光学

洛白

2023 年 5 月 26 日

目 录

1 球面和球面系统

虚实像物点，物像空间。

1.1 概念和符号系统

1.1.1 完善成像条件

1. 同心光束成同心光束
2. 球面波成球面波
3. 物点像点之间等光程

1.1.2 一些成像中的概念

同心光束 从同一点发出的或**汇聚到同一点**的光线束。

光具组 若干反射折射面组成的光学系统

虚实像物点
同一点发出的为**实**点，汇聚到同一点的为**虚**点。在**像/物**方的为**像/物**点。叠加得到实物点，虚像点等。

像物方空间
物点所在的空间为**物方空间**，像点所在的空间为**像方空间**

完善像点

1.1.3 一些规定的概念

子午平面 包含光轴的平面

截距 物方或像方光线与光轴交点到顶点的距离。

倾斜角 物方或像方光线与光轴的夹角。

1.1.4 约定的符号

为了表示各种线段量和角度量的属性，我们约定俗成地规定了一些符号。

传播方向 物方到像方，并且定义此方向单位向量 $\vec{n}$

沿轴线段 从折射球面顶点出发到终点，向量为 $\vec{r}$, 定义其向量为 $\vec{r}\cdot\vec{n}$

垂轴线段 光轴上正，下负

间隔 d 多球面，从第一个球面到第二个球面，同沿轴线段。

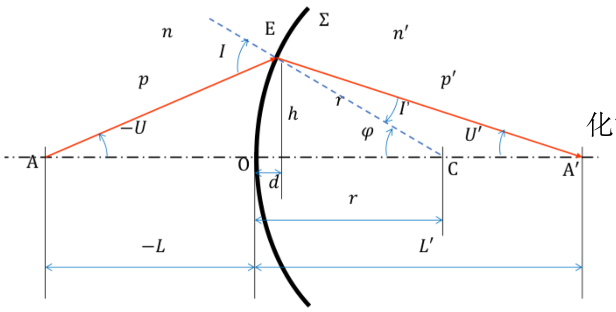
角度 从光轴到光线到法线，锐角转向，顺正逆负。

球面半径 以球面和主光轴的交点为准到球心做向量 $\vec{r}, r = \vec{r}\cdot\vec{n}$

接着给出一些常用的符号，l, l', n, n', u, u'

1.2 基本公式推导 (折射)

我们需要根据入射光线给出的条件 r, n, n', L, U, 求出 L', U'



根据折射定律得

$$n \sin I = n' \sin I' \tag{1.2.1.a}$$

在 ΔEAC 中运用正弦定理，得到

$$\frac{\sin I}{r-L} = \frac{\sin -U}{r} \tag{1.2.2.a}$$

显然又因为内外角定理，可得

$$\varphi = U + I = U' + I' \tag{1.2.3.a}$$

在 ΔACE 中再使用正弦定理，可得

$$L' = r + \frac{r}{\sin U'} \sin I' \tag{1.2.4.a}$$

显然固定 L, r, n, n'，动 U，显然 L' 会发生改变，即不是同心光束，不能**完善成像**。

1.2.1 近轴光路近似

近轴（傍轴）光线

与光轴很靠近的光线，即-U 很小，此时**用小写（如-u 等）**表示近轴光线的参数。

此时可利用小角近似，$i = \sin i = \tan i$, 所以 (1.2.1.a-1.2.4.a) 可以写成

$$ni = n'i' \tag{1.2.1.b}$$

$$\frac{i}{r-l} = \frac{-u}{r} \tag{1.2.2.b}$$

$$\varphi = u + i = u' + i' \tag{1.2.3.b}$$

$$l' = r + \frac{r}{u'} i' \tag{1.2.4.b}$$

化简 (1.2.4.b)

$$\begin{aligned} l' = r + r\frac{i'}{u'} &= r + r\frac{i'}{u + i - i'} \\ &= r + r\frac{\frac{n}{n'}i}{u + i - \frac{n}{n'}i} \\ &= r + r\frac{n}{\frac{n'u}{i} + n' - n} \end{aligned} \tag{1.2.5}$$

