

Structure de données abstraites (SDA)	Structures arborescentes	Les Arbres Binaires
---------------------------------------	--------------------------	---------------------

Définition1 : Un arbre **binaire** est un arbre dont chaque nœud a au plus deux fils : le fils gauche et le fils droit.

Exercice 1 : Tracer :
Un arbre binaire de taille 5

Un arbre binaire de de hauteur 4

Tous les arbres binaires ayant 3 nœuds

Donner des exemples d'arbres binaires dans la vie courante :

-
-

Définition 2 (sous arbres droits et gauche) :

Soit N un nœud dans un arbre binaire.

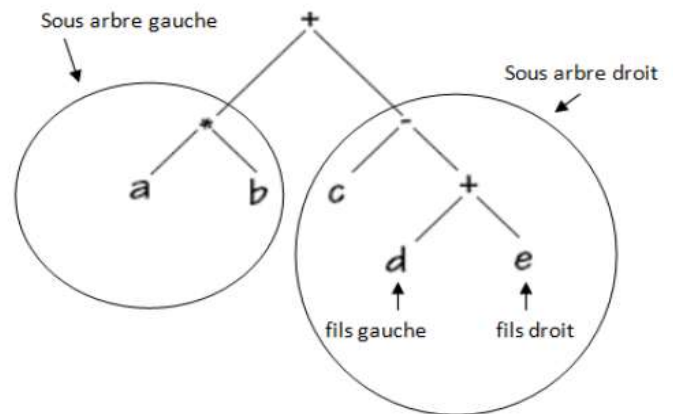
L'ensemble des descendants du fils gauche (respectivement droit) est appelé **sous arbre gauche** (respectivement droit).

Les arbres binaires forment donc une structure de données qui peut **se définir de façon récursive**.

Un arbre binaire est :

- Soit vide.
- Soit composé d'une racine portant une étiquette (clé) et d'une paire d'arbres binaires, appelés sous-arbres gauche et droit.

Exemple : L'arbre qui représente l'expression
 $a \times b + c - (d + e)$
est :



Propriété : La **hauteur** h d'un arbre binaire et sa **taille** n vérifie l'inégalité suivante : $h + 1 \leq n \leq 2^{h+1} - 1$

Exercice 2 : Tracer un arbre binaire qui vérifie $h + 1 = n$

Tracer un arbre binaire qui vérifie $n = 2^{h+1} - 1$
Dans ce cas, on parle d'arbre **parfait**

Les algorithmes importants à connaître sur les arbres :

La structure d'un arbre binaire incite à choisir des algorithmes récurifs

- **Calcul de la hauteur de l'arbre :**

Fonction : **hauteur (arbre) :**

Rôle : Fonction qui prend en paramètre d'entrée un arbre et retourne un entier. Si l'arbre est vide on retournera -1

Début

Si

.....

Sinon

.....

Fin si

Fin

- **Calcul de la taille de l'arbre :**

Fonction : **taille (arbre) :**

Rôle : Fonction qui prend en paramètre d'entrée un arbre et retourne un entier. Si l'arbre est vide on retournera 0

Début

Si

.....

Sinon

.....

Fin si

Fin

Il existe différentes façons **d'implémenter** les arbres binaires : (voir les 3 notebooks)

- Un tuple simple ou un tuple de tuples
- Un dictionnaire
- Avec la programmation objet

Pour chaque notebook, construire une représentation de l'arbre ci-contre à partir de l'implémentation choisie

arbre 2 :

