

第八章 三维形体的表示

本章内容

- 正则点集，正则化运算，正则集合运算
- 实体，特征表示
 - 空间位置枚举表示
 - 八叉树表示
 - 单元分解表示
- 推移表示
- 边界表示，欧拉公式
- 构造实体几何表示

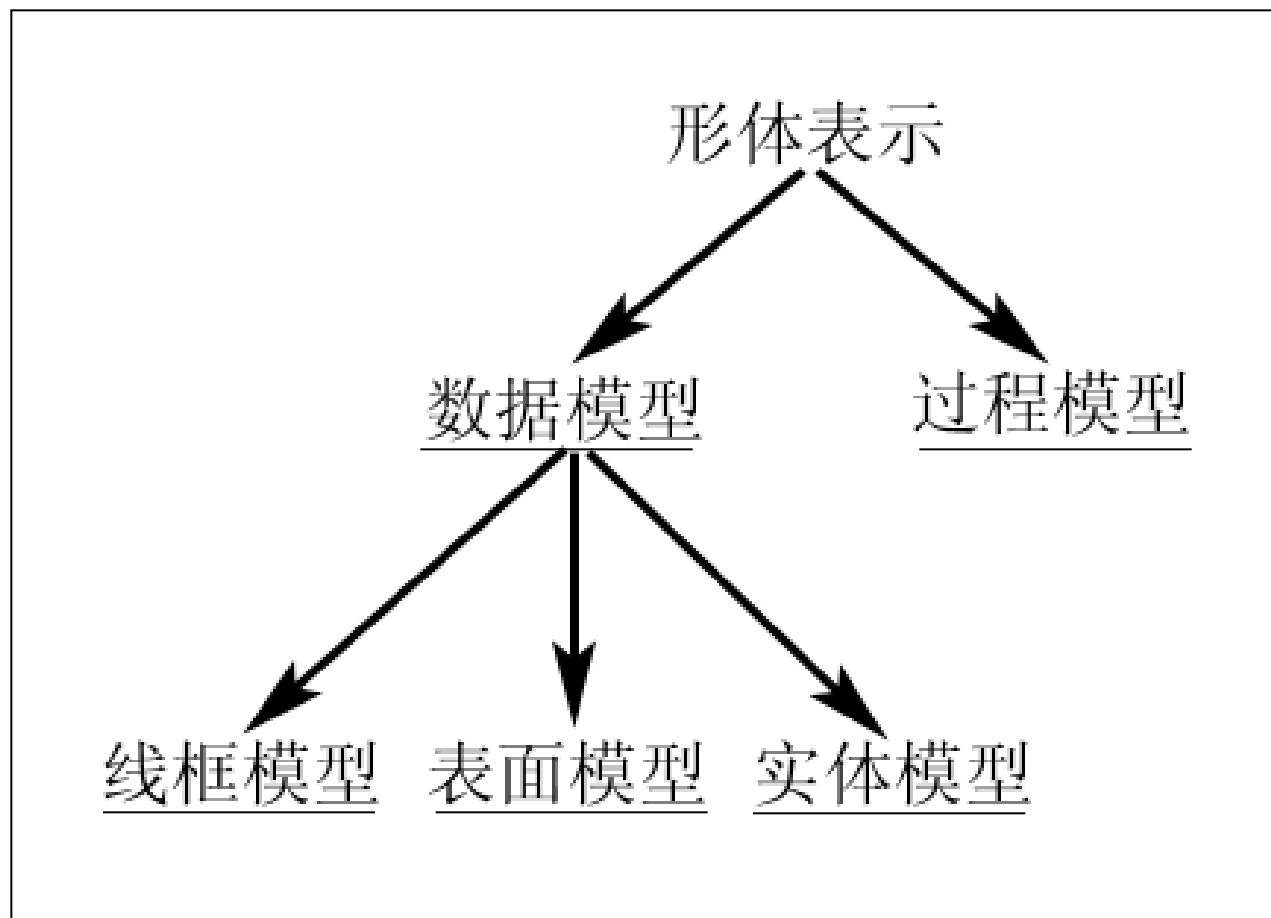
掌握要点

- ❑ 掌握正则点集、正则化运算、正则集合运算、实体等概念;
- ❑ 掌握表示实体的各种方法: 特征表示、空间位置枚举表示、八叉树表示、单元分解表示、推移表示(包括平移sweep与旋转sweep)、边界表示;
- ❑ 掌握表示多面体的简单数据结构及欧拉公式;
- ❑ 了解各种表示方法的优缺点。

造型技术与实体造型技术

- 研究如何在计算机中建立恰当的模型来表示真实世界中物体的技术称为**造型技术**。
- **实体造型技术**关注实体信息的完备性与可操作性，源自CAD，是造型技术的重要分支。

模型分类



表示形体的两种模型(数据模型与过程模型)

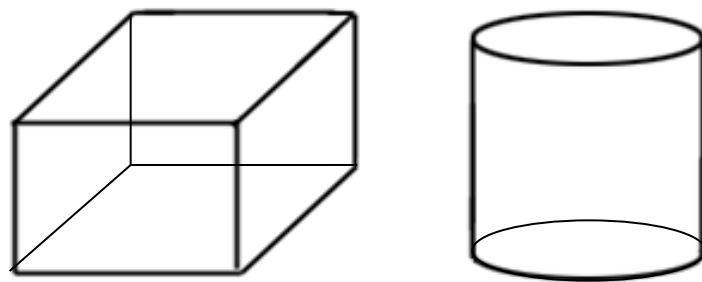
□ 数据模型

- 完全以数据描述，例如用以8个顶点表示的立方体，以中心点和半径表示的球
- 以数据文件的形式存在
- 包括----特征表示、空间分割表示、推移表示、边界表示、构造实体几何表示等
- 进一步分为线框模型，表面模型，实体模型