先算 i

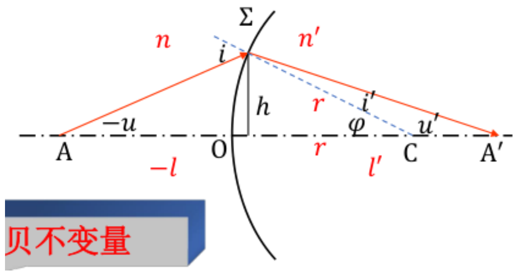
$$i = \frac{u(l-r)}{r} \tag{1.2.6}$$

(1.2.6) 代入 (1.2.5)

$$l' = r + r\frac{n}{\frac{n'r}{l-r} + n' - n} \tag{1.2.7}$$

显然 l' 与 u 无关，其**完善成像**。此时的像物点又叫做**共轭点**。近轴光所成像称为**高斯像**，仅考虑近轴光的光学叫**高斯光学**。

1.2.2 近轴光路其他公式



我们新引入了一个 h，先来引入几个关于它的式子

$$h = lu = l'u' \tag{1.2.8}$$

$$\varphi \approx \tan\varphi = \frac{h}{r} \tag{1.2.9}$$

Then Let,s start our solve

折射球面的物像位置关系

由 (1.2.8) 得,

$$u = \frac{h}{l} \quad u' = \frac{h}{l'} \tag{1.2.10}$$

化简 (1.2.1.b) 得 1.2.11.a, 其移项化简可得后一项

$$n(\varphi - u) = n'(\varphi - u') \tag{1.2.11.a}$$

$$nu - n'u' = (n - n')\varphi = (n - n')\frac{h}{r} \tag{1.2.11.b}$$

将 (1.2.10) 代入 (1.2.11.b)，可得

$$\frac{h}{l}n - \frac{h}{l'}n' = (n - n')\frac{h}{r}^{①} \tag{1.2.12.bef}$$

$$\frac{n}{l} - \frac{n'}{l'} = \frac{n - n'}{r} \tag{1.2.12}$$

此式即为**折射球面的物像位置关系**, 同时, 此式也可由式 (1.2.7) 直接化简而来. 下面简要说明

$$\begin{aligned} l' &= r + r(\frac{n}{\frac{n'r}{l-r} + n' - n}) \\ &= r(1 + \frac{nl - nr}{n'r + (n' - n)(l - r)}) \\ &= r(1 + \frac{nl - nr}{n'l - nl + nr}) \\ &= r(\frac{n'l}{n'l - nl + nr}) \end{aligned} \tag{1.2.12.af1}$$

继续化简

$$rn'l = (n' - n)ll' + rnl' \tag{1.2.12.af 2}$$

$$r(n'l - nl') = (n' - n)ll' \tag{1.2.12.af 3}$$

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r} \tag{1.2.12.af 4}$$

阿贝不变量

化简 (1.2.11.a)

$$n(\frac{h}{r} - \frac{h}{l}) = n'(\frac{h}{r} - \frac{h}{l'}) \tag{1.2.13.bef}$$

$$n(\frac{1}{r} - \frac{1}{l}) = n'(\frac{1}{r} - \frac{1}{l'}) = Q \tag{1.2.13}$$

式 (1.2.13) 即为**阿贝不变量**公式。

光焦度

表示折射面偏折光纤的能力

$$\Phi = \frac{n' - n}{r} \tag{1.2.14}$$

焦距

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{l_{l'\to\infty}} = \frac{n - n'}{nr} \tag{1.2.15.a}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{l'_{l\to\infty}} = -\frac{n - n'}{n'r} \tag{1.2.15.b}$$

用光焦度表示的焦距

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{n}\Phi \quad \frac{1}{f'} = \frac{1}{n'}\Phi \tag{1.2.16}$$

化简上述公式可得

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n} \tag{1.2.17}$$

[①] bef 表示该公式的前置证明步骤公式

$$\frac{1}{(1.2.15.a)} + \frac{1}{(1.2.15.b)} \text{ 可得}$$

$$f + f' = r \qquad (1.2.18)$$

屈光度

光焦度的单位称为**屈光度**，以字母 D 表示（对应焦距单位：米）

1. 200 度近视镜光焦度-2.00D（凹透镜）**负透镜**
2. 300 度老花镜光焦度 3.00D（凸透镜）**正透镜**

高斯公式

将 (1.2.15.a),(1.2.15.b) 代入式 (1.2.12) 得

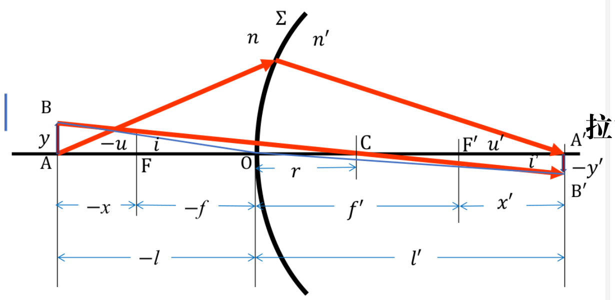
$$\frac{n-n'}{r} = \frac{(n-n')f}{rl} + \frac{(n-n')f'}{rl'} \qquad (1.2.19.\text{bre}1)$$

