Ministère des Enseignements Secondaires

GROUPE « AGIR COMPETENT »

Sis à L'ECOLE PUBLIQUE DE SONGMINKOUGUI EDEA

Tel : 697 26 38 45 / 682 80 90 67

Responsable : T. N . AWONO MESSI

Année scolaire : 2019-2020

Epreuve : Mathématiques

Durée : 3h 15h00-18h00

Vendredi, 04 Octobre 2019

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES N° 1 : CLASSE DE 2$^{\text{nde}}$ C

EXERCICE 1

Soit les réels : $A=\left(2-\dfrac{3-\dfrac{1}{3}}{3+\dfrac{1}{3}}\right)\div\left(1-\dfrac{4}{3}\times\dfrac{\dfrac{3}{4}+1}{\dfrac{3}{4}-1}\right)$ et $B=\sqrt{\left(1-2\sqrt{2}\right)^2}+\left(\sqrt{2}-2\right)^2-\sqrt{18}.$

1. Calculer A et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Montrer en détaillant toutes les étapes de vos calculs que $B=5-5\sqrt{2}.$

EXERCICE 2

On pose : $\alpha=\sqrt{1+\dfrac{\sqrt{7}}{4}}-\sqrt{1-\dfrac{\sqrt{7}}{4}}.$

1. Donner en justifiant le signe de α.
2. Calculer α^2 et en déduire la valeur exacte de α.

EXERCICE 3

a, b et c sont trois nombres positifs tels que $a \le b+c$. On pose : $P=\dfrac{a}{1+a}-\dfrac{b}{1+b}-\dfrac{c}{1+c}.$

1. Montrer que $P=\dfrac{a-b-c-2bc-abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}.$
2. Donner en justifiant le signe de P.
3. Déduisez-en que : $\dfrac{a}{1+a}\le\dfrac{b}{1+b}+\dfrac{c}{1+c}.$
4. Démontrer que pour tous $a,b\in\mathbb{R}_+^*$, on a : $\left(\sqrt{\dfrac{a}{b}}-\sqrt{\dfrac{b}{a}}\right)^2=\dfrac{(a-b)^2}{ab}.$

EXERCICE 4

1. On considère les nombres réels x et y tels que : $-4{,}1<x<-4$ et $-0{,}9<y<-0{,}8.$
   Déterminer les encadrements de : $A=x^2$; $B=xy$; $C=\dfrac{x}{y}$ et $D=x-y.$
2. Pour chacune des affirmations suivantes, dire en justifiant si elle est vraie ou fausse.
   (a) Le nombre $\dfrac{\pi}{4}$ est un nombre rationnel.
   (b) La somme de deux nombres rationnels est un nombre rationnel.
3. x, y et z sont trois réels positifs.
   (a) Démontrer que $x+y\ge 2\sqrt{xy}.$ $[1]$
   (b) En utilisant l'inégalité $[1]$ et deux autres inégalités du même type :
   Démontrer que : $(x+y)(y+z)(z+x)\ge 8xyz.$
4. Trouvez un entier relatif p tel que $100\times10^p=10^{10}\times\dfrac{1}{10^{3p}}.$

EXERCICE 5

1. **(a)** Montrer que pour tout $x \neq -1$ et $x \neq 1$, on a : $\dfrac{2x}{1-x^2} = \dfrac{1}{1-x} - \dfrac{1}{1+x}$.

   (b) Montrer que pour tout $x \in \left]-3;-2\right[$, on a : $\dfrac{3}{4} < \dfrac{2x}{1-x^2} < \dfrac{4}{3}$.

2. Soient x, y et z trois réels tels que $x+y+z=0$.

   (a) Développer et réduire $(x+y)\left(x^2-xy+y^2\right)$.

   (b) Montrer que $x^2+y^2 = z^2-2xy$, puis en déduire que $x^3+y^3+z^3 = 3xyz$.

EXERCICE 6

On pose : $A = \left\{ q\sqrt{2}, q \in \mathbb{Q} / 0 \leq q \leq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \right\}$.

1. Montrer que $A \subset [0;1]$.
2. Démontrer par l'absurde que tous les éléments de A sont des irrationnels.

EXERCICE 7

1. Vérifier que pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{(n+1)^2} = \dfrac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$.
2. En déduire la valeur exacte de la somme :

$$S = \frac{3}{1^2 \times 2^2} + \frac{5}{2^2 \times 3^2} + \frac{7}{3^2 \times 4^2} + \frac{9}{4^2 \times 5^2} + \frac{11}{5^2 \times 6^2} + \frac{13}{6^2 \times 7^2} + \frac{15}{7^2 \times 8^2}.$$

EXERCICE 8

Montrer chacune des égalités suivantes :

1. Pour $x \neq -2, x+1-\dfrac{1}{x+2} = \dfrac{x^2+3x+1}{x+2}$.
2. Pour tout réel $x > 2, \sqrt{x+2} - \sqrt{x-2} = \dfrac{4}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}$.
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $\dfrac{1}{n} = \dfrac{1}{n+1} + \dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{2n} + \dfrac{1}{3n} + \dfrac{1}{6n}$.

EXERCICE 9

1. Soient p et q deux nombres réels strictement positifs tels que $p < q$.

   On pose : $a = \dfrac{p+q}{2}$; $g = \sqrt{pq}$ et $h = \dfrac{2}{\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}}$.

   (a) Démontrer que : $p < h$ et $a < q$.

   (b) Démontrer que : $g < a$.

   (c) Démontrer que $g^2 = ah$ et en déduire que $h < g$.

   (d) Ranger dans l'ordre croissant les nombres p, q, a, g et h.

2. Soit n un entier naturel. On pose $S = 1+n+n^2+n^3+n^4$.

   (a) Calculer $\left(2n^2+n\right)^2 - 4S$.

   (b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}, \left(2n^2+n\right)^2 < 4S$.

ACTIVITES D'INTEGRATION SUR LES NOMBRES REELS EN SECONDE C :

Problème 1 : 4,5 points

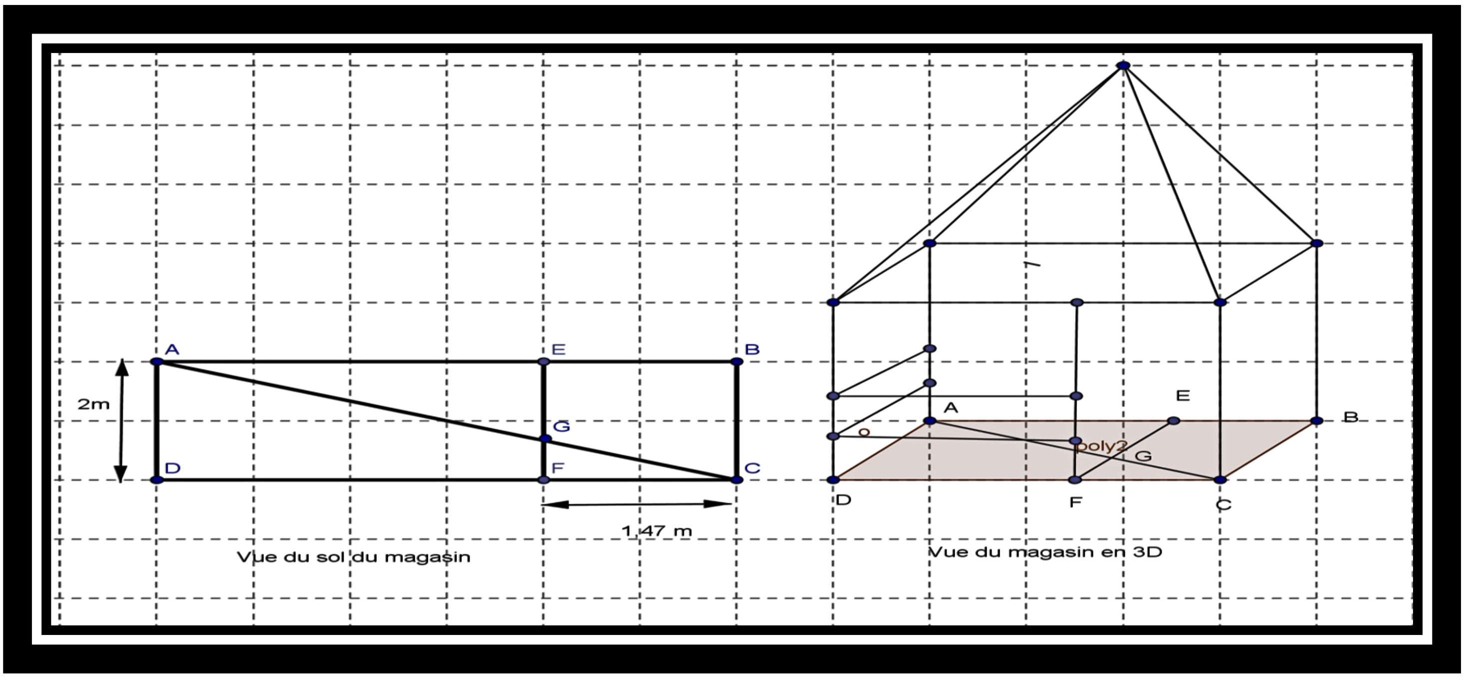
Situation :

Un commerçant dispose d'un magasin climatisé pour entreposer ses fruits sur des étagères construits le long des murs .Les deux étagères des avocats sont Lelong du mur [DF] et les deux étagères de mangues sont Lelong du mur [AD] comme l'indique la figure ci-dessous .Une étagère de mangues peut contenir 200fruits par mètre et une étagère d'avocats peut contenir 150 fruits par mètre .Ce commerçant achète une mangue à 25F et un avocat à 75F . Son conseiller architecte du magasin lui dit qu'avec le capital qu'il dispose il ne peut exploiter que les 70% de l'espace prévu par les mangues et 90% de l'espace prévu pour les avocats. En observant la figure, il constate que : ABCD est un rectangle, le triangle GFC est rectangle en F, AC=6m ; AD=2m ; FC=1,47m.Ce commerçant de fruits a affiché devant son comptoir la grille ci-dessus. Les deux tiers des fruits se trouvant ce jour-là sur son comptoir sont des fruits verts et le quart des fruits verts sont des mangues. Sur son comptoir, il y avait 45 mangues et à la fin de la journée il avait vendu tous les fruits se trouvant sur son comptoir.

Fruits	Prix unitaire
Mangues	50 f CFA
Tomates	25 F CFA
Avocats	100 F CFA

Tâches :

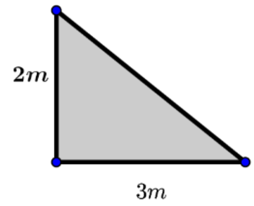
1) Calcule le prix d'achat des mangues. 1,5pts
2) Calcule le prix d'achat des avocats. 1,5pts
3) Calculer la recette de ce commerçant à la fin de cette journée 1,5pts



Problème 2 : 4,5pts

Situation :

Vous voulez aménager une partie de votre petit jardin qui a la forme du triangle rectangle ci-contre .Vous connaissez uniquement la base de 3m et la hauteur de 2m,et désirez l'entourer d'un grillage .Votre voisin commerçant mesure les contours à votre insu et vous vend du grillage pour le protéger à 1000FCA sans toute fois vous préciser le prix du mètre de grillage. Par la suite vous recommandez à un technicien de planter des roses sur $\frac{2}{3}$ de cette surface, des gazons sur les $\frac{1}{7}$ du reste. Le mètre carré de gazon est vendu à 200FCFA et la quantité de roses nécessaire pour un mètre carré est vendue à 450FCFA



Tâches :

1) Déterminer le prix du mètre du grillage. 1,5pts
2) Déterminer le prix des gazons nécessaires 1,5pts
3) Déterminer le prix des roses 1,5pts

M . OUAFEU PAULIN

MINESEC	LYCEE CLASSIQUE D'ESEKA	DEPARTEMENT DE PCT
ANNEE : 2018/2019	EVALUATION DE LA 3ème SEQUENCE	CLASSE : 2nd C
DUREE : 2H	EPREUVE DE CHIMIE	COEF : 2

PARTIE A : Evaluation des savoirs et savoir faire

EXERCICE1 : ***Evaluations des savoirs/ 5 points***

1- Définir : chimie organique, liaison covalente, ion, réaction chimique. **0,5 pt x 4**

2- Donner deux importances de la chimie organique dans le domaine pharmaceutique. **0,5 pt x 2**

3- Comment sont rangés les éléments chimiques dans le tableau de classification périodique ? **1 pt**

4- Répondre par vrai ou faux. **0,5 pt x 2**

4.1- Le noyau atomique est électriquement neutre.

4.2- L'atomicité de la molécule d'éthanol C_2H_6O est de 7.

EXERCICE2 : ***Evaluations des savoirs faire/ 5 points***

1- Le chlore et l'oxygène peuvent combiner pour former une molécule.

1.1- Ecrire les structures électroniques du chlore et de l'oxygène. On Cl (Z =17) et O (Z=8). En déduire leur représentation de Lewis. **0,5 pt x 2**

1.2- Combien d'atomes de chlores peuvent se fixer à un atome d'oxygène ? En déduire la formule brute du composé qu'on peut obtenir entre l'oxygène et le chlore. **0,5 pt x 2**

1.3- Donner sa formule développée et sa représentation de Lewis. **1 pt**

2- Déterminer les formules statistiques des composés ioniques suivants :

2.1- Le chlorure de sodium constitué d'ion chlorure (Cl^-) et d'ion sodium (Na^+). **1 pt**

2.2- L'hydroxyde d'aluminium constitué d'ion hydroxyde (OH^-) et d'ion aluminium (Al^{3+}). **1 pt**

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES

EXERCICE1 : ***Détermination de la formule brute d'un composé/ 5 points***

L'oxydation de 212,5 mg d'un composé gazeux produit 415 mg de dioxyde de carbone et 297,5 mg d'eau ; Ce composé renferme l'élément azote aussi. Par une méthode appropriée, on transforme l'azote qu'il contient en ammoniac (NH_3). Le traitement de 212,5 mg de ce composé produit 80,25 mg d'ammoniac.

1- Déterminer la composition centésimale massique du composé. **2 pts**

2- Le composé contient-il l'élément oxygène ? **1 pt**

3- En déduire sa formule brute sachant que sa masse molaire moléculaire est de 45 g/mol. **2 pts**

On donne les masses molaires atomiques en g/mol : C = 12 ; H = 1 ; N = 14 ; O = 16.

EXERCICE2 : ***Identification des ions/ 5 points***

Dans un placard de la salle de chimie, du Lycée d'Eseka le professeur trouve quatre flacons sans étiquette numéroté de 1 à 4. Les élèvent savent que ces solutions contiennent des ions. Les élèves et leur professeur décident de procéder à des tests d'identifications des ions.
1. Les élèves réalisent le test à la soude. Les élèves obtiennent les résultats ci-après.

	Solution n°1	Solution n°2	Solution n°3	Solution n°4
Avant ajout de soude				
Après ajout de soude				
Observation	Un précipité vert est apparu	Un précipité bleu est apparu	Un précipité brun-rouille est apparu	Aucun précipité n'est observé

1.1- Quels sont les ions contenus dans les solutions n°1, n°2 et n°3 d'après cette expérience. **1,5 pt**

1.2- Écrire les équations des réactions qui ont eu lieu dans chaque cas. **0,5 pt x 3**

2- Les élèves réalisent ensuite le test au nitrate d'argent. Ils obtiennent un précipité blanc dans les tubes 1 et 2. Dans le tube 3, aucun précipité ne se forme.
Quel est l'ion présent dans ces deux solutions d'après cette expérience ? **1 pt**

3- Le professeur retrouve une étiquette dans le placard : solution de chlorure de fer II. Utilise les résultats précédents pour répondre à la question « A quelle solution appartient cette étiquette ? ». **1 pt**

On vous aide avec les formules de certains ions
On donne les formules des ions suivants : ion chlorue : Cl^-; calcium : Ca^{2+}; ion fer (II) : Fe^{2+}; ion fer (III) : Fe^{3+}; ion cuivre : Cu^{2+}; ion sodium : Na^+; ion potassium : K^+.
La soude contient les ions soudium (Na^+) et hydroxyde (OH^-).
Le nitrate d'argent contient les ions nitrates (NO_3^-) et argent Ag^+.

COMPLEXE SCOLAIRE BILINGUE NAL
Bonamoussadi.Bangue
B P: 3712 Douala
Tél. : 242 663 521
cosbinal@yahoo.fr

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
REPUBLIC OF CAMEROON
Paix – Travail - Patrie
Peace - Work- Fatherland
Année scolaire 2019/2020

MATIERES* : MATHEMATIQUES** ***CLASSE* : 2ndeC** ***coef : 5 ***HORAIRES* : 2heures**

Prof :M.TOUKAM

CONTROLE CONTINU DU 14/09/2019

PARTIE A: EVALUATION DES RESSOURCES 15,50points

EXERCICE 1 5,50points

On donne les nombres $A=\left(2-\dfrac{3-\frac{1}{3}}{3+\frac{1}{3}}\right)\div\left(1+\dfrac{1+\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}\right)$; $B=\dfrac{5^3\times 3^6\times 11^4}{11^5\times 5^5\times 3^8}$; $C=\dfrac{7}{18}\times\dfrac{2}{7}-\left(\dfrac{5}{3}-1\right)^2$

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. **2,00points**

2. Ecrire B comme produit de puissances entières de nombres premiers. **2,00points**

3. Calculer C et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. **1,50point**

EXERCICE 2 4,00points

1. Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$; b étant l'entier le plus petit possible.
$\sqrt{189}$; $\sqrt{1044}$ et $B=\sqrt{2}+3\sqrt{8}-6\sqrt{50}$. **2,00points**

2. Développement et réduction :

a) Ecrire $E=\left(2+\sqrt{3}\right)^2+\left(1-\sqrt{3}\right)^2$ sous la forme $a+b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers. **1,00point**

b) Ecrire $F=\left(4+3\sqrt{2}\right)^2-\left(2-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}-1\right)$ sous la forme $a+b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers. **1,00point**

EXERCICE 3 principes de raisonnement 6,00points

1.

a) Montrer que :

$\forall a,b,c\in\mathbb{R};\ (a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$. **1,00point**

b) En déduire que : $\forall a,b,c\in\mathbb{R};$

$ab+ac+bc=0\Longrightarrow (a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2$. **1,50point**

2. Démontrer par la contraposée que : $\forall x\in\mathbb{N}; x^2$ est impair $\Longrightarrow x$ est impair. **1,50point**

3.

a) Démontrer que : $\forall x, y \in \mathbb{R};\quad (x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy.$ **1,00point**

b) En remarquant que : $\forall x, y \in \mathbb{R};\quad (x-y)^2 \geq 0$, montrer que $x^2 + y^2 \geq 2xy.$

1,00point

PARTIE B: EVALUATION DES COMPETENCES 4,5points

Trois personnes se partagent un terrain rectangulaire. La première achète les $\frac{2}{7}$ du terrain, la seconde les $\frac{2}{3}$ du terrain et la troisième achète la dernière partie du terrain. Le m^2 de ce terrain coûte 11000F

1. Exprimer la part de chaque personne comme fraction de l'aire totale. **1,50point**
2. Sachant que le terrain mesure 105m de long et 70m de large. Calculer, en m^2 l'aire des trois parcelles. **1,50point**
3. Quel montant à débourser chaque personne pour l'acquisition de sa parcelle ? **1,50point**

COMPLEXE SCOLAIRE BILINGUE NAL
Bonamoussadi.Bangue
B P: 3712 Douala
Tél. : 242 663 521
cosbinal@yahoo.fr

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
REPUBLIC OF CAMEROON
Paix – Travail - Patrie
Peace - Work- Fatherland
Année scolaire 2019/2020

MATIERES : MATHEMATIQUES   ***CLASSE : 2ndeC***   ***coef : 5***   ***HORAIRES : 2heures***

Prof :M.TOUKAM

CONTROLE CONTINU DU 14/09/2019

PARTIE A: EVALUATION DES RESSOURCES 15,50points

EXERCICE 1 5,50points

On donne les nombres $A=\left(2-\dfrac{3-\frac{1}{3}}{3+\frac{1}{3}}\right)\div\left(1+\dfrac{1+\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}\right)$; $B=\dfrac{5^3\times3^6\times11^4}{11^5\times5^5\times3^8}$; $C=\dfrac{7}{18}\times\dfrac{2}{7}-\left(\dfrac{5}{3}-1\right)^2$

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. **2,00points**

2. Ecrire B comme produit de puissances entières de nombres premiers. **2,00points**

3. Calculer C et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. **1,50point**

EXERCICE 2 4,00points

1. Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$; b étant l'entier le plus petit possible.

