

3 задание: Построение оптимального портфеля

Сотникова Виктория, 307 группа

Содержание

1	Постановка задачи	1
2	Результаты	1
2.1	Тип 1: Индивидуальные ограничения	2
2.2	Тип 2: Групповые ограничения	3
2.3	Тип 3: Ограничения на отношения между группами	4
2.4	Вывод	5
3	Код	6

1 Постановка задачи

Требуется построить оптимальный инвестиционный портфель из шести российских акций: GAZP, FEES, LKOH, SBER03, ROSN, VTBR на основе исторических данных цен. Оптимизация проводится по критерию максимизации ожидаемой доходности при заданном уровне риска с учётом коэффициента неприятия риска θ .

В задаче рассматриваются три типа ограничений:

1. **Индивидуальные ограничения** — на минимальный и максимальный вес каждого актива в портфеле.
2. **Групповые ограничения** — на долю отдельных секторов и рыночных групп в портфеле.
3. **Ограничения на отношения между группами** — на соотношение суммарных долей определённых групп активов.

Для каждого типа ограничений требуется определить оптимальное распределение весов активов в портфеле при различных значениях коэффициента неприятия риска и проанализировать влияние ограничений на структуру портфеля и его доходность.

2 Результаты

Получены результаты оптимизации портфеля для трёх типов ограничений при различных значениях коэффициента неприятия риска θ . Для каждого типа ограничений приведена таблица с распределением весов активов и соответствующий график зависимости доходности от коэффициента неприятия риска.

2.1 Тип 1: Индивидуальные ограничения

θ	GAZP	FEES	LKOH	SBER03	ROSN	VTBR
2.00	0.0500	0.0500	0.3900	0.0700	0.0500	0.3900
2.50	0.0500	0.0500	0.3900	0.0837	0.0500	0.3763
3.00	0.0500	0.0500	0.3900	0.1771	0.0500	0.2829
3.50	0.0500	0.0500	0.3900	0.2438	0.0500	0.2162
4.00	0.0500	0.0500	0.3900	0.2938	0.0500	0.1662
4.50	0.0500	0.0500	0.3900	0.3328	0.0500	0.1272
5.00	0.0500	0.0500	0.3900	0.3639	0.0500	0.0961
5.50	0.0500	0.0500	0.3900	0.3894	0.0500	0.0706