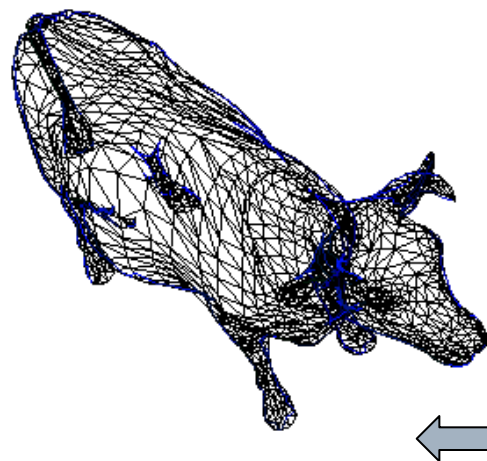
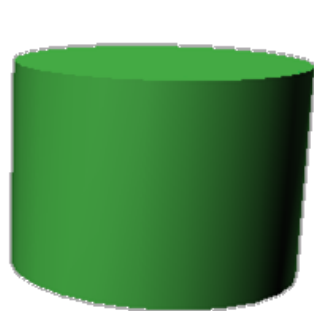
■ 线框模型

- 将形体表示成一组轮廓线的集合
- 简单、处理速度快
- 与形体之间不存在一一对应关系
- 是真实物体的高度抽象，不适合真实感显示



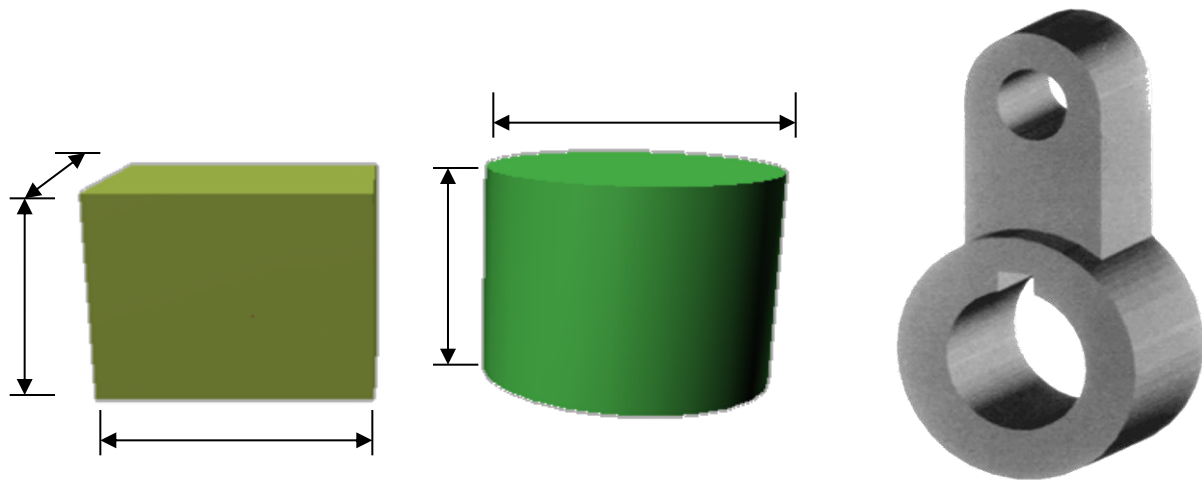
■ 表面模型

- 将形体表示成一组表面的集合
- 更多的情况是多边形表面集合
- 形体与其表面一一对应，适合于真实感显示



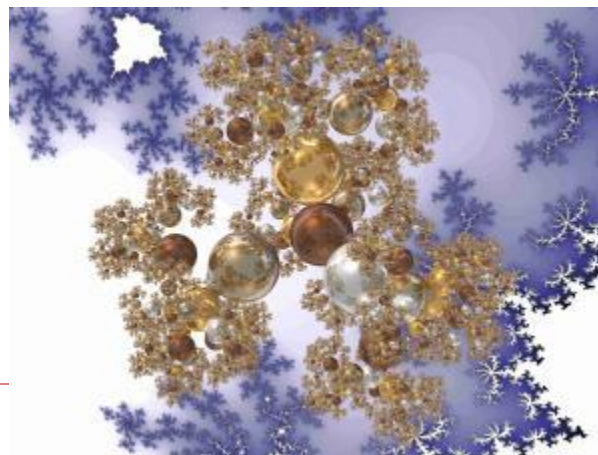
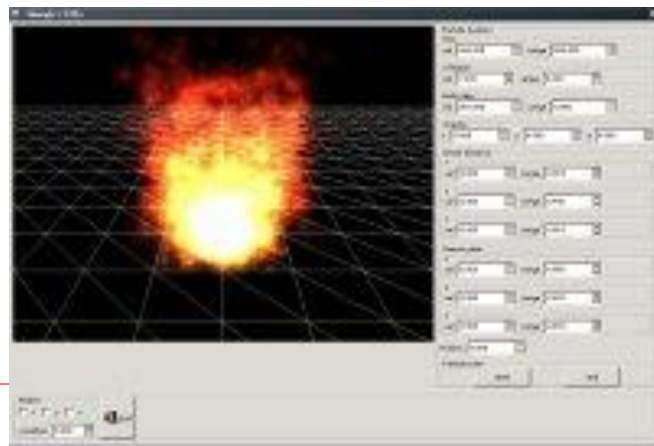
■ 实体模型

- 以基本体素的并,交,差等组合操作描述实体, 主要用于CAD/CAM
- 包含了描述一个实体所需的较多信息, 如几何信息、拓扑信息



□ 过程模型

- 以一个过程和相应的控制参数描述，例如用一些控制参数和一个生成规则描述的植物
- 以一个数据文件和一段代码的形式存在
- 包括---粒子系统、L系统、迭代函数系统等



