Statik

Vektoralgebra

Enhetsvektor

För att göra en vektor till en enhetsvektor (längd 1):

$$\boxed{\vec{v} = \frac{1}{\|\vec{v}\|} \cdot \vec{v}}$$

Skalärprodukt

Skalärproduktens samband med vinkeln:

$$\boxed{(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \|a\| \, \|b\| \cos \alpha}$$

Projektion på enhetsvektor

Storleken av projektionen av en godtycklig vektor $\vec{a}$ på $\vec{b}$ ges av formeln för vinkeln ovan. Projicera $\vec{a}$ på enhetsvektorn $\hat{e}_v$

$$proj_{\hat{e}_v}(\vec{a}) = (\vec{a} \cdot \hat{e}_v) \cdot \hat{e}_v$$

observera att har vi en enhetsvektor gäller

$$(\vec{a} \cdot \hat{e}_v) = \|a\| \, cos\alpha$$

α är vinkeln mellan vektorerna.

Vektorkomponenter

Se bild.

$$\begin{cases} a_x = acos\alpha \\ a_y = acos\beta \\ a_y = acos\gamma \end{cases}$$

Moment

Allmän formel

Momentet för en kraft i en punkt A:

$$\vec{M}_P = \vec{r}_{OA} \times \vec{F} \qquad \begin{cases} \vec{M} : \text{Moment} \\ \vec{r}_{OA} : \text{Radie från origo till punkten A} \\ \vec{F} : \text{Kraft} \end{cases}$$

Observera att i $\mathbb{R}^2$ gäller att

$$M = Fd$$

där d är det *vinkelräta avståndet* (hävarmen) som kraften har på momentpunkten.

Moment med avseende på en axel

$$\vec{M}_\lambda = \vec{M}_P \cdot \hat{e_\lambda} \qquad \begin{cases} \vec{M}_\lambda : \text{Moment med avsikt på axeln } \lambda \\ \vec{M}_P : \text{Moment i punkten (se ovan)} \\ \hat{e}_\lambda : \text{Enhetsvektor för axeln } \lambda \end{cases}$$

Observera: momentet med avseende på en axel är en *skalär*!

Övriga momentrelaterade samband

Observera att *en kraft har samma moment längs hela sin verkningslinje*. Att flytta en kraft längs med sin verkningslinje kan förenkla beräkningar.

Kryssprodukt

Kryssproduktens samband med vinkeln:

$$\boxed{\left\|\vec{a}\times\vec{b}\right\| = \|\vec{a}\| \left\|\vec{b}\right\| sin\alpha}$$

Räkneregler & area:

Observera att *kryssproduktens belopp=arean som spänns upp av* $\vec{a}$ & $\vec{b}$

Kryssprodukten är inte kommutativ: $\vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a}$

Determinant-minnesregel för kryssprodukten:

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{bmatrix} \hat{e}_1 & \hat{e}_2 & \hat{e}_3 \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{bmatrix}$$

Högerhandsregeln för kryssprodukt:

- Rikta alla fingrar utom tummen längs med första vektorn ($\vec{a}$).
- Skruva fingrarna i riktning mot andra vektorn ($\vec{b}$)
- Tummen pekar i riktningen $\vec{a}\times\vec{b}$.

Dubbla kryssprodukten:

$$\vec{a}\times\vec{b}\times\vec{c} = \vec{b}(\vec{a}\times\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\cdot\vec{b})$$

Dimensionsanalys

Storheter i mekaniken

Storhet	Namn
M	Massa
L	Längd
T	Tid

Anmärkning: dimensionen av en storhet betecknas $[storhet]$, t.ex. $[s] = L$. Alternativ beteckning: dimstorhet, t.ex. $dims = L$

Exempel:

- Hastighet: LT^{-1}
- Acceleration: LT^{-2}
- Kraft: MLT^{-2}

Ansats för dimensioner

Ansätt att vänsterledet ska vara lika med högerledet: (när vi har en storhet x som beror på variablerna a, b, c, ansätt potenserna α, β och γ samt den dimensionslösa konstanten c)

$$x = ca^{\alpha}b^{\beta}c^{\gamma}$$

Kraftsystem

Ett kraftsystem består av *flera krafter och moment*.