$\sqrt{189}$; $\sqrt{1044}$ et $B=\sqrt{2}+3\sqrt{8}-6\sqrt{50}.$ **2,00points**

2. Développement et réduction :

a) Ecrire $E=\left(2+\sqrt{3}\right)^2+\left(1-\sqrt{3}\right)^2$ sous la forme $a+b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers. **1,00point**

b) Ecrire $F=\left(4+3\sqrt{2}\right)^2-\left(2-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}-1\right)$ sous la forme $a+b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers. **1,00point**

EXERCICE 3 principes de raisonnement 6,00points

1.

a) Montrer que :

$$\forall a,b,c\in\mathbb{R};\ (a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc).$$ **1,00point**

b) En déduire que : $\forall a,b,c\in\mathbb{R};$

$$ab+ac+bc=0\Longrightarrow(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2.$$ **1,50point**

2. Démontrer par la contraposée que : $\forall x\in\mathbb{N}; x^2$ est impair $\Rightarrow x$ est impair. **1,50point**

3.

a) Démontrer que : $\forall x, y \in \mathbb{R};\quad (x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy.$ **1,00point**

b) En remarquant que : $\forall x, y \in \mathbb{R};\quad (x-y)^2 \geq 0$, montrer que $x^2 + y^2 \geq 2xy.$

1,00point

PARTIE B: EVALUATION DES COMPETENCES 4,5points

Trois personnes se partagent un terrain rectangulaire. La première achète les $\frac{2}{7}$ du terrain, la seconde les $\frac{2}{3}$ du terrain et la troisième achète la dernière partie du terrain. Le m^2 de ce terrain coûte 11000F

1. Exprimer la part de chaque personne comme fraction de l'aire totale. **1,50point**
2. Sachant que le terrain mesure 105m de long et 70m de large. Calculer, en m^2 l'aire des trois parcelles. **1,50point**
3. Quel montant à débourser chaque personne pour l'acquisition de sa parcelle ? **1,50point**

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES 15,5 Points

EXERCICE 1 : 4 Points

On donne les nombres:

$$A=\left(2-\frac{3-\frac{1}{3}}{3+\frac{1}{3}}\right)\div\left(1+\frac{1+\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}\right);\ B=\frac{10^2\times 3^2}{8\times 5^2}\div\sqrt{\frac{2^5\times 3^9}{6}};\ C=\frac{7}{18}\times\frac{2}{7}-\left(\frac{5}{3}-1\right)^2$$

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. **1,5pt**

2. Écrire B comme produit de puissances entières de nombres premiers. **1,5pt**

3. Calculer C et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. **1pt**

EXERCICE 2 : 7 Points

1. On donne $\alpha=\sqrt{2-\sqrt{3}}-\sqrt{2+\sqrt{3}}$.

a) Donner en justifiant, le signe de α. **0,5pt**

b) Calculer α^2 et en déduire la valeur exacte de α. **1,5pt**

2. **a)** Démontrer par l'absurde que $\sqrt{3}$ est un nombre irrationnel. **2pts**

b) En déduire que $-2+\sqrt{3}\notin\mathbb{Q}$, puis que $7\sqrt{3}\notin\mathbb{Q}$. **1pt**

3. x et y sont deux réels tels que $-5<x<-3$ et $4<y<7$.

a) Déterminer un encadrement de $x-y$ et celui de xy. **1pt**

b) Montrer que l'on a : $\frac{1}{5}<\frac{x-y}{xy}<1$. **1pt**

EXERCICE 3 : 4,5 Points

1. Écrire sans radical au dénominateur le nombre $D=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}-\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+2}$. **1,5pt**

2. Montrer que le nombre $E=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ est un entier relatif. **1,5pt**

3. Écrire plus simplement le nombre $F=\frac{9^{n+1}+9^n}{3^{2n+1}-3^{2n}}$; $n\in\mathbb{N}$ **1,5pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES 04,5 Points

Situation :

Jean, Pierre et Paul se réunissent pour acheter un terrain rectangulaire qui mesure $105\ m$ de long et $70\ m$ de large, à raison de $11\ 000\ F$ le mètre carré. Jean achète les $\frac{2}{7}$ du terrain, Pierre achète les $\frac{2}{3}$ du terrain et Paul achète la dernière partie du terrain.

Tâches :

1. Exprimer la part de Paul comme fraction de l'aire totale du terrain. **1,5pt**

2. Calculer en m^2, l'aire de la parcelle occupée par chaque personne. **1,5pt**

3. Quel montant a déboursé chaque personne pour l'acquisition de sa parcelle ? **1,5pt**

Ministère des Enseignements Secondaires
Lycée Classique d'Edéa
Département de Mathématiques

Année scolaire : 2019 / 2020
Epreuve : Mathématiques
Classe : 2nde C_3
Durée : 2h30' Coefficient : 5
Prof : Olivier TIAGHO

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES 15,5 Points

EXERCICE 1 : 4 Points

On donne les nombres:

$$A = \left(2 - \frac{3 - \frac{1}{3}}{3 + \frac{1}{3}}\right) \div \left(1 + \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}}\right);\ B = \frac{10^2 \times 3^2}{8 \times 5^2} \div \sqrt{\frac{2^5 \times 3^9}{6}};\ C = \frac{7}{18} \times \frac{2}{7} - \left(\frac{5}{3} - 1\right)^2$$

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. **1,5pt**

2. Écrire B comme produit de puissances entières de nombres premiers. **1,5pt**

3. Calculer C et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. **1pt**

EXERCICE 2 : 7 Points

1. On donne $\alpha = \sqrt{2 - \sqrt{3}} - \sqrt{2 + \sqrt{3}}$.

a) Donner en justifiant, le signe de α. **0,5pt**

b) Calculer α^2 et en déduire la valeur exacte de α. **1,5pt**

2. a) Démontrer par l'absurde que $\sqrt{3}$ est un nombre irrationnel. **2pts**

b) En déduire que $-2 + \sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$, puis que $7\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$. **1pt**

3. x et y sont deux réels tels que $-5 < x < -3$ et $4 < y < 7$.

a) Déterminer un encadrement de $x - y$ et celui de xy. **1pt**

b) Montrer que l'on a : $\frac{1}{5} < \frac{x - y}{xy} < 1$. **1pt**

EXERCICE 3 : 4,5 Points

1. Écrire sans radical au dénominateur le nombre $D = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} - \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 2}$. **1,5pt**

2. Montrer que le nombre $E = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$ est un entier relatif. **1,5pt**

3. Écrire plus simplement le nombre $F = \frac{9^{n+1} + 9^n}{3^{2n+1} - 3^{2n}};\ n \in \mathbb{N}$ **1,5pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES 04,5 Points

Situation :

Jean, Pierre et Paul se réunissent pour acheter un terrain rectangulaire qui mesure $105\ m$ de long et $70\ m$ de large, à raison de $11\ 000\ F$ le mètre carré. Jean achète les $\frac{2}{7}$ du terrain, Pierre achète les $\frac{2}{3}$ du terrain et Paul achète la dernière partie du terrain.

Tâches :

1. Exprimer la part de Paul comme fraction de l'aire totale du terrain. **1,5pt**
2. Calculer en m^2, l'aire de la parcelle occupée par chaque personne. **1,5pt**
3. Quel montant a déboursé chaque personne pour l'acquisition de sa parcelle ? **1,5pt**

COLLEGE BILINGUE LE NIL
BP 15273 Douala
233 – 47 - 19 - 02

EPREUVE DE MATHEMATIQUE
DEVOIR SURVEILLE N°1
DU PREMIER TRIMESTRE

Année scolaire 2019 / 2020
Département : de MATHS
Classe : 2^{nde} C Durée : 2h Coef : 5

L'épreuve comporte 3 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15.5 points)

EXERCICE 1 : 5,5pts

1. **Calculer et mettre le résultat sous la forme d'une fraction irréductible** $A = \dfrac{1+\dfrac{1-\frac{3}{5}}{1+\frac{3}{5}}}{\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1+\frac{3}{5}\right)} + \dfrac{3}{5}$ **1,5pt**
2. **Ecrire B ans radical au dénominateur** $B = \dfrac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} - \left(\dfrac{3-\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)^2$ **1,5pt**
3. **Utiliser les propriétés de puissance pour simplifier** $B = \left(\dfrac{8}{25}\right)^3 \times \left(\dfrac{21}{4}\right)^4 \times \left[\left(\dfrac{25}{42}\right)^{-2}\right]^2$ **1,5pt**
4. **Montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel.** **1pt**

EXERCICE 2 : 3,5pts

1. **Soient a et b deux nombres réels strictement positifs tels que $0 < a < b$; $a<1$ et $b<1$**
   a- **Donner le signe de (1- a)(1- b).** **1pt**
   b- **Compare $\dfrac{1}{1+a}$ et $\dfrac{1}{1+b}$** **1pt**
2. **Donner l'encadrement de a-b et de $\dfrac{a}{b}$** **1.5pt**

EXERCICE 3 : 6,5pts

A) Soients p et q deux nombres réels strictement positifs tels que p < q. On pose : $a = \dfrac{p+q}{2}$; $g = \sqrt{pq}$ et $h = \dfrac{2}{\frac{1}{p}+\frac{1}{q}}$

1. Démontrer que : p < h et a < q. **1pt**
2. Démontrer que : g< a. **1pt**
3. Démontrer que g^2 = ah. En déduire que h < g. **1pt**
4. Ranger dans l'ordre croissant les nombres p, q , a, g et h. **0,5pt**
B) soit k un nombre entier naturel non nul.
1) montrer que $\dfrac{1}{k(k+1)} = \dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k+1}$ **1pt**
2) calculer $\dfrac{1}{1\times2} + \dfrac{1}{2\times3} + \dfrac{1}{3\times4} + \cdots \ldots\ldots\ldots + \dfrac{1}{19\times20}$ **1pt**
3) on pose Sn = $\dfrac{1}{1\times2} + \dfrac{1}{2\times3} + \dfrac{1}{3\times4} + \cdots \ldots\ldots\ldots + \dfrac{1}{n(n+1)}$
a) Exprimer Sn en fonction de n **0.5pt**
b) montrer que Sn< 1 **0.5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5.5 points)

Trois personnes se partagent un terrain rectangulaire. La première achète les $\frac{2}{7}$ du terrain, la seconde les $\frac{2}{3}$ du terrain et la troisième achète la dernière partie du terrain. Le m² de ce terrain coûte 11000F

1. Exprimer la part de chaque personne comme fraction de l'aire totale. **1,50point**
2. Sachant que le terrain mesure 105 m de long et 70m de large. Calculer, en m² l'aire des trois parcelles. **1,50point**
3. Quel montant va débourser chaque personne pour l'acquisition de sa parcelle ? **1,50point**

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix -Travail –Patrie
MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
DELEGATION REGIONALE DU CENTRE
DELEGATION DEPARTEMENTALE DU MFOUNDI

Collège la Fraternité ADANA YAOUNDE 2016

KAMERUN CUMHURİYETİ
Barış - Çalışma – Vatan
MİLLİ EĞİTİM BAKANLIĞI
MERKEZ BÖLGE MÜDÜRLÜĞÜ
MFOUNDI İLÇE MÜDÜRLÜĞÜ

COLLEGE LA FRATERNITE ADANA YAOUNDE
ADANA YAOUNDE KARDEŞİLİK OKULU

Département de Mathématiques

Année Scolaire 2017-2018
Séquence N° 3
Classe ***2ndeC****, Coef.* ***5****, Durée* ***3h.***

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RSSOURCES

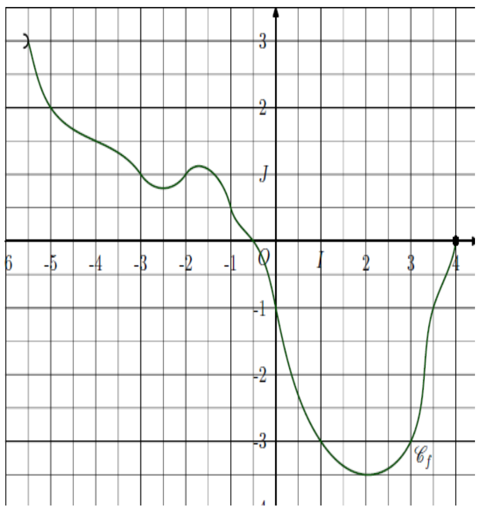
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos(x)$					
$\sin(x)$					
$\tan(x)$					

Exercice 1: (7 points). ANGLES ORIENTES ET TRIGONOMETRIE

1. a) Recopier et compléter, par les valeurs exactes, le tableau suivant :
   b) Mettre sous forme d'un quotient $\pi + \frac{\pi}{6}$; $\pi + \frac{\pi}{3}$ et $\pi - \frac{\pi}{3}$. 0,5 pt
   c) En déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{4\pi}{3})$, puis celles de $\tan(\frac{4\pi}{3})$. 1 pt
2. a) Sur le cercle trigonométrique, placer le point M, image du réel x, $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$. 0,5 pt
   b) Placer les points Net P images respectives des réels $x + 3\pi$ et $x - 5\pi$. 0,5 pt
   c) Ecrire en fonction de $\sin(x)$, $\sin(x + 3\pi)$ et $\sin(x - 5\pi)$. 1 pt
3. a) x étant la mesure principale d'un angle orienté, Démontrer que :
   $\tan^2(x) - sin^2(x) = \tan^2(x)\, sin^2(x)$. 1 pt
   b) Calculer $\cos(x)$ *et* $\tan(x)$, sachant que $sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $x \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$. 0,75 pt
4. EFG est un triangle équilatéral tel que : $Mes\left(\widehat{\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EG}}\right) = -\frac{\pi}{3}$.
   Donner les mesures principales de $\left(\widehat{\overrightarrow{GF}, \overrightarrow{GE}}\right)$et $\left(\widehat{\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{EF}}\right)$. 0,75 pt

Exercice 2:(6 *points*) GENERALITES SUR LES FONCTIONS

I. La courbe ci-contre est la représentation graphique D'une fonction numérique f d'une variable x.



1. Déterminer l'ensemble de définition, noté $\mathcal{D}_f$, de f. 0,5 pt
2. Déterminer, si possible, l'image des réels -2, -1, 0 et 2 par f. 0,5 pt
3. Déterminer les antécédents par f des réels $\frac{1}{2}$, 0 et 1. 0,5 pt
4. Déterminer l'image directe par f des intervalles $[-1; 2[$ et $[1; 3[$ puis l'image réciproque par f des intervalles $[0; 2]$ et $]-3; 0]$ 2 pts

II. On considère la fonction numérique g d'une variable réelle x définie par: $g(x) = \frac{1}{x+1}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de g. 0,5 pt
2. Montrer que la fonction numérique g est décroissante sur son $]0; +\infty[$. 1 pt
3. g admet-elle sur l'intervalle $[0; +\infty[$ un minimum? Un maximum? Si oui, préciser. 1 pt

PARTIE B : **EVALUATION DES COMPETENCES**

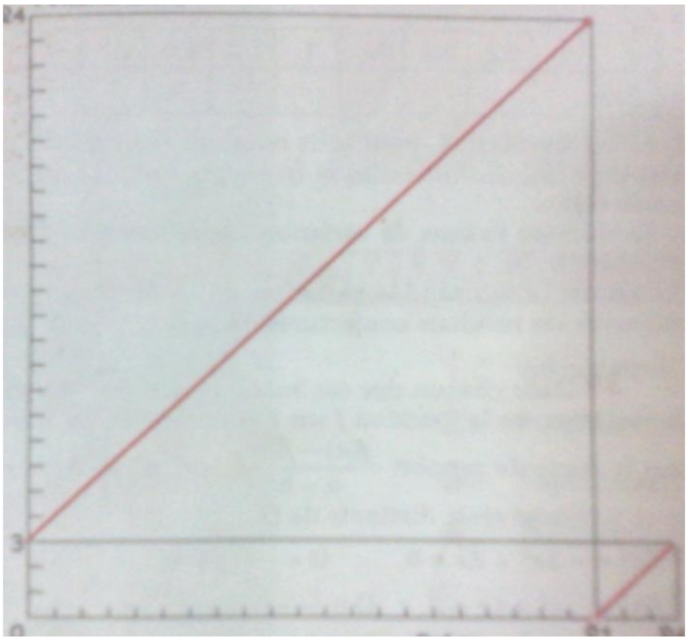
Situation Problème

Monsieur Hamza, résident à Yaoundé au Cameroun, doit se rendre à un séminaire à Moscou en Russie. Son avion part de Yaoundé à 21h précises, heure locale. La durée totale prévue pour son vol est de 9h de temps. A son arrivé à Moscou, M. Hamza désire téléphoner à son Chef hiérarchique pour lui rendre compte de l'évolution du séminaire. Cet appel doit être fait vers le téléphone fixe du bureau de son Chef et celui-ci est au bureau entre 8h et 12h puis entre 13h et 16h. Les travaux du séminaire de M. Hamza commencent à partir de 8h et se terminent à 16h avec une pause comprise entre 12h et 14h. Ainsi, il ne peut qu'appeler à ses heures de pause.

La courbe ci-dessous est celle de la fonction heure h qui, à l'heure de Yaoundé, associe l'heure de Moscou.

Tâches

1. Déterminer le domaine de définition de cette fonction heure h, puis l'heure à Yaoundé lorsqu'il est 8h à Moscou. 1,5 pt
2. Déterminer l'heure d'arrivée à Moscou de M. Hamza. 1,5 pt
3. Existent-elles des plages horaires au cours desquelles M. Hamza pourra téléphoner à son Chef ? si oui, ces plages correspondront à quelles plages horaires de Yaoundé ? 1,5 pt



Bonne chance!!!

Examinateur : ***M. NGALAH ABDOU RAHOUF***

MINESEC
LYCEE DE SONGMBENGUE
Département de Mathématiques

Classe : 2^{nde} C
Durée :3 heures ***Coefficient** : 5*
Date : Octobre 2019

Evaluation N1 : Trimestre 1
Exam. : KEMMEGNE FOPOSSI S.

Nom de l'élève :.. N^o : ....Classe : ....
Devoir N^o : .... discipline : .... date : .... Période : ....
Intitulé de la compétence visée :...
Appréciation du niveau de développement de la compétence(à cocher) :

Non acquis	En cours d'acquisition	Acquis	Expert

Note de l'évaluation :Partie A :......./15,5 Partie B :......./4,5 Note :........../20
Parent :Noms :... tél :.................................. visa :

Épreuve de Mathématiques

PARTIEA : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15,5pts)

Exercice 1 (4,5 pts)

1. Effectuer les opérations suivantes et donner les résultats sous forme de nombres irréductibles :
$$A = \frac{2 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{6}}{1 - \frac{\frac{3}{1}}{\frac{1}{2}} + 3 \times \frac{1}{6}} - \frac{2}{5}(\frac{1}{3} - 3) \qquad B = (\frac{5^2 \times 24^{-3}}{(100^{-7} \times 15^6)^4})^2$$ 0,75*2=1,5pts
2. Developper et écrire le plus simplement possible les expressions suivantes :
$$I = \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{\frac{4\sqrt{27}}{3\sqrt{3}}}}}}\ ;\ J = [\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}} + \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}]^2 \text{ avec } x \in [0; 1]$$ 0,75*2=1,5pts
3. Donner la notation scientifique de chacun des nombres suivants :
$F = 851,7 \times 0,0017 \times 0,07$ $\qquad G = 0,06 \times 1200 \times 10^{-5}$ 0,5*2=1pt
4. Comparer les nombres : $\sqrt{3} - \sqrt{5}$ et $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$ 0,5pt

Exercice 2 (4pts)
Soit un demi-cercle de centre O de rayon $4cm$ et de diamètre $[AB]$, E un point de ce demi-cercle distinct de A et B tel que l'angle $A\hat{O}E$ soit aigu. La bissectrice de l'angle $A\hat{O}E$ coupe le demi-cercle en M. D est le projeté orthogonal de M sur $[AB]$. La droite (AE) coupe $[MD]$ en H et $[OM]$ en I.

1. Faire une figure claire et précise 1pt
2. Démontrer l'égalité : $mesM\hat{B}A = mesA\hat{M}D$ 1pt
3. Démontrer l'égalité : $mesM\hat{B}A = mesM\hat{B}E$ 0,5pt
4. Démontrer l'égalité : $mesM\hat{B}A = mesM\hat{A}E$ 0,5pt
5. Donner la nature du triangle AMH 0,5pt
6. comparer $mesI\hat{O}E$ et $mesA\hat{B}A$ 0,5pt

Exercice 3 (3pts)

1. Donner la définition des termes suivants :
a) angle au centre b) polygone convexe c) quadrilatère inscriptible 0,5*3=1,5pts
2. Répondre par Vrai ou Faux :
d) Dans tout quadrilatère convexe, les angles opposés sont toujours supplémentaires. 0,5pt
e) Pour tout points A et B du plan, l'ensemble des points M tel que $mesA\hat{M}B = \alpha$ est le cercle de centre O passant par les points A et B tel que $mesA\hat{O}B = 2\alpha$ 0,5pt
f) Deux triangles semblables ont toujours les côtés de même longueurs. 0,5pt

Exercice 4 (4 pts)

1. Énoncer le principe de démonstration par contraposée 0,5pt
2. Soit a, un entier relatif. Montrer par la méthode par contraposée que si a^2 est divisible par 5 alors a est divisible par 5 1,5pts
3. Énoncer le principe de démonstration par l'absurde 0,5pt
4. Montrer par l'absurde que $\sqrt{5}$ est irrationnel 1,5pts

NB : Un nombre est divisible par 5 lorsqu'il se termine soit par 0 ou soit par 5

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (4,5pts)

Compétence : Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel à la notion des polygones réguliers.