显然可得

$$\frac{f}{l} + \frac{f'}{l'} = 1 \qquad (1.2.19)$$

式 (1.2.19) 即为**高斯公式**。

1.2.3 三种放大率和拉氏不变量



上图中存在错误, 我们将图中的 $-l$ 记作 l,$-y'$ 记作 y' 注意其均**带有正负**.

横向放大率

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{l'i'}{li} \qquad (1.2.20)$$

又因为有

$$ni = ni' \quad lu = l'u' \qquad (1.2.21.\text{bre } 1)$$

$$nlui = n'l'u'i' \qquad (1.2.21.\text{bre } 2)$$

所以可得

$$\beta = \frac{nu}{n'u'} = \frac{nl'}{n'l} \qquad (1.2.21)$$

横向 (垂轴) 放大率

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}l'}{\mathrm{d}l} \qquad (1)$$

轴向放大率

(1.2.12) 两端分别对 u 进行求导,r 对 u 是常数, 所以有

$$\frac{n'}{l'^2}\frac{\mathrm{d}l'}{\mathrm{d}u} - \frac{n}{l^2}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}u} = 0 \qquad (1.2.22.\text{bef } 1)$$

$$\frac{n'}{l'^2}\frac{\mathrm{d}l'}{1} = \frac{n}{l^2}\frac{\mathrm{d}l}{1} \qquad (1.2.22.\text{bef } 1)$$

所以求得

$$\frac{\mathrm{d}l'}{\mathrm{d}l} = \frac{nl'^2}{n'l^2} = \frac{\beta^2}{\frac{n}{n'}} \qquad (1.2.22)$$

角放大率

$$\gamma = \frac{u'}{u} = \frac{l}{l'} = \frac{1}{\beta}\frac{n}{n'} \qquad (1.2.23)$$

显然以上三种放大率 $\alpha\ \beta\ \gamma$ 之间存在关系,

$$\frac{\alpha\gamma}{\beta} = 1 \qquad (1.2.24)$$

拉式不变量

同时根据 β 我们定义一个叫做拉式不变量的概念

$$\frac{y'}{y} = \beta = \frac{nu}{n'u'} \qquad (1.2.25.\text{bef } 1)$$

$$nuy = n'u'y' = j \qquad (1.2.25)$$

j 为拉氏不变量，它是表征光学系统性能的重要参数

$\beta > 0$ 成**虚实相同的正像**.

$\beta < 0$ 成**虚实相反的倒像**

1.3 反射球面

其实就是将 $n+n'=0$ 代入上述所有基本公式进行化简，下面给出部分常用公式

$$\Phi=\frac{-2n}{r}=\frac{2n'}{r} \tag{1.2.26}$$

$$f=f'=\frac{r}{2} \tag{1.2.27}$$

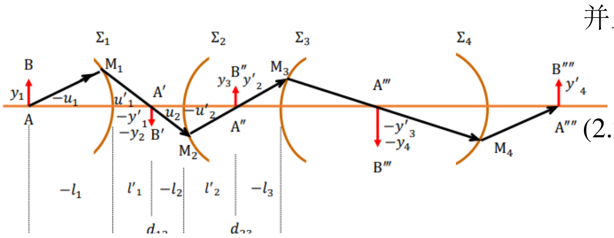
$$\frac{1}{l}+\frac{1}{l'}=\frac{2}{r} \tag{1.2.28}$$

1.4 共轴球面系统

1.5 透镜

2 薄透镜理想光学系统

2.1 共轴球面系统



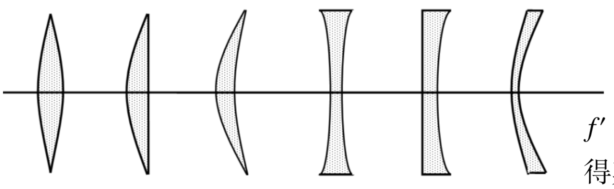
$$\beta_n=\frac{y'_n}{y_1}=\prod_{i=1}^{n}\beta_i \tag{2.1.1}$$