Olika typer av kraftsystem

Ekvivalenta kraftsystem

Relation mellan två system där kraftsumman *och* momentsumman är densamma.

Ekvimomenta kraftsystem

Ett system där:

1. Kraftsumman är samma
2. Momentsumman är samma i en punkt.

→ Ekvimomenta kraftsystem är ekvivalenta.

Kraftpar

Kraftpar är ett kraftsystem som består av två lika stora och motriktade krafter. **Kraftsumma:** 0.

Momentsumma: oberoende av punkt.

Notera även att $|M_O| = Fh$ $\begin{cases} M_O : \text{Momentet i origo} \\ F : \text{Beloppet av kraften i systemet} \\ h : \text{Avstånd mellan krafterna} \end{cases}$

eller på vektorform: $r_{\vec{BA}} = M_O \times F_1$

Reduktionsresultatet

Innebär att vi *reducerar* ett komplext kraftsystem till att bestå bara av *en kraft* och *ett moment*. Resultatet kallas ett reduktionsresultat med avseende på en punkt P.

Inledande principer

Definitionen av ett kraftsystem är

$$\begin{cases} F_1, \quad P_1 \leftarrow \text{kraft } F_1 \text{ med angreppspunkt} P_1 \\ F_2, \quad P_2 \leftarrow \text{kraft } F_2 \text{ med angreppspunkt} P_2 \\ \vdots \\ F_n, \quad P_n \leftarrow \text{kraft } F_n \text{ med angreppspunkt} P_n \end{cases}$$

Ett kraftsystem har också **en kraftsumma**, som fås av att summera de individuella krafterna:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n$$

Detsamma gäller för momentsumman med avseende på en punkt A:

$$\vec{M} = \vec{M}_{A1} + \vec{M}_{A2} + ... + \vec{M}_{An}$$

Kraftigt reducerade kraftsystem

(pun intended i rubriken!)

Enkraftsresultant

Handlar om att vi kan hitta en punkt där vi kan reducera att system till *en kraft* och *inget moment*.

Ekvationen som hittar punkten:

$$\vec{r}_{BA} \times \vec{F} = -\vec{M}_A$$

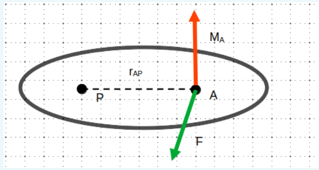
där r_{BA} är avståndet till den sökta punkten från en vald punkt A.

Notera: eftersom det krävs att $\vec{M}_A \perp \vec{F}$, så är ett bra första test att se om det får att reducera till en enkraftsresultant att kontrollera att $\vec{M}_A \cdot \vec{F} = 0$

Varje gång vi flyttar en kraft för att reducera kraftsystemet, måste vi lägga till ett moment för att kompensera för flytten, ett **ersättningsmoment:**

$$\vec{M}_A = r_{\vec{AP}} \times \vec{F}$$

Se figur nedan för beteckningar:



Figur 1: Ersättningsmoment

Om vi flyttar alla krafter till samma punkt, får vi en **total kraftsumma vid reduktionsresultat:**

$$\vec{F} = \sum_{n=1}^{n} \vec{F}_n$$

Vi får också en en **total momentsumma vid reduktionsresultat:**

$$\vec{M} = \sum_{n=1}^{n} r_{\vec{AP}_n} \times \vec{F}_n$$

Observera att den totala kraftsumman generellt inte är vinkelrät mot momentsumman,
och att *alla kraftsystem kan reduceras till en kraft och ett moment* (se även *Kraftskruv*).

Flytt av reduktionsresultat ger att momentsumman ändras enligt

Kraftskruv

Alla system går inte att reducera till en enkraftsresultant, men de går att reducera till en *kraftskruv*! En sådan består av *ett moment* och *en kraft*, båda i $\vec{O}$.