Situation :

M. Edim est un menuisier résident à Douala, il reçoit la commande d'un de ses clients, qui lui demande une table à manger dont le dessus a une forme circulaire avec un polygone régulier à 6 côtés inscriptible. Les bordures de la table doivent être recouvert d'un papier décoratif vendu à 2 250 Frs CFA le mètre. Le polygone doit être recouvert sur ces bordures d'un fil fin en or vendu à 15 000 Frs CFA le mètre et l'intérieur du polygone doit être recouvert d'un vernis satin($1m^2$ de surface couvert coûte 22 500 Frs CFA)

Tâches

1. Si le côté du polygone est de $1,5m$,alors combien M. Edim va dépenser au minimum pour l'achat du papier décoratif ? 1,5pts
2. Si le rayon du cercle est de $1,4m$, alors combien M. Edim va dépenser au minimum pour l'achat du fil en or ? 1,5pts
3. Le rayon de la table est de $4m$, alors faire un schéma clair de la vue de dessus de la table à l'échelle 1/100. 1,5pts

BONNE CHANCE

Faites bien l'école et l'école vous fera du bien !

MINESEC _ LYCEE DE GUIDER
Année scolaire 2019-2020

Examen : Contrôle continu 1
Classe : 2^{nd} C
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3 heures **Coef** : 5

<u>COMPETENCES A EVALUER</u> : comparaison de deux nombres réels, encadrement, notion de groupe, *résoudre une situation concrète de la vie se ramenant aux opérations sur les nombres réels.*

<u>PARTIE A</u> : EVALUATION DES RESSOURCES / 15,5 points

<u>EXERCICE 1</u> / 1,5 points

Répondre par vrai ou faux

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, on a $A = 2x + x^2$ et $B = -6x^2 - 3x - 1$, la distance $d(A,B) = 7x^2 + 5x + 1$.
2. Pour l'inéquation $|x+4| \leq 10^{-2}$, la valeur approchée de x est -4 et son incertitude est 10^{-2}.
3. Soit $*$ la loi définie sur $\mathbb{R}$ par : $\forall a, b \in \mathbb{R}$, $a * b = a + 2b - 4$. La loi $*$ est associative.

<u>EXERCICE 2</u> / 3 points

1. Soit n un entier naturel non nul. Montrer par contraposée que si n^2 est pair, alors n est pair. 1pt
2. L'objectif de cette question est de démontrer en utilisant le raisonnement par l'absurde que $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel. Pour cela, supposons que $\sqrt{2}$ est rationnel ; alors on peut trouver $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}^*$ tel que $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$, avec $\frac{a}{b}$ fraction irréductible.
   a. Démontrer que $a^2 = 2b^2$ et en déduire que a est pair. 1pt
   b. Démontrer de même que b est pair et conclure 1pt

<u>EXERCICE 3</u> / 7,5 points

Les 1, 2, 3, 4 et 5 sont indépendantes.

1. a- Soit ∇, la loi définie sur $\mathbb{R}$ par $\forall a, b \in \mathbb{R}$, $a \nabla b = a + b - 4$. Montrer que $(\mathbb{R}, \nabla)$ est un groupe commutatif. 2pts
   b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x \nabla 12 = -3$ où l'inconnue est x. 0,5pt
2. Ecrire sous forme fractionnaire le nombre 12,3434343434… . 0,5pt
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :
   (a) $|4x-6| = 2$ (b) $|3x-2| < 4$ (c) $|1-x| - 5 \geq 3$. 1pt×3
4. Soit $A = \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{\frac{4\sqrt{27}}{3\sqrt{3}}}}}}}$. Montrer que A est un entier. 1pt
5. Donner la négation de proposition suivante : « Tous les élèves de la 2^{nd} C auront une note supérieure à 12/20 en maths et une note inférieure à 18/20 en informatique ». 0,5pt

<u>EXERCICE 4</u> / 3,5 points

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. On donne $1 < a < 5$; $3 < b < 7$ et $1 < c < 4$. Donner un encadrement de $a - 2b$ et $\frac{c}{b}$. 1,5pt
2. Soit a, un nombre réel. On suppose que $0 < a < 1$. Comparer a et a^2 ; a et $\sqrt{a}$; a et $\frac{1}{a}$. 2pts

<u>PARTIE B</u> : EVALUATION DES COMPETENCES / 4,5 points

<u>COMPETENCES VISEES</u> : *Résoudre une situation concrète de la vie se ramenant aux opérations sur les nombres réels.*

Au lycée de Guider, on constate qu'à la fin d'année la moitié des élèves de troisième entre en seconde A, les $\frac{2}{5}$ des élèves entre en seconde C et le reste redouble. 80 élèves sont choisis parmi les admis à un jeu télévisé. A la fin de la première journée, le quart des candidats est éliminé ; à la fin de la deuxième journée, les deux tiers de ceux qui restaient sont éliminés ; à la fin de la troisième journée, les trois cinquièmes de ceux qui restaient sont éliminés. La cellule d'organisation décide de donner 500frs à ceux qui ne sont pas éliminés après le premier tour et triplera le gain de chaque candidat s'il parviens à accéder au tour suivant et ceci jusqu'à la finale.

1. Quelle est la fraction des élèves qui redoublent ? 1,5pt
2. Quelle est le nombre de candidats qui partiront à la phase finale ? 1,5pt
3. Quelle somme la cellule va-t-elle débourser à la finale pour les candidats participants 1,5pt

« Travailler de manière à remporter le prix »

<u>Examinateur</u> : M. NGANSOB NONO Yves (PLEG_Maths)

MINESEC
Lycée de Tigaza
Département de Mathématiques

Année scolaire : 2019-2020
Classe : $2^{nd}C$ Durée : 3 heures
Contôle 1 Septembre 2019
Coefficient : 05

Épreuve de Mathématiques

Partie A : Evaluation des ressources [15.50pts]

EXERCICE 1 [2.00pts]

Répondre par **vrai** ou **faux**

1. Pour tout x et $y \in \mathbb{R}_+$; pour tout $k \in \mathbb{R}_-^*$ on a : $x < y$ alors $kx < ky$. **[0.50pt]**
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, on a $A = 2x + x^2$ et $B = -6x^2 - 3x - 1$ la distance $d(A;B)$ est $7x^2 + 5x + 1$. **[0.50pt]**
3. Pour l'inéquation $| x+2 | \leq 10^{-2}$ la valeur approchée de x est -2 et son incertitude est 10^{-2}. **[0.50pt]**
4. 0 est le plus petit élément de $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$. **[0.50pt]**

EXERCICE 2 [6.00pts]

1. $\forall a \in \mathbb{R}_+^*$ avec $a \geq 2$, démontrer que $\left(\sqrt{a+2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a-2\sqrt{a-1}}\right)^2 = 4(a-1)$. **[1.00pt]**
2. Comparer les nombres réels suivants : $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2$ et $\frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1$. **[0.75pt]**
3. Démontrer par l'absurde que $A = \frac{\sqrt{3+\sqrt{2}}}{2}$ est un nombre irrationnel. **[1.25pt]**
4. Construire sur une droite graduée $\sqrt{5}$. **[1.00pt]**
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : a.$|3x-2| < 7$; b.$|1-x| - 7 \geq 1$; c.$|4x+9| = 2$. **[2.00pts]**

EXERCICE 3 [5.00pts]

1. On donne le nombre $A = \left(2-\sqrt{5}\right)^{30} \times \left(2+\sqrt{5}\right)^{30}$; $B = \dfrac{(0,6)^2 \times 12^5 \times 54^3}{9^2 \times 5^3 \times (0,5)^3 \times (0,4)^4}$.
   a. Montrer en détaillant que $A = 1$. **[1.00pt]**
   b. Mettre B sous sa notation scientifique et en déduire son ordre de grandeur. **[1.50pt]**
2. Sachant que x et y sont des réels strictement positifs tels que $x < y$.
   a. Développer les expressions suivantes : $C = \left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)^2$; $D = \left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right)^2$. **[1.00pt]**
   b. On pose $E = \sqrt{x+y+2\sqrt{xy}} + \sqrt{x+y-2\sqrt{xy}}$, déduire de ce qui précède que $E = 2\sqrt{y}$. **[1.50pt]**

EXERCICE 4 [2.50pts]

1. On donne $1 < a < 5$; $3 < b < 7$; $1 < c < 4$. Donner un encadrement de $a - b$ et $\dfrac{c}{b}$. **[1.25pt]**
2. On suppose $0 < a < 1$. Comparer : a et a^2 ; a et $\sqrt{a}$; a et $\frac{1}{a}$. **[1.25pt]**

Partie B : Evaluation des compétences [04.50pts]

A la fin de l'année, on constate que la moitié des élèves de troisième entrent en seconde A ; les $\frac{2}{5}$ des élèves entrent en seconde C et le reste redouble. 80 élèves sont choisis parmis les admis à un jeu télévisé. A la fin de la première journée, le quart des candidats est éliminé ; à la fin de la deuxième journée, les deux tiers de ceux qui restaient sont éliminés ; à la fin de la troisième journée, les trois cinquièmes de ceux qui restaient sont éliminés. La cellule d'organisation decide de donner $500 frs$ à ceux qui ne sont pas éliminés après le premier tour et triplera le gain de chaque candidats s'il parviens à acceder au tour suivant et ceci jusqu'en finale.

1. Quelle est la fraction des élèves qui redoublent ? **[1.50pt]**
2. Quelle est le nombre de candidats qui participeront à la phase finale ? **[1.50pt]**
3. Quelle somme la cellule va t'elle débourser à la finale pour les candidats participants ? **[1.50pt]**

EXAMINATEUR : Département de Mathématiques.

«Ce n'est pas parce que les choses sont difficiles que nous n'osons pas, c'est parce que nous n'osons pas qu'elles sont difficiles : Disait SENEQUE»

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
DELEGATION REGIONALE DE L'OUEST
DELEGATION DEPARTEMENTALE DE LA MIFI
LYCEE BILINGUE DE TOKET II
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

Evaluation : **CC N°1**
Épreuve : **Mathématiques**
Durée : **03H** Classe : **2ndeC** Coef : **5**
Date : **09 OCTOBRE 2019**

Instructions : *l'épreuve comporte quatre exercices indépendants et un problème, le candidat traitera obligatoirement chacun de ces exercices et le problème ; le soin apporté à la rédaction sera un élément important d'appréciation.*

Compétence Attendue : Déployer un raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes relatifs au partage des biens.

PARTIE A : Evaluation de ressources 15,5 Points

Exercice 1 (2 Points)

On donne les nombres suivants :

$$A = \left(2 + \frac{3+\frac{1}{3}}{3-\frac{1}{3}}\right) \div \left(1 - \frac{1-\frac{3}{4}}{1+\frac{3}{4}}\right); \quad B = \frac{10^4 \times 3^2}{8 \times 5^2} \div \sqrt{\frac{2^7 \times 3^9}{6^3}} \quad C = \frac{7}{18} \times \frac{2}{7} - \left(\frac{5}{3} + 1\right)^2$$

1) a) Calculer A et mettre le résultat sou forme de fraction irréductible. **0,5 Pt**
   b) Dire en justifiant si A est un nombre décimal. **0,25 pt**
2) a) Calculer B et donner le résultat sous forme de fraction irréductible. **0,5 Pt**
   b) Dire en justifiant si B est un nombre rationnel. **0,25 pt**
3) Calculer C et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. **0,5 pt**

Exercice 2 (4,5 Points)

1. Démontrer les égalités suivantes : **0,5×3 = 1,5 Pt**
   (a) $\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{4,5}$.
   (b) $\sqrt{\sqrt{2}-1} \times \sqrt{\sqrt{2}+1} = 1$.
   (c) $\sqrt{3+2\sqrt{2}} \times \sqrt{3-2\sqrt{2}} = 1$.
2. Démontrer que pour $a > b \geq 0$: **0,5×3 = 1,5 Pt**
   (a) $\frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \sqrt{ab}$.
   (b) $\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a-b}}$.
   (c) $(\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}} + \sqrt{a-\sqrt{a^2-b^2}})^2 = 2(a+b)$.

3.a) Démontrer en utilisant la démonstration par l'absurde que $\sqrt{3}$ ne pas un nombre rationnel. **1pt**
   b) En déduire que 2+ $\sqrt{3}$ et $2\sqrt{3}$ ne sont pas des nombres rationnels. **0,25×2 = 0,5 Pt**

Exercice 3 (7,25 Points)

1) a) Comparer le nombre réel **5** et $\mathbf{2\sqrt{6}}$ en justifiant les règles de comparaison. **0,25 Pt**
   b) En déduire le signe du nombre réel **A=** $\mathbf{5-2\sqrt{6}}$. **0,25 Pt**
   c) En déduire alors l'écriture de $|\mathbf{5-2\sqrt{6}}|$ sans valeur absolue. **0,25 pt**
2) En exploitant la question précédente, écrire chacun des nombres suivants sans valeur absolue.

$$A = \left|\sqrt{13} - 2\sqrt{3}\right|; \quad B = \left|-5\sqrt{2} + 2\sqrt{5}\right|; \quad C = \left|3\sqrt{7} + \left|\sqrt{28} - 6\right|\right|;$$ **(0,5+0,5+0,75+0,75=2,5Pts)**

$$D = \left|2\sqrt{11} - 11\sqrt{2}\right| - |-3\sqrt{7} + 7\sqrt{3}|$$

3) Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733 \quad et \quad 2,236 < \sqrt{5} < 2,237$.

a) Donner un meilleur encadrement de A= $2\sqrt{3}+4\sqrt{5}$ **0,5 Pt**

b) Donner un meilleur encadrement de B = $\sqrt{5}-3\sqrt{3}$ **0,5 Pt**

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations et inéquations suivantes : **3 Pts**

a) $|2x+3|=4$ $b)$ $|-4x+2|=|x-6|$ $c)$ $|(2x+4)(-x+5)|=0$ $d)$ $|-6x+1|=-3$

$e)$ $|3x-1|\leq 5$ $f)$ $|2x-6|>4$

Exercice 4 (1,75 Point)

On donne les nombres $F=\frac{(4\sqrt{23}-13)(34+12\sqrt{19})+32}{3\sqrt{43}-21}$ et $G=\frac{25000\times 5^{-6}\times 0{,}0002\times 10^{5}}{0{,}0005\times 2^{6}\times 10^{-2}}$

1) Donner la notation scientifique de G. **1 pt**

2) En utilisant une calculatrice, **0,25×3=0,75pt**

a) Donner la troncature d'ordre 4 de F.

b) Donner l'approximation décimale d'ordre 4 de F par défaut.

c) Donner l'arrondie d'ordre 5 de F.

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES 04,5 Points

Situation :

Jean, Pierre et Paul se réunissent pour acheter un terrain rectangulaire qui mesure $105\ m$ de long et $70\ m$ de large, à raison de $11\ 000\ F$ le mètre carré. Jean achète les $\frac{2}{7}$ du terrain, Pierre achète les $\frac{2}{3}$ du terrain et Paul achète la dernière partie du terrain.

Tâches :

1. Exprimer la part de Paul comme fraction de l'aire totale du terrain. **1,5pt**
2. Calculer en m^2, l'aire de la parcelle occupée par chaque personne. **1,5pt**
3. Quel montant a déboursé chaque personne pour l'acquisition de sa parcelle ? **1,5pt**

Proposée par Mme NGUEGUIM KEMO et M. SOB NGUEGANG.

MINESEC	**Epreuve de mathématiques**	**Séquence 3 2018-2019**
Lycée d'Abondo	**Classe de 2^{nde} C**	**coef 5 durée : 3 heures**

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15,5 points

EXERCICE 1 : 3,5 points

1) Résoudre dans *IR* les inéquations suivantes :

a) $\frac{4-x}{-2x+6} \geq 0$ **0,75pt**

b) $|-3x+2| > 14$ **0,75pt**

2) Résoudre dans *IR²* le système d'inéquations suivant : $\begin{cases} x-y-3<0 \\ x+2y-6<0 \end{cases}$ **1pt**

3) Résoudre dans *IR²* les systèmes d'équations suivants :

a) $\begin{cases} x-y-3=0 \\ x+2y-6=0 \end{cases}$ **0,5pt**

b) $\begin{cases} x^2-\frac{1}{y+1}-3=0 \\ x^2+\frac{2}{y+1}-6=0 \end{cases}$ **0,5pt**

EXERCICE 2 : 4,5 points

1) Déterminer sous forme d'intervalles le domaine de définition de chacune des fonctions définies sur *IR* par :

a) $f(x)=\frac{x+4}{-2x+6}$ **0,5pt**

b) $g(x)=\frac{-30}{x^2-6x+8}$ **0,75pt**

c) $h(x)=\sqrt{-6x^2+7x+2}$ **1pt**

d) $j(x)=\frac{\sqrt{3-x}}{x+2}$ **0,75pt**

2) Calculer l'image de -1 par la fonction f; puis l'image de -1 par la fonction g. **0,25ptX2=0,5pt**

3) Déterminer l'antécédant de $\frac{3}{8}$ par la fonction f; puis les antécédants de -2 par la fonction g. **0,25pt+0,75pt=1pt**

EXERCICE 3 : 3,5 points

Le plan est muni d'une base orthonormée $(\vec{i};\ \vec{j})$. On considère les vecteurs $\vec{u}(-2;1)$ et $\vec{v}(3;-4)$

1) Justifier que $(\vec{u};\vec{v})$ est une base du plan. **0,5pt**

2) Déterminer les cordonnées de $\vec{i}$ et de $\vec{j}$ dans cette base $(\vec{u};\vec{v})$. **1ptX2=2pts**

3) $\vec{w}(1;-2)$ dans la base $(\vec{\imath};\ \vec{\jmath})$. Déterminer les coordonnées de $\vec{w}$ dans la base $(\vec{u};\vec{v})$.
0,5pt
4) $\overrightarrow{w'}(-3;5)$ dans la base $(\vec{u};\vec{v})$. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{w'}$ dans la base $(\vec{\imath};\ \vec{\jmath})$.
0,5pt

EXERCICE 4 : 4 points

ABC est un triangle équilatéral de sens direct, de coté 4 cm, de centre de gravité O. Soit $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle ABC et A' le milieu du segment [BC]. Soit (D) la tangente à $(\mathcal{C})$ en B et T un point de (D) tel que $\widehat{TBC}$ soit obtus.

1) Faire une figure **0,5pt**
2) Calculer une mesure de chacun des angles orientés suivants :
$(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}})$; $(\widehat{\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OA}})$; $(\widehat{\overrightarrow{BO};\overrightarrow{BA'}})$; $(\widehat{\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OA'}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BT}})$ **0,5ptX5=2,5pts**
3) On rappelle que $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$
   a) Montrer que $AA' = 2\sqrt{3}\ cm$ et que $A0 = \frac{4\sqrt{3}}{3}cm$ **0,25ptX2=0,5pt**
   b) Déduire l'arrondi d'ordre 0 de l'aire d'un des 3 domaines compris entre $(\mathcal{C})$ et le triangle ABC. On prendra $\pi \approx 3{,}141$ **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : 4,5 points

Pendant les congés de Noel, des élèves de 2^{nde} A ont loué une voiture à 8 000 FrCFA pour aller à une excursion à SOA. Le prix de la location devait être cotisé de manière égale entre les élèves. A leur départ, il y avait encore deux places. OSSOGA et ETANGA voudraient aussi s'y rendre. Elles sont aussi entrées dans cette voiture et chacun des élèves de 2^{nde} A avait cotisé 200 FrCFA en moins. Après cela, ils sont arrivés à SOA et un des élèves de 2^{nde} A avait encore 13 pièces d'argent constituées des pièces de 10 FrCFA et de 25 FrCFA pour un montant total de 225 FrCFA. OSSOGA et ETANGA avaient encore ensemble au moins 13000 FrCFA et au plus 14000 FrCFA. Elles ont acheté ensemble un livre de physique à 4000 FrCFA et deux livres de mathématiques.

