光学

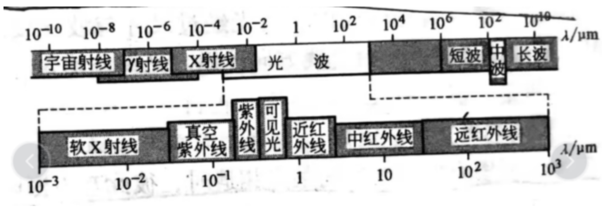
洛白

2023 年 6 月 18 日

目 录

1 球面和球面系统

可见光是一种波长在 380-760nm 波段的电磁波



虚实像物点，物像空间。

1.1 概念和符号系统

1.1.1 完善成像条件

1. 同心光束成同心光束
2. 球面波成球面波
3. 物点像点之间等光程

1.1.2 一些成像中的概念

同心光束 从同一点发出的或**汇聚到同一点**的光线束。

光具组 若干反射折射面组成的光学系统

虚实像物点

同一点发出（实际光线汇聚）的为**实物** (像) 点，汇聚（延长线汇聚）到同一点的为**虚物** (体) 点。

像物方空间

实际上，一束光经过一个光学系统，整个空间都是物方空间和像方空间，就是有虚实之分。只不过我们习惯上将像（物）实空间叫做像（物）空间。

同时，符号中不带 $'$ 的为物方，带的为像方。如 l, l', n, n', u, u'。

1.1.3 一些规定的概念

子午平面 包含光轴的平面

截距 物方或像方光线与光轴交点到顶点的距离。

倾斜角 物方或像方光线与光轴的夹角。

1.1.4 约定的符号

为了表示各种线段量和角度量的属性，我们约定俗成地规定了一些符号。

传播方向 物方到像方，并且定义此方向单位向量 $\vec{n}$

沿轴线段 从折射球面顶点出发到终点（名称左到右），向量为 $\vec{r}$, 定义其长度为 $\vec{r} \cdot \vec{n}$

垂轴线段 光轴上正，下负。如果 $\vec{n} = (x_0, y_0)$, 定义 $\vec{n_v} = (-y_0, x_0)$, 从折射球面顶点出发到终点（名称左到右），向量为 $\vec{r}$, 定义其长度为 $\vec{r} \cdot \vec{n_v}$

间隔 d 见上。对于一般角度，类比上个方法。

角度 从**光轴到光线到法线 (轴线法)**，锐角转向，顺正逆负。

球面半径 以球面和主光轴的交点为准到球心做向量 $\vec{r}$,$r = \vec{r} \cdot \vec{n}$。如右图，其为

$$L_{OC}$$

1.2 基本公式和定理

$$n = \frac{c}{v}$$

定理 1.1 (费马原理). *光是沿着光程取极值的路径传播的 (极大值、极小值或常数)。*

定理 1.2 (马吕斯定律). *光线束在**各向同性的均匀介质中**传播时，始终保持着与波面的正交性，并且入射波面与出射波面对应点之间的光程均为定值。*

几何光学有三个基本定律，分别是**光的直线传播，光的独立传播，光的折反射定律**。

1.2.1 光的直线传播

在各向同性的介质中，不遇到波长量级的障碍物时 (衍射)，光沿直线传播。

1.2.2 光的独立传播

不同光源发出的光，在空间某点相遇时，彼此互不影响。(同一单色点光源，干涉)

1.2.3 光的折反射定律

- 全反射是从光密到光疏，入射角大于临界角。
- 对于反射

$$n' = -n$$

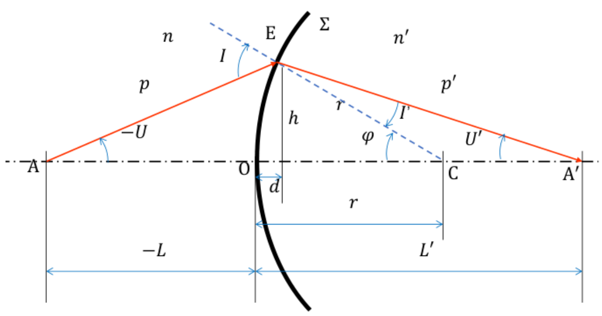
- 对于折射

$$n \sin I = n' \sin I'$$

注意 I, I' 是入射和出射和法线所成角。

1.3 基本公式推导 (单球面折射)

我们需要根据入射光线给出的条件 r, n, n', L, U, 求出 L', U'



根据折射定律得

$$n \sin I = n' \sin I' \qquad (1.2.1.a)$$

在 ΔEAC 中运用正弦定理，得到

$$\frac{\sin I}{r-L}=\frac{\sin -U}{r} \tag{1.2.2.a}$$

显然又因为内外角定理，可得

$$\varphi = U + I = U' + I' \tag{1.2.3.a}$$

在 ΔACE 中再使用正弦定理，可得

$$L' = r + \frac{r}{\sin U'}\sin I' \tag{1.2.4.a}$$

显然固定 L, r, n, n'，动 U，显然 L' 会发生改变，即不是同心光束，不能**完善成像**。

1.3.1 近轴光路近似

近轴（傍轴）光线

与光轴很靠近的光线，即-U 很小，此时

用小写（如-u 等）表示近轴光线的参数。此时可利用小角近似，$i=\sin i=\tan i$, 所以 (1.2.1.a-1.2.4.a) 可以写成

$$ni = n'i' \tag{1.2.1.b}$$

$$\frac{i}{r-l}=\frac{-u}{r} \tag{1.2.2.b}$$

$$\varphi = u + i = u' + i' \tag{1.2.3.b}$$

$$l' = r + \frac{r}{u'}i' \tag{1.2.4.b}$$

化简 (1.2.4.b)

$$\begin{aligned} l' &= r + r\frac{i'}{u'} = r + r\frac{i'}{u+i-i'} \\ &= r + r\frac{\frac{n}{n'}i}{u+i-\frac{n}{n'}i} \\ &= r + r\frac{n}{\frac{n'u}{i}+n'-n} \end{aligned} \tag{1.2.5}$$

先算 i

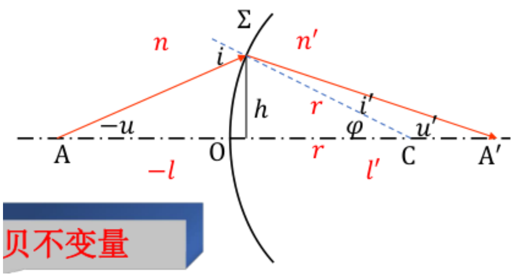
$$i = \frac{u(l-r)}{r} \tag{1.2.6}$$

(1.2.6) 代入 (1.2.5)

$$l' = r + r\frac{n}{\frac{n'r}{l-r}+n'-n} \tag{1.2.7}$$

显然 l' 与 u 无关，其**完善成像**。此时的像物点又叫做**共轭点**。近轴光所成像称为**高斯像**，仅考虑近轴光的光学叫**高斯光学**。

1.3.2 近轴光路其他公式



我们新引入了一个 h，先来引入几个关于它的式子

$$h = lu = l'u' \tag{1.2.8}$$

$$\varphi \approx \tan\varphi = \frac{h}{r} \tag{1.2.9}$$

Then Let,s start our solve

折射球面的物像位置关系

由 (1.2.8) 得，

$$u=\frac{h}{l} \quad u'=\frac{h}{l'} \tag{1.2.10}$$

化简 (1.2.1.b) 得 1.2.11.a, 其移项化简可得后一项

$$n(\varphi-u) = n'(\varphi-u') \tag{1.2.11.a}$$

$$nu - n'u' = (n-n')\varphi = (n-n')\frac{h}{r} \tag{1.2.11.b}$$

将 (1.2.10) 代入 (1.2.11.b)，可得

$$\frac{h}{l}n - \frac{h}{l'}n' = (n-n')\frac{h}{r} \text{[1]} \tag{1.2.12.bef}$$

$$\frac{n}{l}-\frac{n'}{l'}=\frac{n-n'}{r} \tag{1.2.12}$$

此式即为**折射球面的物像位置关系**, 同时, 此式也可由式 (1.2.7) 直接化简而来. 下面

[1] bef 表示该公式的前置证明步骤公式

简要说明

$$\begin{aligned} l' &= r + r\left(\frac{n}{\frac{n'r}{l-r} + n' - n}\right) \\ &= r\left(1 + \frac{nl - nr}{n'r + (n'-n)(l-r)}\right) \\ &= r\left(1 + \frac{nl - nr}{n'l - nl + nr}\right) \\ &= r\left(\frac{n'l}{n'l - nl + nr}\right) \end{aligned} \tag{1.2.12.af1}$$