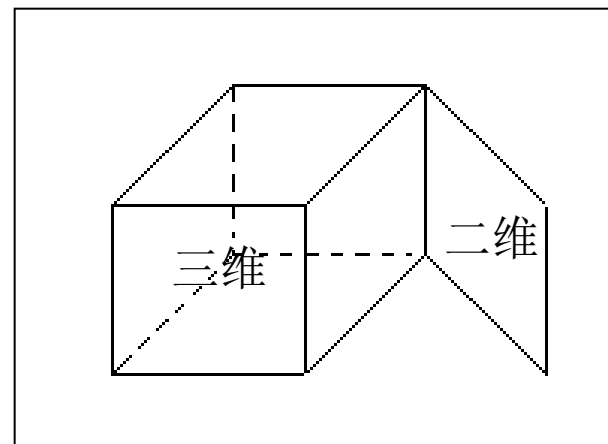
8.1 实体的定义

□ 抽象带来的问题

- 计算机中用点，线，面表示物体，与真实世界有不同
- 某些能用计算机表示的物体不能客观存在

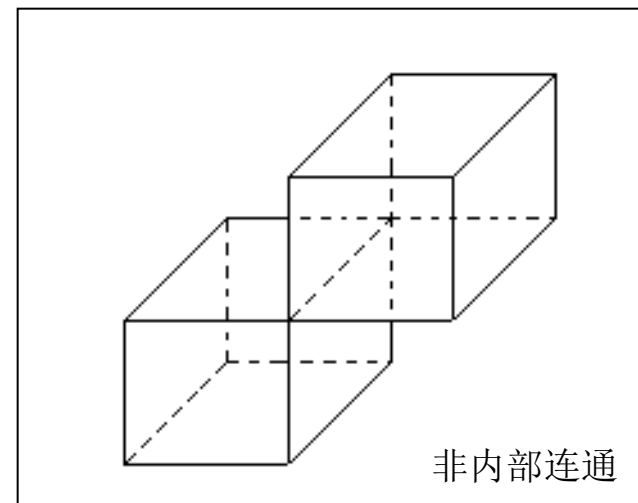
□ 我们要求实体客观存在

- CAD/CAM的需求



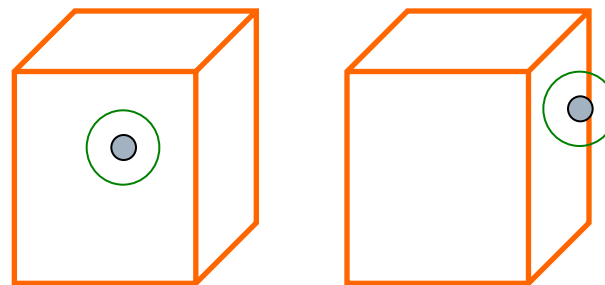
□ 什么是客观存在(有效)—实体的定义

- 具有一定的形状(流体不是实体)
- 具有封闭的边界(表面)
- 内部连通的三维点集
- 占据有限的空间(体积有限)
- 经过任意运算后仍然是有效实体。



□ 实体的数学定义

- 三维物体看作一个点集，它由内点与边界点共同构成。
- 内点：点集中的这样一些点，它们具有完全包含于该点集的充分小的邻域。
- 边界点：不具备此性质的点集中的点



■ 点集的正则运算 r : $r \cdot A = c \cdot i \cdot A$

□ A : 一个点集

□ i : 取内点运算, $i \cdot A$ 为物体的内点全集, 称为 A 的内部

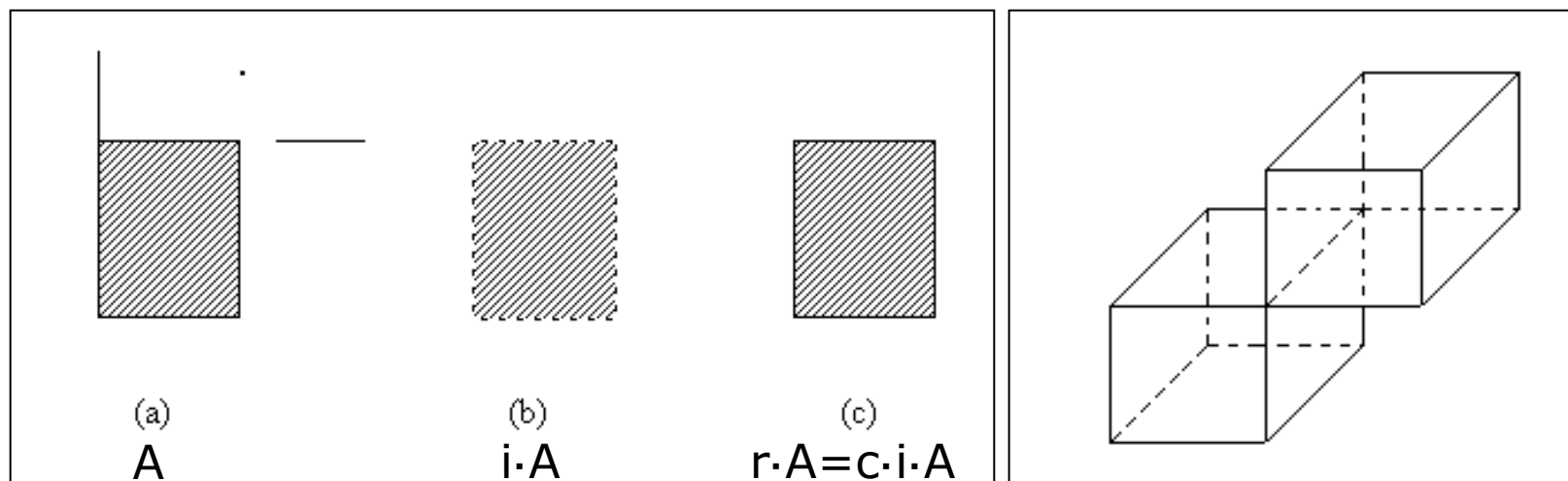
□ c : 取闭包运算, $c \cdot i \cdot A$ 为 $i \cdot A$ 与其边界点的并集

