إصلاح الإستاذين : بدر الدين بن جبارة و احمد الوسلاتي

إصلاح فرض رياضيات دورة 2022

التمرين الأول :

1) مربع قيس لطول قطره $2\sqrt{5}+\sqrt{2}$ ← $\sqrt{2}(\sqrt{2}\sqrt{5}+1)$ ← $\sqrt{2}(\sqrt{10}+1)$

إذن قيس طول ضلعه يساوي $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{10}+1)}{\sqrt{2}}=\boxed{\sqrt{10}+1}$ ← $\boxed{ب}$

2) $1-3|x|\geq -14$ يعني $-3|x|\geq -15$ يعني $|x|\leq 5$

إذن $-5\leq x\leq 5$ ومنه $S_{\mathbb{R}}=[-5;5]$ ← $\boxed{ج}$

3) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}=|\underbrace{2-\sqrt{3}}_{موجب}|=2-\sqrt{3}=-x \longrightarrow \boxed{ب}$

التمرين الثاني :

1) أ- $a=\frac{16+\sqrt{5}-(\sqrt{5}+2)^2}{2}=\frac{16+\sqrt{5}-(5+4\sqrt{5}+4)}{2}=\frac{16+\sqrt{5}-4\sqrt{5}-9}{2}$

$=\frac{7-3\sqrt{5}}{2}$

ب- لنا : $\begin{cases} 7^2=49 \\ (3\sqrt{5})^2=45 \\ 7>0 \\ 3\sqrt{5}>0 \end{cases}$ إذن بما أن : $(3\sqrt{5})^2<7^2$ فإن $\boxed{3\sqrt{5}<7}$

بما أن : $3\sqrt{5}<7$ إذن : $7-3\sqrt{5}>0$ و منه : $\boxed{a=\frac{7-3\sqrt{5}}{2}>0}$

2) أ- $b\times(1-a)=(\frac{5+3\sqrt{5}}{10})\times(1-\frac{7-3\sqrt{5}}{2})=(\frac{5+3\sqrt{5}}{10})\times(\frac{2-7+3\sqrt{5}}{2})$

$=(\frac{5+3\sqrt{5}}{10})\times(\frac{3\sqrt{5}-5}{2})=\frac{(3\sqrt{5}-5)(3\sqrt{5}+5)}{20}=\frac{45-25}{20}$

$=\frac{20}{20}=1$ إذن b و $(1-a)$ مقلوبان

Notre Plateforme ☺

Scanné avec CamScanner

ب- بما أن: $\begin{cases} b(1-a)=1>0 \\ b>0 \end{cases}$ و إذن $1-a>0$

ومنه: $\boxed{a<1}$

ج- لنا: $0<a<1$

فان: $a^2<1$ ومنه: $\boxed{1-a^2>0}$

د- $a+\sqrt{2|\underbrace{a-1}_{\text{سالب}}|-|\underbrace{a^2-1}_{\text{سالب}}|} = a+\sqrt{2(1-a)-(1-a^2)}$