1) Déterminer un meilleur encadrement du prix d'un livre de mathématiques. **1,5pt**
2) Calculer le nombre de pièces de chaque sorte qu'avait l'élève de 2ndeA. **1,5pt**
3) Quel est le nombre d'élèves de 2^{nde} A qu'il y avait à cette excursion et combien chacun d'eux a-t-il finalement cotisé ? **1,5pt**

EXAMINATEUR : NGUEFO Amour, PLEG-MATHS

LYCEE DE NKOEMVONE

BP : 1081 EBOLOWA

DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

ANNEES SCOLAIRE 2018-2019

CLASSE : $2^{nde}C$

COEFFICIENT : 5

DUREE : 3 heures

EPREUVE DE MATHEMATIQUES : $2^{ième}$ SEQUENCE

PARTIE A : EVALUATION DES SAVOIRS (15,5 points)

EXERCICE 1 $(03,5\ points)$

1) On définit les lois de compositions $\perp$ et $*$ par $x \perp y = xy + \frac{2}{3}$ et $x * y = x + y + 1$ où x et y sont des entiers naturels non nuls

a/ Les lois $\perp$ et $*$ sont-elles internes de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ vers $\mathbb{N}$? Justifier. 1pt

b/ Calculer $A = 5 * (3 \perp 1) - 20$ 0,5pt

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes:

$a)\ |2x-5| = |7-x|$; $b)\ |2x-3| \leq 7$ $c)\ |x+3| \geq 3$ 0,5×3=1,5pt

3) Soit $x \in [2;3]$. Ecrire cet intervalle sous la forme $|x-a| < r$. Où a et r sont des réels. 0,5pt

EXERCICE 2 $(04\ points)$

Soit $(O;\vec{i};\vec{j})$ un repère orthonormé direct du plan. On donne les réels $\alpha = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ $et\ \beta = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

Soit le vecteur $\vec{u} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$.

1. a. Montrer que $\vec{u}$ est un vecteur unitaire. 0,75pt

   b. Déterminer le vecteur unitaire $\vec{v} \neq \vec{u}$ et colinéaire à $\vec{u}$. 0,75pt

2. On pose $\vec{w} = \beta\vec{i} - \alpha\vec{j}$.

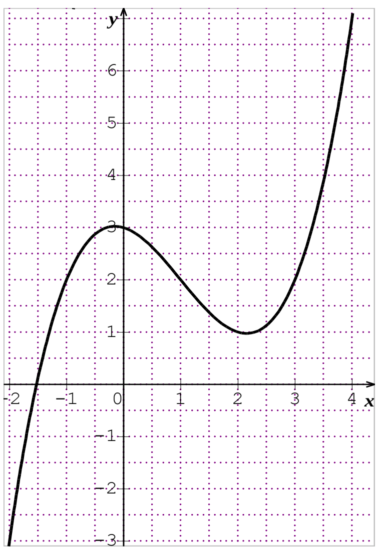
   a. Justifier que $(\vec{u};\vec{w})$ forme une base. 0,75pt

   b. Montrer que $\alpha\vec{u} + \beta\vec{w} = \vec{i}$ et que $\beta\vec{u} - \alpha\vec{w} = \vec{j}$. 1pt

   c. En déduire les coordonnées de $\vec{i} + 2\vec{j}$ dans la base $(\vec{u};\vec{w})$. 0,75pt

EXERCICE 3 $(04,5\ points)$

1) Le plan est muni d'un repère (O ; I, J). On considère la fonction f de représentation graphique (Cf) ci-contre



a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. (0,25pt)

b) Déterminer l'image par f des réels -2 et 0 . (0,5pt)

c) Déterminer l'ensemble des antécédents de 2 (0,75pt)

d) Déterminer : (0,5x4=2pts)
$f([0;2]), f([-2;4])$, $f^{-1}([-3;2]), f^{-1}([4;7])$

2) Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions

$g(x) = \sqrt{3-2x}$ et $h(x) = \frac{3x-2}{x+4}$ (1pt)

EXERCICE 4 $(03,5\ points)$

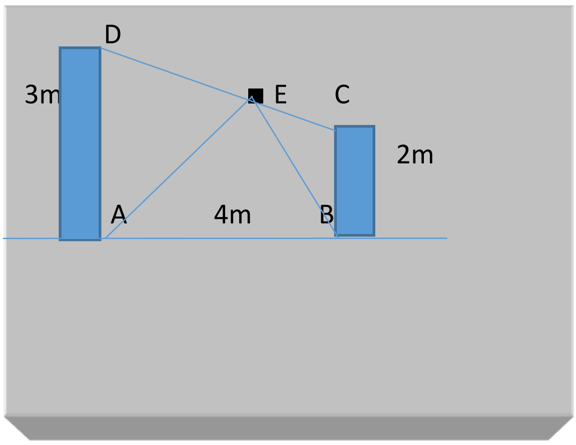
ABC est un triangle isocèle en A tel que $AB = AC = 6\ cm$, $BC = 4\ cm$ et x un nombre réel.

On pose : $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF} = x\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

1) Faire une figure si $x = \frac{1}{2}$ (1pt)
2) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires pour tout x. (1pt)
   b) Ecrire les coordonnées de $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BC}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ (1pt)
3) Pour quelle valeur de x a-t-on : $E = F$ (0,5pt)

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 4.5pts

Un ingénieur veut concevoir un dispositif afin de quitter du point C d'un bloc de béton de hauteur 2 m à un point D d'un autre bloc de béton de hauteur 3m. Les deux bloc étant distants de 4m. Pour cela il envisage fixer une planche [CD] , la renforcer avec des supports [AE] et [EB] tel que $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$, comme l'indique la figure ci-dessous. Le bois à utiliser étant de mauvaise qualité il désire le traiter avec un produit chimique qui nécessite 0.75 litre par mètre de planche. Il observe sa structure à partir d'un repère orthonormé $(A, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ tel que $\vec{\imath} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\vec{\jmath} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$



1) Quelle quantité de produit chimique est nécessaire pour traiter la planche [DC] ? 1.5pts
2) Quelle quantité de produit chimique est nécessaire pour traiter la planche [AE] ? 1.5pts
3) Quelle quantité de produit chimique est nécessaire pour traiter la planche [EB] ? 1.5pts

Examinateur : M. ONANA BLAISE A.

MINESEC
COLLEGE PRIVE LA GRACE
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES
JANVIER 2019

ANNEE SCOLAIRE : 2018/2019
SEQUENCE N°3
CLASSE : $2^{nd}C$
DUREE : 3H ; COEF : 5

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

NOTE BIEN : la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront de façon importante dans l'appréciation de la copie du candidat.

EXERCICE 1 : (4pts)

1-a) Donner la forme canonique du polynôme défini par : $P(x) = -2x^2 - x + 3$ **(1pt)**

1-b) En déduire la solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation et l'inéquation ci-dessous :

a) $-2x^2 - x + 3 = 0 \quad et \quad b) - 2x^2 - x + 3 \geq 0$ $(\mathbf{1pt \times 2 = 2pts})$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ $le\ système\ (S)$: $\begin{cases} \sqrt{x} - \frac{7}{y-1} = -19 \\ 2\sqrt{x} - \frac{1}{y-1} = 1 \end{cases}$ (on pourra poser $X = \sqrt{x}$ et $Y = \frac{1}{y-1}$) $(\mathbf{1pt})$

EXERCICE 2 : (4pts)

Partie I

1) Tracer un cercle (C) de centre O et de rayon 5 cm ; puis placer sur ce cercle (C) , les points A , B et C sachant que $mes\widehat{AOB} = 50^0$ et $mes\widehat{BOC} = 100^0$. **(1pt)**

2) Déterminer les mesures des angles du triangle ABC. **(1.5pt)**

Partie II : Le plan est muni du repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Le plan vectoriel V est muni de la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

On donne les vecteurs $\vec{u} = -2\vec{\imath} - \vec{\jmath}$ et $\vec{v} = 3\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$.

1-Démontrer que $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de V. **(0,5pt)**

2- Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$. **(0,5ptx2)**

EXERCICE 3 : (3pts)

1) ABC est un triangle équilatéral de centre O. Déterminer une valeur en radian de chacun des angles orientés suivants : $(\widehat{\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{AC}})$, $(\widehat{\overrightarrow{OB}\ ;\ \overrightarrow{OC}})$, $(\widehat{-\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{AC}})$ et $(\widehat{-\overrightarrow{OB}\ ;\ -2\overrightarrow{OC}})$. **(1pt)**

2) Déterminer la mesure principale de chacun des angles dont une mesure est : $x = \frac{37\pi}{3}$ et $y = -\frac{119\pi}{4}$. **(1.5pt)**

3) Placer sur le cercle trigonométrique les points A et B image respective des angles orientés $\frac{37\pi}{3}$ et $-\frac{119\pi}{4}$ **0,5pt**

EXERCICE 4 : (4,5pts)

La figure ci-contre est la courbe représentative d'une fonction f .

1) Déterminer graphiquement :
(Aucune justification n'est demandée)

a) l'ensemble de définition de f , noté Df ***(0,5pt)***

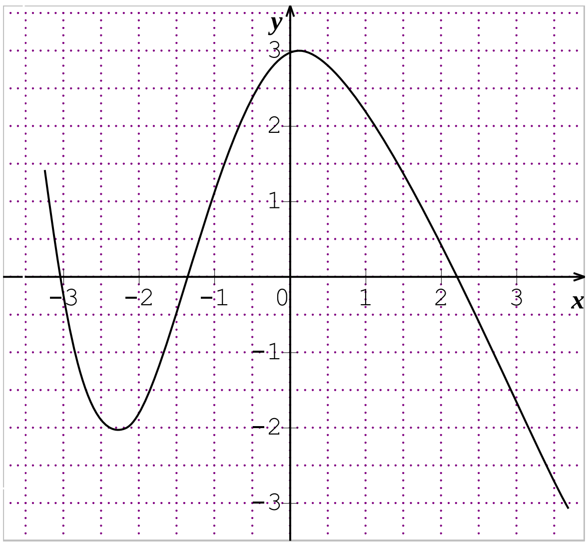
b) L'image de -3 ; 0 ; 1 et 2 par f . **(1pt)**

c) les antécédents de -1 et 2,5 par f ***(1pt)***

d) la solution de l'équation $f(x) = 0$ ***(0,5pt)***

e) la solution de l'inéquation $f(x) \geq -1$ ***(0,5pt)***

2) Dresser le tableau de variations de f ***(1 pt)***



EVALUATIONS DES COMPETENCES (4.5pts)

Pour faire une excursion , chacun des n élèves d'une classe de seconde C doit contribuer de manière équitable aux frais de location d'un car de transport que cette classe a négocié à 54600 F. Le jour de l'excursion, deux élèves sont empêchés et la contribution de chacun augmente de 150 F. Parmi les élèves qui voyagent, il y a exactement 19 qui cotisent 15000 F en dehors de leurs contributions pour la location du car et se rendent dans une boulangerie pour acheter à chacun des 19 des rafraîchissants constitués de croissants et jus de fruits. L'itinéraire de cette excursion est rectiligne et est le même à l'aller comme au retour ; le trajet à l'aller a pris 45 minutes et la vitesse du car était de 60 km/h.

1-Montrer que l'effectif n de cette classe est solution d'une équation du second degré. **(1.5pt)**

2-Si un croissant coûte 300 F et un jus de fruit 800 F ; la somme cotisée pour les rafraîchissants sera-t-elle suffisante ? **(1.5pt)**

3-Calculer la distance parcourue (aller et retour) pour effectuer cette excursion . **(1.5pt)**

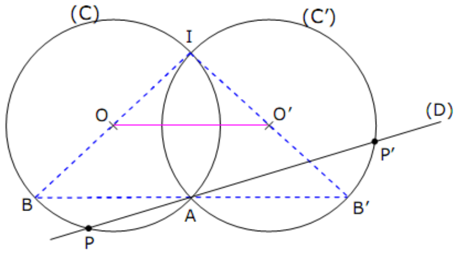
''Un homme doit faire son devoir quel que soit les conséquences pour lui, quel que soit les obstacles, quel que soit les risques et les pressions qu'il subit ; c'est la base de ce qu'on appelle la moralité.''

Examinateur : **M. Hervé Battiston NGANMENI**

	MINESEC RÉGION DU LITTORAL LYCÉE DE LA CITÉ DES PALMIERS	**Évaluation de la Troisième séquence**	**Classe :** 2^{nde} C_1
		Décembre 2018	
		EPREUVE DE MATHEMATIQUES	
		Durée : 02H00	**Coef. 4**

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

EXERCICE I :



On considère deux cercles (C) et (C') de même rayon,
de centres respectifs O et O',
se coupant en deux points distincts I et A.
Soient B et B' les points diamétralement opposés à I

1.a) Montrer que (OO') est la médiatrice du segment $[AI]$ **(1 pt)**

b) En déduire que les points B, A et B' sont alignés **(1 pt)**

2. Une droite (D) passant par A coupe (C) et (C') respectivement en P et P'.
Montrer que les angles $\widehat{BIP}$ et $\widehat{B'IP'}$ ont même mesure. **(1 pt)**

3. En déduire que les angles $\widehat{BIB'}$ et $\widehat{PIP'}$ ont même mesure. **(1 pt)**

EXERCICE II

Le plan est muni du repère $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$ soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ les vecteurs définis dans la base $(\vec{\imath}\ ,\vec{\jmath})$ par $\vec{u} = m\vec{\imath} + \vec{\jmath}$, $\vec{v} = 6\vec{\imath} + (m-1)\vec{\jmath}$ où m est un nombre réel.

1. Quelle est la condition portant sur *que les vecteurs* $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont colinéaires.
2. Montrer que $m^2 - m - 6 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$. **0,5pt+0,5pt**
3. En déduire les valeurs de m pour lesquelles $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. **0,5pt**
4. a) On se place dans le cas où $m = \frac{1}{4}$. Démontrer que $(\vec{u}\ ;\ \vec{v})$ est une base non orthogonale , puis en déduire les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans cette base. **1,5pt**

   b) Soit $\vec{u}$ un vecteur de coordonnées $(x;y)$ dans $(\vec{\imath}\ ,\vec{\jmath})$.
   Déterminer les coordonnées (x', y') de $\vec{u}$ dans la base $(\vec{u}\ ;\ \vec{v})$. **1pt**
   NB : $(x'et\ y'{}_{seront\ en\ fonction\ de\ x\ ,y})$

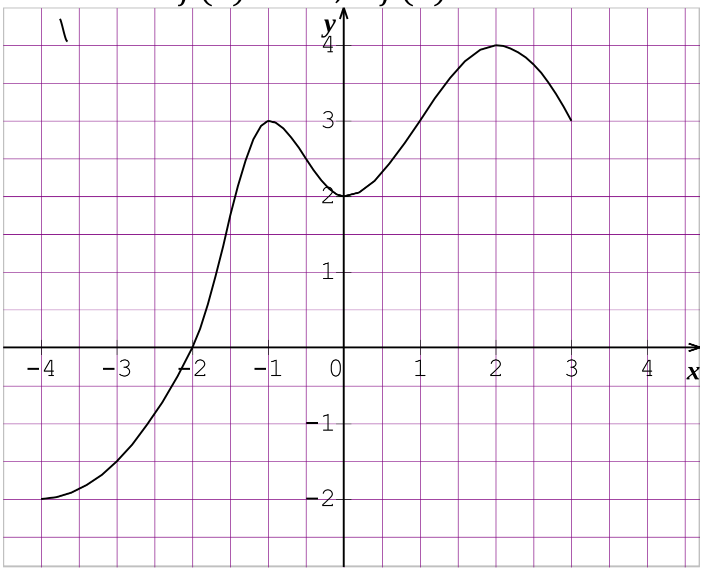
EXERCICE III **7,5pt**

I. Répondre aux questions en utilisant la représentation graphique de la fonction f dans un repère (O,i,j) .

1) Donner le domaine de définition de la fonction f.
2) Donner le maximum et le minimum de f *sur* D_f.
3) Déterminer $f(-3)$; *et* $f(2)$.
4) Déterminer les antécédents des nombres réels : -1 *et* 3 par f.
5) Déterminer l'image directe de l'intervalle $[-3,2]$ par f .
6) Déterminer l'image réciproque de l'intervalle $[-1,3]$ *par* f .

7) En déduire les variations de f.
8) Résoudre graphiquement les équation et inéquation suivantes :

$$f(x) = 2 ; \quad f(x) < 0.$$



II. On donne la fonction numérique à variable réelle f définie par $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

a) Démontrer que $f(x) = (x-1)^2 - 4$.
b) Démontrer que f est décroissante sur $]-\infty ; 1]$ et croissante sur $[1 ; +\infty[$
c) Donner le tableau de variation de f sur $[-5 ; 5]$
d) f admet –elle un minimum ; justifier votre réponse.
e) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe de f avec les axes du repère.
f) Tracer la courbe f sur $[-5 ; 5]$ $et\ OI = 1cm\ et\ OJ = 4cm$
g) Résoudre dans $[-5 ; 5]$ l'inéquation $f(x) \leq 2x - 4$.
h) Factoriser $f(x)$, puis étudier le signe de $f(x)$.

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

Un étudiant en mathématiques vient de mettre au point une calculatrice originale pour les élèves de seconde C ; celle-ci effectue deux opérations : l'addition notée $+$ et une curieuse opération notée $*$.

On sait que pour tout entier a: $\quad a * a = a\ et\ a * 0 = 2a$. Et pour quatre entiers $a, b, c\ \ et\ d$: $\quad (a + c) * (b + d) = (a * b) + (c * d)$.

1.Déterminer le résultat de $(2 + 3) * (0 + 3)$. **1,5pt**

2. Calculer $1024 * 48$. **1,5pt**

3. Comparer $(2 * 3) * 4$ et $2 * (3 * 4)$. **1,5pt**

MODULE I : MESURES ET INCERTITUDES

Partie A: EVALUATION DES RESSOURCES

I. EVALUATION DES SAVOIRS

1. Définir : mesurer une grandeur physique ; incertitude relative ; incertitude absolue, erreur systématique, chiffre significatif ; mesure, erreur de mesure, notation scientifique, grandeur dérivée; grandeur fondamentale; incertitude; mesurande.
2. Donner 02 unités de base ainsi leurs instruments de mesures.
3. Donner la différence entre grandeur fondamentale et grandeur dérivé.
4. Citer les deux types d'erreur. Pour chaque type d'erreur, donner deux causes et deux méthodes de correction.
5. Expliquer à l'aide d'un graphe comment déterminer la valeur du coefficient directeur d'une droite ainsi son ordonnée à l'origine.
6. Citer les étapes permettant de tracer une courbe à partir des coordonnées des points recueillis lors d'une expérience.
7. Ecrire la forme canonique de l'équation d'une droite.
8. Réponds par vrai ou faux :

a. A chaque grandeur physique correspond une dimension.

b. Le SI compte 11 grandeurs fondamentales.

c. L'écriture d'un nombre en notation scientifique obéit à la règle suivante : Si le nombre contient des chiffres avant la virgule ou s'il n'a pas de virgule, l'exposant n est négatif.

d. Lorsque la virgule est déplacée vers la droite, l'exposant de 10 est positif alors que lorsqu'elle est déplacée vers la gauche l'exposant est négatif.

e. Une mesure peut ne pas être accompagnée d'erreur.

9. Complète les tableaux ci-dessous :

Grandeur physique	Dimension	Symbole	Nom de l'unité

Intensité lumineuse		Cd	
		K	Kelvin
Pression		Pa	
Différence de potentiel			Volt
	$ML^2T^{-3}I^{-2}$	m^2	Ohm
Air			
Fréquence			Hz
Accélération	LT^{-2}		

Exposant	10^{-12}		10^{-9}			10^{-10}			10^{9}
Préfixe		déca		Giga			micro	tera	
Symbole	P				H				

II. EVALUATION DES SAVOIRS FAIRE

EXERCICE 1:

Quel est le nombre de chiffres significatifs que possède chaque valeur suivante ? Ecrire sa notation scientifique : 0.000002 ; 21.00000054 ; 200000000 ; 00102.00840 ; 1542.3 ; 15.423.

EXERCICE 2 :

Transformez les incertitudes absolues en incertitudes relatives pour les mesures suivantes :

a) l = 5,2 m ± 0,2 m

b) t = (3,0 ± 0,2) s

c) m = (4,42 ± 0,05) $\cdot$ 10^{-3} kg

EXERCICE 3 :

Calculez les incertitudes absolues et donnez le résultat arrondi des mesures suivantes :

a) l = 4,2 m à 5%

b) t = 17,82 m à 3%

c) m = 15,27 kg (±1.5%)

EXERCICE 4 :

Deux corps de masse m_1 = (3,00 ± 0,02) kg et m_2 = 0,275 kg ± 5% sont liés par un ressort. Calculez la masse totale.

EXERCICE 5

Soit A une valeur à mesurée. A peut avoir plusieurs expressions :

$$A = a + b,\ A = a - b;\ A = a \times b;\quad A = a^n\ ;\ A = \frac{a}{b};$$

Pour chaque expression de A, donner l'expression de son incertitude absolue et relative.

