姓名: ____________　　　学号: ____________

1. 用直角坐标形式（x+jy）表示下列复数：1）$\frac{1}{2}e^{j\pi}$；2）$\sqrt{5}e^{j\theta\pi/6}$

1). $r=\frac{1}{2}$, $\theta=\pi$

$x=r\cdot\cos\theta=\frac{1}{2}\cos\pi=-\frac{1}{2}$

$y=r\cdot\sin\theta=\frac{1}{2}\sin\pi=0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}e^{j\pi}\rightarrow -\frac{1}{2}$

2). $r=\sqrt{5}$, $\theta'=\frac{\theta\pi}{6}$

$x=r\cdot\cos\theta'=\sqrt{5}\cos\frac{\theta\pi}{6}$

$y=r\cdot\sin\theta'=\sqrt{5}\sin\frac{\theta\pi}{6}$

$\Rightarrow \sqrt{5}e^{j\theta\pi/6}=\sqrt{5}\cos\frac{\theta\pi}{6}+j\sqrt{5}\sin\frac{\theta\pi}{6}$

2. 用极坐标形式（$re^{j\theta}$）表示下列复数：1）$(1+j)^2$；2）$(\sqrt{2}+j\sqrt{2})/(1+j\sqrt{3})$

1). $(1+j)^2=1+2j+j^2=2j$

$r=\sqrt{0^2+2^2}=2$

$\theta=\tan^{-1}(\frac{2}{0})=\frac{\pi}{2}$

$(1+j)^2=2\cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$

2). $\frac{\sqrt{2}+j\sqrt{2}}{1+j\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{2}+j\sqrt{2})(1-j\sqrt{3})}{(1+j\sqrt{3})(1-j\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{2}+j\sqrt{2}-j\sqrt{6}+\sqrt{6}}{4}$

$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}+j\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

$r=\sqrt{(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4})^2+(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4})^2}=1$　$\theta=\tan^{-1}(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}})$

$=-\frac{\pi}{12}$

$\frac{\sqrt{2}+j\sqrt{2}}{1+j\sqrt{3}}=e^{-j\frac{\pi}{12}}$

3. 有以下函数表示的两个系统：

A）$y(t)=cos^2(2t)x(t)$

B）$y[n]=x[n-2]-2x[n-6]$

分别判断以上两个系统是否具有以下性质：1）无记忆；2）时不变；3）线性；4）因果；5）稳定。并解释原因。

A). 1). 无记忆

2). $x(t-t_0)\rightarrow\boxed{\ }\rightarrow\cos^2(2t)\,x(t-t_0)$

非时不变（时变）

$y(t-t_0)=\cos^2(2t-2t_0)\,x(t-t_0)$

3). 设 $x(t)=ax_1(t)+bx_2(t)$

$y(t)=\cos^2(2t)[ax_1(t)+bx_2(t)]=a\cos^2(2t)x_1(t)+b\cos^2(2t)x_2(t)$

$=ay_1(t)+by_2(t)$　线性

4). 因果　5). 稳定，$\because \cos^2(2t)\le 1$，当 $x(t)$ 有界时，$y(t)$ 一定有界。

B). 1). 有记忆

2). $x[n-n_0]\rightarrow\boxed{\ }\rightarrow x[n-n_0-2]-2x[n-n_0-6]$

时不变

$y[n-n_0]=x[n-n_0-2]-2x[n-n_0-6]$

3). 设 $x[n]=ax_1[n]+bx_2[n]$

$y[n]=ax_1[n-2]+bx_2[n-2]-2ax_1[n-6]-2bx_2[n-6]$

$=a\{x_1[n-2]-2x_1[n-6]\}+b\{x_2[n-2]-2x_2[n-6]\}=ay_1[n]+by_2[n]$

线性

4). 因果　5). 稳定

姓名: ______________ 学号: ______________

此处为n，周期必须为整数

4. 判断以下信号是否具有周期性。若有周期性，计算最小周期T。

1) $x(t)=e^{j(\pi t-1)}$; 2) $x[n]=\cos\left(\frac{n}{8}-\pi\right)$; 3) $x[n]=2\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)+\sin\left(\frac{\pi}{8}n\right)-2\cos\left(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{6}\right)$

