

Python 模拟信号调制

邱姜铭¹

¹(上海大学计算机工程与科学学院 22122861)

摘要:

[目的]使用 python 进行对 AM、FM、PM 三种信号调制方式的模拟。

[方法]使用 numpy、matplotlib、scipy 等科学计算库计算并生成信号调制前后的动态图像。

[结果]生成的图像清晰地展示了信号调制后的波动图像，且对于不同的调制方式进行了比较。

[局限]仅能对由三角函数表示出的信号波进行调制，对于复杂信号的调制还未完成。

[结论]通过对三种调制方式的模拟比较了不同调制方式的优缺点。

关键词: 信号调制模拟；幅度调制；频率调制；相位调制

Python analog signal modulation

Qiu jiangming¹

¹(School of Computer Engineering and Science, 22122861, Shanghai University)

Abstract:

[Objective] Simulation of signal modulation methods, is carried out using python.

[Methods] Use scientific computing libraries such as numpy, matplotlib, and scipy to compute and generate dynamic images of the signal before and after modulation.

[Results] The generated image clearly shows the fluctuating image of the signal after modulation and is compared for different modulation methods.

[Limitations] modulation of complex signals has not yet been accomplished.

[Conclusions] The advantages and disadvantages of different modulation methods are compared by simulating three modulation methods.

Keywords: signal modulation simulation; amplitude modulation; frequency modulation; phase modulation

1 引言

在当今数字通信领域，信号调制是一项至关重要的技术。它通过改变信号的某些特性，如振幅、频率或相位，以便在传输过程中提高信号的传输效率和抗干扰能力。因此，深入研究信号调制技术，尤其是对于不同调制方式的比较和分析，对于优化通信系统性能具有重要意义。

本研究旨在使用 Python 编程语言，结合科学计算库如 numpy、matplotlib、scipy 等，对信号调制过程进行模拟和分析。主要关注于三种常见的调制方式：幅度调制（AM）、频率调制（FM）和相位调制（PM）。通过对信号进行不同方式的调制，我们能够清晰地观察到信号特性的变化，从而更好地理解不同调制方式对信号波形的影响。

本文的最后通过计算调制后的信号功率的计算，比较了不同调制方式的优缺点，并指出了在不同应用场景中的适用性，为选择合适的信号调制方案提供了有力支持。

2 信号调制介绍

2.1 幅度调制

幅度调制（Amplitude Modulation, AM）^[1]，简称调幅，是电子通信使用的一种调制方法，最常用于无线电载波传输讯息。在幅度调制，载波的幅度（讯号强度）与发送波形成比例变化。例如，波形可能是对应扬声器声音，也可能对应电视像素的光强度。这方法与载波频率变化的频率调制，以及相位变化的相位调制均形成对比。

设调制信号、载波信号如下

调制信号：

$$m(t) = A_m \cdot \cos(\omega_m t) \quad (1)$$

载波信号：

$$c(t) = A_c \cdot \cos(\omega_c t) \quad (2)$$

则 AM 调制过后的信号表达式为

$$\begin{aligned} y_{AM}(t) &= A_y(t) \cdot \cos(\omega_c t) \\ &= [A_c + K_a A_m \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_c t) \\ &= \left[1 + K_a \frac{A_m}{A_c} \cos(\omega_m t) \right] A_c \cos(\omega_c t) \\ &= \left[1 + \frac{K_a}{A_c} m(t) \right] c(t) \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $m_a = K_a \frac{A_m}{A_c}$ 为调幅系数，当 $m_a > 1$ 时，会出现过调制，即调幅信号的最小值出现负值。

2.2 频率调制

频率调制（Frequency Modulation，缩写：FM）^[2]，简称调频，是一种以载波的瞬时频率变化来表示信息的调制方式。在模拟应用中，载波的频率跟随输入信号的幅度直接成等比例变化。在数字应用领域，载波的频率则根据数据串行的值作离散跳变，即所谓的频率键控（FSK）。

设调制信号、载波信号如下

调制信号：

$$m(t) = A_m \cdot \cos(\omega_m t) \quad (4)$$

载波信号：

$$c(t) = A_c \cdot \cos(\omega_c t) \quad (5)$$

则 FM 调制过后的信号的瞬时角频率：

$$\omega_y(t) = \omega_c + k_f \cdot m(t) = \omega_c + k_f \cdot A_m \cos(\omega_m t) = \omega_c + \Delta_f \cos(\omega_m t) \quad (6)$$