EXERCICE 6

Déterminez la vitesse d'une voiture qui a parcouru la distance d = (50.0 ± 0.5) m dans le temps de (2.86 ± 0.02) s.

EXERCICE 8

1. Ecrire les nombres suivant en notation scientifique : 4000 ; 32000 ; 0,0079 ; 0,0003; 0,00089; 89534 ; -56300 ; -0,0087 ; 0,00004598 ; 0,056x104 0,00045x10^{-5}; 0,000000567.

2. Ecrire les nombres suivants en notation décimal :f

3x10^{5}; 7,458x10^{-7}; 6,05x10^{-5} ; 1,02x10^{7} ; -4,5x10^{5}.

EXERCICE 9

1. On considère les valeurs suivantes obtenues après une mesure. $m_i = (0{,}0255 \pm 0{,}0005)g$; $m_f = (0{,}0150 \pm 0{,}0005)g$. Calculer la valeur de m tel que $m_i - m_f$ et donner l'expression final du résultat en tenant compte de l'incertitude absolue et de l'incertitude relative.

2. Calculez l'aire S d'un cercle de rayon R = (7,21 ± 0.1) cm. Quelle est la précision du résultat obtenu ?

3. Pour mesurer l'épaisseur d'un cylindre creux, vous mesurez le diamètre intérieur D1 et le diamètre extérieur D2 et vous trouvez D1 = (19.5 ± 0.1) mm et D2 = (26.7 ± 0.1) mm. Donnez le résultat de la mesure et sa précision (incertitude relative).

EXERCICE 10 :

1. On mesure le diamètre et la masse d'une bille en or. $d = (10{,}00 \pm 0{,}01)mm$ et $m = (9{,}9 \pm 0{,}1)g$

a. Calculer le volume de la bille avec son incertitude relative ainsi que son incertitude absolue.

b. Calculer la masse volumique de la bille avec son incertitude relative ainsi que son incertitude absolue. Donner votre réponse finale en g/cm3

2. Pour calculer l'accélération terrestre g avec un pendule, on mesure la longueur du pendule l ainsi que la période d'oscillation T, et on utilise la loi $T = 2\pi(l/g)^{1/2}$ avec $l = (1{,}552 \pm 0{,}002)m$ et $T = (2{,}50 \pm 0{,}02)s$. Calculer g avec son incertitude absolue.

3. Pour déterminer la hauteur h d'un immeuble on mesure la distance d à laquelle on se trouve ainsi que l'angle sous lequel on voit le sommet de l'immeuble. $d = (25{,}00 \pm 0{,}002)m$ et $\alpha = (54° \pm 1°)s$. calculer la hauteur h de l'immeuble ainsi que son incertitude absolue ($h = d.\tan\alpha$)

EXERCICE 11 :

On considère les formules suivantes :

$$A = \frac{masse}{arrete \times arrete \times arrete};\ B = I \times t;\ C = m \times g;\ D = U \times I \times t$$

1. Donner les dimensions de A ; B ; C et D.

2. A partir de la question 1, donner les unités des grandeurs A ; B ; C et D.

3. Déduire les grandeurs de bases A ; B; C et D.

EXERCICE 12 :

1) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$a)$ 5734,98 $kg.m^2/s^2$; $b)$ 299792458 $m.s^{-1}$;

b) Ces valeurs proviennent du calcul de quelle grandeur physique ?

2) On considère la valeur suivante d'une grandeur physique : 94,32Hz

a) Exprimer cette valeur en giga hertz et en micro hertz.

b) Quelle est la dimension de cette grandeur physique ? Nommer là

EXERCICE 13 :

On fait varier la valeur de la tension électrique du générateur en ajoutant une pile à chaque mesure. Le circuit étant fermé, on mesure la tension électrique U aux bornes du résistor et l'intensité I du courant électrique dans le circuit. On obtient expérimentalement les résultats suivant :

U(V)	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9
I(Ma)	0	68	136	205	273	339	409

1. Tracer le graphe de la tension U en fonction de l'intensité I

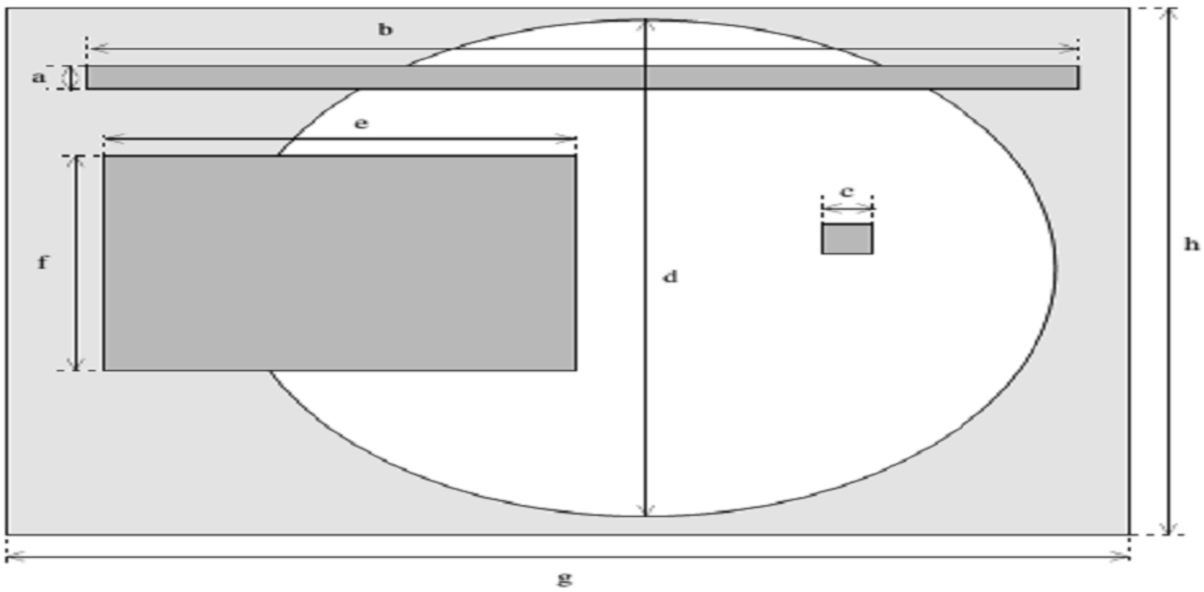
2. Donner la nature de la courbe. Ecrire son équation.

3. Calculer la pente puis déduire la valeur de la résistance R du résistor.

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

EXERCICE 1 :

Le document suivant est constitué : D'une règle non graduée de longueur b et de largeur a ; D'un disque plein de diamètre d ; D'un rectangle de longueur f et de largeur e ; D'un carré de côté C ; D'un cadre de longueur h et de largeur g.



Tâche 1 : Prendre la mesure (avec règle graduée) des dimensions des surfaces ci-dessus, arrondir au millimètre et préciser le nombre le nombre de chiffres significatifs de chaque mesure dans le tableau suivant :

Grandeur mesurée	Dimension en millimètre	Nombres de chiffres significatifs
a. largeur		
b. longueur		
c. côté du carré		
d. diamètre du disque		
e. largeur		
f. longueur		
g. largeur		
h. longueur		

Tâche 2 : calculer la circonférence du cadre, du cube et du disque, et donner la réponse en écriture scientifique normalisée avec le bon nombre de chiffres significatifs.

Tâche 3 : calculer l'aire du disque et de la règle et donner la réponse en écriture scientifique normalisée avec le bon nombre de chiffres significatifs.

EXERCICE 2 :

Situation problème : Dans le but de déterminer la dose d'un traitement à appliquer à son patient, un médecin doit

Déterminer le volume d'une tumeur. Pour cela, il fait passer une IRM (Imagerie Radiologie Médicale) à son patient et observe sur l'image une tache de 12 mm de long, 6 mm de large et 3 mm d'épaisseur. Chaque distance est mesurée avec une incertitude de 10%

Consignes :

1. En vous référent à la géométrie d'un parallélépipède rectangle, faire une analyse de la dimension du volume. (on précisera toute d'abord son unité de mesure).

2. En estimant que la tumeur occupe 60% du volume du parallélépipède, déterminer son volume.

3. Il est recommandé à un patient, une dose de 0,5g/L d'un produit de soulagement par unité de volume de tumeur. Donner l'intervalle de la dose de traitement approprié au patient.

EXERCICE 3:

Situation problème : Un boucher dispose d'une balance de Roberval et des masses marquées (0,5kg,1kg et 2kg). Chaque masse marquée a une incertitude de ±0,1kg soit ±100g. Pour servir 3,5kg de viande à une ménagère, il pèse une seule fois en associant une masse 2kg + 1kg +0,5kg. La ménagère n'est pas d'accord et prétend que la quantité de viande servie n'atteint pas 3,5kg. Elle exige que le boucher effectue quatre mesures soit 1kg +1kg +1kg +0,5kg. Une discussion vive nait alors entre elle et le boucher. Vous êtes interpellés pour donner votre avis et trouver un terrain d'entente.

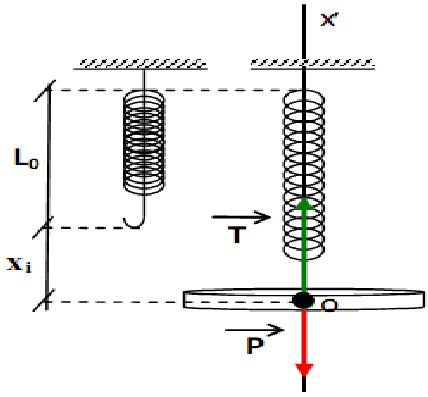
Consigne 1 : Relever le (ou les) problèmes qui se posent à vous dans cette situation.

Consigne 2 : Recherche les causes d'erreurs possibles qui ont pu entacher cette mesure.

Consigne 3 : Donne une bonne formule et donne la conduite à tenir pour minimiser l'erreur dans cette mesure.

EXERCICE 4 : Dressage d'un tableau de mesure et détermination d'une grandeur à partir du graphique

Un élève de seconde C réalise une expérience au laboratoire dont le but est la détermination d'une constante k d'un ressort. Au bout de ce ressort, il accroche des charges marquées ***mi*** de différentes valeurs en kilogramme relève chaque fois la valeur de l'allongement ***xi*** en mètre du ressort correspondant à la position d'équilibre O de la charge accrochée.



On obtient un ensemble de valeurs $m_1 = 0.010$; $m_2 = 0.020$; $m_3 = 0.030$; $m_4 = 0.050$; $m_5 = 0.060$; correspondant respectivement à $x_1 = 0.005$; $x_2 = 0.010$; $x_3 = 0.015$; $x_4 = 0.020$; $x_5 = 0.025$; $x_6 = 0.030$. En utilisant chaque couple de valeurs (m_i, x_i) ci-dessus pour calculer la constante k du ressort, l'élève ne retrouve curieusement pas la valeur indiquée par le fabricant du ressort

Consigne 1 : Après avoir défini les deux grandeurs mis en jeux dans cette expérience et leurs instruments de mesure, dresser un tableau de mesures.

Consigne 2 : l'élève a relevé sur les grandeurs les incertitudes suivantes :Δx= 0.001m et Δm = 0.001kg. Tracer sur papier millimétré la courbe des valeurs de **x** en fonction de celles de **m** soit le graphique ***x= f(m)*** à l'échelle : **En abscisse 1 cm pour 0,010 kg et en ordonnée 1cm pour 0,005m.**

La relation liant les grandeurs x et m est donnée par : $x = \frac{g}{k}.m$.

Après avoir identifier la pente **P** de la courbe ***x=f(m)*** à partir de la relation précédente, Déterminer à partir du graphique tracé, **la valeur de cette pente ainsi que son incertitude** en utilisant la formule de propagation d'incertitudes suivante :

$$\Delta\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a\Delta b + b\Delta a}{b^2}$$

Consigne 3 : g étant le champ de pesanteur du lieu d'expérience, de valeur 9,80 N/kg et d'incertitude Δ g=0,05N/kg.

Déduire la valeur de la constante **k** du ressort et ainsi que son incertitude Δk .

Que peut-on conclure sur des variations de la grandeur x par rapport à celles de grandeur **m**.

Annexe

Opération	*x*	*Δx*	*Δx /x*
Somme	$^2a + b$	$\Delta a + \Delta b$	$(\Delta a + \Delta b)/(a+b)$
Différence	$a - b$	$\Delta a + \Delta b$	$(\Delta a + \Delta b)/(a-b)$
Produit	$a * b$	$b\Delta a + a\,\Delta b$	$\Delta a/a + \Delta b/b$
Quotient	a / b	$(b\Delta a + a\Delta b)/b^2$	$\Delta a/a + \Delta b/b$
Puissance	a^n	$Na^{n}\text{-}1*\Delta a$	$n* \Delta a/a$

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : Évaluation des Ressources (15,5 points)

EXERCICE 1 (5,5 points)

1. Donner la négation des propositions P et Q suivantes :
   a) P :" Tous les élèves de la classe de seconde C aiment les Mathématiques et les Physiques." **0,5pt**
   b) Q :" $(\exists x \in \mathbb{R}) / \ \forall n \in \mathbb{Z}\ (x < n$ ou $x \geq n)$ " **0,5pt**
2. Traduire les propositions suivantes en langage mathématiques(à l'aide des quantificateurs) :
   a) 2 est un minorant de l'ensemble A. **0,5pt**
   b) Tout entier naturel est pair ou impair. **0,5pt**
3. Montrer par la contraposée que pour tout entier naturel n, si $n^2 + 2n$ est pair, alors n est pair. **1pt**
4. Montrer par l'absurde que $\sqrt{5}$ n'est pas un nombre rationnel. **1,5pt**
   En déduire que $2+\sqrt{5}$ et $-8\sqrt{5}$ ne sont pas aussi des nombres rationnels. **1pt**

EXERCICE 2 (6 points)

I)
1) Définir clairement un groupe. **1pt**
2) $\perp$ est une loi de composition interne sur $\mathbb{R}$ définie de la façon suivante :
   $\forall a, b \in \mathbb{R}$, on a : $a \perp b = a + b + 1$.
   Montrer que $(\mathbb{R}, \perp)$ est un groupe. **2pts**

II) On donne $B = \{2 + \dfrac{1}{n} \setminus n \in \mathbb{N}^*\}$.
   a) Montrer que B est majoré par 3. **1pt**
   b) Montrer que B est minoré par 2, mais n'admet pas de minimum. **2pts**

EXERCICE 3 (4 points)

1. Calculer le nombre A suivant en présentant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :
   $$A = \frac{\frac{3}{5}+\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}-\frac{2}{3}} \times \frac{\frac{4}{5}-\frac{3}{4}}{\frac{4}{5}+\frac{3}{4}} \div \frac{2+\frac{5}{6}}{2-\frac{5}{6}}.$$ **1pt**
2. Écrire B à l'aide de puissances entières de nombres premiers : $B = \dfrac{0,081 \times 0,36 \times 2560 \times 0,625}{0,144 \times 2,16 \times 75 \times 64}$. **1pt**
3. Comparer les nombres suivants : $\sqrt{13} + \sqrt{8}$ et $\sqrt{14} + \sqrt{7}$. **1pt**
4. Montrer que $C = \sqrt{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ est un entier naturel. **1pt**

PARTIE B : Évaluation de l'Intégration (4,5 points)

Monsieur Tegel a x enfants et décide de partager équitablement la somme de 7 700 Fcfa à ses enfants ; soudain trois enfants du voisin arrivent et il se rend compte qu'il avait en réalité la somme de 9 800 Fcfa dans ses poches et partage équitablement cette somme à tous ces enfants.

1. Quelle devrait être la part de chaque enfant de monsieur Tegel avant l'arrivée des enfants du voisin ? **1,5pt**
2. Quelle est la part de chaque enfant apres l'arrivée des enfants du voisin ? **1,5pt**
3. On constate que les parts des enfants de Monsieur Tegel n'ont pas changé après l'arrivée des enfants du voisin.
   Quel est le nombre d'enfants de Monsieur Tegel ? **1,5pt**

COMPLEXE SCOLAIRE BILINGUE NAL
Bonamoussadi.Bangue
B P: 3712 Douala
Tél. : 242 663 521
cosbinal@yahoo.fr

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
REPUBLIC OF CAMEROON
Paix – Travail - Patrie
Peace - Work- Fatherland
Année scolaire 2019/2020

MATIERES* : MATHEMATIQUES** ***CLASSE* : 2^nde^C** ***coef : 5 ***HORAIRES* : 2heures***

Prof :M.TOUKAM

CONTROLE CONTINU DU 14/09/2019

PARTIE A: EVALUATION DES RESSOURCES 15,50points

EXERCICE 1 5,50points

On donne les nombres $A=\left(2-\dfrac{3-\frac{1}{3}}{3+\frac{1}{3}}\right)\div\left(1+\dfrac{1+\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}\right)$; $B=\dfrac{5^3\times 3^6\times 11^4}{11^5\times 5^5\times 3^8}$; $C=\dfrac{7}{18}\times\dfrac{2}{7}-\left(\dfrac{5}{3}-1\right)^2$

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible. **2,00points**

2. Ecrire B comme produit de puissances entières de nombres premiers. **2,00points**

3. Calculer C et donner le résultat sous la forme d’une fraction irréductible. **1,50point**

EXERCICE 2 4,00points

1. Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$; b étant l’entier le plus petit possible.
$\sqrt{189}$; $\sqrt{1044}$ et $B=\sqrt{2}+3\sqrt{8}-6\sqrt{50}.$ **2,00points**

2. Développement et réduction :

a) Ecrire $E=\left(2+\sqrt{3}\right)^2+\left(1-\sqrt{3}\right)^2$ sous la forme $a+b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers. **1,00point**

b) Ecrire $F=\left(4+3\sqrt{2}\right)^2-\left(2-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}-1\right)$ sous la forme $a+b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers. **1,00point**

EXERCICE 3 principes de raisonnement 6,00points

1.

a) Montrer que :
$$\forall a,b,c\in\mathbb{R};\ \left(a+b+c\right)^2=a^2+b^2+c^2+2\left(ab+ac+bc\right).$$ **1,00point**

b) En déduire que : $\forall a,b,c\in\mathbb{R};$
$$ab+ac+bc=0\Longrightarrow\left(a+b+c\right)^2=a^2+b^2+c^2.$$ **1,50point**

2. Démontrer par la contraposée que : $\forall x\in\mathbb{N};x^2$ est impair $\Rightarrow x$ est impair. **1,50point**

3.

a) Démontrer que : $\forall x, y \in \mathbb{R};\ \ (x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy.$ **1,00point**

b) En remarquant que : $\forall x, y \in \mathbb{R};\ \ (x-y)^2 \geq 0$, montrer que $x^2 + y^2 \geq 2xy.$

1,00point

PARTIE B: EVALUATION DES COMPETENCES 4,5points

Trois personnes se partagent un terrain rectangulaire. La première achète les $\frac{2}{7}$ du terrain, la seconde les $\frac{2}{3}$ du terrain et la troisième achète la dernière partie du terrain. Le m^2 de ce terrain coûte 11000F

1. Exprimer la part de chaque personne comme fraction de l'aire totale. **1,50point**
2. Sachant que le terrain mesure 105m de long et 70m de large. Calculer, en m^2 l'aire des trois parcelles. **1,50point**
3. Quel montant à débourser chaque personne pour l'acquisition de sa parcelle ? **1,50point**

Ministère des Enseignements Secondaires
Lycée Classique d'Edéa
Département de Mathématiques

Année scolaire : 2019 / 2020
Epreuve : Mathématiques
Classe : 2nde C_3
Durée : 2h30' Coefficient : 5
Prof : Olivier TIAGHO

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES 15,5 Points

EXERCICE 1 : 4 Points

On donne les nombres:

$$A = \left(2 - \frac{3-\frac{1}{3}}{3+\frac{1}{3}}\right) \div \left(1 + \frac{1+\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}\right);\ B = \frac{10^2 \times 3^2}{8 \times 5^2} \div \sqrt{\frac{2^5 \times 3^9}{6}};\ C = \frac{7}{18} \times \frac{2}{7} - \left(\frac{5}{3} - 1\right)^2$$

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. **1,5pt**

2. Écrire B comme produit de puissances entières de nombres premiers. **1,5pt**

3. Calculer C et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. **1pt**

EXERCICE 2 : 7 Points

1. On donne $\alpha = \sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}$.

a) Donner en justifiant, le signe de α. **0,5pt**

b) Calculer α^2 et en déduire la valeur exacte de α. **1,5pt**

2. a) Démontrer par l'absurde que $\sqrt{3}$ est un nombre irrationnel. **2pts**

b) En déduire que $-2+\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$, puis que $7\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$. **1pt**

3. x et y sont deux réels tels que $-5 < x < -3$ et $4 < y < 7$.

a) Déterminer un encadrement de $x - y$ et celui de xy. **1pt**

b) Montrer que l'on a : $\frac{1}{5} < \frac{x-y}{xy} < 1$. **1pt**

EXERCICE 3 : 4,5 Points

1. Écrire sans radical au dénominateur le nombre $D = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+2}$. **1,5pt**

2. Montrer que le nombre $E = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ est un entier relatif. **1,5pt**

3. Écrire plus simplement le nombre $F = \frac{9^{n+1}+9^n}{3^{2n+1}-3^{2n}}$; $n \in \mathbb{N}$ **1,5pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES 04,5 Points

Situation :

Jean, Pierre et Paul se réunissent pour acheter un terrain rectangulaire qui mesure $105\ m$ de long et $70\ m$ de large, à raison de $11\ 000\ F$ le mètre carré. Jean achète les $\frac{2}{7}$ du terrain, Pierre achète les $\frac{2}{3}$ du terrain et Paul achète la dernière partie du terrain.