Таблица 1: Распределение весов активов при индивидуальных ограничениях

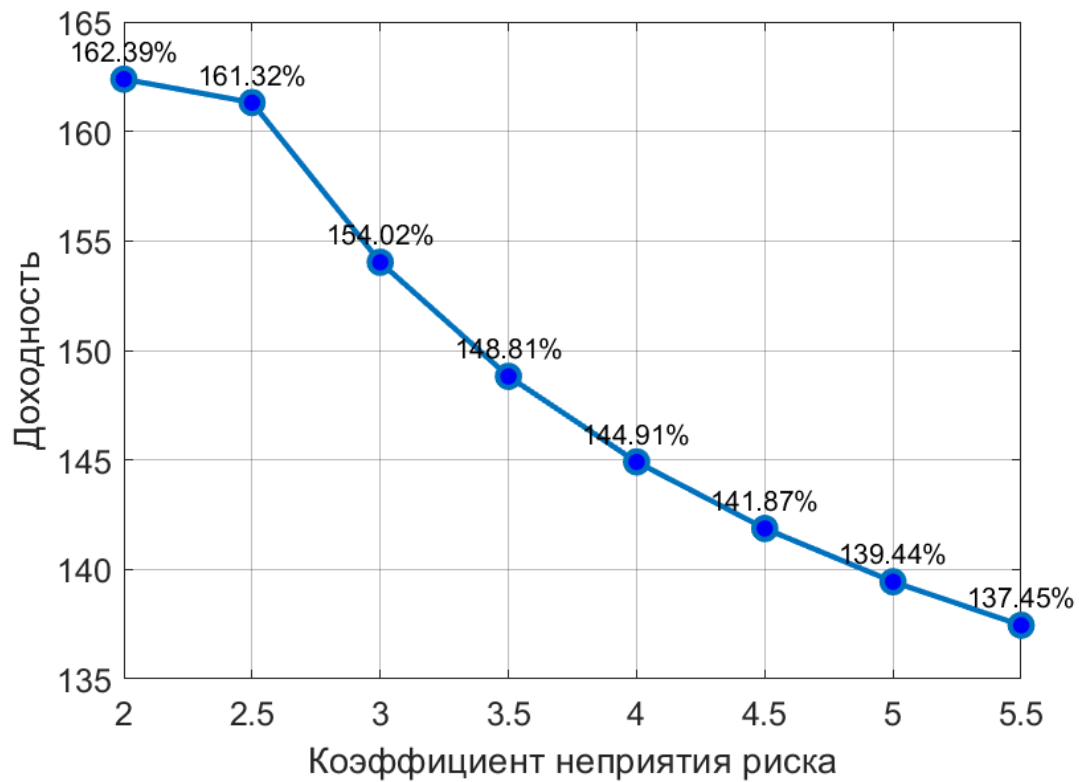


Рис. 1: Зависимость доходности от коэффициента неприятия риска при индивидуальных ограничениях

2.2 Тип 2: Групповые ограничения

θ	GAZP	FEES	LKOH	SBER03	ROSN	VTBR
2.00	0.0000	0.2700	0.1903	0.0000	0.1500	0.3897
2.50	0.0000	0.2700	0.2267	0.0000	0.1500	0.3533
3.00	0.0000	0.2700	0.2115	0.1056	0.1500	0.2629
3.50	0.0000	0.2700	0.1972	0.1902	0.1500	0.1926
4.00	0.0000	0.2700	0.1865	0.2537	0.1500	0.1398
4.50	0.0000	0.2700	0.1781	0.3030	0.1500	0.0988
5.00	0.1225	0.2700	0.1632	0.3742	0.0275	0.0426
5.50	0.1500	0.2700	0.1559	0.4136	0.0000	0.0105