Masscentrum

Masscentrum är där tyngdkraften angriper i en punkt, och betecknas med G eller ◕.

Masscentrum för ett partikelsystem

(Dvs. *ändligt antal partiklar*)

$$\vec{r}_G = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ... + m_i\vec{r}_i}{m_1 + m_2 + ... + m_i}$$

Masscentrum för en stelkropp

(Dvs. ***o**ändligt antal partiklar*) Ges av integration:

$$\vec{r}_G = \frac{\int \vec{r}dm}{\int dm}$$

där $\vec{r}$ är små radier och dm är små massor. eller I komponentform:

$$x_G = \frac{\int x\ dm}{\int dm}$$

$$y_G = \frac{\int y\ dm}{\int dm}$$

$$z_G = \frac{\int z\ dm}{\int dm}$$

sambandsformeln:

$$\vec{M}_B = \vec{M}_A + r\vec{_{BA}} \times \vec{F} \begin{cases} \vec{M}_B : \text{Momentet i ny punkt} \\ \vec{M}_A : \text{Moment i tidigare punkt} \\ \vec{r}_{BA} : \text{Avstånd mellan tidigare och ny punkt} \\ \vec{F} : \text{Ersättnings-/reduktionskraft} \end{cases}$$

Pappus regler

Pappus regler kan användas för att förenkla integraler över masscentrum.

Pappus arearegel

Gäller för en massbelagd kurva $\mathcal{C}$ som ligger på xy-planet.

$$A = 2\pi y_G l \implies y_G = \frac{A}{2\pi l} \begin{cases} A : \text{Area av yta efter rotation} \\ y_G : \text{y-komponenten för masscentrum} \\ l : \text{Längd av kurvan} \end{cases}$$

Notera att A är botten-/mantelarean som den yta som bildas om du tänker dig att du skapar en rotationsvolym av din kurva. Exempel: du använder Pappus arearegel för en halvcirkelbåge. Då är rotationsarean en sfär, så $A = 4\pi r^2$. l är däremot längden på din halvcirkel, dvs. $2\pi r$ *Notera även* att denna regel appliceras genom att du i de praktiska fallen söker y_G.

Pappus volymregel

Samma koncept som arearegeln, gäller en massbelagd yta med arean A.

$$V = 2\pi y_G A \implies y_G = \frac{V}{2\pi A}$$

Verktyg för integration

Det finns några verktyg som kan förenkla beräkningar av masscentrum.

Linje- och ytdensitet Du kan ersätta masselement dm genom att anta att alla element har samma densitet, och därmed transformera en massintegral till en “storleksintegral“.

Linjedensitet ges av:

$$\rho = \frac{m}{l}$$

Area-/ytdensitet ges av

$$\rho = \frac{m}{a}$$

Exempel på en substitution:

För en halvcirkelbåge, låt $dm = \rho dA$ där ρ är areadensiteten och dA är arean över ditt valda lilla areaelement.

Jämvikt

Jämvikt definieras med avseende på en referensram, dvs. ett område man kollar om det är jämvikt med avseende på.

Krav för jämvikt: Kraftsumman och momentsumman med avseende på en punkt ska vara 0 för alla delsystem, dvs.

$$\left\{\sum \vec{F} = \vec{0}, \sum \vec{M}_A = \vec{O} \quad \text{för alla delsystem}\right\}$$

I 2D gäller:

Notera att A är arean av den yta som du roterar, och V är volymen som bildas om du tänker dig att du skapar en rotationsvolym av din kurva. (*skillnad från arearegeln!*) Exempel: du använder Pappus arearegel för en halvcirkel*skiva*. Då är rotationsvolymen en sfär, så $V = 4\pi r^3$. A är däremot arean för din halvcirkelskiva, dvs. $\frac{\pi r^2}{2}$

Notera även att även denna regel appliceras genom att du i de praktiska fallen söker y_G.

