

En informatique, toutes les structures de données ne sont pas linéaires. Il existe bien d'autres structures.

Nous allons étudier ici les structures **hiérarchiques**, aussi appelés arbres.

## 1. Activités – Exemples d'arbres

Les arbres servent à décrire des arborescences comme par exemple la structure des fichiers sur votre ordinateur.

**Exemple 1 :** Sur Unix/Linux, le sommet de l'arborescence est désigné par `/` :

- On trouve en dessous un certain nombre de dossiers principaux comme `bin`, `lib`, `home`, `usr` etc... chacun ayant un rôle prédéfini : `home` sert par exemple à stocker les répertoires personnels de tous les utilisateurs du système.
- Pour avoir la liste de ce qui se trouve à la racine du système, on tape la commande `ls -l`

```
mikeleyeti@mikeleyeti-VirtualBox:~$ cd /
mikeleyeti@mikeleyeti-VirtualBox:/$ ls -l
total 970068
drwxr-xr-x  2 root root    4096 nov.  30  2019 bin
drwxr-xr-x  3 root root    4096 août  13 08:27 boot
drwxr-xr-x  2 root root    4096 nov.  30  2019 cdrom
drwxr-xr-x 18 root root   38880 oct.   8 16:15 dev
drwxr-xr-x 149 root root 122880 sept. 20 10:15 etc
drwxr-xr-x  4 root root    4096 juin  18 17:33 home
```

(a) Dossiers de la racine

```
mikeleyeti@mikeleyeti-VirtualBox:/$ cd home
mikeleyeti@mikeleyeti-VirtualBox:/home$ ls -l
total 8
drwxr-xr-x  5 alice    alice    4096 juin  18 17:43 alice
drwxr-xr-x 24 mikeleyeti mikeleyeti 4096 sept. 20 10:16 mikeleyeti
```

(b) Dans le dossier de Home

```
mikeleyeti@mikeleyeti-VirtualBox:/home$ cd /
mikeleyeti@mikeleyeti-VirtualBox:~$ ls -l
total 36
drwxr-xr-x  2 mikeleyeti mikeleyeti 4096 déc.  15  2019 Bureau
drwxr-xr-x  4 mikeleyeti mikeleyeti 4096 févr. 17  2020 Documents
drwxr-xr-x  3 mikeleyeti mikeleyeti 4096 juin  18 15:33 Images
drwxr-xr-x  2 mikeleyeti mikeleyeti 4096 nov.  30  2019 Musique
drwxr-xr-x  2 mikeleyeti mikeleyeti 4096 nov.  30  2019 Projets-QCM
drwxr-xr-x 12 mikeleyeti mikeleyeti 4096 oct.   4 17:48 Projets-QCM
drwxr-xr-x  2 mikeleyeti mikeleyeti 4096 nov.  30  2019 Public
drwxr-xr-x  3 mikeleyeti mikeleyeti 4096 sept. 10 16:13 Téléchargements
drwxr-xr-x  2 mikeleyeti mikeleyeti 4096 nov.  30  2019 Vidéos
```

(d) Dans le dossier mikeleyeti

```
mikeleyeti@mikeleyeti-VirtualBox:/home$ cd alice
mikeleyeti@mikeleyeti-VirtualBox:/home/alice$ ls -l
total 4
drwxr-xr-x 4 alice Travail 4096 juin  18 17:50 NSI
```

(c) Dans le dossier Alice

```
mikeleyeti@mikeleyeti-VirtualBox:~$ cd /bin
mikeleyeti@mikeleyeti-VirtualBox:/bin$ ls -l
total 16348
-rwxr-xr-x 1 root root 6216 mars 22  2019 archdetect
-rwxr-xr-x 1 root root 1113504 mai  3  2019 bash
-rwxr-xr-x 1 root root 748968 août 29  2018 brlty
-rwxr-xr-x 1 root root 716464 mars 13  2018 btrfs
```