继续化简

$$rn'l = (n'-n)ll' + rnl' \tag{1.2.12.af 2}$$

$$r(n'l - nl') = (n'-n)ll' \tag{1.2.12.af 3}$$

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n'-n}{r} \tag{1.2.12.af 4}$$

阿贝不变量

化简 (1.2.11.a)

$$n\left(\frac{h}{r} - \frac{h}{l}\right) = n'\left(\frac{h}{r} - \frac{h}{l'}\right) \tag{1.2.13.bef}$$

$$n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l}\right) = n'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l'}\right) = Q \tag{1.2.13}$$

式 (1.2.13) 即为**阿贝不变量**公式。

光焦度

表示折射面偏折光线的能力

$$\Phi = \frac{n'-n}{r} \tag{1.2.14}$$

焦距

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{l_{l'\to\infty}} = \frac{n-n'}{nr} \tag{1.2.15.a}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{l_{l\to\infty}} = -\frac{n-n'}{n'r} \tag{1.2.15.b}$$

用光焦度表示的焦距

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{n}\Phi \qquad \frac{1}{f'} = \frac{1}{n'}\Phi \tag{1.2.16}$$

化简上述公式可得

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n} \tag{1.2.17}$$

$\dfrac{1}{(1.2.15.a)} + \dfrac{1}{(1.2.15.b)}$ 可得

$$f + f' = \frac{1}{r} \tag{1.2.18}$$

如果对于空气中（理想光学系统），$n = 1$ 就有

$$f + f' = \frac{1}{r} = 0 \tag{1.2.18.a}$$

$$\Phi = -\frac{1}{f} = \frac{1}{f'} \tag{1.2.16.a}$$

屈光度

光焦度的单位称为**屈光度**，以字母 D 表示（对应焦距单位：米）

1. 200 度近视镜光焦度-2.00D（凹透镜）**负透镜**
2. 300 度老花镜光焦度 3.00D（凸透镜）**正透镜**

高斯公式

将 (1.2.15.a),(1.2.15.b) 代入式 (1.2.12) 得

$$\frac{n-n'}{r} = \frac{(n-n')f}{rl} + \frac{(n-n')f'}{rl'} \tag{1.2.19.bre1}$$

显然可得

$$\frac{f}{l} + \frac{f'}{l'} = 1 \tag{1.2.19}$$

式 (1.2.19) 即为**高斯公式**。

牛顿公式

设 A 为物垂点，A' 为像点垂点，$x = l_{FA}, x' = l_{F'A'}$(见下图 1.1)，有

$$l = x + f \tag{1.ad.1.a}$$

$$l' = x' + f' \tag{1.ad.1.b}$$

将 (1.ad.1.a),(1.ad.1.b) 代入式 (1.2.19) 得

$$\frac{f}{x+f} + \frac{f'}{x'+f'} = 1 \tag{1.ad.2.bef.1}$$

$$x'f + 2ff' + xf' = xx' + ff' + x'f + xf' \tag{1.ad.2.bef.2}$$

$$ff' = xx' \tag{1.ad.2}$$

1.3.3 三种放大率和拉氏不变量

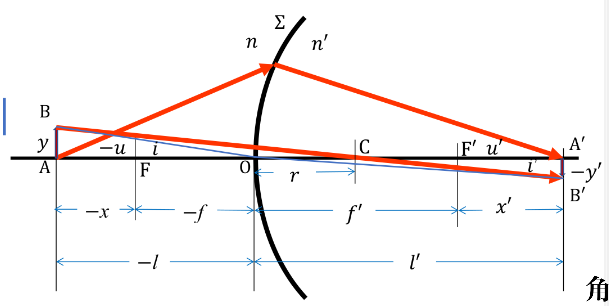


图 1: 光路示意图

横向放大率

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{l'i'}{li} \qquad (1.2.20)$$

又因为有

$$ni = ni' \quad lu = l'u' \qquad (1.2.21.\text{bre } 1)$$

$$nlui = n'l'u'i' \qquad (1.2.21.\text{bre } 2)$$

所以可得

$$\beta = \frac{nu}{n'u'} = \frac{nl'}{n'l} \qquad (1.2.21)$$

继续化简

$$\begin{aligned} \beta = -\frac{fl'}{f'l} &= -\frac{f(x'+f')}{f'(x+f)} \\ &= -\frac{fx'+xx'}{f'(x+f)} = -\frac{x'}{f'} \qquad (1.\text{ad}.3) \\ &= -\frac{f(x'+f')}{f'x+xx'} = -\frac{f}{x} \end{aligned}$$

$\beta > 0$ 正立虚实相反像，$\beta < 0$ 倒立虚实相同像。>1 放大，<1 缩小。

横向 (垂轴) 放大率

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}l'}{\mathrm{d}l} \qquad (1.2.22.\text{a})$$

(1.2.12) 两端分别对 u 进行求导,r 对 u 是常数, 所以有

$$\frac{n'}{l'^2}\frac{\mathrm{d}l'}{\mathrm{d}u} - \frac{n}{l^2}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}u} = 0 \qquad (1.2.22.\text{bef } 1)$$

$$\frac{n'}{l'^2}\frac{\mathrm{d}l'}{1} = \frac{n}{l^2}\frac{\mathrm{d}l}{1} \qquad (1.2.22.\text{bef } 1)$$

所以求得

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}l'}{\mathrm{d}l} = \frac{nl'^2}{n'l^2} = \frac{\beta^2}{\frac{n}{n'}} = \frac{n'}{n}\beta^2 \qquad (1.2.22)$$

角放大率

$$\gamma = \frac{u'}{u} = \frac{l}{l'} = \frac{1}{\beta}\frac{n}{n'} \qquad (1.2.23)$$

或者说

$$\beta = \frac{nu}{n'u'} = \frac{n}{n'}\frac{1}{\gamma} \qquad (1.\text{add}.4)$$

显然以上三种放大率 α β γ 之间存在关系,

$$\alpha\gamma = \beta \qquad (1.2.24)$$

拉式不变量

同时根据 β 我们定义一个叫做拉式不变量的概念

$$\frac{y'}{y} = \beta = \frac{nu}{n'u'} \qquad (1.2.25.\text{bef } 1)$$

$$nuy = n'u'y' = j \qquad (1.2.25)$$

j 为拉氏不变量，它是表征光学系统性能的重要参数

1.4 反射球面

其实就是将 $n + n' = 0$ 代入上述所有基本公式进行化简, 下面给出部分常用公式

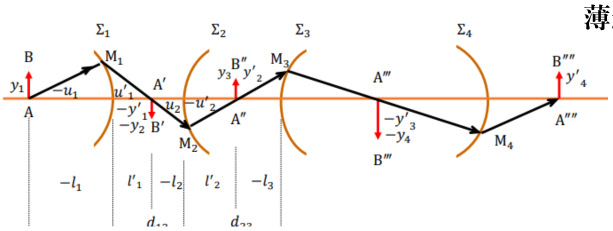
$$\Phi = \frac{-2n}{r} = \frac{2n'}{r} \qquad (1.2.26)$$

$$f = f' = \frac{r}{2} \qquad (1.2.27)$$

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} = \frac{2}{r} \qquad (1.2.28)$$