Friläggning

Konceptet av friläggning handlar om att välja hur man ska dela upp ett problem i olika delsystem.

Frihetsgrader

Frihetsgrader i 3D

1. translation kring x-axeln
2. translation kring y-axeln
3. translation kring z-axeln
4. rotation kring x-axeln
5. rotation kring y-axeln
6. rotation kring z-axeln

Notera: translation betyder att man kan röra sig i “rymden“ (dvs. koordinatsystemet)

Alternativ 1:

$$\begin{cases} F_x = 0 \\ F_y = 0 \\ F_z = 0 \\ M_{A,z} = 0 \end{cases}$$

Observera att momentet i z-led är det enda som behöver vara noll, eftersom de andra kraven implicerar jämvikt i övriga led.

Alternativa jämviktsekvationer i 2D:

Alternativ 2:

$$\begin{cases} F_x = 0 \\ M_{A,z} = 0 \\ M_{B,z} = 0 \end{cases}$$

OBS! $\vec{r}_{AB}$ej $\parallel$ med verkningslinjen till $\vec{F}$.

Alternativ 3:

$$\begin{cases} M_{A,z} = 0 \\ M_{B,z} = 0 \\ M_{C,z} = 0 \end{cases}$$

OBS! ABC ska ej bilda en rät linje.

Statiskt obestämt problem:

Ett problem där du har färre oberoende jämviktsekvationer än sökta obekanta.

Newtons tredje lag och jämvikt

Newtons tredje lag: “för varje kraft som verkar på ett föremål finns det alltid en motkraft som verkar på föremålet, av samma storlek men i motsatt riktning.”

Frihetsgrader i 2D

1. translation kring x-axeln
2. translation kring y-axeln
3. rotation kring z-axeln

Notera: se ovan för information om vad translation betyder.

Friktion

Friktionskraften är en kraft som uppkommer i kontakt mellan två ytor och är parallell med ytan där friktionen uppstår.

Friktionskraft

Maximala friktionskraften ges av

$$F \leq \mu_k N$$

där N är nomalkraften.

Friktionstal

Det finns ett statiskt friktionstal och ett kinematiskt friktionstal, dock kan man förutsätta att $\mu_s \approx \mu_k \approx \mu$. μ_k är friktionstalet där glidning börjar inträffa.

Jämvikt och glidning

Om friktionskraftens storlek är enligt

$$0 \leq F \leq \mu_s N \approx \mu N$$

Kraften och dess motkraft angriper i olika kroppar. Till exempel angriper tyngdkraften på en kopp i koppen masscentrum, ◕, medan koppens normalkraft (motkraften till tyngdkraften i detta fall), angriper i jordens medelpunkt.

Reaktionskrafter och -moment

Krafter och moment som uppstår när en kropp är *låst* från att röra sig i någon yta.

Nedan är några exempel.

Vajer/länk

- Påverkas av en reaktionskraft vinkelrätt mot länken

Objekt mot yta

- Påverkas av en normalkraft N vinkelrätt mot underlaget.
- *Om friktion finns:* påverkas även av en friktionskraft längs underlaget.

Led/sprint

- Påverkas av reaktionskrafter i x och y-led.
- *Om friktion finns:* påverkas även av ett kraftmoment.

Kulled

- Påverkas av reaktionskrafter i x, y och z-led.

gäller så har vi *jämvikt*. **Observera** alltså att storleken på kraften är variabel!

Vid

$$F = \mu_k N$$

så börjar vi ha *glidning*. Dvs. när

$$F > \mu_k N \approx \mu N$$

Stjälpningsvillkor

Normalkraften på ett objekt kan angripa utanför objektet. Det går alltså att formulera villkoret

$$r_N \leq L$$

där r_N är avståndet mellan objektets hörn till normalkraften, och L är den maximala längden från hörnet som normalkraften kan röra sig på.

Fastsättning

(tänk t.ex. en balk på en vägg). Objektet kan inte röra sig åt någon riktning.