1). $x(t)=e^{j(\pi t-1)}=\cos(\pi t-1)+j\sin(\pi t-1)$

$\Rightarrow T=\frac{2\pi}{\pi}=2$

2). 若有周期性，则 $T=\frac{2\pi}{1/8}=16\pi$

T不为整数，因此无周期性

3). $x_1[n]=2\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)\Rightarrow T_1=\frac{2\pi}{\pi/4}\cdot m_1=8m_1$

$x_2[n]=\sin\left(\frac{\pi}{8}n\right)\Rightarrow T_2=\frac{2\pi}{\pi/8}\cdot m_2=16m_2$

$x_3[n]=-2\cos\left(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{6}\right)\Rightarrow T_3=\frac{2\pi}{\pi/2}\cdot m_3=4m_3$

若有周期性，则：存在整数 m_1, m_2, m_3，使得：

$T=8m_1=16m_2=4m_3$

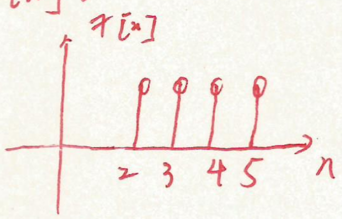
$\Rightarrow \begin{cases} m_1=2 \\ m_2=1 \\ m_3=4 \end{cases} \Rightarrow T=16$

5. 计算以下卷积结果：

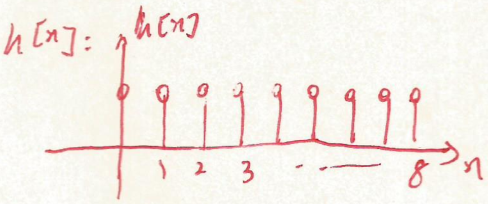
1) $y[n]=x[n]*h[n]$, $x[n]=u[n-2]-u[n-6]$, $h[n]=u[n]-u[n-9]$;

2) $y(t)=x(t)*h(t)$, $x(t)=u(t-3)-u(t-6)$, $h(t)=e^{-2t}u(t)$

1). $x[n]$:



$h[n]$:



① 当 $n<2$ 时: $y[n]=0$

② 当 $2\le n<5$ 时:

$y[n]=\sum_{k=2}^{n}1\times1=n-2+1=n-1$

③ 当 $5\le n\le 10$ 时:

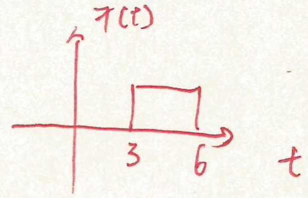
$y[n]=\sum_{k=2}^{5}1\times1=4$

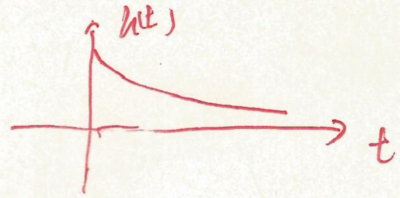
④ 当 $10<n\le 13$ 时:

$y[n]=\sum_{k=n-8}^{5}1\times1=5-n+8+1=14-n$

⑤ 当 $n>13$ 时: $y[n]=0$

2).





① 当 $t<3$ 时, $y(t)=0$;

② 当 $3\le t<6$ 时,

$y(t)=\int_3^t e^{-2(t-\tau)}d\tau$

$=e^{-2t}\int_3^t e^{2\tau}d\tau$

$=e^{-2t}\cdot\frac{1}{2}(e^{2t}-e^{6})$

$=\frac{1}{2}[1-e^{-2(t-3)}]$

③ 当 $t\ge 6$ 时,

$y(t)=\int_3^6 e^{-2(t-\tau)}d\tau$

$=\frac{1}{2}e^{-2t}(e^{12}-e^{6})$