2 薄透镜理想光学系统

2.1 共轴球面系统



2.1.1 过渡公式

第 i 面的物方空间就是第 $i+1$ 面的像方空间。所以

$$n_{i+1} = n'_i \tag{2.add.1.a}$$
$$u_{i+1} = u'_i \tag{2.add.1.b}$$
$$y_{i+1} = y'_i \tag{2.add.1.c}$$

同时有

$$d_i = d_{i(i+1)} = l'_i - l_{i+1} \tag{2.add.2.pre}$$
$$l_{i+1} = l'_i - d_i \tag{2.add.2}$$

(2.add.2) 乘 (2.add.1.b) 可得 ($h_i = l_i u_i$)

$$h_{i+1} = h_i - d_i u'_i \tag{2.add.3}$$

对每个面应用拉式不变量和过度公式 (2.add.1) 可得

$$n_i u_i y_i = J \tag{2.add.4}$$

2.1.2 放大率

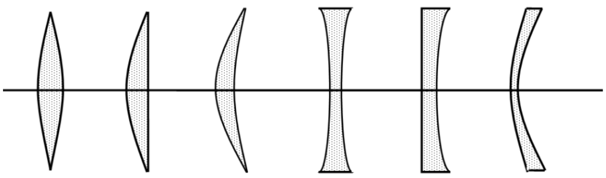
$$\alpha_n = \frac{\mathrm{d}l'_n}{\mathrm{d}l_1} = \prod_{i=1}^{n} \alpha_i \tag{2.1.1.a}$$
$$\beta_n = \frac{y'_n}{y_1} = \prod_{i=1}^{n} \beta_i \tag{2.1.1.b}$$
$$\gamma_n = \frac{u'_n}{u_1} = \prod_{i=1}^{n} \gamma_i \tag{2.1.1.c}$$

其关系顺延之前。

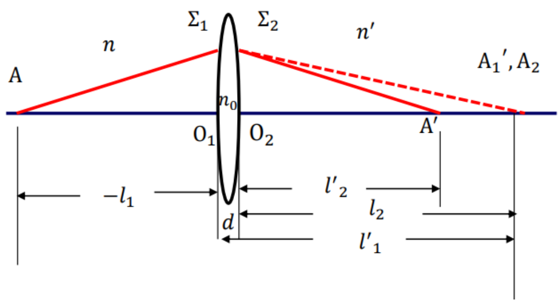
2.2 薄透镜

薄透镜

透镜厚度 d 远小于物距、像距、焦距、曲率半径等



2.2.1 成像



$$\frac{n_0}{l'_1} - \frac{n}{l_1} = \frac{n_0 - n}{r_1} \tag{2.2.1.a}$$
$$\frac{n'}{l'_2} - \frac{n_0}{l_2} = \frac{n' - n_0}{r_2} \tag{2.2.1.b}$$

并且

$$l_2 = l'_1 + d \approx l'_1 \tag{2.2.2}$$

(2.2.1.a)+(2.2.1.b)

$$\frac{n'}{l'_2} - \frac{n}{l_1} = \frac{n_0 - n}{r_1} + \frac{n' - n_0}{r_2} \tag{2.2.3.a}$$
$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l_1} = \frac{n_0 - n}{r_1} + \frac{n' - n_0}{r_2} \tag{2.2.3.b}$$

(2.2.3.b) 就是**薄透镜傍轴成像的物像距公式**。化简一下

$$n(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{l}) - n'(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{l'}) = n_0(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}) \tag{2.2.4}$$

设 (2.2.3.b) 等式右边为 Φ，可得

$$物方焦距 f = \lim_{l' \to \infty} \frac{-n}{\Phi} \quad (2.2.5.a)$$

$$像方焦距 f' = \lim_{l \to \infty} \frac{n'}{\Phi} \quad (2.2.5.b)$$

$$f = -f' = \frac{n}{\Phi} \quad (2.2.5.c)$$

$f' > 0$ 汇聚 < 0 发散。联立以上各方程组，可得其牛顿公式和高斯公式基本不变

$$高斯公式 \frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1 \quad (2.2.6.a)$$

$$牛顿公式 xx' = ff' \quad (2.2.6.b)$$

并且如果在空气中 $n = n' = 1$, 可得

$$f' = -f = \frac{1}{\Phi} \quad (2.2.7.a)$$

$$\Phi = (n_0 - 1)(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}) \quad (2.2.7.b)$$

$\Phi > 0, \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} > 0$ 凸透镜，反之凹透镜。(其实只考虑两种最极端的情况就行) 对于放大率来说，

$$\beta_1 = \frac{n_1 l_1'}{n_1' l_1} \quad (2.2.8.a)$$

$$\beta_2 = \frac{n_2 l_2'}{n_2' l_2} \quad (2.2.8.b)$$

$$\beta = \beta_1 \beta_2 = \frac{n_1 n_2 l_1' l_2'}{n_1' n_2' l_1 l_2} \quad (2.2.8.c)$$

$$l_1' = l_2, l_1 = l, l_2' = l' \quad (2.2.8.d)$$

$$n_1 = n, n_2' = n', n_1' = n_2 = n_0 \quad (2.2.8.e)$$

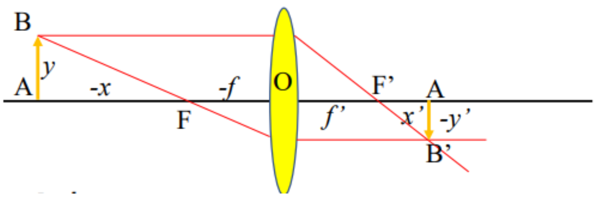
联立以上五式可得

$$\beta = \frac{nl'}{n'l} = -\frac{fl'}{f'l} \quad (2.2.9)$$

注意上式中 f, f' 的顺序

$$fn' + f'n = 0$$

下面再来看几个放大率，一样的分析方法（略去一点推导）



$$-\frac{y'}{y} = \frac{f}{x} = \frac{x'}{f'} \quad (2.2.10.a)$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'} \quad (2.2.10.b)$$

然后一如既往的

$$\alpha = \frac{n'}{n}\beta^2 \quad (2.2.11.a)$$

$$\gamma = \frac{n}{n'}\frac{1}{\beta} \quad (2.2.11.b)$$

$$\alpha\gamma = \beta \quad (2.2.11.c)$$

注意算透镜的时候，多用焦距，这样十分简单。

例3 一双凸薄透镜两球面的曲率半径均为100cm，一高为2cm 的物体在光轴上距透镜 20cm。透镜材料折射率n_0 = 1.5，物方空气折射率n = 1.00，像方水的折射率n' = 1.33。求物体经透镜所成的像并作图。

例4 一虚物PQ位于凹透镜右侧二倍焦距处，试用作图法求它经透镜成的像。

3 理想光学系统

单个折射球面或者是单薄透镜是对细小平面以细光束成完善像，但是实际的光学系统需要对一定大小的场以宽光束成像，其**成像有缺陷**。所以其必须要由若干元件组成，经过反复计算，使其成像**趋于**完善。