- Påverkas av reaktionskrafter i x och y-led.
- Påverkas även av ett kraftmoment.

Gångjärn eller fast inspänd balk

- Påverkas av reaktionskrafter i x, y och z-led.
- Påverkas av reaktionsmoments i x, y och z-led.

Masscentrum för några enkla former

Typ	Masscentrum
Kvadratskiva	$\frac{a}{2}$, där a är sidlängden.
Triangelskiva	$\frac{h}{3}$, där h är höjden.

Dynamik

Kinematik

Kartesiska koordinater

Rätlinjig rörelse

"Prick-notationen" (även kallat Newtons notation) betecknar *tids*derivator. $\dot{x} \iff \frac{dx}{dt}$

- **Läge:** $x(t)$
- **Hastighet:** $v(t) = \dot{x}(t)$
- **Acceleration** $a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{x}(t)$

Generell kurvlinjär rörelse

Skillnaden från rätlinjig rörelse är att läget beskrivs som en vektorvärd funktion av tiden, dvs.

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

till exempel. (i kartesiska koordinater)

Rörelserelaterade integraler

1. $\int$ hastighet $=$ sträcka
2. $\int$ acceleration $=$ hastighet

(Mycket) användbara samband vid beräkning

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds}\underbrace{\frac{ds}{dt}}_{v} = \frac{dv}{ds}v$$

$$\implies \boxed{ads = vdv}$$

där ds t.ex. om rörelsen sker längs x-axeln är dx. Relevanta samband:

- $ds = vdt$ *Hastighet-tid*
- $dv = adt$ *Acceleration-tid*
- $dt = \frac{ds}{v}$ *Hastighet-position*

Exempel för att bestämma ett uttryck för hastighet, given acceleration:

$$\int_0^{s_0} ads = \int_0^{v} vdv \implies \frac{v^2}{2} = \int_0^{s_0} ads$$

där s_0 är övre gränsen för sträckan.

Kurvlinjär rörelse i naturliga komponenter

Naturliga komponenter betraktar acceleration och hastighet från perspektivet av partikeln som rör sig.

Enhetsvektorer

- $\vec{e}_t$ Tangentiell komponent
- $\vec{e}_n$ Normalkomponent

Kurvlinjär rörelse i kartesiska koordinater

Enhetsvektorer

- Enhetsvektor i x-led, $\vec{e}_x$:

$$\vec{e}_x = (1, 0, 0)$$

- Enhetsvektor i y-led, $\vec{e}_y$:

$$\vec{e}_y = (0, 1, 0)$$

- Enhetsvektor i z-led (3D), $\vec{e}_z$:

$$\vec{e}_z = (0, 0, 1)$$

Läge, hastighet, acceleration

- **Läge:** $\vec{r} = x(t)\vec{e}_x + y(t)\vec{e}_y + z(t)\vec{e}_z$
- **Hastighet:** $\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{x}(t)\vec{e}_x + \dot{y}(t)\vec{e}_y + \dot{z}(t)\vec{e}_z$
- **Acceleration:** $\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}} = \ddot{x}(t)\vec{e}_x + \ddot{y}(t)\vec{e}_y + \ddot{z}(t)\vec{e}_z$

Kurvlinjär rörelse i cylindriska koordinater

Enhetsvektorer

- $\vec{e}_r$: Enhetsvektor längs med radien i polära koordinater.

$$e_r = (\cos\theta, \sin\theta, 0)$$

- $\vec{e}_b = \vec{e}_t \times e_n$ (3D): Binormalen. I 3D har vi tre komposanter av hastighet och acceleration $\vec{e}_b$ är *normalen* till det *oskulderade planet*, dvs. planet som spänns upp av $\vec{e}_t$ och $\vec{e}_n$.

$s(t)$ beskriver partikelns rörelse längs med en kurva.