□ 正则运算即为先对物体取内点再取闭包的计算

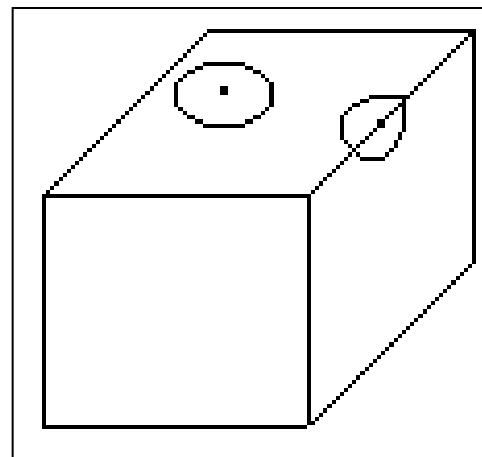
□ 正则点集

■ $r \cdot A$ 称为 A 的正则点集

□ 正则点集不一定是实体，如右图

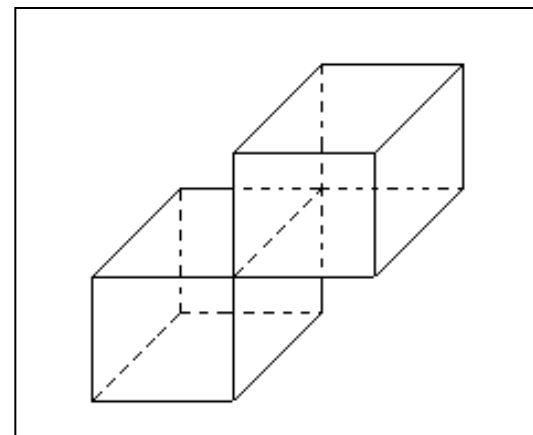


-
- 为了从正则点集中排除类似上图物体，引入二维流形概念。
- 二维流形是指这样一些面，其上任意一点存在充分小的邻域，该邻域与平面上的圆盘同构(即在该邻域与圆盘之间存在连续的1-1映射)。
 - 立方体表面上任一点都存在与圆盘同构的邻域。



□ 实体的定义—可计算的条件

- 正则点集
- 表面是二维流形
- 对于右图，由于两立方体的共享边被四个面共享，因此其上的点不存在这样的领域，因此它的表面不是二维流形，因此它不是实体。



8.2 正则集合运算

- 为什么需要正则集合运算
 - 集合运算是构造复杂物体的有效方法
 - 普通的集合运算会产生无效物体

□ 为保证运算结果仍为实体，定义正则集合运算如下：

■ 正则并 $A \cup^* B = r \bullet (A \cup B)$

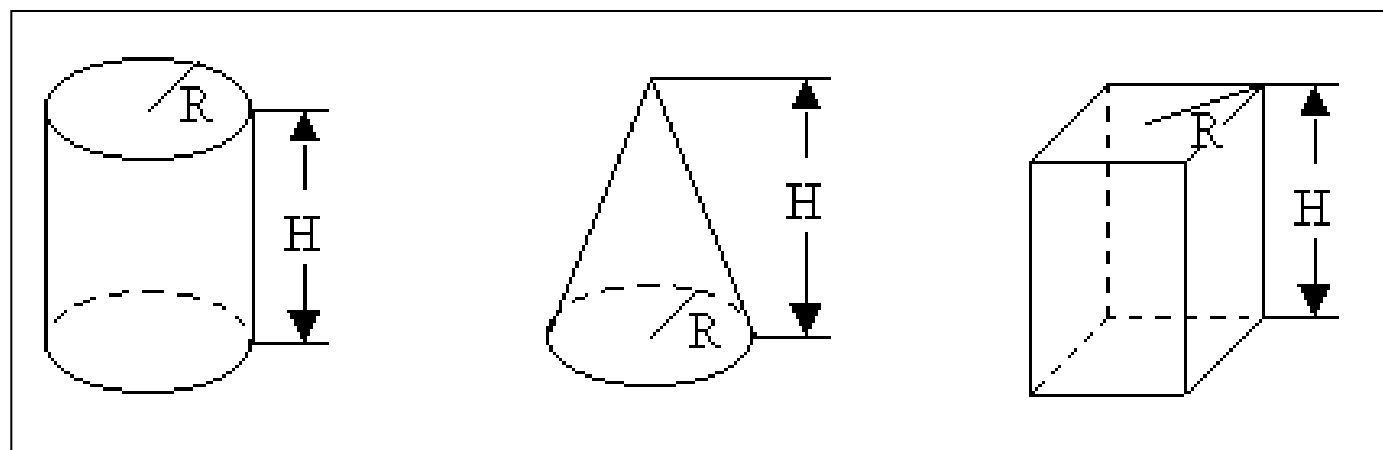
■ 正则交 $A \cap^* B = r \bullet (A \cap B)$