并且有拉式不变量 nyu 不变，同时上一个的像距是下一个的的物距 (只要光线不改变方向)。

2.2 薄透镜

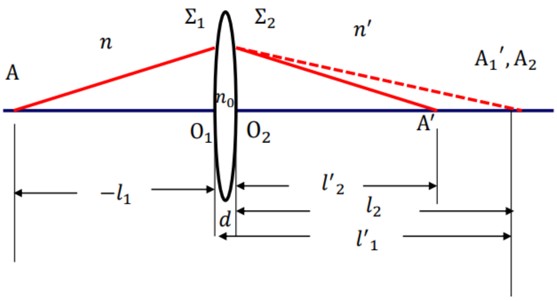
薄透镜

透镜厚度 d 远小于物距、像距、焦距、曲率半径等



分类

2.2.1 成像



$$\frac{n_0}{l'_1}-\frac{n}{l_1}=\frac{n_0-n}{r_1} \tag{2.2.1.a}$$

$$\frac{n'}{l'_2}-\frac{n_0}{l_2}=\frac{n'-n_0}{r_2} \tag{2.2.1.b}$$

并且

$$l_2=l'_1+d\approx l'_1 \tag{2.2.2}$$

(2.2.1.a)+(2.2.1.b)

$$\frac{n'}{l'_2}-\frac{n}{l_1}=\frac{n_0-n}{r_1}+\frac{n'-n_0}{r_2} \tag{2.2.3.a}$$

$$\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l_1}=\frac{n_0-n}{r_1}+\frac{n'-n_0}{r_2} \tag{2.2.3.b}$$

(2.2.3.b) 就是**薄透镜傍轴成像的物像距公式**。化简一下

$$n\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{l}\right)-n'\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{l'}\right)=n_0\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) \tag{2.2.4}$$

设 (2.2.3.b) 等式右边为 Φ，可得

$$\text{物方焦距} f=\lim_{l'\to\infty}\frac{-n}{\Phi} \tag{2.2.5.a}$$

$$\text{像方焦距} f'=\lim_{l\to\infty}\frac{n'}{\Phi} \tag{2.2.5.b}$$

$$f=-f'=\frac{n}{\Phi} \tag{2.2.5.c}$$

$f'>0$ 汇聚 <0 发散。联立以上各方程组，可得其牛顿公式和高斯公式基本不变

$$\text{高斯公式}\frac{f'}{l'}+\frac{f}{l}=1 \tag{2.2.6.a}$$

$$\text{牛顿公式} xx'=ff' \tag{2.2.6.b}$$

并且如果在空气中 $n = n' = 1$, 可得

$$f' = -f = \frac{1}{\Phi} \tag{2.2.7.a}$$

$$\Phi = (n_0 - 1)(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}) \tag{2.2.7.b}$$

$\Phi > 0, \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} > 0$ 凸透镜，反之凹透镜。(其实只考虑两种最极端的情况就行) 对于放大率来说，

$$\beta_1 = \frac{n_1 l_1'}{n_1' l_1} \tag{2.2.8.a}$$

$$\beta_2 = \frac{n_2 l_2'}{n_2' l_2} \tag{2.2.8.b}$$

$$\beta = \beta_1 \beta_2 = \frac{n_1 n_2 l_1' l_2'}{n_1' n_2' l_1 l_2} \tag{2.2.8.c}$$

$$l_1' = l_2, l_1 = l, l_2' = l' \tag{2.2.8.d}$$

$$n_1 = n, n_2' = n', n_1' = n_2 = n_0 \tag{2.2.8.e}$$

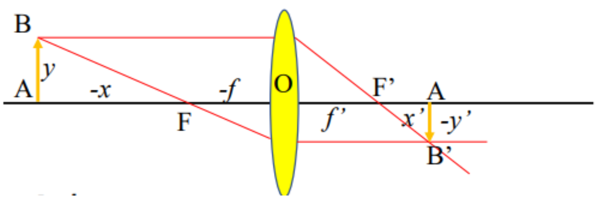
联立以上五式可得

$$\beta = \frac{nl'}{n'l} = -\frac{fl'}{f'l} \tag{2.2.9}$$

注意上式中 f, f' 的顺序

$$fn' + f'n = 0$$

下面再来看几个放大率，一样的分析方法（略去一点推导）



$$-\frac{y'}{y} = \frac{f}{x} = \frac{x'}{f'} \tag{2.2.10.a}$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'} \tag{2.2.10.b}$$