并且对于理想光学系统，所成的像是完全相似的。这种理想光学系统理论，也被称作**高斯光学**。并且引出共轭的表示

$$点 \rightarrow 共轭点 \quad (3.0.a)$$

$$线 \rightarrow 共轭线 \quad (3.0.b)$$

$$面 \rightarrow 共轭面 \quad (3.0.c)$$

$$同心光束 \rightarrow 共轭同心光束 \quad (3.0.d)$$

3.1 共线成像理论

由于系统的对称性，理想共轴光学系统有如下性质

光轴 光轴物点的共轭点还在光轴上

子午平面 通过光轴的平面，物点的共轭点在一子午平面上

垂轴平面 物面垂轴，其共轭像面一定也垂轴，并且几何形状相似。

表示 如果已知两对共轭平面的位置和 β，或者一对共轭平面的位置和 β，以及一对共轭点，则一切物点的像点均可确定。

同心 同心光束还是同心光束（理想成像）

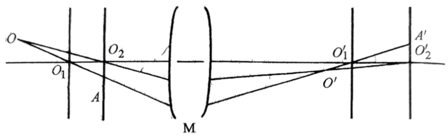


图 2-3 两对共轭面已知的情况

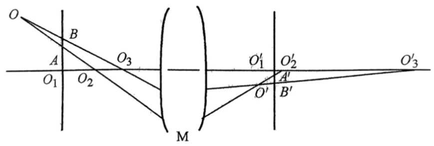


图 2-4 一对共轭面及两对共轭点已知的情况

3.2 各种定义

3.2.1 对于无限物点

无限远**轴上**物点发出的同心光束等效于平行于光轴的平行光束，其共轭像点为 F'。对于轴外的话，就是下图所示

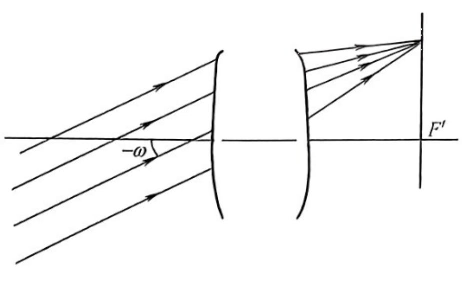
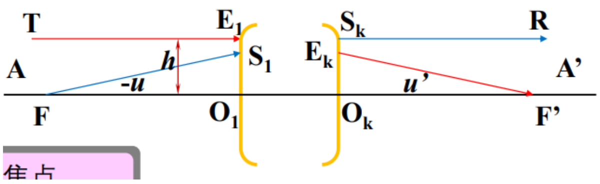


图 2-8 无限远轴外物点发出的光束

3.2.2 对于无限像点

同上

3.2.3 焦点和焦面



对于无穷远轴上像物点 A', A

$$A \to F' \tag{3.2.1.a}$$

$$F \to A' \tag{3.2.1.b}$$

物方无穷远垂轴平面的共轭平面为通过 F' 的垂轴平面（后焦平面，像方焦面），像方无穷远垂轴平面的共轭平面为物方过 F 的垂轴平面（前焦平面，物方焦面）。

物方无穷远垂轴平面一轴外点，其所成平行光一定交于后焦平面一点。显然此两平面共轭。像方同理。

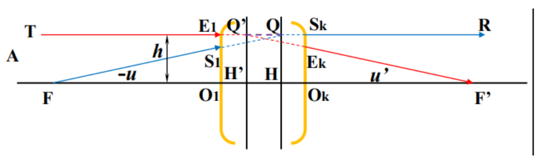
$$f = \frac{h}{\tan U} \tag{3.2.2.a}$$

$$f = \frac{h}{\tan U'} \tag{3.2.2.b}$$

[1]

3.2.4 主点 H, H' 和主平面

定义 3.1 (主平面). $\beta = 1$ 的一对平面



[1]这时候用大写的，因为有轴外物点，其不再满足前文所述傍轴条件

如图所示找到 Q, Q', H, H'

$$Q \to Q' \tag{3.2.3.a}$$

$$H \to H' \tag{3.2.3.b}$$

$$QH \to QH' \quad (\beta = 1) \tag{3.2.3.c}$$

主点 H，带不带' 取决于其经过是像方焦点还是物方焦点。显然对于正透镜，左边是 H'，对于负透镜，$f' < 0$，左边是 H

3.2.5 基点

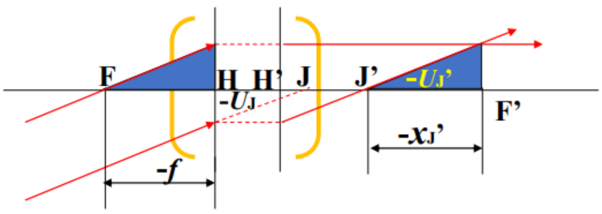
无限远轴外像物点 A, A'，和像方、物方焦点 F, F' 以及主面的交点 H, H'，可以确定所有物点的像点，代表一个理想光学系统。

同时对于一些特殊的折射球面，单个折射球面，球面镜和波透镜都相当于两个主面重叠的情况。

H, H', F, F' 这四点就称作光学系统的基点。

3.2.6 节点 J, J'

一对 $\gamma = 1$ 的共轭点。物方入射于 J 的任意光线，将以相同方向从 J' 射出



由三角形全等，显然可得

$$x_J' = F'J' = f \tag{3.2.4.a}$$

$$X_J = FJ = f' \tag{3.2.4.b}$$

当 $f = f'$ 有

$$x_J' = F'J' = -f' = F'H' \tag{3.2.4.a}$$

$$X_J = FJ = f' = -f = FH \tag{3.2.4.b}$$

节点 J, J' 和主点 H, H' 重合，这时光学系统两边折射率相同。

3.2.7 各物理量的表示

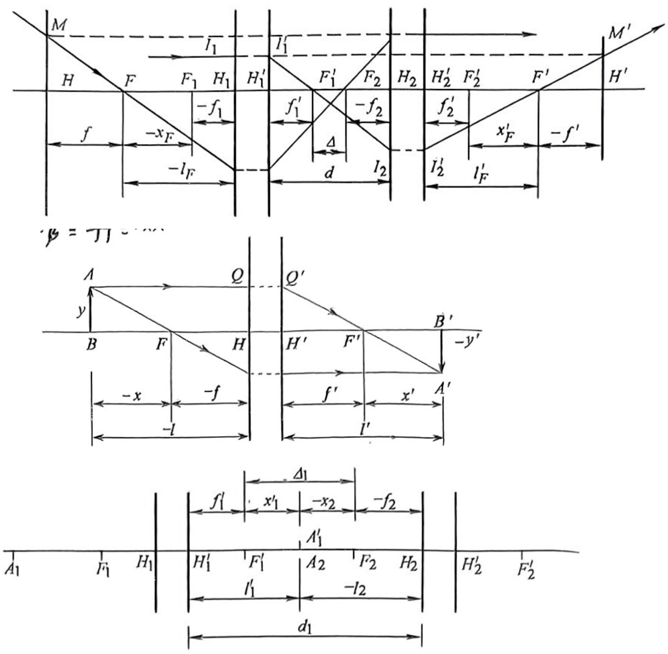


图 2: 两光组组合及符号示意图

如上图 2 所示，有

$$f_i = H_iF_i \quad f_i' = H_i'F_i' \tag{3.2.5.a}$$

$$x_i = F_iA_i \quad x_i' = F_i'A_i' \tag{3.2.5.b}$$

$$l_i = H_iA_i \quad l_i' = H_i'A_i' \tag{3.2.5.c}$$

$$A_i' = A_{i+1} \tag{3.2.5.d}$$

$$d_i = H_i'H_{i+1} = l_i' - l_{i+1} \tag{3.2.5.e}$$

$$\Delta_i = F_i'F_{i+1} = x_i' - x_{i+1} \tag{3.2.5.f}$$

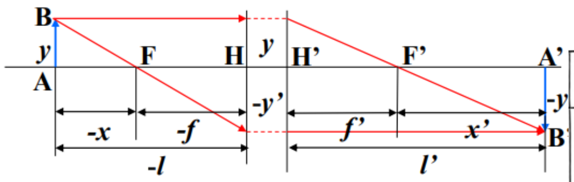
$$l_F = H_1F \quad l_F' = H_2'F' \tag{3.2.5.g}$$

$$l_H = H_1H \quad l_H' = H_2'H' \tag{3.2.5.h}$$

显然通过对以上公式的化简，有

$$\Delta_i = F_i'F_{i+1} = -f_i' + d_i + f_{i+1} \tag{3.2.6.a}$$

3.3 理想光学系统的物像位置关系和放大率



看图显然可以得到

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{f'} = -\frac{f}{x} \qquad (2.3.5)$$