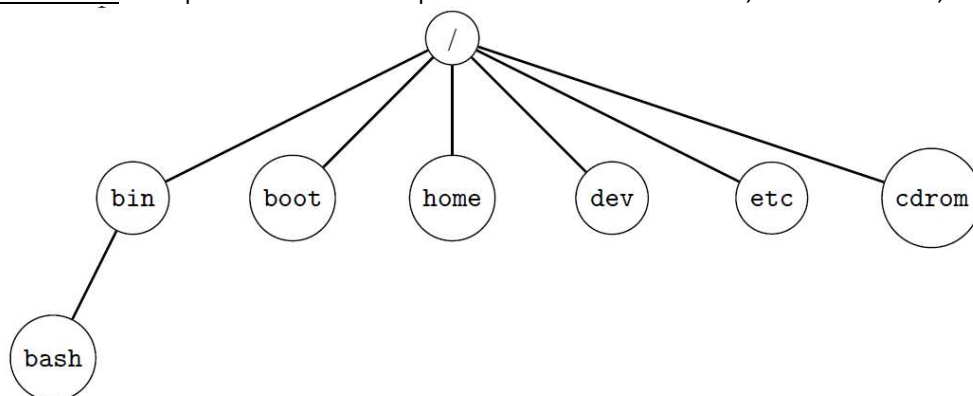
(e) Dans le dossier bin

FIGURE 1 – Exemple d'arborescence de fichiers.

Les dossiers sont indiqués par le caractère `d` en début de ligne. L'arborescence se déroule de manière analogue pour chacun de ces dossiers, par exemple, dans le dossier `home` on retrouve une autre arborescence visible dans la figure 1b.

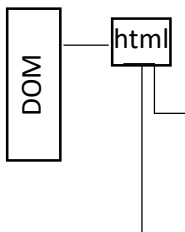
De même les arborescences des sous-dossiers sont visibles dans les figures 1c, 1d et 1e.

**Exercice 1 :** On représente la structure précédente à l'aide d'un arbre, en voici le début, à vous de le compléter.



**Exemple 2 :** Les représentations arborescentes peuvent aussi aider à représenter la structure d'un fichier html.

**Exercice 2 :** Représenter les **balises** du DOM (Document Object Model) suivant à l'aide d'un arbre :



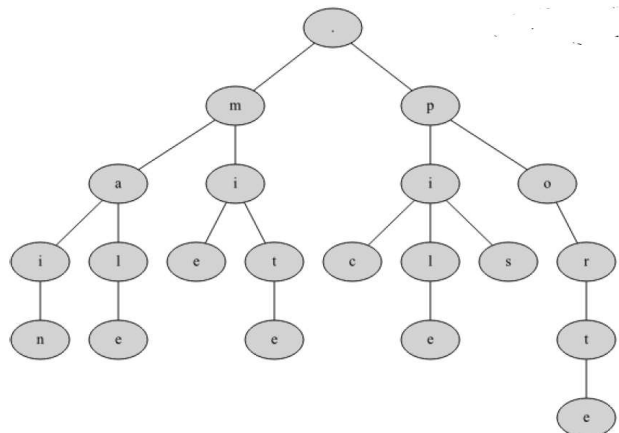
```

1 <!DOCTYPE html>
2 <html lang="fr">
3   <head>
4     <meta charset="utf-8">
5     <title> arbre du DOM </title>
6   </head>
7
8   <body>
9     <h1> Titre principal </h1>
10
11     <section>
12       <h2> titre de la section 1 </h2>
13       <article>
14         <h3> titre article </h3>
15         <p> du contenu </p>
16       </article>
17     </section>
18
19     <section>
20       <h2> titre de la section 2 </h2>
21       <p> bla bla </p>
22     </section>
23   </body>
24 </html>
  
```

### Exemple3 - Arbre lexicographique :

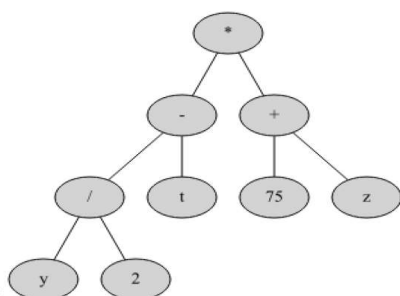
Un arbre lexicographique, ou arbre en parties communes, ou dictionnaire, représente un ensemble de mots. Les préfixes communs à plusieurs mots apparaissent une seule fois dans l'arbre.