■ 正则差 $A -^* B = r \bullet (A - B)$



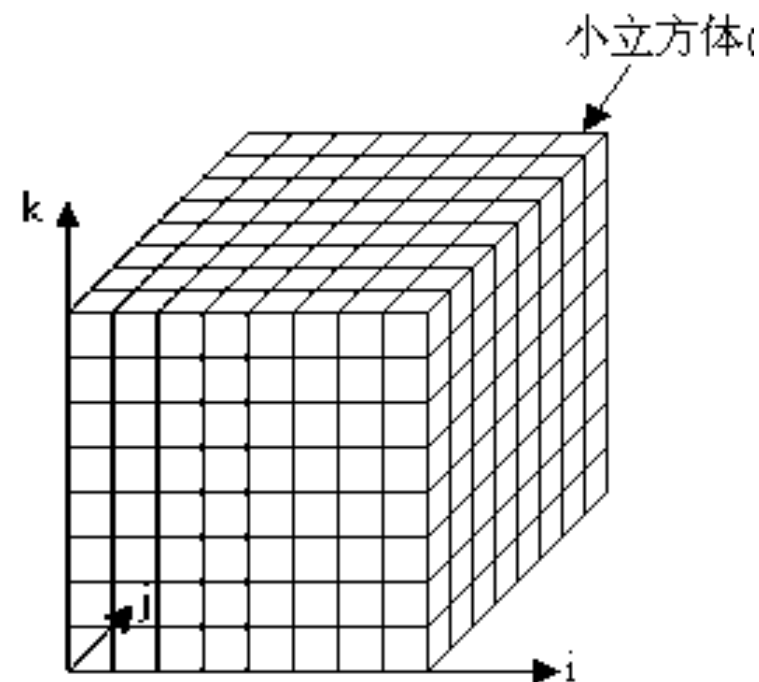
8.3 特征表示

- 用一组特征参数表示一组类似的物体
 - 特征包括形状特征、材料特征等
 - 适用于工业上标准件的表示
 - 可存放在数据库中，通过一组参数值调用



8.4 空间分割表示

- 空间分割表示中，实体被分为互不相交的“粘合”在一起的基本体素。
- 空间位置枚举表示
 - 选择一个立方体空间，均匀划分
 - 用三维数组 $C[i][j][k]$ 表示物体，数组中的元素与单位小立方体一一对应
 - 当 $C[i][j][k] = 1$ 时，表示对应的小立方体被物体占据
 - 当 $C[i][j][k] = 0$ 时，表示对应的小立方体没有被物体占据

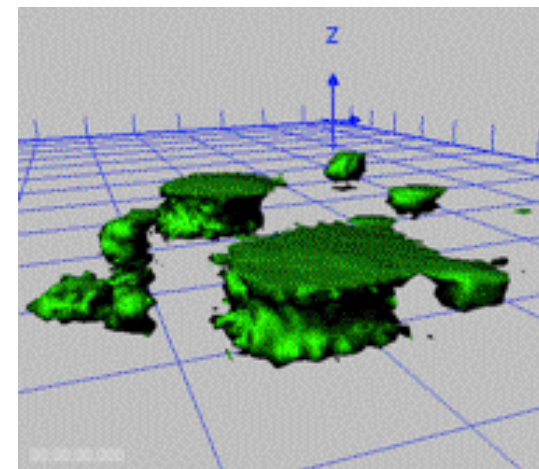


■ 优点

- 是一种穷举表示法，可以表示任何物体
- 容易实现物体间的集合运算
- 容易计算物体的整体性质，如体积等

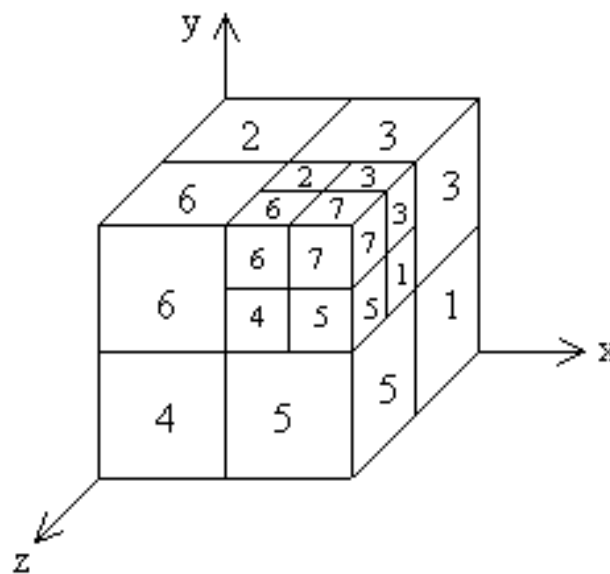
■ 缺点

- 占用大量的存储空间，如 $1024*1024*1024 = 1\text{G bits}$
- 没有边界信息，不适于图形显示
- 对物体进行几何变换困难，如非90度的旋转变换
- 是物体的非精确表示



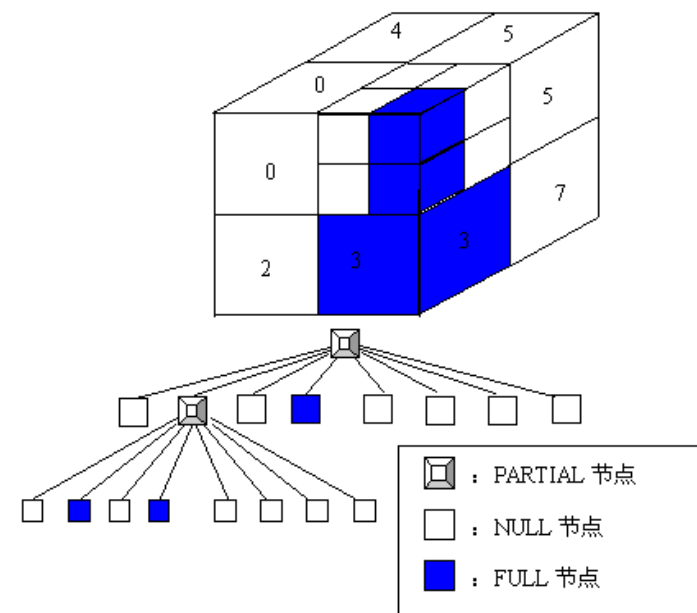
□ 八叉树表示

- 对空间位置枚举表示的空间分割方法作了改进：均匀分割→自适应分割



■ 八叉树建立过程

- 八叉树的根节点对应整个物体空间
- 如果它完全被物体占据，将该节点标记为F(Full)，算法结束；
- 如果它内部没有物体，将该节点标记为E(Empty)，算法结束；
- 如果它被物体部分占据，将该节点标记为P(Partial)，并将它分割成8个子立方体，对每一个子立方体进行同样的处理