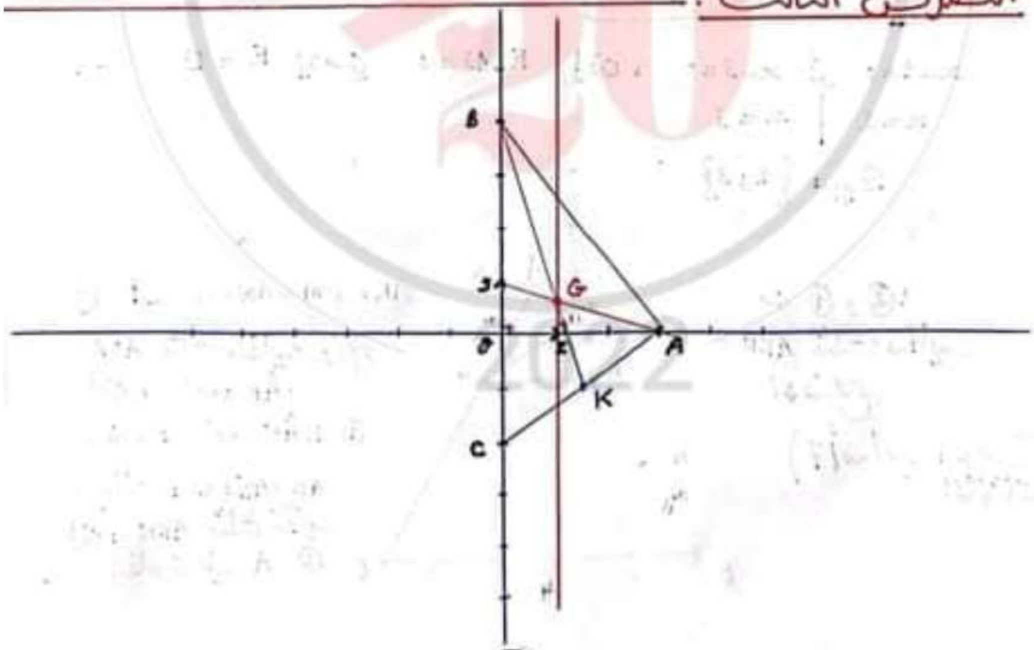
$= a+\sqrt{2-2a-1+a^2}$

$= a+\sqrt{a^2-2a+1}$

$= a+\sqrt{(a-1)^2}$

$= a+|\underbrace{a-1}_{\text{سالب}}| = a+1-a = 1$

التمرين الثالث:



CS Scanné avec CamScanner

1) أ- $\begin{cases} A \in (OI) \\ (OI) \perp (OJ) \end{cases}$ إذن $(OJ) \perp (OA)$ ولنا $(OA) \perp (IG)$

ومنه : $(IG) \parallel (OJ)$

ب- في المثلث AOJ لنا :

$G \in (AJ)$ و $I \in (AO)$ و $(OJ) \parallel (IG)$

إذن حسب (م.ط) : $\boxed{\dfrac{AI}{AO} = \dfrac{AG}{AJ} = \dfrac{IG}{OJ}}$

لنا، $\dfrac{AG}{AJ} = \dfrac{AI}{AO}$ حيث $AI = |x_I - x_A| \times OI = |1-3| \times 1 = 2$

و $AO = |x_A - x_O| \times OI = 3$

إذن : $\dfrac{AI}{AO} = \dfrac{2}{3}$ ومنه : $\dfrac{AG}{AJ} = \dfrac{2}{3}$ يعني $\boxed{AG = \dfrac{2}{3} AJ}$

2) لنا : $J(0;1)$:

و $\begin{cases} B \in (OJ) \\ C \in (OJ) \end{cases}$ إذن : $x_B = x_C = 0$ ومنه $\dfrac{x_B + x_C}{2} = 0 = x_J$; $\dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{4+(-1)}{2} = 1 = y_J$

وبالتالي : $\boxed{J \text{ منتصف } [BC]}$

* في المثلث ABC لنا : J منتصف [BC] إذن [AJ] هو الموسط الصادر من A على [BC] حيث $AG = \dfrac{2}{3} AJ$

و بالتالي G هو مركز ثقل المثلث ABC

3) في المثلث ABC : المستقيم الحامل للموسط الصادر من B والمار من G (مركز ثقل) يقطع [AC] في K إذن K منتصف [AC]

ومنه :

$x_K = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{3+0}{2} = \dfrac{3}{2}$

$y_K = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{0-2}{2} = -1$

وبالتالي : $\boxed{K\left(\frac{3}{2}; -1\right)}$

TuniTests
concours
CS Scanné avec CamScanner

④ سؤال تميز (7أساسي : موسط المثلث يقسم المثلث إلى مساحتين متقايستين)

. AOB مثلث قائم في O إذن : $S_{AOB} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = \frac{12}{2} = 6$

. AOC " " في O إذن : $S_{AOC} = \frac{OA \times OC}{2} = \frac{3 \times 2}{2} = \frac{6}{2} = 3$

ومنه : $S_{ABC} = S_{AOB} + S_{AOC} = 6 + 3 = 9$

بما أن : [BK] هو الموسط للمثلث ABC

إذن [BK] يقسم ABC إلى مثلثين متقايسين في المساحة

ومنه : $S_{ABK} = \frac{S_{ABC}}{2} = \frac{9}{2}$

التمرين الرابع :

① أ- من ناحية : $E - 13 = x^2 - 4x + 16 - 13 = x^2 - 4x + 3$

من ناحية أخرى : $(x-1)(x-3) = x^2 - 3x - x + 3 = x^2 - 4x + 3$

إذن : $\boxed{E - 13 = (x-1)(x-3)}$

ب- $E = 13$ يعني $E - 13 = 0$ إذن : $x - 3 = 0$ أو $x - 1 = 0$

$x = 3$ | $x = 1$

$S_{\mathbb{R}} = \{1 ; 3\}$

② أ- $AK = OM = AN = a$

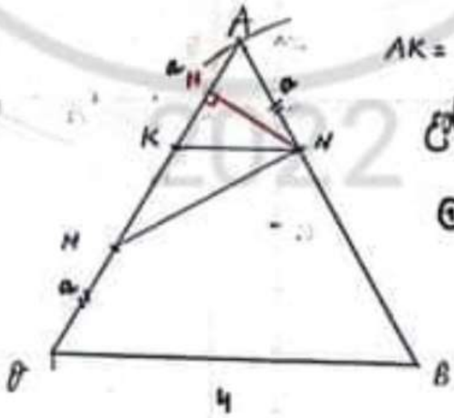
AOB مثلث متقايس الأضلاع

إذن : $O\hat{A}B = 60°$

ومنه : ① $K\hat{A}N = 60°$

وبما أن : $AK = AN = a$

إذن : AKN مثلث متقايس الضلعين في A ②



من ① و ② :