**Exercice 3 :** rajouter dans l'arbre les mots : malle, pot et portail



**Exemple 4 :** On peut également représenter les expressions arithmétiques par des arbres étiquetés par des opérateurs, des constantes et des variables. La structure de l'arbre rend compte de la priorité des opérateurs et rend inutile tout parenthésage.

Pour l'expression :  $(\frac{y}{2} - t)(75 + z)$  cela donne :



**Exercice 4 :** représenter les expressions A et B

$$A = 3 + (x - 1)^2 \quad B = \left(\frac{3}{\sqrt{2}} + 1\right)^3$$

## 2. Vocabulaire – Définitions :

**Définition 1 :** Un arbre est constitué de **nœuds** organisés de manière hiérarchiques.

Chaque nœud peut être étiqueté par une information.

Chaque nœud a un **père**, sauf un nœud nommé le **nœud racine**.

Si le nœud n'a pas de **fil**s, on dit que c'est une **feuille**.

Les nœuds sont reliés par des **branches**.

Les nœuds qui ont le même père sont dits **frères**.

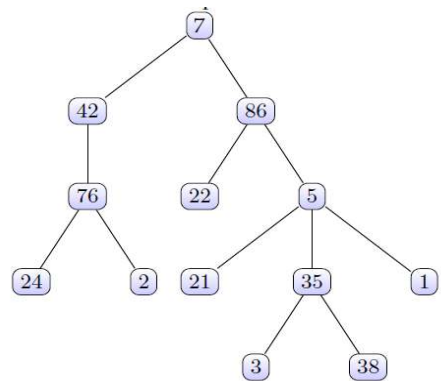
Illustrer les termes précédents sur l'arbre ci-contre :

..... est le nœud racine.

Le nœud père de ..... est .....

..... et ..... sont des nœud frères

Il y a ..... feuilles sur cet arbre : .....



**Définition 2 :** La **hauteur**(ou **profondeur** ou niveau ) d'un nœud N est égale au nombre de branches qu'il faut parcourir à partir de la racine pour aller jusqu'au nœud N.

Dans l'arbre précédent, donner la hauteur (profondeur) des nœuds suivants :

— Le nœud 24 : ..... — Le nœud 7 : ..... — Le nœud 3 : ..... — Le nœud 38 : .....

**Définition 3 :** la hauteur d'un arbre est la profondeur du nœud le plus profond

La hauteur de l'arbre précédent est de .....

Tracer 2 arbres différents de profondeur 2

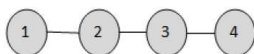
**Définition 4 :** La **taille** d'un arbre est son nombre de nœuds. L'**arité** d'un nœud est son nombre de fils.

**Exercice 5 :** Donner la taille de l'arbre donné après la définition 1 : .... Donner l'arité du nœud 5 : .....

Trouver le nœud dont l'arité est de 1 : .....

**Exercice 6 :** Tracer 2 arbres différents de taille 7 et de hauteur 3.

**Remarque :** Un arbre dont tous les nœuds n'ont qu'un seul fils est une liste :



**Exercice 7 :** Voyons un exemple d'algorithme sur les arbres.

**Algorithme** Mystere(T,x)

**Entrée :** T : un arbre et x : un noeud de cet arbre

**Sortie :** Un entier

**Début**

    si x = T.racine alors

        retourner 0

    sinon

        retourner 1 + Mystere(T, x.pere)

    fin si

**Fin**

Écrire ci-contre la trace de l'appel Mystere(T,24) ,

T étant l'arbre de l'exemple qui suit la définition 1.

Que calcule cet algorithme ?