■ 优点

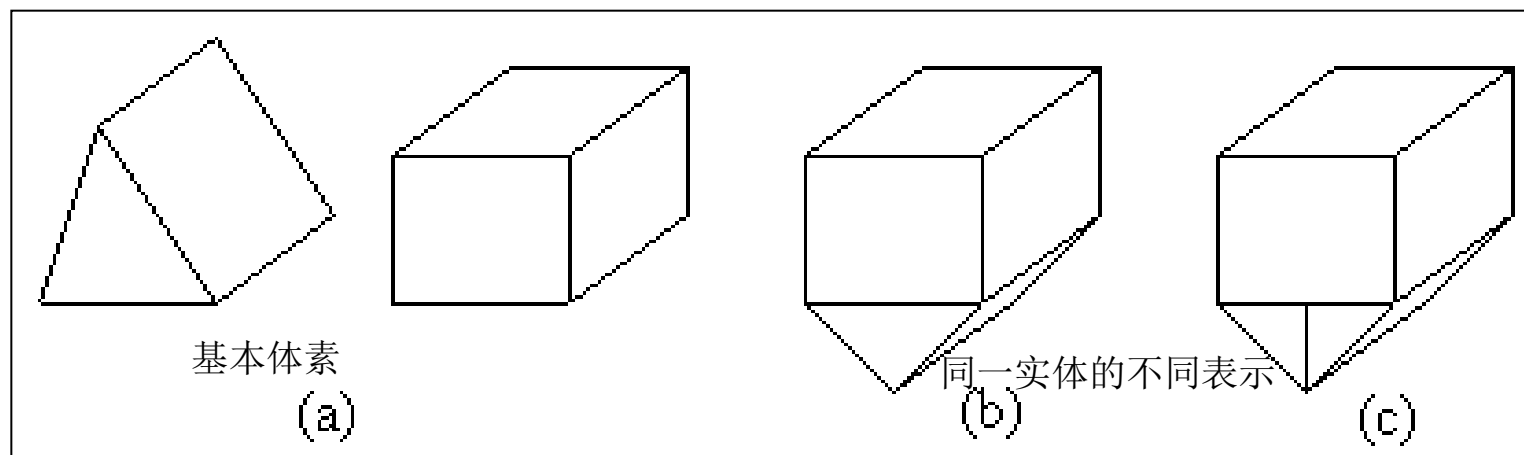
- 可以表示任何物体
- 容易实现物体间的集合运算
- 容易计算物体的整体性质，如体积等
- 较空间位置枚举表示占用的存贮空间少

■ 缺点

- 没有边界信息，不适于图形显示
- 对物体进行几何变换困难
- 是物体的非精确表示

□ 单元分解表示(Cell Decomposition)

- 对空间位置枚举表示的空间分割方法作了改进：单一体素→多种体素
- 以不同类型的基本体素的粘合来构造实体。
- 体素可以包括任何简单实体(与球拓扑同构)。
- 单元分解表示法不具有唯一性。



■ 优点

- 表示简单
- 容易实现几何变换
- 基本体素可以按需选择，表示范围较广
- 可以精确表示物体

■ 缺点

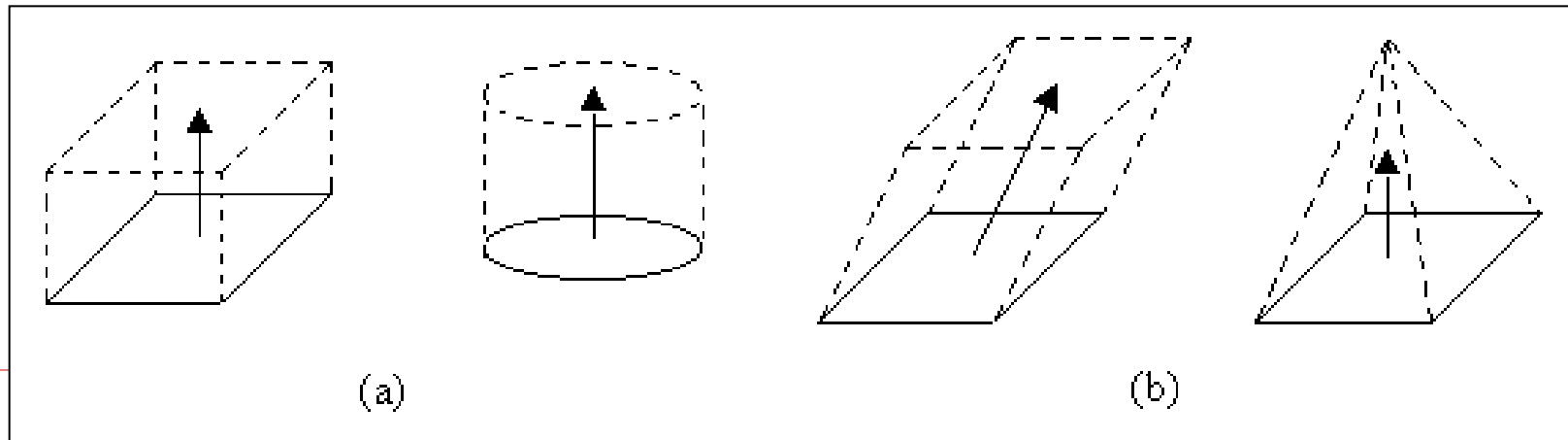
- 物体的表示不唯一
- 物体的有效性难以保证

□ 总结

- 空间位置枚举表示----同样大小立方体粘合在一起表示物体
- 八叉树表示----不同大小的立方体粘合在一起表示物体
- 单元分解表示----多种体素粘合在一起表示物体

8.5 推移表示(Sweep Representation)

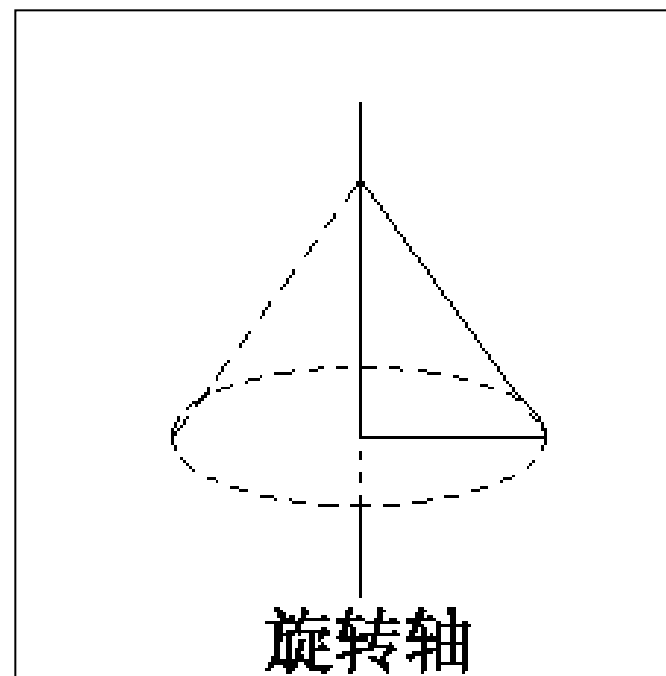
- 将物体A沿着轨迹P推移，A的轨迹定义了一个新物体B，则B可以由物体A和P共同表示，这种物体表示方法就是推移表示法，称B为sweep体。
- 平移sweep----将一个二维区域沿着一个矢量方向推移，可扩充：允许推移过程中大小可变。