其中 Δ_ω 为最大角频偏 $\Delta_\omega = k_f \cdot A_m$

调频系数 $h = \frac{\Delta \omega}{\omega_m} = \frac{k_f \cdot A_m}{\omega_m}$

则调制后的相位

$$\varphi_y(t) = \int_0^t \omega_y(\tau) d\tau \quad (7)$$

所以

$$\begin{aligned} y_{FM}(t) &= A_c \cos[\varphi_y(t)] \\ &= A_c \cos\left(\int_0^t \omega_y(\tau) d\tau\right) \\ &= A_c \cos\left(\int_0^t [\omega_c + \Delta \omega \cos(\omega_m \tau)] d\tau\right) \\ &= A_c \cos\left(\omega_c t + \Delta \omega \int_0^t \cos(\omega_m \tau) d\tau\right) \\ &= A_c \cos\left(\omega_c t + k_f \int_0^t A_m \cos(\omega_m \tau) \tau\right) \\ &= A_c \cos\left(\omega_c t + k_f \int_0^t m(\tau) d\tau\right) \end{aligned} \quad (8)$$

2.3 相位调制

调相（英语：Phase Modulation，缩写：PM）^[3]，又称相位调制，是一种以载波的瞬时相位变化来表示信息的调制方式。

相位调制广泛用于发射无线电波，并且是大量技术（如 Wifi、GSM 和卫星电视）背后的许多数字传输编码方案的一部分。

设调制信号、载波信号如下

调制信号：

$$m(t) = A_m \cdot \cos(\omega_m t) \quad (9)$$

载波信号：

$$c(t) = A_c \cdot \cos(\omega_c t) \quad (10)$$

则 PM 调制过后的信号的相位为：

$$\varphi(t) = \omega_c t + k_p \cdot m(t) = \omega_c t + k_p \cdot A_m \cos(\omega_m t) \quad (11)$$

则信号表达式为：

$$y_{PM}(t) = A_c \cos(\varphi(t)) = A_c \cos(\omega_c t + k_p \cdot m(t)) \quad (12)$$

3 程序设计

3.1 模拟调制

```
def am_modulate(carrier_wave: TrigonometricWave, modulate_wave: Wave, k_a=1) -> Wave:
    return (k_a / carrier_wave.amplitude * modulate_wave + 1) * carrier_wave

def fm_modulate(carrier_wave: TrigonometricWave, modulate_wave: Wave, k_f=1) -> Wave:
    return CosWave(amplitude=carrier_wave.amplitude, frequency=carrier_wave.frequency,
                    phase=carrier_wave.phase + IntegrateWave(modulate_wave) * k_f)

def pm_modulate(carrier_wave: TrigonometricWave, modulate_wave: Wave, k_p=1) -> Wave:
    return CosWave(amplitude=carrier_wave.amplitude, frequency=carrier_wave.frequency,
                    phase=carrier_wave.phase + modulate_wave * k_p)
```

3.2 图像展示

以调制信号 $\text{signal} = \sin(0.8t) + \sin(t)$ ，载波信号 $\text{carrier} = 2 \cos(10t)$ 为例
三种调制方式生成的图像如下

