

# Spiking neurons

13 de febrero de 2020

## 1. Estabilidad

Las ecuaciones que describen al sistema son:

$$\dot{r} = \frac{\Delta}{\pi} + 2rv$$

$$\dot{v} = v^2 + \bar{\eta} + Jr - \pi^2 r^2 + I(t)$$

Para saber las nulclinas tomamos  $\dot{r} = 0$  y  $\dot{v} = 0$ .

$$\frac{\Delta}{\pi} + 2rv = 0 \Rightarrow r = -\frac{\Delta}{2\pi v}$$

$$v^2 + \bar{\eta} + Jr - \pi^2 r^2 + I(t) = 0$$

Los puntos de estabilidad los obtenemos con los puntos de corte de estas dos funciones. El campo vectorial lo obtenemos dando valores a  $r$  y a  $v$  en el sistema:

$$\dot{r} = \frac{\Delta}{\pi} + 2rv$$

$$\dot{v} = v^2 + \bar{\eta} + Jr - \pi^2 r^2 + I(t)$$

siendo  $\dot{r}$  la componente en  $x$  de cada vector y  $\dot{v}$  la componente en  $y$ . Para saber el tipo de estabilidad en cada punto tomamos las funciones:

$$f(r, v) = \frac{\Delta}{\pi} + 2rv$$

$$g(r, v) = v^2 + \bar{\eta} + Jr - \pi^2 r^2 + I(t)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{r} \\ \dot{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial r} & \frac{\partial f}{\partial v} \\ \frac{\partial g}{\partial r} & \frac{\partial g}{\partial v} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ v \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{r} \\ \dot{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2v & 2r \\ J - 2\pi^2 r & 2v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ v \end{pmatrix}$$

$$Tr = 4v$$

$$det = 4v^2 - 2rJ + 4\pi^2 r^2$$

## 2. Pasos a seguir

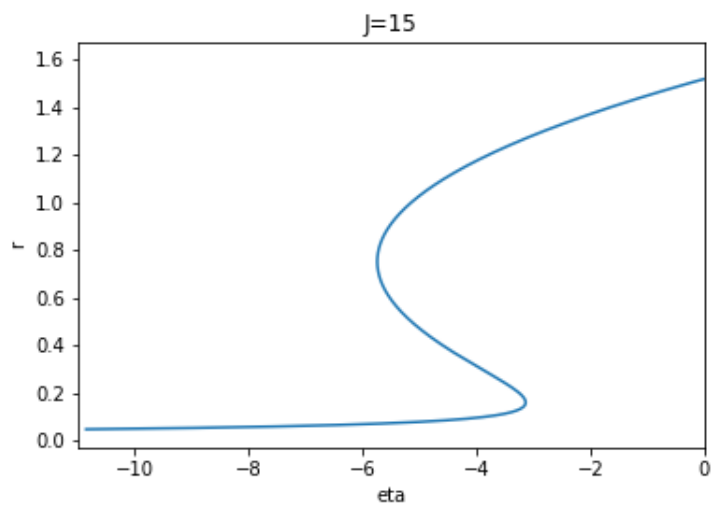
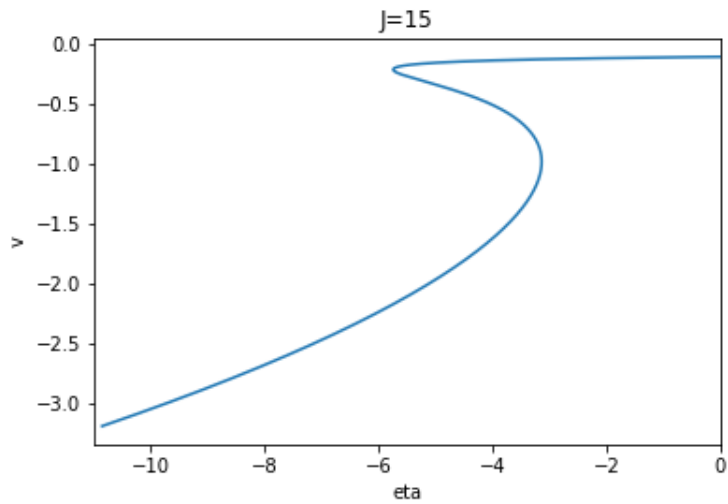
día 12/02/2020

El programa funciona igual que en el paper. (PONER ALGUNAS IMÁGENES).  
El próximo paso a seguir es comprobar el diagrama de fases.

día 13/02/2020

Sabemos que  $r = n^{\circ}spikingNeurons / (N * dt)$

Para  $J = 15$  tenemos el siguiente diagrama:



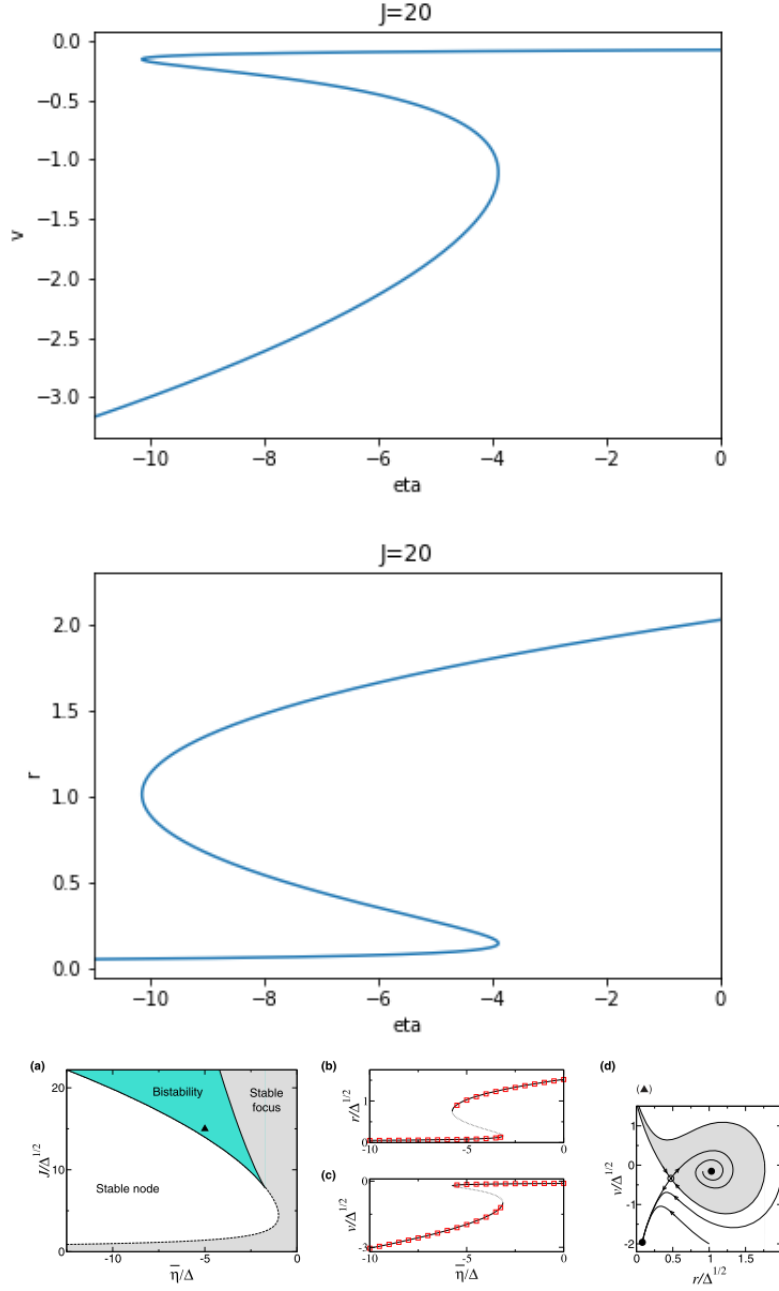


FIG. 1. Analysis of the steady states of FREs (12). (a) Phase diagram: In the wedge-shaped cyan-shaded region there is bistability between a high- and a low-activity state. The boundary of the bistability region is the locus of a saddle-node bifurcation which is exactly obtained in parametric form:  $(\bar{\eta}, J)_{\text{SN}} = [-\pi^2 r^2 - 3\Delta^2/(2\pi r)^2, 2\pi^2 r + \Delta^2/(2\pi^2 r^2)]$ . To the right of the dashed line, defined by  $\bar{\eta}_l = -[J/(2\pi)]^2 - (\pi\Delta/J)^2$ , there is a stable focus (shaded regions). (b)  $r - \bar{\eta}$  and (c)  $v - \bar{\eta}$  bifurcation diagrams for  $J/\Delta^{1/2} = 15$ . Square symbols: Results obtained from numerical simulations of QIF neurons (see Appendix A for details). (d) Phase portrait of the system in the bistable region  $[\bar{\eta}/\Delta = -5, J/\Delta^{1/2} = 15]$  with three fixed points: a stable focus (with its basin of attraction shaded), a stable node, and a saddle point.

Para demostrar la biestabilidad primero vamos a la primera zona de estabilidad en  $\bar{\eta} = -5$ :  $r \simeq 1$  y  $v \simeq 0$  para obtener  $r = 1$

$$n^{\circ} \text{spikingNeurons}/Ndt = 1$$

con  $N = 10^4$  y  $dt = 10^{-4}$  entonces en cada intervalo temporal

$$n^{\circ}spikingNeurons = 1$$

Esto lo mantenemos durante 5s y luego dejamos 10s al sistema para relajarse.