□ 旋转sweep----将一个二维区域绕旋转轴旋转一周

□ 广义sweep

- 任意物体沿着任意轨迹推移
- 推移过程中物体可以变形

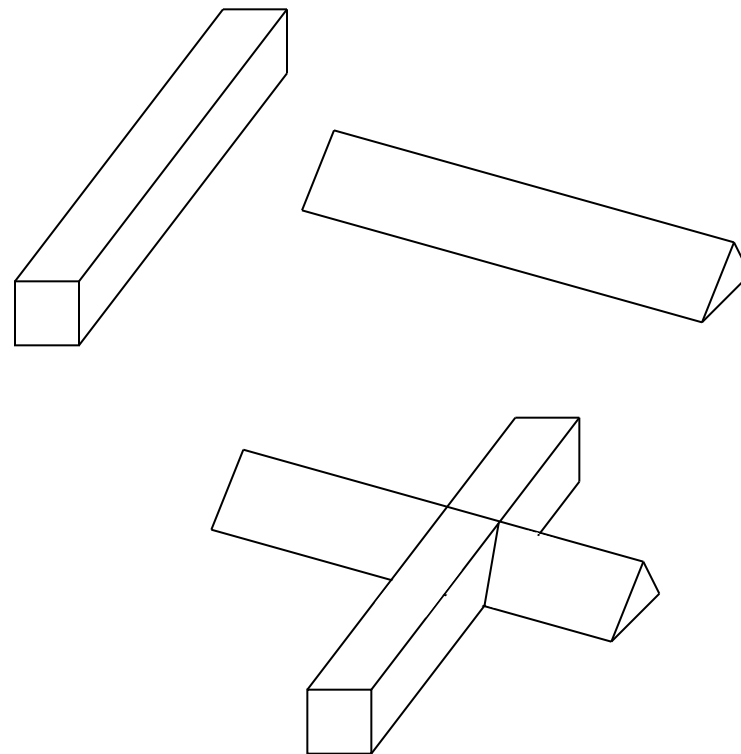


□ 优点

- 表示简单、直观
- 适合做图形输入手段

□ 缺点

- 作几何变换困难
- 对几何运算不封闭(如：两个简单的平移Sweep的正则不再是平移Sweep体)



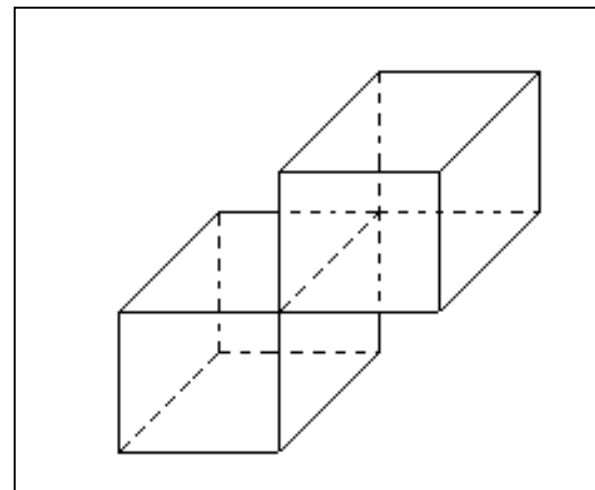
8.6 边界表示(B-Reps)

- 边界表示(Boundary Representation)通过描述实体的边界来表示实体。
- 物体的边界与物体一一对应，确定了物体的边界也就确定了物体本身。
- 实体边界可以是平面多边形或曲面片，通常曲面片也都近似离散为多边形来处理。