Таблица 2: Распределение весов активов при групповых ограничениях

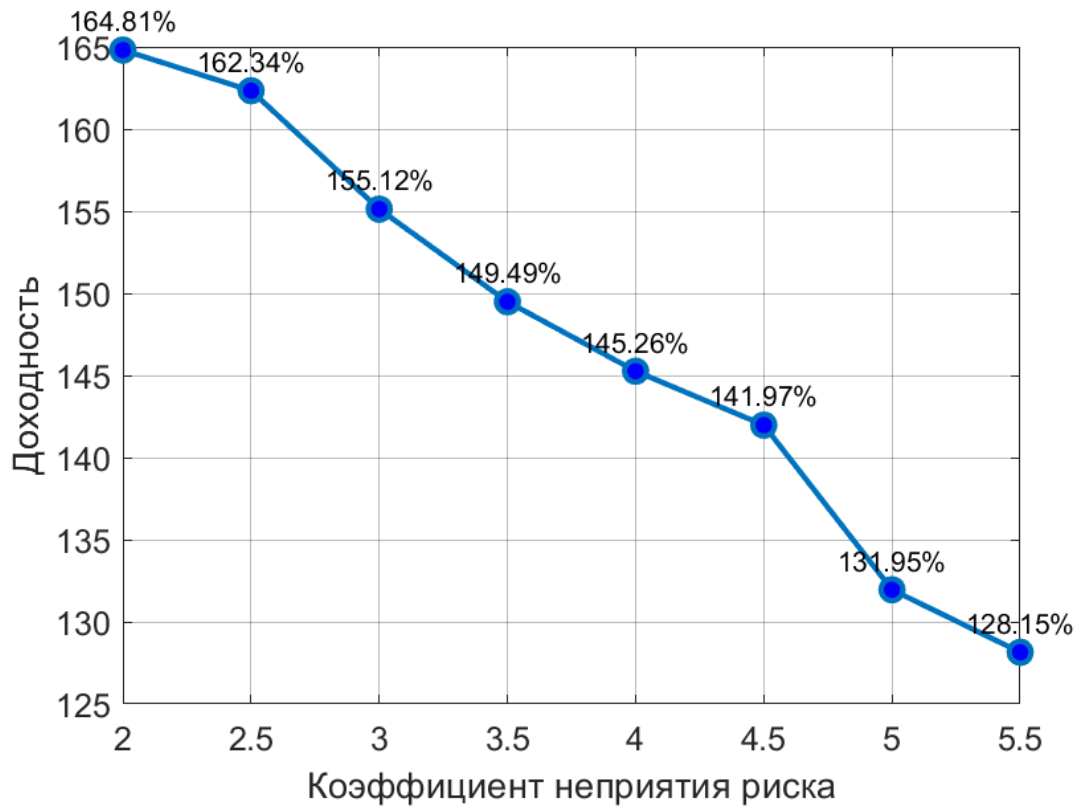


Рис. 2: Зависимость доходности от коэффициента неприятия риска при групповых ограничениях

2.3 Тип 3: Ограничения на отношения между группами

θ	GAZP	FEES	LKOH	SBER03	ROSN	VTBR
2.00	0.4180	0.4419	0.2203	0.3783	0.5213	0.4484
2.50	0.4285	0.4258	0.2265	0.4058	0.5100	0.4320
3.00	0.4360	0.4188	0.2289	0.4267	0.5021	0.4162
3.50	0.4438	0.4130	0.2307	0.4458	0.4940	0.4014
4.00	0.4518	0.4090	0.2332	0.4619	0.4854	0.3870
4.50	0.4600	0.4051	0.2336	0.4783	0.4771	0.3742
5.00	0.4665	0.3849	0.2438	0.4985	0.4691	0.3659
5.50	0.4742	0.3801	0.2462	0.5125	0.4609	0.3545

Таблица 3: Распределение весов активов при ограничениях на отношения между группами