Läge, hastighet, acceleration

- **Läge:**
- **Hastighet:** $\vec{v} = \dot{s}\vec{e}_t$
- **Acceleration**: $\underbrace{\dot{v}\vec{e}_t}_{①} + \underbrace{\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n}_{②} + 0\underbrace{\vec{e}_b}_{③}$.

$$\vec{a}_b = 0$$

gäller alltid. där

$$\begin{cases} ① : \text{tangentiella accelerationen} \\ ② : \text{normalaccelerationen} \\ ③ : \text{binormalaccelerationen} \end{cases}$$

där ρ är krökningsradie, “radie av den perfekta cirkeln som passar kring riktningen“.

Krökningsradie

I 2D gäller:

$$\rho = \frac{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{|y'|}$$

- $\vec{e_\theta}$: Enhetsvektor längs med vinkeln i polära koordinater

$$e_\theta = (\cos\left[\theta + \frac{\pi}{2}\right], \sin\left[\theta + \frac{\pi}{2}\right], 0)$$

- $\vec{e_z}$: Enhetsvektor i vertikalriktningen (ges av

$$(0, 0, 1)$$

)

Läge, hastighet, acceleration

- **Läge:** $\vec{r_{OP}} = r\vec{e_r} + z\vec{e_z}$
- **Hastighet:** $\vec{v} = \dot{\vec{r}}_{OP} = \dot{r}\vec{e_r} + r\dot{\theta}\vec{e_\theta} + \dot{z}\vec{e_z}$
- **Acceleration:** $\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \underbrace{(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)}_{①}\vec{e_r} + \underbrace{(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})}_{②}e_\theta + \underbrace{\ddot{z}}_{③}\vec{e_z}$

där $\begin{cases} ① : \text{radiella accelerationen} \\ ② : \text{transversella accelerationen} \\ ③ : \text{vertikala accelerationen} \end{cases}$

Nämnvärda samband vid cirkelrörelse För en partikel som rör sig med vinkelhastighet ω i en cirkelbana med radie R gäller $v = \omega R$.

(Observera att $\rho = R$ för en cirkel, om cirkelns radie är R)

I 3D gäller:

$$\rho = \frac{v^3}{|\vec{x} \times \vec{a}|}$$

Nämnvärda samband vid naturliga komponenter

$$\Delta s = \rho\Delta\theta \implies v = \rho\Delta\theta$$

Dynamikens kraftekvationer

Rörelsemängd

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Rörelsemängden för ett system

Rörelsemängden för ett system **bevaras**, dvs

$$\vec{p}'_{\text{tot}} = \vec{p}_{\text{tot}}$$

Kraftsumma (Rörelsemängdslagen)

Summan av alla krafter som verkar på ett system är tidsderivatan av dess rörelsemängd:

$$\dot{\vec{p}} = \vec{F}$$

Energi och arbete

Potentialer

Gravitation

Potentialen mellan två kroppar med massor m och M på ett avstånd r ges enligt

$$V(r) = -G\frac{mM}{r}$$

Observera att *vid rörelse kring jorden gäller*

$$V(r) = -mg\frac{R^2}{r}$$

och *vid närheten av jordytan gäller*

$$V(z) = -mgR + mgz$$

(Potentialenergin har nollnivån $-mgR$ relativt jordens yta, så den termen behöver man inte ta med!)

Fjäder

Notera att fjäderkraften är $F = k\Delta l$ Potentialen för en fjäder är

$$V = \frac{1}{2}(\Delta l)^2$$

. där $\Delta l = l_1 - l_0$ och l_0 är fjäderns naturliga (ospända) läge

Då massan inte ändras över tid (t.ex för en partikel), gäller

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m\vec{a}$$

Detta gäller i alla koordinatsystem, exempelvis i naturliga komponenter:

$$\vec{F} = m(\vec{a}_t + \vec{a}_n)$$

Newtons 1:a lag

$$\vec{F} = 0 \iff \vec{v}: \text{konstant}$$

Arbete, allmänt

Arbete definieras som en kurvintegral

$$U_{1-2} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

Effekt

$$P = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

Potentiell energi

En potentiell energi är en potentialfunktion till ett kraftfält. *Observera att* den definieras åt “andra riktningen“ än vad man kanske är van med från flervariabeln!