这里只列举一部分，就和第一章一样，参照第一章就好。

如果含有 k 个反射面，有

$$\beta = \frac{y'}{y} = (-1)^{k+1}\frac{n'}{n} \qquad (2.3.6)$$

轴向点移动 Δ 距离后，其垂轴放大率为

$$\overline{\alpha} = \frac{n'}{n}\beta_1\beta_2 \qquad (2.3.7)$$

3.3.1 作图原则

同心光束 同心光束还成同心光束

轴上 轴上物点的像点还在轴上

主面 $\beta = 1$

节点 $\gamma = 1$

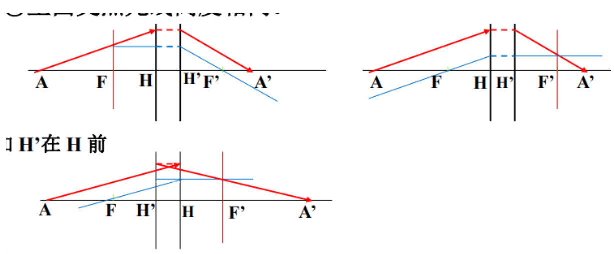
无穷远像物方轴上点

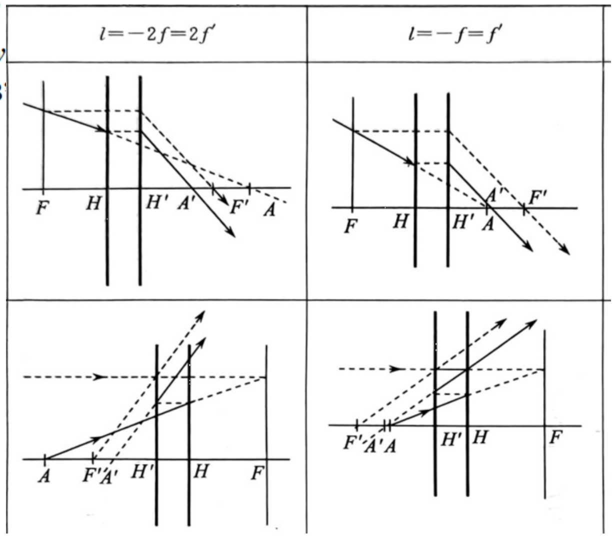
平行轴向光，与焦点共轭

无穷远像物轴外电点

斜向平行光，与焦面某点共轭

对于轴外一点，一平行一过焦点。对于轴上，找过 A 点和 F 的平行光线或者同心光束，使用以上方法即可。





3.3.2 光束的汇聚度和系统的汇聚度

首先直接给出几个概念

折合物距 $\frac{l}{n}$

折合像距 $\frac{l'}{n'}$

折合焦距 $\frac{f'}{n'}$

汇聚度 $V = \frac{n}{l} \quad V' = \frac{n'}{l'}$，并且其为正代表光束是汇聚光束，反之为发散光束。

光焦度 $\Phi' = \frac{n'}{f'} = \frac{-n}{f}$，正表示汇聚作用。表征光学系统偏折光线的能力。单位：屈光度——以米为单位的焦距的倒数。

$$\Phi = V' - V \qquad (2.3.8)$$

3.3.3 透镜不同位置的成像情况

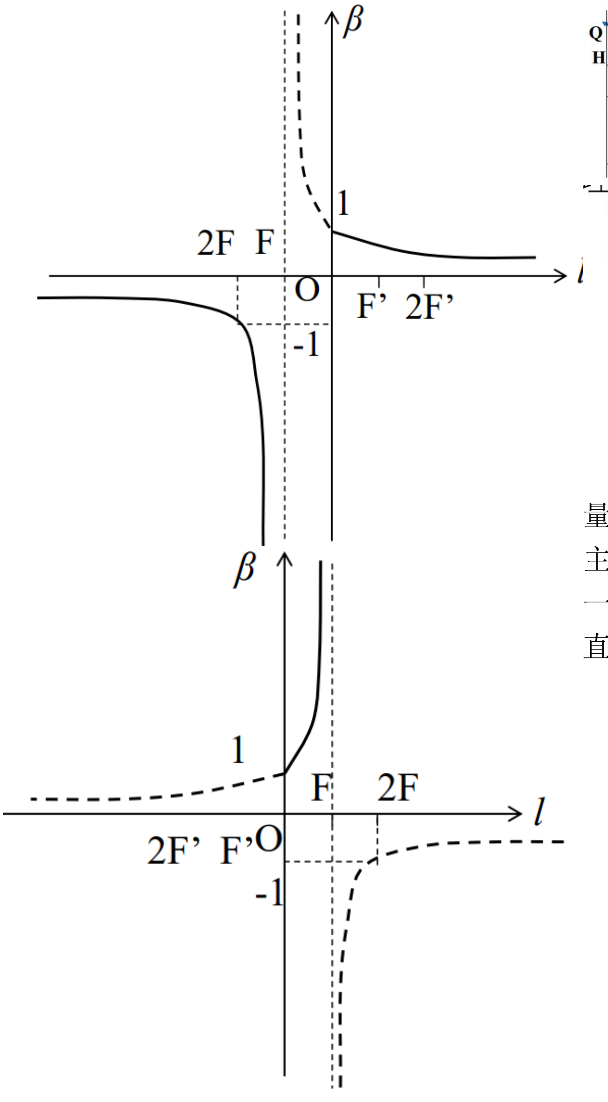


图 3: 其实就看 *when* $l' = \infty$

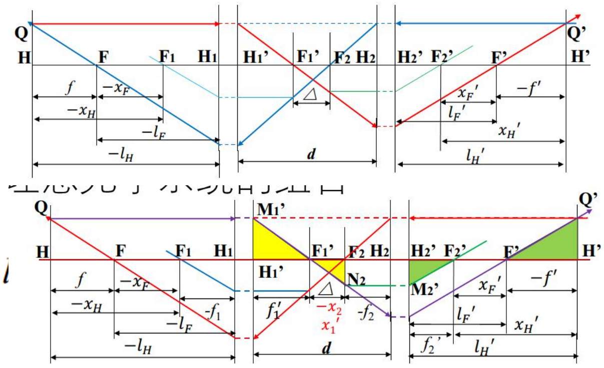
上面的一个是正透镜，下面是负透镜。注意 F' 的位置。然后注意 2F 的位置是-1，原点是 1，画出趋势图就行。

$$\beta = \frac{nl'}{n'l} = -\frac{fl'}{f'l}$$

3.4 理想光学系统的组合分析

3.4.1 两个理想光学系统

图解法，任意高度做一平行于光轴的线，经过光组在像方与入射线延长线相交。得到主面，另一方同理。(根据定义，主面高度相同)



然后我们对找完之后的图，来进行一下定量的分析。(以第二个光组的像方焦点、像方主点为起始点——合成光组的物方参量以第一个光组的物方焦点、物方主点为起始点。）直接列写

一些公式懒的写了，直接记吧

$$x_F = F_1F\frac{f_1f_1'}{\Delta} \quad (2.3.7.a)$$

$$x_F' = F_2'F' = -\frac{f_1f_1'}{\Delta} \quad (2.3.7.b)$$

$$HF = \frac{f_1f_2}{\Delta} \quad (2.3.7.c)$$

$$H'F' = -\frac{f_1'f_2'}{\Delta} \quad (2.3.7.d)$$

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2 \quad (2.3.7.e)$$

也能看出当

$$d < f_1' + f_2' \Rightarrow \Phi > 0 \quad (2.3.8.a)$$

$$d = f_1' + f_2' \Rightarrow \Phi = 0 \quad (2.3.8.b)$$

$$d > f_1' + f_2' \Rightarrow \Phi < 0 \quad (2.3.8.c)$$

$$x_{F'} = F_2'F' \quad f_2' = H_2'F_2' \quad (2.3.9.a)$$

$$l_F' = H_2'F' \quad l_H' = H_2'H' \quad (2.3.9.b)$$

$$x_F = F_1F \quad f_1 = H_1F_1 \quad (2.3.9.c)$$

$$l_F = H_1F \quad l_H = H_1H \quad (2.3.9.d)$$

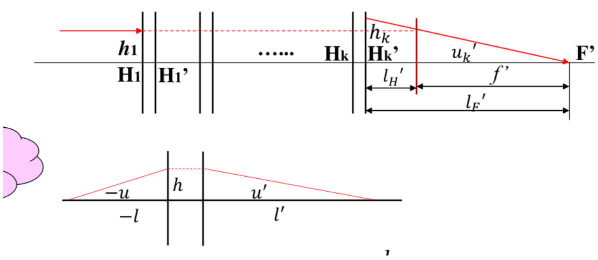
因为

$$
\begin{aligned}
d &= H_1'H_2 = l_1' - l_2 \\
\Delta &= F_1'F_2 = x_1' - x_2 \\
d - \Delta &= f_1' - f_2 \\
f' &= -\frac{f_1'f_2'}{\Delta} \quad x_F' = -\frac{f_2f_2'}{\Delta}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
l_{F'} &= f_2' + x_F' = f_2' - \frac{f_2f_2'}{\Delta} \\
&= f_2' - \frac{f_2f_2'}{d + f_2 - f_1'} \\
&= \frac{f_2'd - f_2'f_1'}{\Delta} \\
&= -\frac{f_1'f_2'}{\Delta}(-\frac{d - f_1'}{f_1'}) \\
&= f'(1 - \frac{d}{f_1'}) \\
&= l_H' + f'
\end{aligned} \tag{2.3.10}
$$