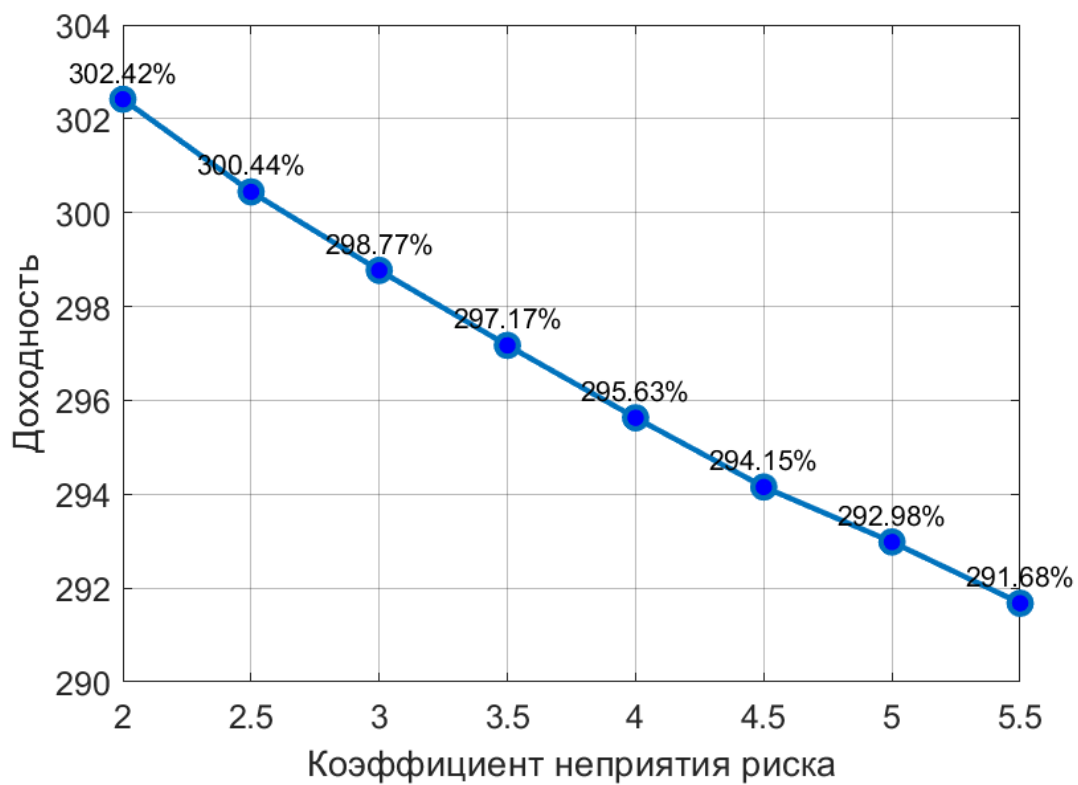


Рис. 3: Зависимость доходности от коэффициента неприятия риска при ограничениях на отношения между группами

2.4 Вывод

Результаты показывают, что с ростом коэффициента неприятия риска θ уровень риска портфеля снижается, что приводит к изменению структуры распределения весов активов. При индивидуальных ограничениях веса отдельных активов жёстко ограничены в пределах заданных минимальных и максимальных значений, что снижает гибкость формирования портфеля. Групповые ограничения позволяют более гибко перераспределять веса внутри секторов, но при этом ограничивают суммарную долю каждой группы. Ограничения на отношения между группами оказывают наиболее значительное влияние на структуру портфеля и позволяют достичь более равномерного распределения весов и повысить доходность.

Таким образом, коэффициент θ задаёт эффективную границу риска и доходности портфеля, а тип ограничений оказывает существенное влияние на формирование его оптимальной структуры.