然后一如既往的

$$\alpha = \frac{n'}{n}\beta^2 \tag{2.2.11.a}$$

$$\gamma = \frac{n}{n'}\frac{1}{\beta} \tag{2.2.11.b}$$

$$\alpha\gamma = \beta \tag{2.2.11.c}$$

注意算透镜的时候，多用焦距，这样十分简单。

例3 一双凸薄透镜两球面的曲率半径均为100cm，一高为2cm 的物体在光轴上距透镜 20cm。透镜材料折射率$n_0 = 1.5$，物方空气折射率$n = 1.00$，像方水的折射率$n' = 1.33$。求物体经透镜所成的像并作图。

例4 一虚物PQ位于凹透镜右侧二倍焦距处，试用作图法求它经透镜成的像。

2.3 理想光学系统

单个折射球面或者是单薄透镜是对细小平面以细光束成完善像，但是实际的光学系统需要对一定大小的场以宽光束成像，其**成像有缺陷**。所以其必须要由若干元件组成，经过反复计算，使其成像**趋于**完善。

并且对于理想光学系统，所成的像是完全相似的。这种理想光学系统理论，也被称作**高斯光学**。并且引出共轭的表示

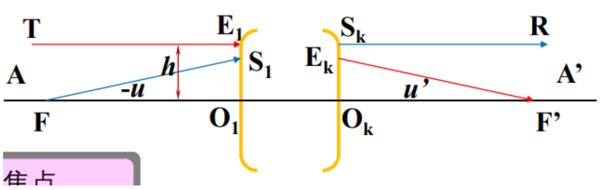
$$点 \to 共轭点 \tag{3.0.a}$$

$$线 \to 共轭线 \tag{3.0.b}$$

$$面 \to 共轭面 \tag{3.0.c}$$

$$同心光束 \to 共轭同心光束 \tag{3.0.d}$$

2.3.1 焦点和焦面

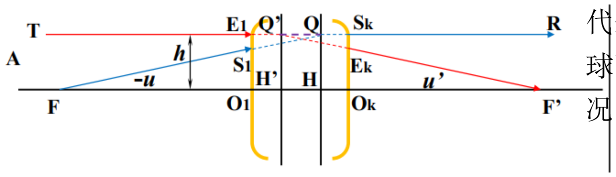


$$A \to F' \tag{2.3.1.a}$$

$$F \to A' \tag{2.3.1.b}$$

物方无穷远垂轴平面的共轭平面为通过 F’ 的垂轴平面（后焦平面，像方焦面），像方无穷远垂轴平面的共轭平面为物方过 F 的垂轴平面（前焦平面，物方焦面）。

2.3.2 主点 H, H' 和主平面



如图所示找到 Q, Q', H, H'

$$Q \to Q' \tag{2.3.2.a}$$

$$H \to H' \tag{2.3.2.b}$$

$$QH \to QH' \quad (\beta = 1) \tag{3.2.c}$$

这个 H 就叫做主点，其带不带’ 取决于其经过的焦点带不带’。

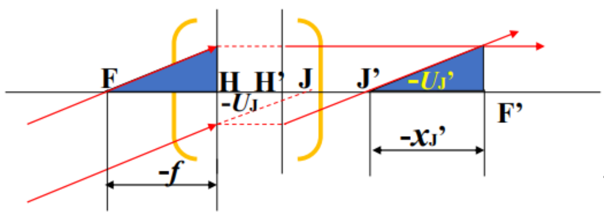
2.3.3 焦距

$$f' = \overline{H'F'} = \frac{h}{u'} \tag{2.3.3.a}$$

$$f = \overline{HF} = \frac{h}{u} \tag{2.3.3.b}$$

2.3.4 节点 J, J'

一对 $\gamma = 1$ 的共轭点。物方入射于 J 的任意光线，将以相同方向从 J’ 射出



由三角形全等，显然可得

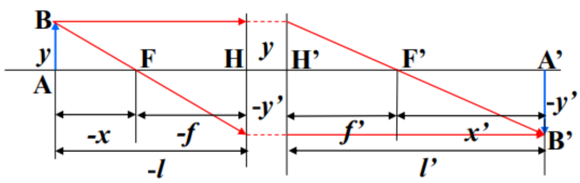
$$x'_J = f \tag{2.3.4.a}$$

$$X_J = f' \tag{2.3.4.b}$$

显然当两边焦距一样的时候，节点和主点重合，这时候也就是 $n = n'$，光学系统两边折射率相同。而事实上，只要确定了主点和焦点的相对位置，一个光学系统的理想模型就已经确定了。所以 H, H', F, F' 这四点就称作光学系统的**基点**。