$$
\begin{aligned}
l_F &= f_1 + x_F \\
&= f_1 + \frac{f_1f_1'}{\Delta} \\
&= f_1 + \frac{f_1f_1'}{d + f_2 - f_1'} \\
&= f_1\frac{d + f_2}{\Delta} \\
&= \frac{f_1f_2}{\Delta}(\frac{d + f_2}{f_2}) \\
&= f(1 + \frac{d}{f_2}) \\
&= l_H + f
\end{aligned} \tag{2.3.11}
$$

3.4.2 多光组组合



$$\Delta_i = -f_i' + d + f_{i+1} \tag{2.3.12.a}$$

$$d_i = H_i'H_{i+1} = l_i' - l_{i+1} \tag{2.3.12.b}$$

$$\Delta_i = F_i'F_{i+1} = x_i' - x_{i+1} \tag{2.3.12.c}$$

显然 (2.3.12.b)-(2.3.12.c) 可推导出 (2.3.12.a)。

3.4.3 正切法

考虑高斯公式

$$\frac{f}{l} + \frac{f'}{l'} = 1$$

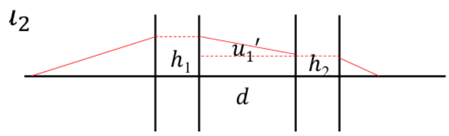
对于两边都是空气 $f + f' = 0$，可得

$$\frac{1}{l} - \frac{1}{l'} = \Phi = \frac{1}{f'} \tag{2.3.13.bef.1}$$

$$\frac{h}{l} - \frac{h}{l'}\frac{h}{f'} \tag{2.3.13.bef.2}$$

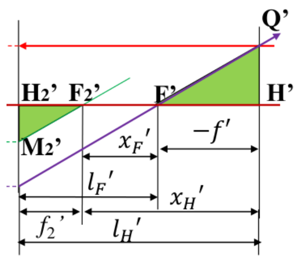
$$\tan U_i - \tan U_i' = \frac{h_i}{f_i'} \tag{2.3.13}$$

倾角连续



$$h_i = h_{i+1} + l_i \tan u_1' \tag{2.3.14}$$

角度是从轴线到法线，顺正逆负。



i 从 1 到 n, 列出所有 2.3.11 和 2.3.10。并且 $u_1 = 0, h_1 = \forall$。对于结果分析，有

$$l_F' = \frac{h_k}{u_k'} \tag{2.3.15.a}$$

$$f' = \frac{h_1}{u_k'} \tag{2.3.15.b}$$

3.4.4 截距法

因为 $u'_i = u_{i+1}$

$$\begin{aligned} f' &= \frac{h_1}{u'_k}\prod_{i=1}^{k-1}\frac{u_{i+1}}{u'_i} \\ &= l'_1\prod_{i=1}^{k-1}\frac{u_{i+1}}{u'_{i+1}} = l'_1\prod_{i=1}^{k-1}\frac{l'_{i+1}}{l_{i+1}} \end{aligned} \tag{2.3.16}$$

3.4.5 各光组对总光焦度的贡献

有高斯公式

$$\frac{f}{l} + \frac{f'}{l'} = 1 \tag{2.3.17}$$

如果有 $f + f' = 0$, 化简为

$$\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = 1 \tag{2.3.18}$$

$$\frac{h}{l'} - \frac{h}{l} = \frac{h}{f'} \tag{2.3.19.a}$$

$$u'_i - u_i = u_{i+1} - u_i = \frac{h_i}{f'_i} = h_i\Phi_i \tag{2.3.19.b}$$

$$u_1 = 0 \tag{2.3.19.c}$$

$$u'_k = u_{k+1} = \sum_{i=1}^{k} h_i\Phi_i \tag{2.3.19}$$

$$\Phi = \frac{1}{f'} = \frac{1}{\frac{h_1}{u'_k}} = \frac{u'_k}{h_1} = \frac{\sum_{i=1}^{k} h_i\Phi_i}{h_1} \tag{2.3.20}$$

3.4.6 像差和组合分析

4 平面与平面系统

定义 4.1 (平面光学元件)**.** 工作面为平面的光学元件，对物体没有放大和缩小的功能，分为平面折射和反射原件。

其可以

- 改变光轴位置和方向
- 改变像的坐标
- 折叠光路，减小形体和质量
- 分光
- 测量，扩大系统观察范围

4.1 平面镜

平面反射镜，简称平面镜，**唯一成完善像元件**（理想成像）。对于平面镜，常见性质为

$$r = -\infty \quad n' = -n \tag{4.1.1.a}$$

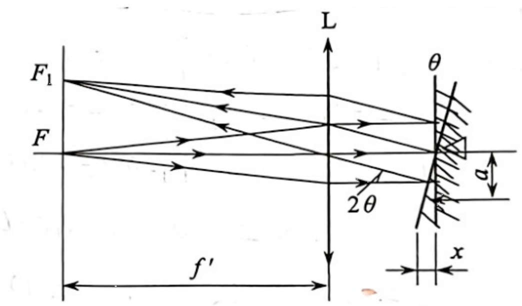
$$\beta = 1 \quad l' = l \tag{4.1.1.b}$$

$$y = y' \tag{4.1.1.c}$$

镜像

左右手坐标系颠倒。

2α 平面镜旋转 α，反射光线同方向旋转 2α

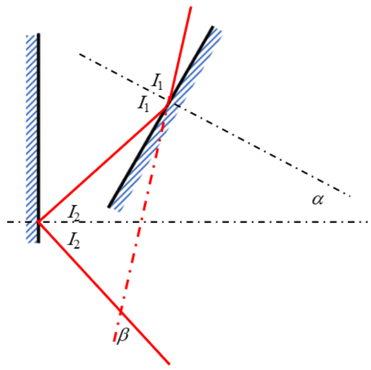


2α 性质常被用于测量, 如上图 2 所示，有

$$FF_1 = 2f'\theta \tag{4.1.2.a}$$

$$FF_1 = 2f(\frac{a}{x}) \tag{4.1.2.b}$$

4.1.1 双平面成像

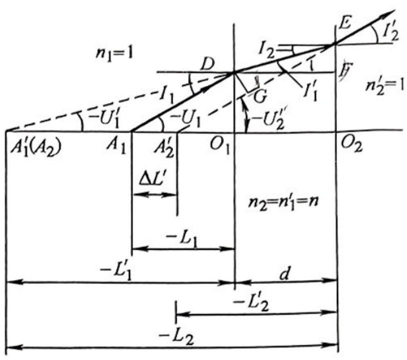


出射光线与入射光线夹角只与平面镜二面角有关。设入射光线和出射光线单位向量

分别为 $\vec{r_{in}}, \vec{r_{out}}$，第一个和第二个镜面单位法向量为（入射到的第一个）$n_1, \vec{v_2}$。有

$$\frac{\cos < \vec{r_{in}}, \vec{r_{out}} >}{\cos < \vec{n_1}, \vec{n_2} >} = 2 \tag{4.1.3}$$