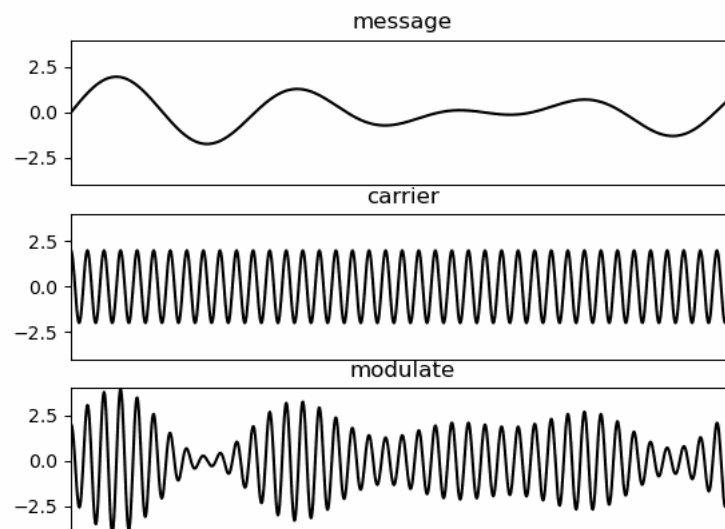


图 1 AM 调制方式

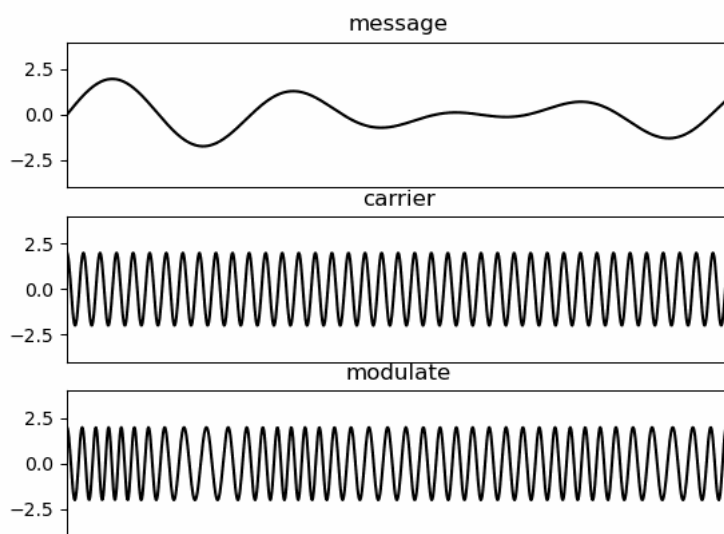


图 2 FM 调制方式

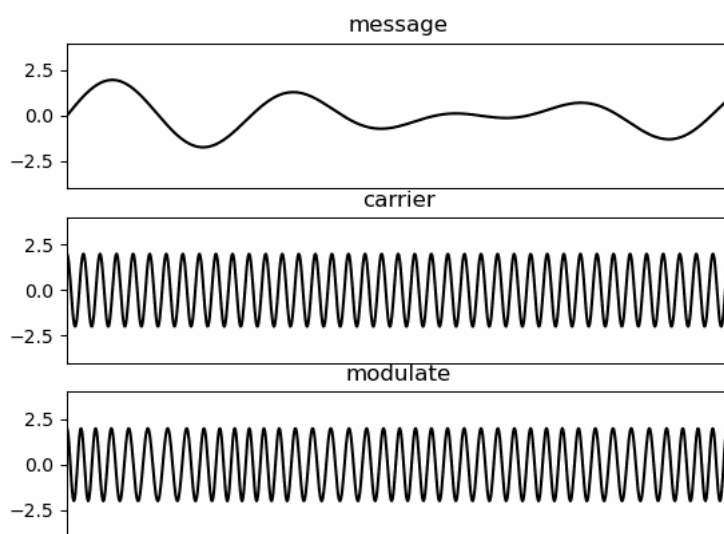


图 3 PM 调制方式

4 不同调制方式比较

4.1 调制效率计算

同样以调制信号 $signal = \sin(0.8t) + \sin(t)$ ，载波信号 $carrier = 2 \cos(10t)$ 为例
根据信号功率公式

$$P_f = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} f^2(t) dt \quad (13)$$

计算得

signal power: 0.7821366092741586

carrier power: 2.002

am modulated power: 2.4638676945494193

fm modulated power: 2.0014391910861606

pm modulated power: 2.0039234541009896

由上述结果可得：

FM、PM 调制后生成的信号的功率和载波的功率相近，而 AM 的功率则显著增加，所以 FM、PM 调制方式效率较高，而 AM 效率较低。

4.2 幅度调制的改进

要克服调幅的缺点可以修改调幅过程，但这样改往往会令系统更复杂，也就是说我们在牺牲系统复杂度来使通信资源能够更好的使用。

4.3 频率调制和幅度调制的异同

调频和调相都会引起载波在频率和相位上的变化，不过二者变化的规律不同，调频是载波的角频率随调制信号变化，调相是载波的相位随调制信号变化。

由公式 (8) (12) 可知，FM 和 PM 之间是可以互相转换的，即：

消息信号经过积分器再进入 PM 调制器可以得到 FM 信号

消息信号经过微分器再进入 FM 调制器可以得到 PM 信号

5 结论

综上所述，选择适当的调频方式应该根据具体的应用需求。如果对系统复杂度和成本要求较低，可以选择 AM 调制。如果对抗干扰性要求较高，FM 和 PM 可能更为合适，其中 FM 常用于广播和音频传输，而 PM 则在某些数据通信系统中使用，特别是需要高频谱效率的情况。

参考文献：

- [1] 维基百科编者 . 振幅调变 [G/OL]. 维基百科 , 2023(20230916)[2023-09-16]. <https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E6%8C%AF%E5%B9%85%E8%AA%BF%E8%AE%8A&oldid=78949184>.
- [2] 维基百科编者 . 频率调制 [G/OL]. 维基百科 , 2023(20230102)[2023-01-02]. <https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E9%A2%91%E7%8E%87%E8%B0%83%E5%88%B6&oldid=75340948>.
- [3] 维基百科编者 . 相位调制 [G/OL]. 维基百科 , 2022(20221126)[2022-11-26]. <https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=%E7%9B%B8%E4%BD%8D%E8%B0%83%E5%88%B6&oldid=74785874>.
- [4] AM、FM、PM 调制技术. <https://blog.csdn.net/yindq1220/article/details/123023475>
- [5] Python 模拟调制. https://blog.csdn.net/qq_31644655/article/details/109708116
- [6] 通信原理角度调制 <https://zhuanlan.zhihu.com/p/51974276>