所以就可以用光轴和一对主面，一对焦点代表一个理想光学系统。对于单个折射球面，球面镜和波透镜都相当于两个主面重叠的情况。**注意焦点不是共轭面**

2.3.5 理想光学系统的物像位置关系



最显然的我们可以得到

$$xx' = ff' \tag{2.3.5.a}$$

$$\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1 \tag{2.3.5.b}$$

$$x = l - f \quad x' = l' - f' \tag{2.3.5.c}$$

$$f'n + fn' = 0 \tag{2.3.5.d}$$

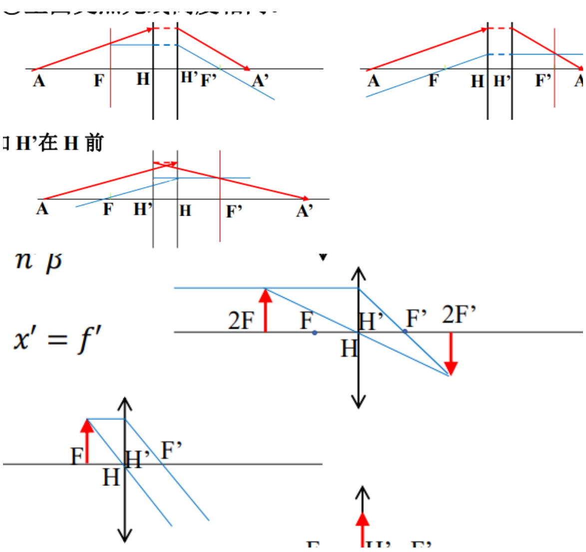
$$\beta = \frac{nl'}{n'l} = -\frac{fl'}{f'l} \tag{2.3.5.e}$$

$$\frac{n'}{f'} - \frac{n}{f} = \Phi = \frac{n'}{f'} = \frac{-n}{f} \tag{2.3.5.f}$$

2.3.6 作图原则

1. 主面交点光线高度相同
2. 过节点的光线方向不变 $\gamma = 1$
3. 任意方向的一束平行光经理想光学系统后必交于像方焦平面上一点
4. 过物方焦平面上一点的光线经理想光学系统后必为一束平行光