4.2 平行平板



$$\begin{aligned}
\Delta T = DG &= \frac{DE}{\sin(I_1 - I'_1)} \\
&= \frac{d}{\cos I'_1} \sin(I_1 - I'_1) \\
&= \frac{d}{\cos I'_1}(\sin I_1 \cos I'_1 - \cos I_1 \sin I'_1) \\
&= \frac{d}{\cos I'_1}[\sin I'_1(n \cos I'_1 - \cos I_1)] \\
&= d \sin I(1 - \frac{\cos I_1}{n \cos I'_1}) \\
&= d \sin I(1 - \frac{\tan I_1}{\tan I'_1})
\end{aligned} \tag{4.2.1}$$

$$\Delta L' = \frac{DG}{\sin I_1} \tag{4.2.2.a}$$

$$= d(1 - \frac{\cos I_1}{n \cos I'_1}) \tag{4.2.2.b}$$

$$= d(1 - \frac{\tan I_1}{\tan I'_1}) \tag{4.2.2.c}$$

显然，其不能成完善像。一些常见的符号含义

$$L_1 = H_1A_1 \quad L'_1 = H'_1A'_1 \tag{4.2.3.a}$$

$$L_2 = H_1A_2 \quad L'_2 = H'_1A'_2 \tag{4.2.3.b}$$

$$d = H_1H'_1 \quad \Delta L' = A_1A'_2 \tag{4.2.3.c}$$

显然

$$L'_2 = -d + L_1 + \Delta L' \tag{4.2.4}$$

或者

$$\Delta L' = A_1A'_2 = -L_1 + d + L'_2 \tag{4.2.5}$$

4.2.1 近轴区等效

$$\Delta L' = d(1 - \frac{1}{n}) \tag{4.2.6}$$

等效空气平板

$$\overline{d} = d - \Delta L' = \frac{d}{n} \tag{4.2.7}$$

轴向位移如下，换小写就行。

> 所谓等效：是指同一入射光线，在入射面的投射高度相同，在出射面的投射高度也相同；

4.3 反射棱镜

光轴 光学系统中的光轴在棱镜中的部分。

入射面和出射面

棱线 工作面之间的郊交线

主截面 垂直于棱的截面

光轴截面 由光轴所决定的截面 (和光轴重合)

简单棱镜 只有一个主截面，并且所有工作面都和主截面垂直。按照反射面的类型可分为 1，2，3。

4.3.1 一次反射棱镜

直角，梯形，道威。

道威旋转 α, 其成像旋转 2α。可以应用在周视旋转镜中，直角棱镜转速 ω，道威 $\omega/2$，可以使得丞相不变。

4.3.2 二次反射棱镜

主要说以下，屋脊棱镜。用交线位于棱镜光轴面内的两个互相垂直的反射面代替棱镜的一个反射面, 像转过 180。

4.3.3 三次反射棱镜

折叠光路，结构紧凑。

4.3.4 棱镜成像方向的判定

应该使用正像，不能是镜像或者倒。

- oz' 是出射光方向
- 平行于主截面的 oy' 和屋脊棱镜有关，偶数相同，奇数相反。
- 垂直于主截面的 ox' 看反射面（屋脊算 2），偶数右手系，奇数左手系。注意它不是看正反，而是坐标系。

对于多个主截面的话，依次分析。

4.4 折射棱镜

4.4.1 偏向角

$$\sin\frac{\alpha+\delta}{2}=\frac{n\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{1}{2}(I_1'+I_2)}{\cos\frac{1}{2}(I_1+I_2')} \tag{4.4.1}$$

当 $I_1+I_2'=0, I_1'-I_2=0$ 时, 偏向角 有最小值 δ_m, 满足公式

$$\sin\frac{\alpha+\delta_m}{2}=n\sin\frac{\alpha}{2} \tag{4.4.2}$$

4.5 光楔

光楔

$$\delta=\delta_1-\delta_2=(n-1)\alpha \tag{4.4.3}$$

色散

同一种透明介质对不同波长的色光具有不同的折射率。由于介质的不同，其折射率随波长的变化程度不同，这种性质称为色散

色散系数如下

$$n=A+\frac{B}{\lambda^2}+\frac{C}{\lambda^4} \tag{4.4.5}$$

红光波长最长，之后递减。所以 n 递增，偏角递增，偏向下。

5 光阑

光阑 光学系统中的一些中央开孔的挡光屏或光学元件的边缘。

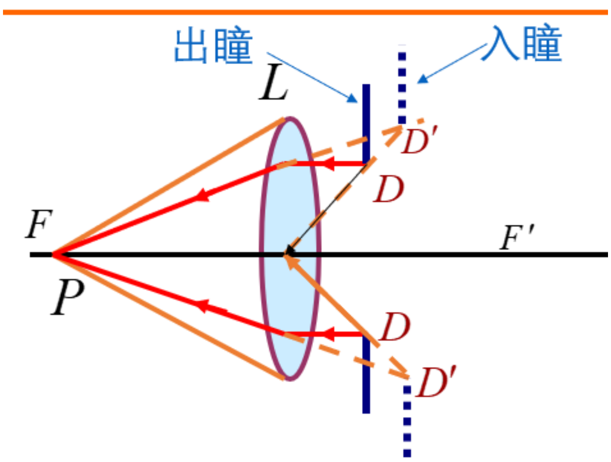
孔径光阑 限制成像光束口径的大小，

视场光阑 限制成像范围的大小。

渐晕光阑 遮挡轴外物体的部分光场，使像边缘模糊；

消杂光光阑
消除镜面反射光、镜架炫光等引起的杂散光。

5.1 入瞳出瞳和孔径角



入瞳是孔径光阑经过光阑后面的光学系统成的像，出瞳是经过前面的光学系统成的像。如果其在最前面，那本来就是入瞳，如果在最后面，本来就是出瞳。

物方孔径角

轴上物点到入射光瞳

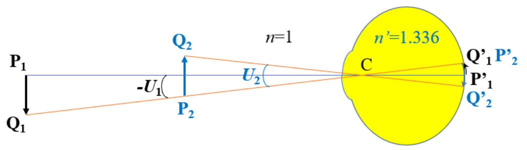
6 光学仪器

6.1 人眼

- 可见光的波长范围从 400-760nm，人眼最灵敏的光波长为 550nm。
- 人眼瞳孔为**孔径光阑**

光照充足时对 550nm 最敏感；光照弱时对 510nm 敏感。

6.1.1 人眼的自动调节



远点 眼睛调节到最远的距离，此时晶状体最薄，肌肉最松弛。

近点 眼睛调节到最近的距离，此时晶状体最厚，肌肉最紧张。

远点距 r 远点到眼睛物方主点的距离，注意 <0

近点距 p ...

