the bistable region $[\bar{\eta}/\Delta = -5, J/\Delta^{1/2} = 15$, triangle in (a)] with three fixed points: a stable focus (with its basin of attraction shaded), a stable node, and a saddle point.

3. Redes tipo Erdos-Renyi

Generamos las conexiones de cada miembro de la red. Para ello hacemos un vector de vectores.