5. 平行于光轴的光线经理想光学系统后必通过像方焦点
6. 过物方焦点的光线经理想光学系统后必为平行于光轴的光线



2.3.7 光束的汇聚度和系统的汇聚度

首先直接给出几个概念

折合物距 $\frac{l}{n}$

折合像距 $\frac{l'}{n'}$

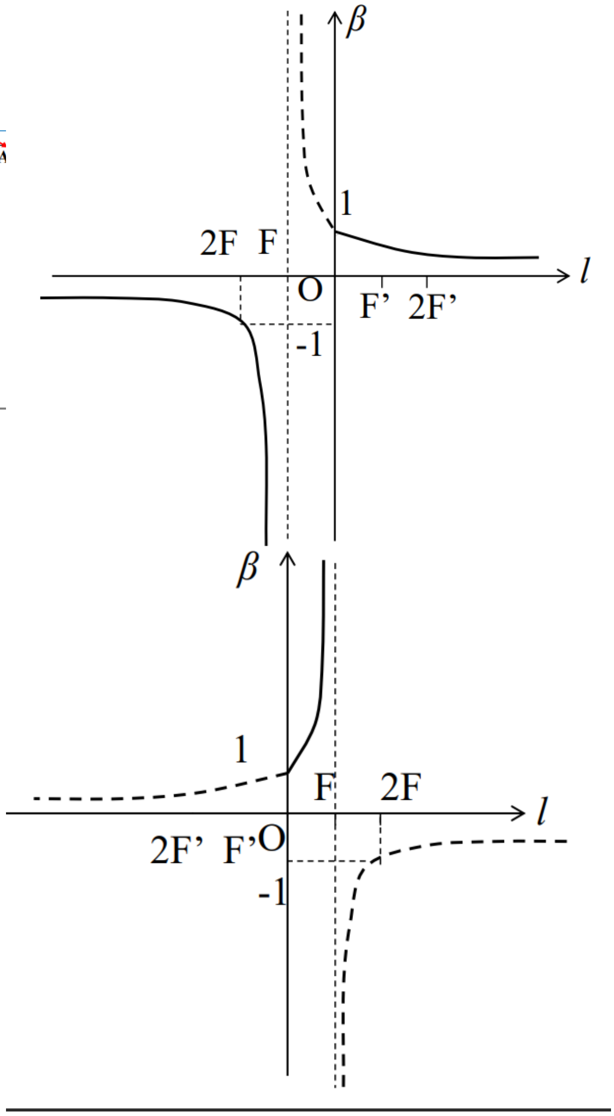
折合焦距 $\frac{f'}{n'}$

汇聚度 $V = \frac{n}{l}$ $V' = \frac{n'}{l'}$, 并且其为正代表光束是汇聚光束，反之为发散光束。

光焦度 $\Phi' = \frac{n'}{f'} = \frac{-n}{f}$，正表示汇聚作用。表征光学系统偏折光线的能力。单位：屈光度——以米为单位的焦距的倒数。

$$\Phi = V' - V \tag{2.3.6}$$

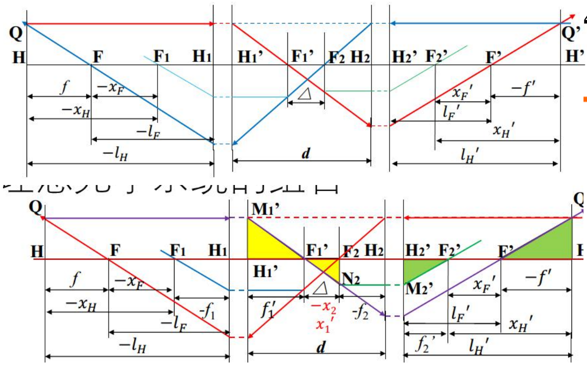
2.3.8 透镜不同位置的成像情况



2.4 理想光学系统的组合分析

2.4.1 两个理想光学系统

图解法，任意高度做一平行于光轴的线，经过光组在像方与入射线延长线相交。得到主面，另一方同理。(根据定义，主面高度相同)



然后我们对找完之后的图，来进行一下定量的分析。(以第二个光组的像方焦点、像方主点为起始点——合成光组的物方参量以第一个光组的物方焦点、物方主点为起始点。) 直接列写

$$\Delta = f - f' + f_2 \tag{2.3.7.a}$$

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \tag{2.3.7.b}$$

$$f = \frac{-f_1' f_2'}{\Delta} \tag{2.3.7.c}$$

2.4.2 像差和组合分析

3 平面与平面系统

4 光阑

光阑 光学系统中的一些中央开孔的挡光屏或光学元件的边缘。

孔径光阑 限制成像光束口径的大小，

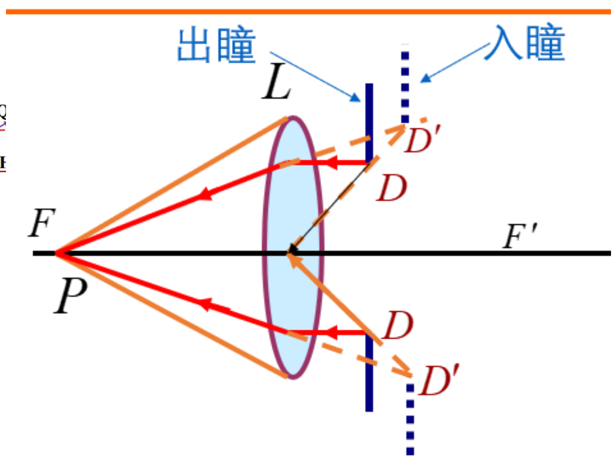
视场光阑 限制成像范围的大小。

渐晕光阑 遮挡轴外物体的部分光场，使像边缘模糊；

消杂光光阑

消除镜面反射光、镜架炫光等引起的杂散光。

4.1 入瞳出瞳和孔径角



入瞳是孔径光阑经过光阑后面的光学系统成的像，出瞳是经过前面的光学系统成的像。如果其在最前面，那本来就是入瞳，如果在最后面，本来就是出瞳。

物方孔径角

轴上物点到入射光瞳

5 光学仪器

6 像差的种类和矫正