屈光度 $R=1/r, P=1/p, A=R-P$

明视距离 $250mm$

视角 人眼对物体的张角，遵从符号规则。

$$\frac{1}{l_r}-\frac{1}{l_p}=R-P=A \tag{1}$$

6.1.2 非正常眼及其矫正

表 6-1 反常眼的种类、定义和校正

种类	定义	校正
近视眼	远点位于眼前有限距离	眼前加负透镜，且焦距等于远点距
远视眼	远点位于眼后有限距离	眼前加正透镜，且焦距等于远点距
散光	由于水晶体表面不对称，两主截面的远点距离不等，即视度 $R_1 \neq R_2$	眼前加圆柱面或双心圆柱面透镜，散光度 $A_{ST}=R_1-R_2$

1D 等于 100 光焦度。对于正常眼，有 $r=\infty, R=0, F'$ 在视网膜上。

$$\Phi=\frac{1}{f'}=\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}$$

对于所带光学系统而言，$l'=0.25,1$ 代入远点距。其实就是把无穷远处或者明视范围的物体成像到远点上。

6.1.3 眼睛的自适应

瞳孔直径改变 2 ~ 8mm

6.1.4 分辨本领

[]

定义 6.1 (极限分辨角)**.** 最靠近二点对人眼（物方节点）的张角 ϕ

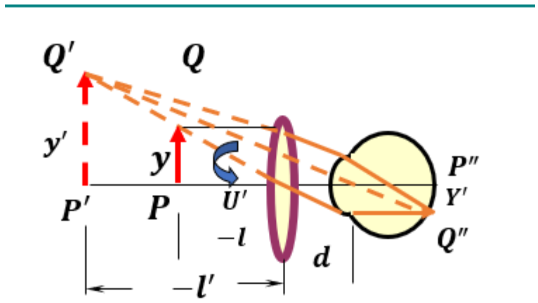
$$\phi=\frac{1.22\lambda}{D(\text{入瞳直径})} \tag{6.1.2}$$

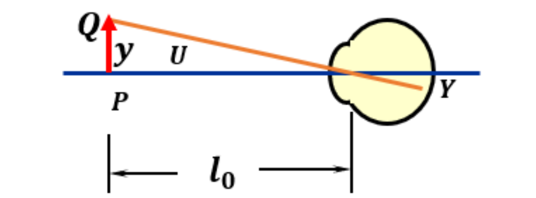
一般取 1 度。

7 放大镜

视觉放大倍率，用**厘米**为单位。

$$\Gamma=y_i'/y_e'=(l'\tan\omega')/(l'\tan\omega)=\tan\omega'/\tan\omega \tag{6.1.3}$$





$$
\begin{aligned}
M_1 &= \frac{\tan U'}{\tan U} = \frac{1}{\frac{y}{l_0}} \frac{y'}{-l' + d} \\
&= \frac{l_0}{y} \frac{y'}{d - l'} = \beta \frac{l_0}{d - l'} \\
&= \frac{l_0}{d - l'} - \frac{x'}{f'} = \frac{l_0}{f'} \frac{l' - f'}{l' - d}
\end{aligned} \tag{6.1.4}
$$

$l' = -\infty$ 适合长时间观察，眼睛最放松. 视角放大率与放大镜到眼睛距离无关.

如果在明视距离处，有

$$d - l' = l_0 \tag{6.1.5.a}$$

$$M = -\frac{l' - f'}{f'} = \Phi \tag{6.1.5.b}$$

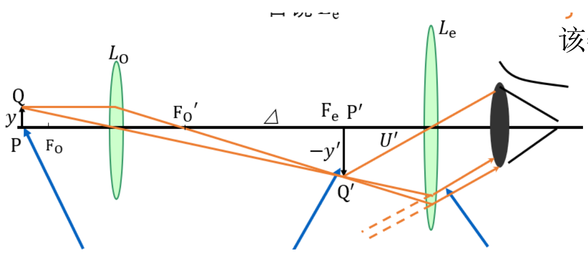
$$M = \frac{f' - (d - l_0)}{f'} = \frac{l_0}{f'} + 1 - \frac{d}{f'} \tag{6.1.5.c}$$

当 $d \to 0$

$$M_2 = \frac{l_0}{f'} + 1 \approx M_2 \tag{6.1.6}$$

7.1 显微镜

目:eye 物:obj。小物位于物镜焦点外侧，中间放大实像在 L_e 的物方焦面上，最后生成无限远或者明视距离放大的虚像。



注意看它的变量的表示

最显然的，我们有

$$\Delta = F'oF_e \tag{6.2.1.a}$$

$$\tan U = \frac{y}{l_0} \tag{6.2.1.b}$$

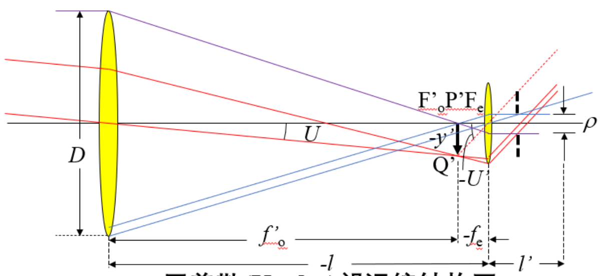
$$\tan U' = \frac{-y'}{f'_e} = - - \frac{y'}{f'_e} = \frac{y'}{f'_e} \tag{6.2.1.c}$$

$$M = \frac{\tan U'}{\tan U} = \frac{l_0}{y} \frac{y'}{f'_e} = \beta_o M_e \tag{6.2.1.d}$$

$$\beta_0 = -\frac{\Delta}{f'_o} \tag{6.2.1.e}$$

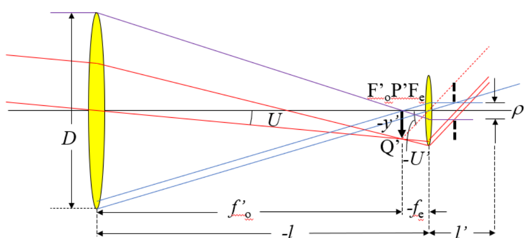
$$M = -\frac{\Delta l_0}{f'_o f'_e} = \frac{l_0}{f'} \tag{6.2.1.f}$$

7.2 望远镜



开普勒(Kepler)望远镜结构图

观察无限远物体（天体）时望远镜的光学间隔为零，观察有限远景物时望远镜的光学间隔很小。



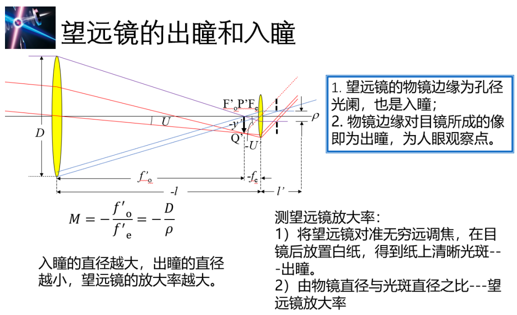
开普勒(Kepler)望远镜结构图

该物体直接对眼镜成的像是

$$\tan U = \frac{-y'}{f'_o} \tag{6.3.1.a}$$

$$\tan -U' = \frac{-y'}{-f'_e} \tag{6.3.1.b}$$

$$M = \frac{\tan U'}{\tan U} = -\frac{f'_o}{f'_e} = -\frac{D}{\rho} \tag{6.3.1.c}$$



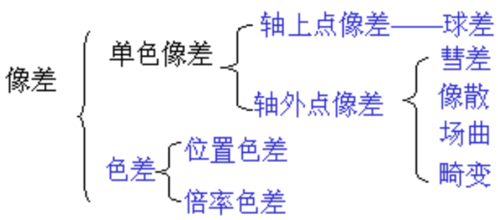
7.3 目镜

目镜分为惠更斯 (Huygens) 目镜和冉斯登（Ramsten）目镜。

7.4 照相机

7.5 投影仪

8 像差的种类和矫正



8.1 球差及其矫正

球差是 $\delta L = L' - l'$，正就是正球差，负就是负数球差。轴上，

8.2 齐明点

$$nL = n'L = (n + n')r \quad (6.7.1)$$

$$\beta = \frac{nL'}{n'L} \quad (6.7.2)$$

三对齐明点另外的是

$$L = L' = r \quad (6.7.3.a)$$

$$L = 0 \quad (2)$$

注意上面的是像物距。

8.2.1 等光程

9 题目

- 光程等于**介质中传播的几何路程何其折射率**的乘积
- 基面一般是指（**焦平面、主平面和节平面**）理想光学系统不可能获得与立体物体相似的立体像是因为（**立体物体的轴向放大率和垂轴放大率是不等的** ）
- 注意明视距离

求一个近点为**125cm**的远视眼所戴眼镜的光焦度。

[解]：对所戴凸透镜而言，已知 $\boldsymbol{l = -0.25m}$ $\boldsymbol{l' = -1.25m}$

∴ 由空气中的透镜成像公式有：

$$\Phi = \frac{1}{f'} = \frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{-1.25} - \frac{1}{-0.25} = 3.2(D) = +320(\text{屈光度})$$