Rörelsemängdsmoment

Rörelsemängdsmoment definieras som

$$H_O = \vec{r} \times \vec{p}$$

($\vec{p} = m\vec{v}$) *Notera* hur detta bara är det allmäna fallet av momentekvationen från statiken!

Impulsmomentlagen

Med avseende på origo gäller

$$\dot{H}_O = M_O$$

Impuls

Impuls är *ändringen av rörelsemängden* vid en viss tidpunkt. Dvs.

impuls: $I = \vec{F}\Delta t$

Kraftimpulslagen

Kraftimpulslagen relaterar rörelsemängd med impuls.

$$I = \Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

Definiera centralrörelse och dess kännetecken.

Arbetet som potentiella energin utför är

$$U_{1-2} = V_1 - V_2$$

Energilagar

Lagen om kinetisk energi

Lagen säger att kinetiska energin i en punkt T_2 ges av energin i en punkt T_1 samt arbetet som utförts mellan de två punkterna. Detta kan matematiskt skrivas $T_1 + U_{1-2} = T_2$ eller på formen man oftare ser

$$U_{1-2} = T_2 - T_1$$

(Förväxla inte detta med att en konservativ kraft utför arbetet $U_{1-2} = V_{\mathbf{1}} - V_{\mathbf{2}}$!)

Mekaniska energilagen

OBS! Denna lag gäller bara om alla krafter som utför arbete är konservativa!

$$T_1 + V_1 + T_2 + V_2 \quad \begin{cases} T_1 : \text{Kinetisk energi i punkt 1} \\ V_1 : \text{Potentialenergi i punkt 1} \\ T_2 : \text{Kinetisk energi i punkt 2} \\ V_2 : \text{Potentialenergi i punkt 2} \end{cases}$$

Centralrörelse

Principen för en centralrörelse är att *endast en centralkraft (en kraft som alltid går genom samma punkt)*, inga andra krafter, utför *arbete*. *Exempelvis:* en satellits rörelse runt jorden, en fjäder fäst i en punkt (om alla krafter utom fjäderkraften kan försummas)

Kännetecken:

- *Kraft*momentet är $0 \implies$ *rörelsemängds*momentet är konstant.
- Partikelbanorna är plana, normalen ges av

$$\vec{H}_O$$

Definiera sektorhastigheten vid centralrörelse **Sektorhastigheten** (vid centralrörelse!) är konstant. $\dot{A} = \frac{1}{2}r^2\dot{\theta}$

Stötar

En stöt är en impuls som sker under en (mycket) kort tid. En stöt kan vara något på skalan mellan:

- *elastisk* (partiklarna rör sig separat från varandra efter kollisionen) - studstal 1, *minimal* energiförlust
- *inelastisk* (partiklarna rör sig som en sammanhängande massa efter kollisionen) - studstal 0, *maximal* energiförlust

Stötimpulslagen för två partiklar

$$\vec{I}_{12} = m(\vec{v}' - \vec{v})$$

Studstal

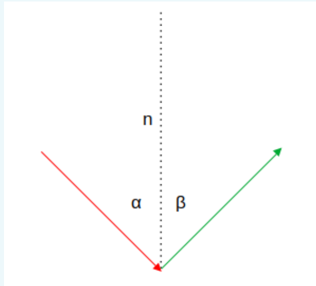
Studstalet är måttet på hur elastisk en stöt är och definieras:

För en stöt längs en axel, t.ex. x-axeln:

$$e = \frac{\text{hastighetsändringen efter}}{\text{hastighetsändringen före}} = \frac{v'_{2x} - v'_{1x}}{v_{1x} - v_{2x}}$$

För en sned stöt: (längs en normal med infallsvinkeln α och "utfallsvinkeln" β):

$$e = \frac{v' \cos\beta}{v \cos\alpha} \text{ samt } e = \frac{\tan\alpha}{\tan\beta}$$



Figur 1: Snedstöt.