AKN مثلث متقايس الأضلاع

(7أساسي : درس المثلثات)

CS Scanné avec CamScanner

• ANK مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه : a

إذن قيس طول ارتفاعه NH: (H المسقط العمودي لـ N على (AK))

$$\boxed{NH = a\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

ب - في المثلث AMN : [NH] هو الارتفاع الصادر من N على [AM]

إذن: مساحة المثلث AMN تساوي:

$$\frac{AM\times NH}{2} = \frac{(4-a)\times a\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{a(4-a)\sqrt{3}}{4}$$

ج - • مساحة المثلث OAB تساوي:

(مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه 4
إذن قيس طول ارتفاعه = $\frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$)

إذن:

$$S_{OAB} = \frac{4\times 2\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

• S : مساحة الرباعي OMNB :

$$S = S_{OAB} - S_{AMN} = 4\sqrt{3} - \frac{a(4-a)\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{16\sqrt{3} - a(4-a)\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}\left(16-4a+a^2\right)}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(a^2-4a+16\right)$$

د - لنا: $(a-2)^2+12 = a^2-4a+4+12 = a^2-4a+16$

ومنه: $S = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(a^2-4a+16\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}\left[(a-2)^2+12\right]$

• نعلم أن: $0 < a \leq 2$ إذن: $a-2 \leq 0$

يعني $(a-2)^2 \geq 0$ يعني $(a-2)^2+12 \geq 12$ ...

يعني $\frac{\sqrt{3}}{4}\left[(a-2)^2+12\right] \geq \frac{\sqrt{3}}{4}\times 12$ يعني $\boxed{S \geq 3\sqrt{3}}$

CS Scanné avec CamScanner

3) $S = \frac{13\sqrt{3}}{4}$ إذن : $\frac{\sqrt{3}}{4}\left(a^2-4a+16\right) = \frac{13\sqrt{3}}{4}$

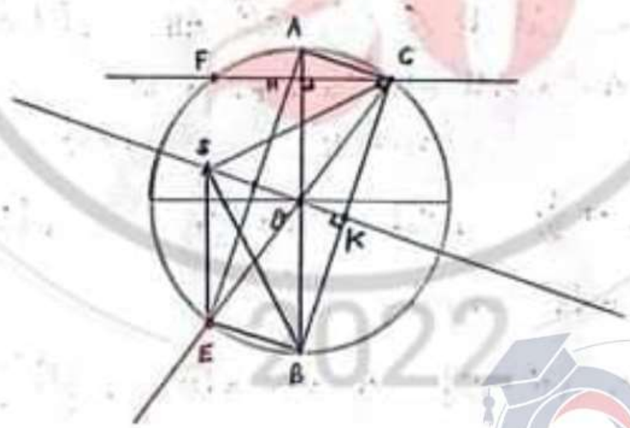
يعني $a^2 - 4a + 16 = 13$

إذن ، a هو حل المعادلة ، $E = 13$

حسب سؤال 1) ب- $a = 1$ أو $a = 3$

بما أن $a \in]0;2[$ إذن : $\boxed{a=1}$

التمرين الخامس :



concours 20/20 2022
TuniTests

CS Scanné avec CamScanner

① أ- في المثلث ABC لنا : O منتصف $[AB]$ (O مركز الدائرة (C) التي قطرها $[AB]$)

حيث $OA = OB = OC$ (شعاعات لنفس الدائرة)

إذن ، ABC مثلث قائم في C .