3 Код

```
1 function portf(portfolioType)
2     % Загрузка данных
3     df = readtable('Data_zad3_2025.xlsx', 'VariableNamingRule', 'preserve');
4     assetSymbols = {'GAZP', 'FEES', 'LKOH', 'SBERO3', 'ROSN', 'VTBR'};
5     priceData = df{1:23, assetSymbols};
6
7     % Ограничение суммы весов портфеля (сумма = 1)
8     sumWeightsConstraint = ones(1, 6);
9     sumWeightsValue = 1;
10
11     % Расчет доходностей
12     numAssets = length(assetSymbols);
13     numPeriods = 22;
14     annualizedReturns = zeros(numAssets, numPeriods);
15     meanReturns = [];
16     for assetIdx = 1:numAssets
17         prices = priceData(:, assetIdx);
18         for periodIdx = 2:23
19             annualizedReturns(assetIdx, periodIdx-1) = ((prices(periodIdx) -
20                 ↪ prices(1)) / prices(1)) * 365 / (periodIdx - 1);
21         end
22         meanReturns = [meanReturns, mean(annualizedReturns(assetIdx, :))];
23     end
24
25     % Ковариационная матрица доходностей
26     covarianceMatrix = cov(annualizedReturns');
27
28     % -----
29     % ОГРАНИЧЕНИЯ НА ПОРТФЕЛЬ
30     % -----
31     if portfolioType == 1
32         % =====
33         % Тип 1: Индивидуальные двусторонние ограничения на каждый актив
34         % =====
35         %  $0.05 \leq x_i \leq 0.39$  для каждого актива
36
37         lowerBounds = 0.05 * ones(1, numAssets);
38         upperBounds = 0.39 * ones(1, numAssets);
39
40         inequalityMatrix = [-eye(numAssets); eye(numAssets)];
41         inequalityVector = [-lowerBounds, upperBounds]';
42
43     elseif portfolioType == 2
44         % =====
45         % Тип 2: Групповые ограничения
46         % =====
47         % Порядок групп:
48         % 1. Нефте-газовый сектор (GAZP, LKOH, ROSN)
```

```

48 % 2. Энергетика (FEES)
49 % 3. Банки (SBERO3, VTBR)
50 % 4. Внутренний рынок (LKOH, FEES, SBERO3, VTBR)
51 % 5. Внешний рынок (GAZP, ROSN)
52
53 % Групповые нижние и верхние границы
54 groupLowerBounds = [0.25, 0.27, 0.15, 0.25, 0.10];
55 groupUpperBounds = [0.65, 0.75, 0.55, 0.85, 0.35];
56
57 % Матрица принадлежности активов к группам
58 groupMatrix = [
59     1, 0, 1, 0, 1, 0; % 1. Нефте-газовый сектор
60     0, 1, 0, 0, 0, 0; % 2. Энергетика
61     0, 0, 0, 1, 0, 1; % 3. Банки
62     0, 1, 1, 1, 0, 1; % 4. Внутренний рынок
63     1, 0, 0, 0, 1, 0 % 5. Внешний рынок
64 ];
65
66 % Групповые ограничения: groupLowerBounds <= groupMatrix*x <=
67   ↪ groupUpperBounds
68 % Индивидуальные ограничения: 0 <= x_i <= 1
69 inequalityMatrix = [
70     -groupMatrix; % -groupMatrix*x <= -groupLowerBounds
71     groupMatrix; % groupMatrix*x <= groupUpperBounds
72     -eye(numAssets); % -x_i <= 0
73     eye(numAssets) % x_i <= 1
74 ];
75 inequalityVector = [
76     -groupLowerBounds'; % -groupLowerBounds
77     groupUpperBounds'; % groupUpperBounds
78     zeros(numAssets,1); % 0
79     ones(numAssets,1) % 1
80 ];
81 elseif portfolioType == 3
82 % =====
83 % Тип 3: Ограничения на отношения между группами
84 % =====
85 % Формируем две группы для сравнения:
86 % Нефте-газовый сектор (G1): GAZP, LKOH, ROSN
87 % Энергетика и банки (G2): FEES, SBERO3, VTBR
88 % Ограничения: 0.2 <= sum(x_A) / sum(x_B) <= 0.75
89
90 % Матрицы для сравнения групп
91 % G1: группы для числителя, G2: группы для знаменателя
92 G1 = [
93     1, 0, 1, 0, 1, 0; % Нефте-газовый сектор
94     0, 1, 0, 0, 0, 0; % Энергетика
95     0, 0, 0, 1, 0, 1; % Банки
96     0, 1, 1, 1, 0, 1; % Внутренний рынок