Tâches :

1. Exprimer la part de Paul comme fraction de l'aire totale du terrain. **1,5pt**
2. Calculer en m^2, l'aire de la parcelle occupée par chaque personne. **1,5pt**
3. Quel montant a déboursé chaque personne pour l'acquisition de sa parcelle ? **1,5pt**

COLLEGE BILINGUE LE NIL
BP 15273 Douala
233 – 47 - 19 - 02

EPREUVE DE MATHEMATIQUE
DEVOIR SURVEILLE N°1
DU PREMIER TRIMESTRE

Année scolaire 2019 / 2020
Département : de MATHS
Classe : 2^{nde} C Durée : 2h Coef : 5

L'épreuve comporte 3 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES *(15.5 points)*

EXERCICE 1 : 5,5pts

1. **Calculer et mettre le résultat sous la forme d'une fraction irréductible** $A = \dfrac{1+\frac{1-\frac{3}{5}}{1+\frac{3}{5}}}{\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1+\frac{3}{5}\right)} + \dfrac{3}{5}$ **1,5pt**
2. **Ecrire B ans radical au dénominateur** $B = \dfrac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} - \left(\dfrac{3-\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)^2$ **1,5pt**
3. **Utiliser les propriétés de puissance pour simplifier** $B = \left(\frac{8}{25}\right)^3 \times \left(\frac{21}{4}\right)^4 \times \left[\left(\frac{25}{42}\right)^{-2}\right]^2$ **1,5pt**
4. **Montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel.** **1pt**

EXERCICE 2 : 3,5pts

1. **Soient a et b deux nombres réels strictement positifs tels que $0< a < b$; $a<1$ et $b<1$**
   a- **Donner le signe de $(1- a)(1- b)$.** **1pt**
   b- **Compare $\frac{1}{1+a}$ et $\frac{1}{1+b}$** **1pt**
2. **Donner l'encadrement de a-b et de $\frac{a}{b}$** **1.5pt**

EXERCICE 3 : 6,5pts

A) Soient p et q deux nombres réels strictement positifs tels que $p < q$. On pose : $a = \frac{p+q}{2}$; $g = \sqrt{pq}$ et $h = \dfrac{2}{\frac{1}{p}+\frac{1}{q}}$

1. Démontrer que : $p < h$ et $a < q$. **1pt**
2. Démontrer que : $g< a$. **1pt**
3. Démontrer que $g^2 = ah$. En déduire que $h < g$. **1pt**
4. Ranger dans l'ordre croissant les nombres p, q , a, g et h. **0,5pt**

B) soit k un nombre entier naturel non nul.
1) montrer que $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ **1pt**
2) calculer $\frac{1}{1\times2} + \frac{1}{2\times3} + \frac{1}{3\times4} + \cdots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{19\times20}$ **1pt**
3) on pose $S_n = \frac{1}{1\times2} + \frac{1}{2\times3} + \frac{1}{3\times4} + \cdots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{n(n+1)}$
a) Exprimer Sn en fonction de n **0.5pt**
b) montrer que $S_n< 1$ **0.5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES *(5.5 points)*

Trois personnes se partagent un terrain rectangulaire. La première achète les $\frac{2}{7}$ du terrain, la seconde les $\frac{2}{3}$ du terrain et la troisième achète la dernière partie du terrain. Le m² de ce terrain coûte 11000F

1. Exprimer la part de chaque personne comme fraction de l'aire totale. **1,50point**
2. Sachant que le terrain mesure 105 m de long et 70m de large. Calculer, en m² l'aire des trois parcelles. **1,50point**
3. Quel montant va débourser chaque personne pour l'acquisition de sa parcelle ? **1,50point**

MINESEC
LYCEE DE SONGMBENGUE
Département de Mathématiques

Classe : 2^{nde} C
Durée :3 heures ***Coefficient*** *: 5*
Date : Octobre 2019

Evaluation N1 : Trimestre 1
Exam. : KEMMEGNE FOPOSSI S.

Nom de l'élève :... N^o : ....Classe : ....
Devoir N^o : .... discipline : .... date : .... Période : ....
Intitulé de la compétence visée :...
Appréciation du niveau de développement de la compétence(à cocher) :

Non acquis	En cours d'acquisition	Acquis	Expert

Note de l'évaluation :Partie A :......./15,5 Partie B :......./4,5 Note :........../20
Parent :Noms :... tél :.................................. visa :

Épreuve de Mathématiques

PARTIEA : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15,5pts)

Exercice 1 (4,5 pts)

1. Effectuer les opérations suivantes et donner les résultats sous forme de nombres irréductibles :
$$A = \frac{2 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{6}}{1 - \frac{\frac{3}{1}}{\frac{1}{2}} + 3 \times \frac{1}{6}} - \frac{2}{5}\left(\frac{1}{3} - 3\right) \qquad B = \left(\frac{5^2 \times 24^{-3}}{(100^{-7} \times 15^6)^4}\right)^2$$
0,75*2=1,5pts
2. Developper et écrire le plus simplement possible les expressions suivantes :
$$I = \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{\frac{4\sqrt{27}}{3\sqrt{3}}}}}} \; ; \; J = [\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}} + \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}]^2 \text{ avec } x \in [0; 1]$$
0,75*2=1,5pts
3. Donner la notation scientifique de chacun des nombres suivants :
$F = 851,7 \times 0,0017 \times 0,07$ $\qquad G = 0,06 \times 1200 \times 10^{-5}$ 0,5*2=1pt
4. Comparer les nombres : $\sqrt{3} - \sqrt{5}$ et $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$ 0,5pt

Exercice 2 (4pts)
Soit un demi-cercle de centre O de rayon $4cm$ et de diamètre $[AB]$, E un point de ce demi-cercle distinct de A et B tel que l'angle $A\hat{O}E$ soit aigu. La bissectrice de l'angle $A\hat{O}E$ coupe le demi-cercle en M. D est le projeté orthogonal de M sur $[AB]$. La droite (AE) coupe $[MD]$ en H et $[OM]$ en I.

1. Faire une figure claire et précise 1pt
2. Démontrer l'égalité : $mesM\hat{B}A = mesA\hat{M}D$ 1pt
3. Démontrer l'égalité : $mesM\hat{B}A = mesM\hat{B}E$ 0,5pt
4. Démontrer l'égalité : $mesM\hat{B}A = mesM\hat{A}E$ 0,5pt
5. Donner la nature du triangle AMH 0,5pt
6. comparer $mesI\hat{O}E$ et $mesA\hat{B}A$ 0,5pt

Exercice 3 (3pts)

1. Donner la définition des termes suivants :
a) angle au centre b) polygone convexe c) quadrilatère inscriptible 0,5*3=1,5pts
2. Répondre par Vrai ou Faux :
d) Dans tout quadrilatère convexe, les angles opposés sont toujours supplémentaires. 0,5pt
e) Pour tout points A et B du plan, l'ensemble des points M tel que $mesA\hat{M}B = \alpha$ est le cercle de centre O passant par les points A et B tel que $mesA\hat{O}B = 2\alpha$ 0,5pt
f) Deux triangles semblables ont toujours les côtés de même longueurs. 0,5pt

<u>Exercice 4</u> (4 pts)

1. Énoncer le principe de démonstration par contraposée 0,5pt
2. Soit a, un entier relatif. Montrer par la méthode par contraposée que si a^2 est divisible par 5 alors a est divisible par 5 1,5pts
3. Énoncer le principe de démonstration par l'absurde 0,5pt
4. Montrer par l'absurde que $\sqrt{5}$ est irrationnel 1,5pts

<u>NB</u> : Un nombre est divisible par 5 lorsqu'il se termine soit par 0 ou soit par 5

<u>PARTIE</u> B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (4,5pts)

<u>Compétence</u> : Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel à la notion des polygones réguliers.

<u>Situation</u> :

M. Edim est un menuisier résident à Douala, il reçoit la commande d'un de ses clients, qui lui demande une table à manger dont le dessus a une forme circulaire avec un polygone régulier à 6 côtés inscriptible. Les bordures de la table doivent être recouvert d'un papier décoratif vendu à 2 250 Frs CFA le mètre. Le polygone doit être recouvert sur ces bordures d'un fil fin en or vendu à 15 000 Frs CFA le mètre et l'intérieur du polygone doit être recouvert d'un vernis satin($1m^2$ de surface couvert coûte 22 500 Frs CFA)

Tâches

1. Si le côté du polygone est de $1,5m$,alors combien M. Edim va dépenser au minimum pour l'achat du papier décoratif ? 1,5pts
2. Si le rayon du cercle est de $1,4m$, alors combien M. Edim va dépenser au minimum pour l'achat du fil en or ? 1,5pts
3. Le rayon de la table est de $4m$, alors faire un schéma clair de la vue de dessus de la table à l'échelle 1/100. 1,5pts

BONNE CHANCE

Faites bien l'école et l'école vous fera du bien !

MINESEC _ LYCEE DE GUIDER
Année scolaire 2019-2020

Examen : Contrôle continu 1
Classe : 2nd C
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3 heures **Coef** : 5

COMPETENCES A EVALUER : comparaison de deux nombres réels, encadrement, notion de groupe, *résoudre une situation concrète de la vie se ramenant aux opérations sur les nombres réels.*

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES / 15,5 points

EXERCICE 1 / 1,5 points

Répondre par vrai ou faux

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, on a $A = 2x + x^2$ et $B = -6x^2 - 3x - 1$, la distance $d(A, B) = 7x^2 + 5x + 1$.
2. Pour l'inéquation $|x + 4| \leq 10^{-2}$, la valeur approchée de x est -4 et son incertitude est 10^{-2}.
3. Soit $*$ la loi définie sur $\mathbb{R}$ par : $\forall a, b \in \mathbb{R}$, $a * b = a + 2b - 4$. La loi $*$ est associative.

EXERCICE 2 / 3 points

1. Soit n un entier naturel non nul. Montrer par contraposée que si n^2 est pair, alors n est pair. 1pt
2. L'objectif de cette question est de démontrer en utilisant le raisonnement par l'absurde que $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel. Pour cela, supposons que $\sqrt{2}$ est rationnel ; alors on peut trouver $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}^*$ tel que $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$, avec $\frac{a}{b}$ fraction irréductible.
   a. Démontrer que $a^2 = 2b^2$ et en déduire que a est pair. 1pt
   b. Démontrer de même que b est pair et conclure 1pt

EXERCICE 3 / 7,5 points

Les 1, 2, 3, 4 et 5 sont indépendantes.

1. a- Soit ∇, la loi définie sur $\mathbb{R}$ par $\forall a, b \in \mathbb{R}$, $a \nabla b = a + b - 4$. Montrer que $(\mathbb{R}, \nabla)$ est un groupe commutatif. 2pts
   b- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x \nabla 12 = -3$ où l'inconnue est x. 0,5pt
2. Ecrire sous forme fractionnaire le nombre 12,3434343434… . 0,5pt
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :
   (a) $|4x - 6| = 2$ (b) $|3x - 2| < 4$ (c) $|1 - x| - 5 \geq 3$. 1pt×3
4. Soit $A = \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{\frac{4\sqrt{27}}{3\sqrt{3}}}}}}}$. Montrer que A est un entier. 1pt
5. Donner la négation de proposition suivante : « Tous les élèves de la 2nd C auront une note supérieure à 12/20 en maths et une note inférieure à 18/20 en informatique ». 0,5pt

<u>EXERCICE 4</u> / 3,5 points

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. On donne $1 < a < 5$; $3 < b < 7$ et $1 < c < 4$. Donner un encadrement de $a - 2b$ et $\frac{c}{b}$. 1,5pt
2. Soit a, un nombre réel. On suppose que $0 < a < 1$. Comparer a et a^2 ; a et $\sqrt{a}$; a et $\frac{1}{a}$. 2pts

<u>PARTIE B</u> : EVALUATION DES COMPETENCES / 4,5 points

<u>COMPETENCES VISEES</u> : *Résoudre une situation concrète de la vie se ramenant aux opérations sur les nombres réels.*

Au lycée de Guider, on constate qu'à la fin d'année la moitié des élèves de troisième entre en seconde A, les $\frac{2}{5}$ des élèves entre en seconde C et le reste redouble. 80 élèves sont choisis parmi les admis à un jeu télévisé. A la fin de la première journée, le quart des candidats est éliminé ; à la fin de la deuxième journée, les deux tiers de ceux qui restaient sont éliminés ; à la fin de la troisième journée, les trois cinquièmes de ceux qui restaient sont éliminés. La cellule d'organisation décide de donner 500frs à ceux qui ne sont pas éliminés après le premier tour et triplera le gain de chaque candidat s'il parviens à accéder au tour suivant et ceci jusqu'à la finale.

1. Quelle est la fraction des élèves qui redoublent ? 1,5pt
2. Quelle est le nombre de candidats qui partiront à la phase finale ? 1,5pt
3. Quelle somme la cellule va-t-elle débourser à la finale pour les candidats participants 1,5pt

« Travailler de manière à remporter le prix »

<u>Examinateur</u> : M. NGANSOB NONO Yves (PLEG_Maths)

MINESEC
Lycée de Tigaza
Département de Mathématiques

Année scolaire : 2019-2020
Classe : $2^{nd}C$ Durée : 3 heures
Contôle 1 Septembre 2019
Coefficient : 05

Épreuve de Mathématiques

Partie A : Evaluation des ressources [15.50pts]

EXERCICE 1 [2.00pts]

Répondre par **vrai** ou **faux**

1. Pour tout x et $y \in \mathbb{R}_+$; pour tout $k \in \mathbb{R}_-^*$ on a : $x < y$ alors $kx < ky$. **[0.50pt]**
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, on a $A = 2x + x^2$ et $B = -6x^2 - 3x - 1$ la distance $d(A;B)$ est $7x^2 + 5x + 1$. **[0.50pt]**
3. Pour l'inéquation $|x+2| \leq 10^{-2}$ la valeur approchée de x est -2 et son incertitude est 10^{-2}. **[0.50pt]**
4. 0 est le plus petit élément de $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$. **[0.50pt]**

EXERCICE 2 [6.00pts]

1. $\forall a \in \mathbb{R}_+^*$ avec $a \geq 2$, démontrer que $\left(\sqrt{a+2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a-2\sqrt{a-1}}\right)^2 = 4(a-1)$. **[1.00pt]**
2. Comparer les nombres réels suivants : $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2$ et $\frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1$. **[0.75pt]**
3. Démontrer par l'absurde que $A = \frac{\sqrt{3+\sqrt{2}}}{2}$ est un nombre irrationnel. **[1.25pt]**
4. Construire sur une droite graduée $\sqrt{5}$. **[1.00pt]**
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : a.$|3x-2| < 7$; b.$|1-x| - 7 \geq 1$; c.$|4x+9| = 2$. **[2.00pts]**

EXERCICE 3 [5.00pts]

1. On donne le nombre $A = \left(2-\sqrt{5}\right)^{30} \times \left(2+\sqrt{5}\right)^{30}$; $B = \dfrac{(0,6)^2 \times 12^5 \times 54^3}{9^2 \times 5^3 \times (0,5)^3 \times (0,4)^4}$.
   a. Montrer en détaillant que $A = 1$. **[1.00pt]**
   b. Mettre B sous sa notation scientifique et en déduire son ordre de grandeur. **[1.50pt]**
2. Sachant que x et y sont des réels strictement positifs tels que $x < y$.
   a. Développer les expressions suivantes : $C = \left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)^2$; $D = \left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right)^2$. **[1.00pt]**
   b. On pose $E = \sqrt{x+y+2\sqrt{xy}} + \sqrt{x+y-2\sqrt{xy}}$, déduire de ce qui précède que $E = 2\sqrt{y}$. **[1.50pt]**

EXERCICE 4 [2.50pts]

1. On donne $1 < a < 5$; $3 < b < 7$; $1 < c < 4$. Donner un encadrement de $a - b$ et $\dfrac{c}{b}$. **[1.25pt]**
2. On suppose $0 < a < 1$. Comparer : a et a^2 ; a et $\sqrt{a}$; a et $\frac{1}{a}$. **[1.25pt]**

Partie B : Evaluation des compétences [04.50pts]

A la fin de l'année, on constate que la moitié des élèves de troisième entrent en seconde A ; les $\frac{2}{5}$ des élèves entrent en seconde C et le reste redouble. 80 élèves sont choisis parmis les admis à un jeu télévisé. A la fin de la première journée, le quart des candidats est éliminé ; à la fin de la deuxième journée, les deux tiers de ceux qui restaient sont éliminés ; à la fin de la troisième journée, les trois cinquièmes de ceux qui restaient sont éliminés. La cellule d'organisation decide de donner $500 frs$ à ceux qui ne sont pas éliminés après le premier tour et triplera le gain de chaque candidats s'il parviens à acceder au tour suivant et ceci jusqu'en finale.

1. Quelle est la fraction des élèves qui redoublent ? **[1.50pt]**
2. Quelle est le nombre de candidats qui participeront à la phase finale ? **[1.50pt]**
3. Quelle somme la cellule va t'elle débourser à la finale pour les candidats participants ? **[1.50pt]**

EXAMINATEUR : Département de Mathématiques.

«Ce n'est pas parce que les choses sont difficiles que nous n'osons pas, c'est parce que nous n'osons pas qu'elles sont difficiles : Disait SENEQUE»

MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES | **ANNÉE SCOLAIRE :** 2019/2020
DÉLÉGATION RÉGIONALE DU CENTRE | **CLASSE :** $2^{nde}C$
DÉLÉGATION DÉPARTEMENTALE DE LA MEFOU ET AFAMBA | **COEFFICIENT :** 5
LYCÉE MODERNE DE NKOZOA | **DURÉE 2HEURES**
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES | **SÉQUENCE : 1**

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : Évaluation des Ressources (15,5 points)

EXERCICE 1(5,5 points)

1. Donner la négation des propositions P et Q suivantes :
   a) P :" Tous les élèves de la classe de seconde C aiment les Mathématiques et les Physiques." **0,5pt**
   b) Q :" $(\exists x \in \mathbb{R}) / \ \forall n \in \mathbb{Z}\ (x < n$ ou $x \geq n)$ " **0,5pt**
2. Traduire les propositions suivantes en langage mathématiques(à l'aide des quantificateurs) :
   a) 2 est un minorant de l'ensemble A. **0,5pt**
   b) Tout entier naturel est pair ou impair. **0,5pt**
3. Montrer par la contraposée que pour tout entier naturel n, si $n^2 + 2n$ est pair, alors n est pair. **1pt**
4. Montrer par l'absurde que $\sqrt{5}$ n'est pas un nombre rationnel. **1,5pt**
   En déduire que $2+\sqrt{5}$ et $-8\sqrt{5}$ ne sont pas aussi des nombres rationnels. **1pt**

EXERCICE 2(6 points)

I) 1) Définir clairement un groupe. **1pt**

2) $\perp$ est une loi de composition interne sur $\mathbb{R}$ définie de la façon suivante :
$\forall a, b \in \mathbb{R}$, on a : $a \perp b = a + b + 1$.
Montrer que $(\mathbb{R}, \perp)$ est un groupe. **2pts**

II) On donne $B = \{2 + \dfrac{1}{n} \setminus n \in \mathbb{N}^*\}$.
a) Montrer que B est majoré par 3. **1pt**
b) Montrer que B est minoré par 2, mais n'admet pas de minimum. **2pts**

EXERCICE 3(4 points)

1. Calculer le nombre A suivant en présentant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :
   $$A = \frac{\frac{3}{5}+\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}-\frac{2}{3}} \times \frac{\frac{4}{5}-\frac{3}{4}}{\frac{4}{5}+\frac{3}{4}} \div \frac{2+\frac{5}{6}}{2-\frac{5}{6}}.$$ **1pt**
2. Écrire B à l'aide de puissances entières de nombres premiers : $B = \dfrac{0,081 \times 0,36 \times 2560 \times 0,625}{0,144 \times 2,16 \times 75 \times 64}$. **1pt**
3. Comparer les nombres suivants : $\sqrt{13}+\sqrt{8}$ et $\sqrt{14}+\sqrt{7}$. **1pt**
4. Montrer que $C = \sqrt{9+4\sqrt{5}} - \sqrt{9-4\sqrt{5}}$ est un entier naturel. **1pt**

PARTIE B : Évaluation de l'Intégration (4,5 points)

Monsieur Tegel a x enfants et décide de partager équitablement la somme de 7 700 Fcfa à ses enfants ; soudain trois enfants du voisin arrivent et il se rend compte qu'il avait en réalité la somme de 9 800 Fcfa dans ses poches et partage équitablement cette somme à tous ces enfants.