وبما أن H هو المسقط العمودي لـ C على $[AB]$ إذن حسب (ن ب)

$$CH^2 = HA \times HB = 1 \times 9 = 9$$

إذن ، $\boxed{HC = \sqrt{9} = 3\ cm}$

ب - ط1 . نثبت أن AFB قائم في F

$FH^2 = HA \times HB = 9$

$FH = 3$

إذن ، $FH = HC = 3$ وبما أن $H \in [FC]$

فان H منتصف $[FC]$

ط2 : لنا : $OF = OC$ (شعاعات لنفس الدائرة (C))

إذن O نقطة من الموسط العمودي المار من O و العمودي على $[FC]$

ونعلم أن : B و O و A ثلاث نقاط من المستقيم العمودي على $[FC]$

إذن ، (AB) هو الموسط العمودي لـ $[FC]$ وبما أن $H \in [FC]$

إذن $HC = HF$ ومنه H منتصف $[FC]$

② * في المثلث ABC لنا :

. O منتصف $[AB]$

. المستقيم المار من O والموازي لـ (AC) يقطع (BC) في K ($(BC) \perp (OK)$ ؛ $(BC) \perp (AC)$ إذن: $(OK) // (AC)$)

إذن حسب (م.ط (المنتصفات)) : K منتصف $[BC]$

* في المثلث CBS لنا : . K منتصف $[BC]$ إذن : $[SK]$ هو الموسط المار من S على $[BC]$ ①

$\frac{OS}{2} = \frac{OK}{1} = \frac{OS+OK}{3}$ يعني $\frac{OS}{2} = \frac{OK}{1}$ يعني $OS = 2OK$.

$\frac{OS}{2} = \frac{OK}{1} = \frac{SK}{3}$ "

ومنه : $SO = \frac{2}{3} SK$ ①

Scanné avec CamScanner

من (1) و (2) : O مركز ثقل المثلث CBS .

(3) أ- في الرباعي $ACBE$: القطران $[AB]$ و $[CE]$ يتقاطعان في منتصفيهما O إذن $ACBE$ متوازي أضلاع (1)

ولنا : $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (2)

من (1) و (2) : $ACBE$ مستطيل .

* . $ACBE$ مستطيل إذن : $(EB) \parallel (AC)$ و $EB = AC$

. $O \in (SK) \parallel (AC) \leftarrow (OS) \parallel (AC)$ ومنه : $(OS) \parallel (EB)$ (1)

. في المثلث ABC لنا : $O \in (AB)$ و $K \in (BC)$ و $(AC) \parallel (OK)$

إذن حسب (ط.م) : $\frac{BK}{BC} = \frac{BO}{BA} = \frac{OK}{AC}$

ومنه : $\frac{BO}{BA} = \frac{OK}{AC} = \frac{1}{2}$ (O منتصف $[AB]$)

ومنه : $\frac{OK}{AC} = \frac{1}{2}$

حيث لنا : AHC مثلث قائم في H إذن حسب (ن.ف) :

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 1 + 9 = 10$$

إذن : $AC = \sqrt{10}$

ولنا : $OK = \frac{OS}{2}$ إذن : $\frac{OK}{AC} = \frac{\frac{1}{2}OS}{\sqrt{10}} = \frac{1}{2}$

ومنه : $OS = \sqrt{10}$

وبالتالي : $AC = OS = \sqrt{10}$ إذن $EB = OS = \sqrt{10}$ (2)

من (1) و (2) : $OBES$ متوازي الأضلاع .

(سؤال تمييز ذات صعوبة عالية)

concours 2022

CS Scanné avec CamScanner

ب - . EFC مثلث قائم في F لأنه قابل الارتسام في الدائرة
($\mathscr{C}$) أحد أضلاعه ([CE]) قطر الدائرة ($\mathscr{C}$)

إذن ، $(EF)\perp(FC)$ ولنا : $(AB)\perp(FC)$ في H

إذن ، $(AB)/\!/(EF)$ وبما أن : $(ES)/\!/(AB)$ ($A\in(OB)$ و $OBES$ متوازي الأضلاع)

إذن ، $(ES)/\!/(EF)$

وبما أن E نقطة مشتركة إذن : E و S و F على استقامة واحدة

ج - . EFC مثلث قائم في F إذن حسب (ن ب) :

$CE^2 = FC^2 + FE^2$ يعني $FE^2 = CE^2 - FC^2$

$= AB^2 - (2CH)^2$

$= 100 - 36 = 64$

إذن ، $FE = \sqrt{64} = 8$ cm

. OBES متوازي الأضلاع إذن : $ES = OB = \frac{AB}{2} = 5$

ومنه ، $FS = EF - ES = 8 - 5 = 3$ cm

4) OHFS شبه منحرف لأن $(FS)/\!/(OH)$

ومنه ، $S_{OHFS} = \frac{(OH+FS)\times FH}{2} = \frac{(4+3)\times 3}{2}$

$= \frac{21}{2} = 10{,}5$ cm²

($OH = OA - AH = 5 - 1 = 4$ ← القاعدة الكبرى
$FS = 3$ ← القاعدة الصغرى
$FH = 3$ ← الارتفاع)

منح $\frac{20}{20}$

TuniTests