```

```

97         1, 0, 0, 0, 1, 0    % Внешний рынок
98     ];
99
100     G2 = [
101         0, 1, 0, 1, 0, 1;    % FEES, SBERO3, VTBR
102         1, 0, 1, 0, 1, 0;    % GAZP, LKOH, ROSN
103         0, 1, 0, 1, 0, 1;    % FEES, SBERO3, VTBR
104         1, 0, 1, 0, 1, 0;    % GAZP, LKOH, ROSN
105         0, 1, 0, 1, 0, 1    % FEES, SBERO3, VTBR
106     ];
107
108     % Вектор нижних и верхних границ для отношения групп
109     groupRatioLower = [0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2];
110     groupRatioUpper = [0.75, 0.75, 0.75, 0.75, 0.75];
111
112     % Формируем ограничения:
113     % (G1*x) - lower * (G2*x) <= 0
114     % -(G1*x) + upper * (G2*x) <= 0
115     groupComparisonMatrix = [];
116     groupComparisonVector = [];
117     for i = 1:5
118         % (G1_i*x) - lower_i*(G2_i*x) <= 0
119         groupComparisonMatrix = [groupComparisonMatrix; G1(i,:) -
120             ↪ groupRatioLower(i)*G2(i,:)];
121         groupComparisonVector = [groupComparisonVector; 0];
122         % -(G1_i*x) + upper_i*(G2_i*x) <= 0
123         groupComparisonMatrix = [groupComparisonMatrix; -G1(i,:) +
124             ↪ groupRatioUpper(i)*G2(i,:)];
125         groupComparisonVector = [groupComparisonVector; 0];
126     end
127
128     % Индивидуальные ограничения: 0 <= x_i <= 1
129     individualMatrix = [-eye(numAssets); eye(numAssets)];
130     individualVector = [zeros(numAssets,1); ones(numAssets,1)];
131
132     % Собираем все ограничения
133     inequalityMatrix = [groupComparisonMatrix; individualMatrix];
134     inequalityVector = [groupComparisonVector; individualVector];
135
136 else
137     error('Неверный тип ограничений');
138 end
139
140 % Оптимизация портфеля при различных коэффициентах неприятия риска
141 numThetaSteps = 7;
142 portfolioReturns = zeros(1, numThetaSteps);
143 stepCounter = 0;
144
145 for thetaValue = 20:5:55
146     stepCounter = stepCounter + 1;

```



```

145     options = optimset('Display','off');
146
147     % Матрица риска
148     riskMatrix = (thetaValue / 10) * covarianceMatrix;
149     linearTerm = -meanReturns';
150
151     % Решение задачи квадратичного программирования
152     optimalWeights = quadprog(riskMatrix, linearTerm, inequalityMatrix,
        ↪ inequalityVector, sumWeightsConstraint, sumWeightsValue, [], [],
        ↪ [], options);
153
154     % Расчет доходности портфеля
155     portfolioReturnPercent = round(dot(meanReturns, optimalWeights) * 100,
        ↪ 3);
156
157     assetNames = df.Properties.VariableNames(4:9);
158
159     % Вывод результатов
160     fprintf('Theta = %.2f | Доходность = %.3f%%\n', thetaValue / 10,
        ↪ portfolioReturnPercent);
161     fprintf('Распределение по компаниям:\n');
162     for idx = 1:length(assetNames)
163         fprintf(' %s: %.4f\n', assetNames{idx}, optimalWeights(idx));
164     end
165     fprintf('-----\n');
166
167     portfolioReturns(stepCounter) = portfolioReturnPercent;
168 end
169
170 % График зависимости доходности от коэффициента неприятия риска
171 figure;
172 thetaAxis = 20:5:55;
173 plot(thetaAxis / 10, portfolioReturns, '-o', 'LineWidth', 2, 'MarkerSize',
    ↪ 8, 'MarkerFaceColor', 'b');
174 grid on;
175 xlabel('Коэффициент неприятия риска', 'FontSize', 14, 'Interpreter',
    ↪ 'tex');
176 ylabel('Доходность', 'FontSize', 14, 'Interpreter', 'tex');
177 set(gca, 'FontSize', 12, 'GridAlpha', 0.3);
178
179 y_shift = 0.02 * range(portfolioReturns);
180 for i = 1:length(thetaAxis)
181     text(thetaAxis(i)/10, portfolioReturns(i) + y_shift, ...
182         sprintf('%.2f%%', portfolioReturns(i)), ...
183         'VerticalAlignment', 'bottom', ...
184         'HorizontalAlignment', 'center', ...
185         'FontSize', 10);
186 end
187
188 ax = gca;

```

```
189     ax.Position(2) = ax.Position(2) + 0.05;
190     ax.Position(4) = ax.Position(4) - 0.05;
191
192     filename = sprintf('plot_%d.png', portfolioType);
193     saveas(gcf, filename);
194 end
```