1. Quelle devrait être la part de chaque enfant de monsieur Tegel avant l'arrivée des enfants du voisin ? **1,5pt**
2. Quelle est la part de chaque enfant apres l'arrivée des enfants du voisin ? **1,5pt**
3. On constate que les parts des enfants de Monsieur Tegel n'ont pas changé après l'arrivée des enfants du voisin.
   Quel est le nombre d'enfants de Monsieur Tegel ? **1,5pt**

~ $1^{ère}$ Sciences Exp. & Mathématiques ~

Série : La logique

(24 exercices résolus)

Exercice 1 :

Déterminer la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes :

1. $\left((-4)^2 = 16\right) \quad et \quad \left(\sqrt{16} = -4\right)$
2. $(\pi \in \mathbb{Q}) \quad ou \quad \left(\sqrt{8} + \sqrt{7} \geq \sqrt{15}\right)$
3. $(a \in \mathbb{Z}) \quad (a \quad premier \quad \Rightarrow \quad a \quad impair)$
4. $(x \in \mathbb{R}) \quad (x^2 = 25 \quad \Leftrightarrow \quad x = 5)$

Exercice 2 :

Ecrire la négation des propositions suivantes :

1. $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad (x \geq 0 \quad ou \quad x \leq 0)$
2. $(\exists x \in \mathbb{N}) \quad (x + 1 > x^2)$
3. $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad (\exists a \in \mathbb{R}) \quad x < a < x + 1$
4. $(\forall x \in \mathbb{N}) \quad (x \neq 1 \Rightarrow x > 1)$
5. $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad \left(\sqrt{x^2 + 3} \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1\right)$

Exercice 3 :

Ecrire les Propositions suivantes en utilisant les quantificateurs :

1. Pour tout entier naturel n, il existe au moins un entier naturel k tel que $k \leq n$
2. Le carré de tout réel est positif
3. Il n'existe aucun rationnel solution de l'équation $x^2 - 2 = 0$
4. L'équation $x^2 - 4x + 4 = 0$ admet une solution unique dans $\mathbb{R}$
5. La somme de deux côtés d'un triangle est supérieur strictement au troisième côté.

Exercice 4 :

On considère la proposition suivante : $(P) \quad (\forall y \in \mathbb{R}) \quad (\exists x \in \mathbb{R}) : \quad x^2 + xy + y^2 = 0$

1. Ecrire la négation de (P)
2. Montrer que (P) est fausse

Exercice 5 :

1. Ecrire la négation de $(P): \forall x \in \mathbb{R}^+ \quad "x \geq 0 \quad et \quad x^2 - x + 1 > 0"$
2. Montrer que (P) est vraie

Exercice 6 :

On considère la proposition suivante :

$$(P) \quad (\forall x \in [0,2]) \quad \left(\exists y \in \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right]\right): \quad xy - x + 2y - 1 = 0$$

1. Ecrire la négation de (P)
2. Montrer que (P) est vraie

Exercice 7 :

Soient les quatre assertions suivantes :

1. $\exists x \in \mathbb{R}, \quad \forall y \in \mathbb{R}, \quad x + y > 0$
2. $\forall x \in \mathbb{R}, \quad \exists y \in \mathbb{R}, \quad x + y > 0$
3. $\exists x \in \mathbb{R}, \quad \forall y \in \mathbb{R}, \quad y^2 > x$
4. $\forall \varepsilon \in \mathbb{R}^{+*}, \quad \exists \alpha \in \mathbb{R}^{+*}, \quad |x| < \alpha \Rightarrow |x^2| < \varepsilon$

   Les assertions1,2,3 et 4 sont-elles vraies ou fausses ? Donner leurs négations.

Exercice 8 :

Montrer l'implication suivante : $1 + xy = x + y \Rightarrow x = 1 \quad ou \quad y = 1$

Exercice 9 :

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $(S) \quad \begin{cases} (x+1)(y-4) = 0 \\ (x-3)(y+2) = 0 \end{cases}$

Exercice 10 :

Soient a,b et c trois réels strictement positifs , qui vérifient : $abc > 1$ et $a + b + c < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

Montrer que :

1. Tous ces nombres sont différents de 1
2. L'un de ces nombres est inférieur à 1

Exercice 11 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $(1) \quad \sqrt{x^2 - 5x + 6} > x + 4$

Exercice 12 :

Soit n un entier naturel .
Montrer que si $2n+1$ est un carré parfait alors $(n+1)$ est somme de deux carrés parfaits

Exercice 13 :

Soient a et b deux réels appartenant à l'intervalle $]-1,1[$. Montrer que $\frac{a+b}{1+ab} \in]-1,1[$

Exercice 14 :

Montrer que : $(\forall \varepsilon > 0) : \quad |a| \leq \varepsilon \quad \Rightarrow \quad a = 0$

Exercice 15 :

Soient x et y deux réels appartenant à l'intervalle $]1,+\infty[$
Montrer que : $x \neq y \quad \Rightarrow \quad x^2 - 2x \neq y^2 - 2y$

Exercice 16 :

1. Montrer que : $\left(\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2\right) \quad a^2 + b^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 0 \quad et \quad b = 0$
2. Soient x et y deux réels positifs , montrer que :
   $x + y + 2 = 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y} \quad \Rightarrow \quad x = y = 1$

Exercice 17 :

1. Soit n un entier naturel .
   Montrer que : $n \quad est \quad pair \quad \Leftrightarrow \quad n^2 \quad est \quad pair$
2. a) Montrer que : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
   b) Montrer que : $\sqrt{2} + \sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$

Exercice 18 :

Soient x et y deux réels, montrer que :

$$(xy \neq 1 \quad et \quad x \neq y) \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{x^2 + x + 1} \neq \frac{y}{y^2 + y + 1}$$

Exercice 19 :

Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad \sqrt{x^2 + 1} + x > 0$

Exercice 20 :

Montrer que $n(n+1)(n+2)$ est multiple de 3 pour tout n de $\mathbb{N}$

Exercice 21 :

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que $\sqrt{n^2+1}$ n'est pas un entier.

Exercice 22 :

Trouver un entier naturel p tel que si : $n > p$ alors $\dfrac{n^2 - 9\sqrt{n}}{n^2+1}$ appartient à l'intervalle ouvert de centre 1 et de rayon 10^{-5}

Exercice 23 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$, par : $f(x) = 2x^2 - x + 3$
Montrer que f est ni pair ni impair.

Exercice 24 :

Montrer par récurrence que :

1. $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1+2+.......+n = \dfrac{n(n+1)}{2}$
2. $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1^2+2^2+.......+n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
3. $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1^3+2^3+.......+n^3 = \left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)^2$
4. $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1\times 2+2\times 3+.......+n\times(n+1) = \dfrac{1}{3}n(n+1)(n+2)$
5. $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 1+3+5+.......+(2n+1) = (n+1)^2$
6. $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 1+7+7^2+.......+7^n = \dfrac{7^{n+1}-1}{6}$
7. Pour tout $n \in \mathbb{N}$: $4^n + 6n - 1$ est divisible par 9
8. Pour tout $n \in \mathbb{N}$: $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ est divisible par 7
9. $(\forall n \geq 4) \quad 2^n \geq n^2$
10. $(\forall x \in \mathbb{R}^{+*})(\forall n \in \mathbb{N}) \quad (1+x)^n \geq 1+nx$

Corrigé de l'exercice 1

1. La proposition $\left((-4)^2=16\right)$ est vraie et la proposition $\left(\sqrt{16}=-4\right)$ est fausse (car $\sqrt{16}>0$)

   Donc la proposition $\left((-4)^2=16\right) \quad et \quad \left(\sqrt{16}=-4\right)$ est fausse.

2. La proposition $\left(\pi\in\mathbb{Q}\right)$ est fausse (π est un nombre irrationnel) et la proposition $\left(\sqrt{8}+\sqrt{7}\geq\sqrt{15}\right)$ est vraie (car : $\forall(a,b)\in\left(\mathbb{R}^+\right)^2 \quad \left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\geq\sqrt{a+b}\right)$)

   Donc la proposition $\left(\pi\in\mathbb{Q}\right) \quad ou \quad \left(\sqrt{8}+\sqrt{7}\geq\sqrt{15}\right)$ est vraie .

3. La proposition $(a\in\mathbb{Z}) \quad (a \quad premier \quad \Rightarrow \quad a \quad impair)$ est fausse

   Car $(2\in\mathbb{Z}) \quad (2 \quad premier \quad et \quad a \quad pair)$.

4. La proposition $(x\in\mathbb{R}) \quad \left(x^2=25 \quad \Leftrightarrow \quad x=5\right)$ est fausse

   Car $(-5)^2=25 \quad et \quad -5\neq 5$.

Corrigé de l'exercice 2

1. $(\exists x\in\mathbb{R}) \quad (x<0 \quad et \quad x>0)$
2. $(\forall x\in\mathbb{N}) \quad \left(x+1\leq x^2\right)$
3. $(\exists x\in\mathbb{R}) \quad (\forall a\in\mathbb{R}) \quad x\geq a \quad ou \quad a\geq x+1$
4. $(\exists x\in\mathbb{N}) \quad (x\neq 1 \quad et \quad x\leq 1)$
5. $(\exists x\in\mathbb{R}) \quad \left(\sqrt{x^2+3}\geq 2 \quad et \quad x<1\right) \quad ou \quad \left(\sqrt{x^2+3}<2 \quad et \quad x\geq 1\right)$

Corrigé de l'exercice 3

1. $\forall n\in\mathbb{N},\exists k\in\mathbb{N}: k\leq n$
2. $\forall x\in\mathbb{R}: x^2\geq 0$
3. $\forall x\in\mathbb{Q}: x^2-2\neq 0$
4. $\exists! x\in\mathbb{R}: x^2-4x+4=0$

5. Si ABC est un triangle alors $AB + AC > BC$

Corrigé de l'exercice 4

1. $(\overline{P})$ $(\exists y \in \mathbb{R})$ $(\forall x \in \mathbb{R})$: $x^2 + xy + y^2 \neq 0$
2. On a $(\overline{P})$ $(\exists y \in \mathbb{R})$ $(\forall x \in \mathbb{R})$: $x^2 + xy + y^2 \neq 0$

   On considère $y = 1$, on a : $(\forall x \in \mathbb{R})$ $x^2 + x + 1 \neq 0$ (car $\Delta = -3 < 0$)

   Donc $(\overline{P})$ est vraie

   D'où (P) est fausse .

Corrigé de l'exercice 5

1. $(\overline{P})$: $\exists x \in \mathbb{R}^+$ "$x < 0$ *ou* $x^2 - x + 1 \leq 0$"
2. On considère le trinôme $x^2 - x + 1$

   On a : $\Delta = -3$ donc $(\forall x \in \mathbb{R})$ $x^2 - x + 1 > 0$

   Donc $(\forall x \in \mathbb{R}^+)$ $x^2 - x + 1 > 0$

   D'où $(\forall x \in \mathbb{R}^+)$ $x \geq 0$ *et* $x^2 - x + 1 > 0$

   Et par suite la proposition (P) est vraie.

Corrigé de l'exercice 6

1. $(\overline{P})$ $(\exists x \in [0,2])$ $\left(\forall y \in \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right]\right)$: $xy - x + 2y - 1 \neq 0$
2. Montrons que (P) est vraie.

   Soit $x \in [0,2]$

   On a :

$$\begin{aligned} xy-x+2y-1=0 &\Leftrightarrow xy+2y=x+1 \\ &\Leftrightarrow y(x+2)=x+1 \\ &\Leftrightarrow y=\frac{x+1}{x+2} \\ &\Leftrightarrow y=\frac{x+2-1}{x+2} \\ &\Leftrightarrow y=1-\frac{1}{x+2} \end{aligned}$$

Et on a :

$$\begin{aligned} 0\le x\le 2 &\Leftrightarrow 2\le x+2\le 4 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{4}\le\frac{1}{x+2}\le\frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le\frac{-1}{x+2}\le-\frac{1}{4} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2}\le 1-\frac{1}{x+2}\le\frac{3}{4} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2}\le y\le\frac{3}{4} \end{aligned}$$

Donc (P) $(\forall x\in[0,2])$ $\left(\exists y=1-\frac{1}{x+2}\in\left[\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right]\right)$: $xy-x+2y-1=0$

D'où (P) est vraie.

Corrigé de l'exercice 7

1. $\exists x\in\mathbb{R},\quad \forall y\in\mathbb{R},\quad x+y>0$ est fausse . car sa négation $\forall x\in\mathbb{R},\quad \exists y\in\mathbb{R},\quad x+y\le 0$ est vraie . Etant donné $x\in\mathbb{R}$, il existe toujours un $y\in\mathbb{R}$ tel que $x+y\le 0$, par exemple on peut prendre $y=-x-2$ et alors $x+y=x-x-2=-2\le 0$.
2. $\forall x\in\mathbb{R},\quad \exists y\in\mathbb{R},\quad x+y>0$ est vraie , pour un x donné , on peut prendre par exemple $y=-x+3$ et alors $x+y=x-x+3=3>0$.
   La négation : $\exists x\in\mathbb{R},\quad \forall y\in\mathbb{R},\quad x+y\le 0$.
3. $\exists x\in\mathbb{R},\quad \forall y\in\mathbb{R},\quad y^2>x$ est vraie , on peut prendre $x=-1$.
   La négation : $\forall x\in\mathbb{R},\quad \exists y\in\mathbb{R},\quad y^2\le x$

4. $\forall \varepsilon \in \mathbb{R}^{+*}, \quad \exists \alpha \in \mathbb{R}^{+*}, \quad |x| < \alpha \Rightarrow |x^2| < \varepsilon$ est vraie . on peut prendre par exemple $\alpha = \sqrt{\varepsilon} \in \mathbb{R}^{+*}$.
   La négation : $\exists \varepsilon \in \mathbb{R}^{+*}, \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}^{+*}, \quad |x| < \alpha \quad et \quad |x^2| \geq \varepsilon$

Corrigé de l'exercice 8

$$\begin{aligned} 1+xy = x+y \quad &\Rightarrow \quad 1+xy-x-y=0 \\ &\Rightarrow \quad (1-x)(1-y)=0 \\ &\Rightarrow \quad 1-x=0 \quad ou \quad 1-y=0 \\ &\Rightarrow \quad x=1 \quad ou \quad y=1 \end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 9

Soit S l'ensemble des solutions du système (S)

$$\begin{aligned} (x,y)\in(S) \quad &\Leftrightarrow \quad \begin{cases} (x+1)(y-4)=0 \\ (x-3)(y+2)=0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \quad \begin{cases} [x+1=0 \quad ou \quad y-4=0] \\ [x-3=0 \quad ou \quad y+2=0] \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \quad [x+1=0 \quad ou \quad y-4=0] \quad et \quad [x-3=0 \quad ou \quad y+2=0] \\ &\Leftrightarrow \quad \begin{cases} x+1=0 \\ x-3=0 \end{cases} ou \quad \begin{cases} x+1=0 \\ y+2=0 \end{cases} ou \quad \begin{cases} y-4=0 \\ x-3=0 \end{cases} ou \quad \begin{cases} y-4=0 \\ y+2=0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \quad \underbrace{\begin{cases} x=-1 \\ x=3 \end{cases}}_{(impossible)} ou \quad \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases} ou \quad \begin{cases} y=4 \\ x=3 \end{cases} ou \quad \underbrace{\begin{cases} y=4 \\ y=-2 \end{cases}}_{(impossible)} \end{aligned}$$

D'où : $S = \{(-1,-2);(3,4)\}$

Corrigé de l'exercice 10

1. Montrons que la proposition (P)"$a \neq 1 \quad et \quad b \neq 1 \quad et \quad c \neq 1$" est vraie.

   On suppose que : $(\overline{P})$"$a = 1 \quad ou \quad b = 1 \quad ou \quad c = 1$"

   Par exemple : $a = 1$

   Donc $b + c < \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} \quad et \quad bc > 1$

   Donc $(b+c)bc < (b+c) \quad et \quad bc > 1$ $\qquad\qquad ((b+c) > 0)$

   Donc $bc < 1 \quad et \quad bc > 1$ ce qui est absurde .

   Donc $(\overline{P})$ est fausse

   D'où (P) est vraie.

2. Montrons que la proposition (Q)"$a < 1 \quad ou \quad b < 1 \quad ou \quad c < 1$" est vraie

   On suppose que : $(\overline{Q})$"$a \geq 1 \quad et \quad b \geq 1 \quad et \quad c \geq 1$"

   On a $a \geq 1 \quad et \quad b \geq 1 \quad et \quad c \geq 1$

   Donc $\dfrac{1}{a} \leq 1 \quad et \quad \dfrac{1}{b} \leq 1 \quad et \quad \dfrac{1}{c} \leq 1$

   Donc $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} \leq 3 \quad et \quad a + b + c \geq 3$

   Donc $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} \leq a + b + c$

   Ce qui est absurde (car on a : $a + b + c < \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}$)

   Donc $(\overline{Q})$ est fausse

   D'où (Q) est vraie .

Corrigé de l'exercice 11

L'inéquation (1) $\quad \sqrt{x^2 - 5x + 6} > x + 4$ est définie si et seulement si $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

$$\begin{aligned} x^2 - 5x + 6 \geq 0 \quad &\Leftrightarrow \quad (x-2)(x-3) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \quad x \in \left]-\infty, 2\right] \cup \left[3, +\infty\right[\end{aligned}$$

Soit S l'ensemble des solutions de (1)

<u>1^{er}cas</u> : si $x+4\geq 0$ c-à-d $\boxed{x\geq -4}$ alors :

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5x+6>x^2+8x+16 \\ x\in]-\infty,2]\cup[3,+\infty[\quad et \quad x\geq -4 \end{cases}$$

$$x\in S \Leftrightarrow \begin{cases} -13x>10 \\ x\in]-\infty,2]\cup[3,+\infty[\quad et \quad x\geq -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x<\frac{-10}{13} \\ x\in]-\infty,2]\cup[3,+\infty[\quad et \quad x\geq -4 \end{cases}$$

Donc : $x\in S \Leftrightarrow x\in\left]-\infty,\frac{-10}{13}\right[\quad et \quad x\geq -4$

D'où l'ensemble des solutions de (1) sur $[-4,+\infty[$ est : $S_1=\left[-4,-\frac{10}{13}\right[$

<u>$2^{ème}$ cas</u> : si $x+4<0$ c-à-d $\boxed{x<-4}$ alors :

Puisque $\sqrt{x^2-5x+6}>0$ et $x+4<0$ alors (1) est toujours vérifiée

D'ou l'ensemble des solutions de (1) est : $S_2=]-\infty,-4[$

Et par suite l'ensemble des solutions de (1) est : $S=S_1\cup S_2=\left]-\infty,-\frac{10}{13}\right[$

Corrigé de l'exercice 12

Soit n un entier naturel

$2n+1$ est un carré parfait (et aussi impair) $\Rightarrow (\exists k\in\mathbb{N}):2n+1=(2k+1)^2$

$$\Rightarrow (\exists k\in\mathbb{N}):2n+1=4k^2+4k+1$$
$$\Rightarrow (\exists k\in\mathbb{N}):n=2k^2+2k$$
$$\Rightarrow (\exists k\in\mathbb{N}):n+1=k^2+k^2+2k+1$$
$$\Rightarrow (\exists k\in\mathbb{N}):n+1=k^2+(k+1)^2$$

Donc si $2n+1$ est un carré parfait alors $(n+1)$ est somme de deux carrés parfaits.

