**Master MANu**
**Analyse numérique 2 (HAX704X)**

UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

---

# Méthodes différences finies
## Approximation du laplacien en 2D

---

On considère la fonction à deux variables $u(x,y) = \cos\left(x^2+y^2\right)$. On souhaite approcher au point $(x_0,\, y_0) = (1,\, 1)$ le laplacien de cette fonction, $\Delta u = \partial_{xx}u + \partial_{yy}u$, avec une formule aux différences finies. Par soucis de simplicité, nous allons choisir des pas d'espaces égaux dans les deux directions, $\Delta x = \Delta y = h$.

A) Calculer à la main $\Delta u(x,y)$.

B) Dans un premier temps, nous allons étudier la formule à 5 points vue en cours :

$$L_h^{(1)}\, u(x,y) = \frac{u(x+h,y) + u(x,y+h) - 4\,u(x,y) + u(x-h,y) + u(x,y-h)}{h^2}$$

B1. Vérifier à la main la consistance et l'ordre de cette approximation.

B2. Implémenter un programme qui permet de calculer pour cette approximation l'erreur de troncature au point $(x_0,\, y_0)$ pour différentes valeurs de $h$.

B3. De manière analogue à ce qui a été fait dans le TP1 du cours Analyse Numérique 1, tracer le graphe log-log de cette erreur.

B4. En traçant sur le même graphe la droite associée à $h^2$, vérifier le résultat de la question B1.

C) Nous allons à présent chercher à utiliser une meilleure approximation.

C1. En utilisant la fonction `CoefDF` implémentée lors du TP2 du cours Analyse Numérique 1, construire une approximation consistante en utilisant les 9 noeuds suivants : $(x-2h,y)$, $(x,y-2h)$, $(x-h,y)$, $(x,y-h)$, $(x,y)$, $(x+h,y)$, $(x,y+h)$, $(x+2h,y)$, $(x,y+2h)$.

C2. Répondre aux même questions qu'à l'exercice B).

C3. Faire la même chose au point $(0,0)$. Quel ordre trouve-t-on à présent ? Comment se nomme ce phénomène et comment l'expliquez-vous ?