Corrigé de l'exercice 13

Soient a et b deux réels appartenant à l'intervalle $]-1,1[$

On a $ab \neq -1$ car $|a| < 1 \quad et \quad |b| < 1$

On a :

$$\left|\frac{a+b}{1+ab}\right| < 1 \iff |a+b| < |1+ab|$$
$$\iff a^2 + b^2 + 2ab < 1 + a^2b^2 + 2ab$$
$$\iff (a^2-1)(1-b^2) < 0$$

Donc $\left|\frac{a+b}{1+ab}\right| < 1 \iff (a^2-1)(1-b^2) < 0$

Puisque $|a| < 1 \quad et \quad |b| < 1$ alors $(a^2-1)(1-b^2) < 0$

Donc $\left|\frac{a+b}{1+ab}\right| < 1$

Corrigé de l'exercice 14

Montrons que $a \neq 0 \Rightarrow (\exists \varepsilon > 0): \ |a| > \varepsilon$

On suppose que $a \neq 0$

Donc $|a| > 0$

Et par suite il existe un réel ε tel que $|a| > \varepsilon > 0$ c-à-d $(\exists \varepsilon > 0): |a| > \varepsilon$

Donc on a : $a \neq 0 \Rightarrow (\exists \varepsilon > 0): \ |a| > \varepsilon$

D'où $(\forall \varepsilon > 0): \ |a| \leq \varepsilon \Rightarrow a = 0$

Corrigé de l'exercice 15 : (Raisonnement par contraposée)

Soient x et y deux réels appartenant à l'intervalle $]1,+\infty[$

La proposition $x \neq y \Rightarrow x^2 - 2x \neq y^2 - 2y$

Equivaut à $x^2 - 2x = y^2 - 2y \Rightarrow x = y$?

$x^2 - 2x = y^2 - 2y \Rightarrow x^2 - y^2 - 2x + 2y = 0$

$$\Rightarrow \quad (x-y)(x+y)-2(x-y)=0$$
$$\Rightarrow \quad (x-y)(x+y-2)=0$$
$$\Rightarrow \quad x-y=0 \quad ou \quad x+y-2=0$$
$$\Rightarrow \quad x=y \quad ou \quad x+y=2$$

Puisque $x>1$ et $y>1$ alors $x+y>2$

Donc $x^2-2x=y^2-2y \quad \Rightarrow \quad x=y$

Et par suite $x\neq y \quad \Rightarrow \quad x^2-2x\neq y^2-2y$

Corrigé de l'exercice 16

1. Soient a et b deux réels tels que $a^2+b^2=0$ alors $a^2=-b^2$
   On a $a^2\geq 0$ et $a^2=-b^2$
   Donc $a^2\geq 0$ et $a^2\leq 0$ (car $-b^2\leq 0$)
   Par suite $a^2=0$
   On a $a^2+b^2=0$ et $a^2=0$ donc $a^2=0$ et $b^2=0$
   D'où $a=0$ et $b=0$.

2. Soient x et y deux réels positifs :

$$x+y+2=2\sqrt{x}+2\sqrt{y} \quad \Rightarrow \quad x+y+2-2\sqrt{x}-2\sqrt{y}=0$$
$$\Rightarrow \quad x-2\sqrt{x}+1+y-2\sqrt{y}+1=0$$
$$\Rightarrow \quad \left(\sqrt{x}-1\right)^2+\left(\sqrt{y}-1\right)^2=0$$
$$\Rightarrow \quad \sqrt{x}-1=0 \quad et \quad \sqrt{y}-1=0$$
$$\Rightarrow \quad \sqrt{x}=1 \quad et \quad \sqrt{y}=1$$
$$\Rightarrow \quad x=1 \quad et \quad y=1$$

Corrigé de l'exercice 17

1. Soit n un entier naturel .

Montrons que : n *est* *pair* $\Leftrightarrow$ n^2 *est* *pair*

$\Rightarrow\rfloor$ supposons que n est pair

Donc il existe un entier naturel k tel que $n = 2k$

Donc il existe un entier naturel k tel que $n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2.(2k^2) = 2.k'$ (avec $k' = 2k^2 \in \mathbb{N}$)

D'où n^2 est pair.

$\lfloor\Leftarrow$ (raisonnement par contraposée)

supposons que n est impair

Donc il existe un entier naturel k tel que $n = 2k + 1$

Donc il existe un entier naturel k tel que

$n^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2.(2k^2 + 2k) = 2.k' + 1$

(avec $k' = 2k^2 + 2k \in \mathbb{N}$)

D'où n^2 est impair.

2. a) (Raisonnement par l'absurde)

supposons que $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

donc il existe deux entiers naturels non nuls premiers entre eux tels que $\sqrt{2} = \dfrac{p}{q}$

donc $2 = \dfrac{p^2}{q^2}$

donc $p^2 = 2q^2$

donc p^2 est <u>pair</u>

donc d'après le résultat de la première question , on a : p est pair

donc $p = 2k \quad (k \in \mathbb{N})$

l'égalité $p^2 = 2q^2$ devient $(2k)^2 = 2q^2$

donc $q^2 = 2.k^2$

donc q^2 est <u>pair</u>

ce qui est absurde (car $p \wedge q = 1$)

et par suite $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

b) Supposons que $\sqrt{2}+\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$

donc il existe deux entiers naturels non nuls premiers entre eux tels que

$\sqrt{2}+\sqrt{3} = \dfrac{p}{q}$

donc $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2 = \left(\dfrac{p}{q}\right)^2$

donc $5+2\sqrt{6} = \dfrac{p^2}{q^2}$

d'où $2\sqrt{6} = \dfrac{p^2}{q^2} - 5$

donc $\sqrt{6} \in \mathbb{Q}$ ce qui est impossible car $\sqrt{6} \notin \mathbb{Q}$ (même méthode qu'on a utiliser à 2)a))

et par suite $\sqrt{2}+\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$.

Corrigé de l'exercice 18 : (raisonnement par contraposée)

Soient x et y deux réels, montrer que :

$$(xy \neq 1 \quad et \quad x \neq y) \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{x^2+x+1} \neq \frac{y}{y^2+y+1}$$

Pour cela on va montrer que : $\dfrac{x}{x^2+x+1} = \dfrac{y}{y^2+y+1} \quad \Rightarrow \quad (xy = 1 \quad ou \quad x = y)$

$$\begin{aligned}
\frac{x}{x^2+x+1} = \frac{y}{y^2+y+1} \quad & \Rightarrow \quad xy^2+xy+x = x^2y+xy+y \\
& \Rightarrow \quad xy^2 - x^2y + x - y = 0 \\
& \Rightarrow \quad xy(y-x) - (y-x) = 0 \\
& \Rightarrow \quad (y-x)(xy-1) = 0 \\
& \Rightarrow \quad y - x = 0 \quad ou \quad xy - 1 = 0 \\
& \Rightarrow \quad x = y \quad ou \quad xy = 1
\end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 19 : (Raisonnement par disjonction des cas)

Montrons que : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad \sqrt{x^2+1}+x>0$

Soit $x \in \mathbb{R}$:

<u>1er cas :</u> si $x \geq 0$

alors $\sqrt{x^2+1}+x>0$ (car $\sqrt{x^2+1}>0$ et $x \geq 0$)

<u>2ème cas</u> : Si $x<0$

Il est clair que $x^2+1>x^2$ donc $\sqrt{x^2+1}>\sqrt{x^2}$

Donc $\sqrt{x^2+1}>|x|$

donc $\sqrt{x^2+1}>-x$ (car $|x|=-x \quad (x<0)$)

d'où $\sqrt{x^2+1}+x>0$

et par suite : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad \sqrt{x^2+1}+x>0$

Corrigé de l'exercice 20 : (Raisonnement par disjonction des cas)

Montrons que $n(n+1)(n+2)$ est multiple de 3 pour tout n de $\mathbb{N}$

Soit $n \in \mathbb{N}$:

<u>1er cas</u> : si $n=3k \quad (k \in \mathbb{N})$

$$n(n+1)(n+2)=3\underbrace{k(3k+1)(3k+2)}$$

<u>2ème cas</u> : si $n=3k+1 \quad (k \in \mathbb{N})$

$$\begin{aligned} n(n+1)(n+2) &= (3k+1)(3k+2)(3k+3) \\ &= 3.\underbrace{(3k+1)(3k+2)(k+1)} \end{aligned}$$

<u>3ème cas</u> : si $n=3k+2 \quad (k \in \mathbb{N})$

$$\begin{aligned} n(n+1)(n+2) &= (3k+2)(3k+3)(3k+4) \\ &= 3.\underbrace{(3k+2)(k+1)(3k+4)} \end{aligned}$$

D'où $n(n+1)(n+2)$ est multiple de 3 pour tout n de $\mathbb{N}$.

Corrigé de l'exercice 21

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que $\sqrt{n^2+1}$ n'est pas un entier.

Supposons que $\sqrt{n^2+1} \in \mathbb{N}$

Donc

$$\begin{aligned}
\sqrt{n^2+1} \in \mathbb{N} &\Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}^* / \sqrt{n^2+1} = k \\
&\Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}^* / n^2+1 = k^2 \\
&\Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}^* / 1 = k^2 - n^2 \\
&\Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}^* / 1 = (k-n)(k+n) \\
&\Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}^* / k-n = \frac{1}{k+n} \\
&\Rightarrow n < k \quad et \quad k \in \mathbb{N}^* \\
&\Rightarrow n < k \quad et \quad n+k > 1 \quad et \quad k \in \mathbb{N}^* \\
&\Rightarrow n < k \quad et \quad \frac{1}{k+n} < 1 \quad et \quad k \in \mathbb{N}^* \\
&\Rightarrow n < k \quad et \quad k-n < 1 \quad et \quad k \in \mathbb{N}^* \\
&\Rightarrow n < k \quad et \quad k < n+1 \quad et \quad k \in \mathbb{N}^* \\
&\Rightarrow n < k < n+1 \quad et \quad k \in \mathbb{N}^*
\end{aligned}$$

Ce qui est absurde car il n'existe aucun entier copris entre deux entiers successifs .

Et par suite $\sqrt{n^2+1}$ n'est pas un entier

Corrigé de l'exercice 22

On a

$$\begin{aligned}
(*) : \left| \frac{n^2 - 9\sqrt{n}}{n^2+1} - 1 \right| < 10^{-5} &\Leftrightarrow \left| \frac{n^2+1-1-9\sqrt{n}}{n^2+1} - 1 \right| < 10^{-5} \\
&\Leftrightarrow \frac{1+9\sqrt{n}}{n^2+1} < 10^{-5}
\end{aligned}$$

Et on a $\dfrac{1+9\sqrt{n}}{n^2+1} = \dfrac{\dfrac{1}{n^2} + \dfrac{9}{n\sqrt{n}}}{1+\dfrac{1}{n^2}} < \dfrac{10}{n\sqrt{n}}$

Donc il suffit que $\frac{10}{n\sqrt{n}} < 10^{-5}$ c-à-d $n > 10^4$.

On pose $p = 10^4$

$$
\begin{aligned}
n > p = 10^4 \quad & \Rightarrow \quad \frac{10}{n\sqrt{n}} < 10^{-5} \\
& \Rightarrow \quad \frac{1+9\sqrt{n}}{n^2+1} < 10^{-5} \\
& \Rightarrow \quad \left| \frac{n^2-9\sqrt{n}}{n^2+1} - 1 \right| < 10^{-5}
\end{aligned}
$$

Corrigé de l'exercice 23

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$, par : $f(x) = 2x^2 - x + 3$

On a $f(-2) = 13 \quad et \quad f(2) = 9 \quad et \quad -f(2) = -9$

Puisque $f(-2) \neq f(2)$ alors f n'est pas pair et puisque $f(-2) \neq -f(2)$ alors f n'est pas impair .

Corrigé de l'exercice 24

1. Montrons par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1+2+.......+n = \frac{n(n+1)}{2}$

   - ✓ Pour $n = 1$ on a : $1 = \frac{1(1+1)}{2}$
   - ✓ Soit $n \in \mathbb{N}^*$
     - Supposons que $1+2+.......+n = \frac{n(n+1)}{2}$
     - Et montrons que : $1+2+.......+(n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

On a :

$$\underbrace{1+2+.......+n}_{H.R}+(n+1) = \frac{n(n+1)}{2}+(n+1)$$
$$= \frac{n(n+1)+2(n+1)}{2}$$
$$= \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

✓ On déduit que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1+2+.......+n = \frac{n(n+1)}{2}$

2. Montrons par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1^2+2^2+.......+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

✓ Pour $n=1$ on a : $1^2 = \frac{1(1+1)(2(1)+1)}{6}$

✓ Soit $n \in \mathbb{N}^*$

- Supposons que $1^2+2^2+.......+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- Et montrons que : $1^2+2^2+.......+(n+1)^2 = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$

On a :

$$\underbrace{1^2+2^2+.....+n^2}_{H.R}+(n+1)^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+(n+1)^2$$
$$= \frac{n(n+1)(2n+1)+6(n+1)^2}{6}$$
$$= \frac{(n+1)(2n^2+7n+6)}{6}$$
$$= \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$$

✓ On déduit que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1^2+2^2+.......+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3. Montrons par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1^3+2^3+.......+n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

- ✓ Pour $n=1$ on a : $1^3=\left(\dfrac{1(1+1)}{2}\right)^2$
- ✓ Soit $n\in\mathbb{N}^*$
  - Supposons que : $1^3+2^3+.......+n^3=\left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)^2$
  - Et montrons que : $1^3+2^3+.......+(n+1)^3=\left(\dfrac{(n+1)(n+2)}{2}\right)^2$

On a :

$$\begin{aligned}
\underbrace{1^3+2^3+.......+n^3}_{H.R}+(n+1)^3 &=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2+(n+1)^3\\
&=\frac{n^2(n+1)^2}{4}+(n+1)^3\\
&=\frac{n^2(n+1)^2+4(n+1)^3}{4}\\
&=\frac{(n+1)^2\left(n^2+4(n+1)\right)}{4}\\
&=\frac{(n+1)^2\left(n^2+4n+4\right)}{4}\\
&=\frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}\\
&=\left(\frac{(n+1)(n+2)}{2}\right)^2
\end{aligned}$$

- ✓ On déduit que : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad 1^3+2^3+.......+n^3=\left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)^2$

4. Montrons par récurrence que :

$(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad 1\times2+2\times3+.......+n\times(n+1)=\dfrac{1}{3}n(n+1)(n+2)$

- ✓ Pour $n=1$ on a : $1\times2=\dfrac{1}{3}\times1\times(1+1)\times(1+2)$
- ✓ Soit $n\in\mathbb{N}^*$

- Supposons que : $1\times2+2\times3+.......+n\times(n+1)=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$
- Et montrons que :

$$1\times2+2\times3+.......+(n+1)\times(n+2)=\frac{1}{3}(n+1)(n+2)(n+3)$$

On a :

$$\begin{aligned}\underbrace{1\times2+2\times3+.......+n\times(n+1)}_{H.R}+(n+1)\times(n+2) &= \frac{n(n+1)(n+2)}{3}+(n+1)(n+2)\\ &= \frac{n(n+1)(n+2)+3(n+1)(n+2)}{3}\\ &= \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3}\end{aligned}$$

✓ On déduit que : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad 1\times2+2\times3+.......+n\times(n+1)=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$

5. Montrons que : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 1+3+5+.......+(2n+1)=(n+1)^2$

✓ Pour $n=0$: $1=(0+1)^2$

✓ Soit $n\in\mathbb{N}$

- Supposons que : $1+3+5+.......+(2n+1)=(n+1)^2$
- Et montrons que : $1+3+5+.......+(2n+3)=(n+2)^2$

On a :

$$\begin{aligned}\underbrace{1+3+5+.......+(2n+1)}_{H.R}+(2n+3) &= (n+1)^2+(2n+3)\\ &= n^2+2n+1+2n+3\\ &= n^2+4n+4\\ &= (n+2)^2\end{aligned}$$

✓ On déduit : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 1+3+5+.......+(2n+1)=(n+1)^2$

6. Montrons que : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 1+7+7^2+.......+7^n=\frac{7^{n+1}-1}{6}$

- ✓ Pour $n=0$: $1=\dfrac{7^{0+1}-1}{6}$
- ✓ Soit $n\in\mathbb{N}$
  - Supposons que : $1+7+7^2+.......+7^n=\dfrac{7^{n+1}-1}{6}$
  - Et montrons que : $1+7+7^2+.......+7^{n+1}=\dfrac{7^{n+2}-1}{6}$

On a :

$$\underbrace{1+7+7^2+.......+7^n}_{H.R}+7^{n+1}=\frac{7^{n+1}-1}{6}+7^{n+1}$$
$$=\frac{7^{n+1}-1+6\times7^{n+1}}{6}$$
$$=\frac{7\times7^{n+1}-1}{6}$$
$$=\frac{7^{n+2}-1}{6}$$

- ✓ On déduit que : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 1+7+7^2+.......+7^n=\dfrac{7^{n+1}-1}{6}$

7. Montrons que : Pour tout $n\in\mathbb{N}$: 4^n+6n-1 est divisible par 9
   - ✓ Pour $n=0$: $4^0+6(0)-1=0$ donc divisible par 9
   - ✓ soit $n\in\mathbb{N}$:
     - supposons que : 4^n+6n-1 est divisible par 9
     - et montrons que : $4^{n+1}+6(n+1)-1$ est divisible par 9

   on a d'après l'hypothèse de récurrence 4^n+6n-1 est divisible par 9

   donc il existe un entier naturel k : tel que $4^n+6n-1=9\times k$

   et on a :

$$4^{n+1}+6(n+1)-1=4^{n+1}+6n+6-1$$
$$=4\times4^n+6n+5$$
$$=4\times(4^n+6n-1)-18n+9$$
$$=4\times(9k)-18n+9$$
$$=9\times\underbrace{(4k-2n+1)}_{k'}=9\times k'$$

Donc $4^{n+1}+6(n+1)-1$ est divisible par 9

- ✓ on déduit que : Pour tout $n\in\mathbb{N}$: $4^{n}+6n-1$ est divisible par 9

8. Montrons que : Pour tout $n\in\mathbb{N}$: $3^{2n+1}+2^{n+2}$ est divisible par 7
   - ✓ Pour $n=0$: $3^{2(0)+1}+2^{(0)+2}=7$ donc divisible par 7
   - ✓ soit $n\in\mathbb{N}$:
     - supposons que : $3^{2n+1}+2^{n+2}$ est divisible par 7
     - Et montrons que : $3^{2n+3}+2^{n+3}$ est divisible par 7

on a d'après l'hypothèse de récurrence $3^{2n+1}+2^{n+2}$ est divisible par 7

donc il existe un entier naturel k : tel que $3^{2n+1}+2^{n+2}=7\times k$

et on a :

$$\begin{aligned}
3^{2n+3}+2^{n+3} &= 3^{2}\times 3^{2n+1}+2\times 2^{n+2}\\
&= 9\times 3^{2n+1}+2\times 2^{n+2}\\
&= (7+2)\times 3^{2n+1}+2\times 2^{n+2}\\
&= 7\times 3^{2n+1}+2\times 3^{2n+1}+2\times 2^{n+2}\\
&= 7\times 3^{2n+1}+2\times\left(3^{2n+1}+2^{n+2}\right)\\
&= 7\times 3^{2n+1}+2\times 7k\\
&= 7\times\left(\underbrace{3^{2n+1}+2k}_{k'}\right)\\
&= 7k'
\end{aligned}$$

- ✓ On déduit que : Pour tout $n\in\mathbb{N}$: $3^{2n+1}+2^{n+2}$ est divisible par 7

9. Montrons que : $(\forall n\geq 4)\quad 2^{n}\geq n^{2}$
   - ✓ Pour $n=4$: $2^{4}\geq 4^{2}$
   - ✓ Soit $n\in\mathbb{N}$ tel que $n\geq 4$
     - Supposons que $2^{n}\geq n^{2}$
     - Et montrons que $2^{n+1}\geq (n+1)^{2}$

   On a : $2^{n+1}=2.2^{n}$

   Et d'après l'hypothèse de récurrence on a : $2^{n}\geq n^{2}$

Donc $2^{n+1} \geq 2.n^2$

Puisque $n^2 \geq 2n+1$ pour $n \geq 4$ alors $2^{n+1} \geq n^2+2n+1$ c-à-d $2^{n+1} \geq (n+1)^2$

- ✓ On déduit que : $(\forall n \geq 4) \quad 2^n \geq n^2$

10. Montrons que : $(\forall x \in \mathbb{R}^{+*})(\forall n \in \mathbb{N}) \quad (1+x)^n \geq 1+nx$

Soit $x \in \mathbb{R}^{+*}$

- ✓ Pour $n=0$: $(1+x)^0 \geq 1+0.x$
- ✓ Soit $n \in \mathbb{N}$
  - Supposons que : $(1+x)^n \geq 1+nx$
  - Et montrons que : $(1+x)^{n+1} \geq 1+(n+1)x$

On a : $(1+x)^{n+1} = (1+x).(1+x)^n$

Et d'après l'hypothèse de récurrence on a : $(1+x)^n \geq 1+nx$

Donc $(1+x)^{n+1} \geq (1+x).(1+nx)$

Donc $(1+x)^{n+1} \geq 1+x+nx+nx^2$

Donc $(1+x)^{n+1} \geq 1+(n+1)x+nx^2$ et comme $1+(n+1)x+nx^2 \geq 1+(n+1)x$

Alors $(1+x)^{n+1} \geq 1+(n+1)x$

- ✓ On déduit que : $(\forall x \in \mathbb{R}^{+*})(\forall n \in \mathbb{N}) \quad (1+x)^n \geq 1+nx$

つづく