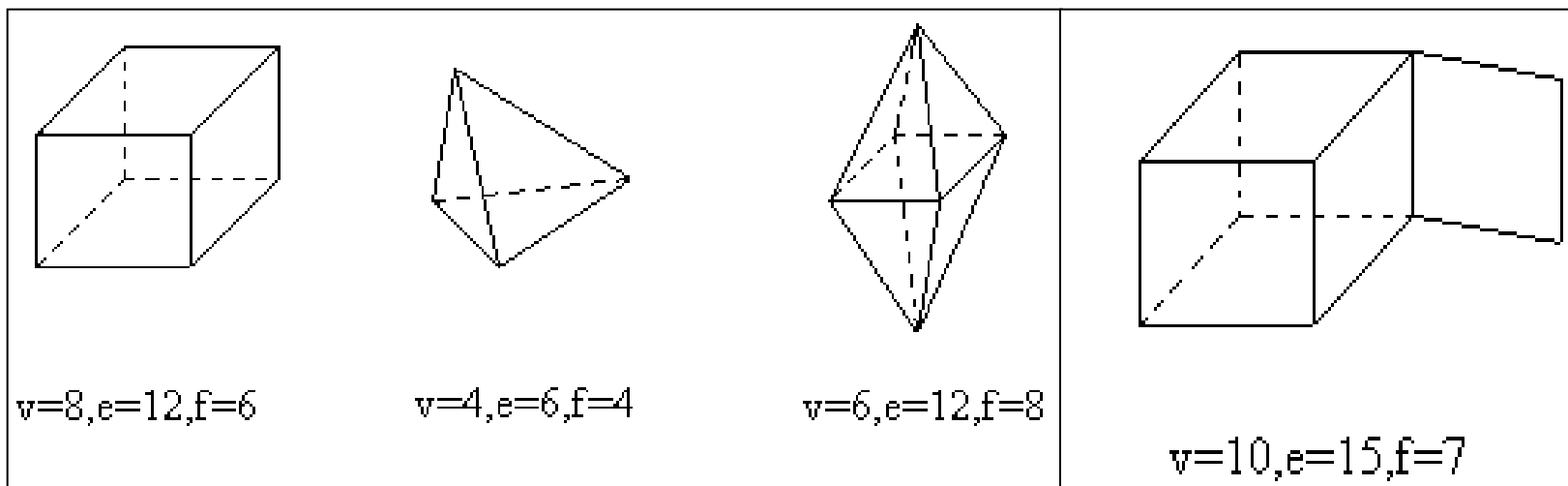


□ 平面多面体：

- 表面由平面多边形构成的三维体。
- 表面上的每条边被偶数多边形共享。
- 为排除下图的情况，要求多边形表面具有二维流形性质，即每条边只严格属于两个多边形。

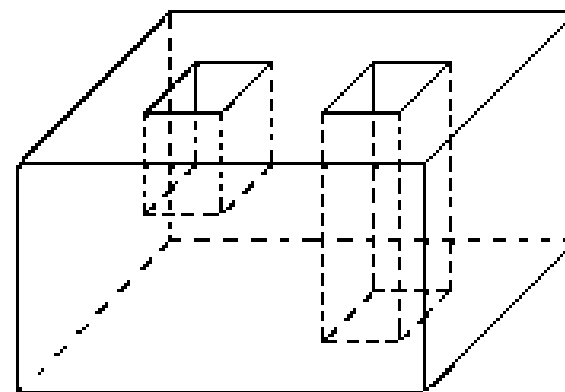


- **简单多面体**：与球拓扑同构的多面体，即它可以被连续变换为一个球。
- 简单多面体满足下面的**欧拉公式**(必要非充分)
 - $v-e+f=2$, v, e, f 分别是顶点数，边数和面数。



□ 非简单多面体满足广义欧拉公式(必要非充分)。

- $v-e+f-r=2(s-h)$, r, h, s 分别是表面上孔的个数, 贯穿多面体孔的个数, 互相分离的多面体数。



$$\begin{aligned} v=24, e=36, f=15 \\ r=3, s=1, h=1 \end{aligned}$$

□ 优点

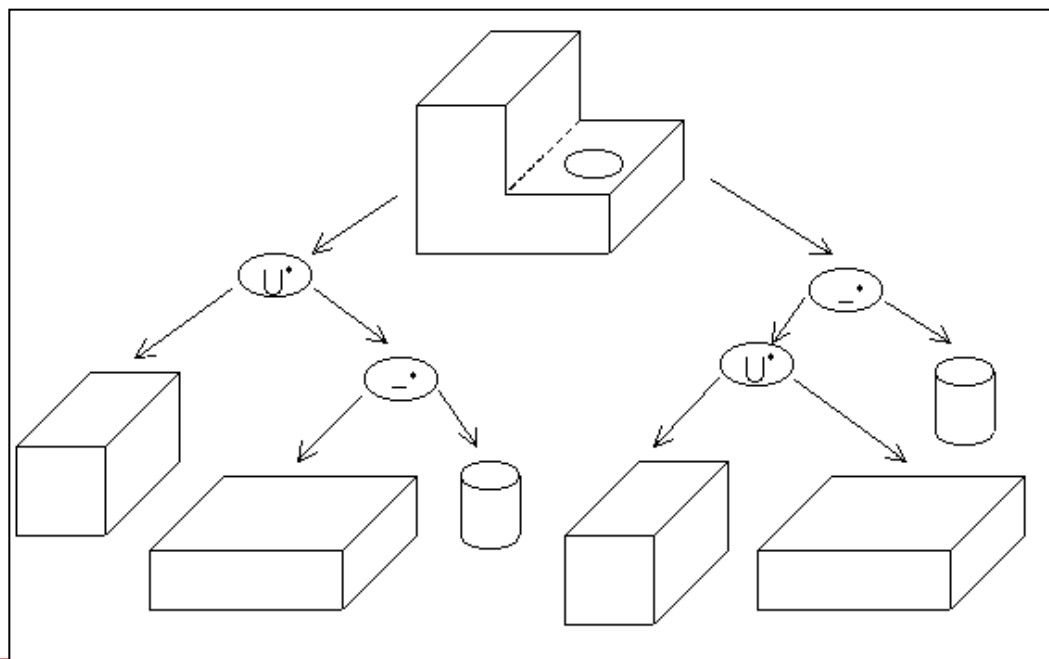
- 精确表示物体
- 表示能力强
- 几何变换容易
- 适于显示处理

□ 缺点

- 表示复杂
- 有效性难以保证
- 集合运算复杂

8.7 构造实体几何表示(CSG)

- 将物体表示成一棵二叉树，称为CSG树
 - 叶节点----基本体素，如立方体、圆柱体等
 - 中间节点----正则集合运算



□ 优点

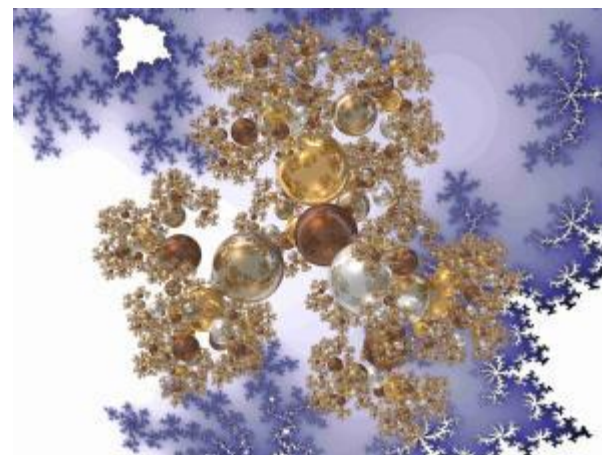
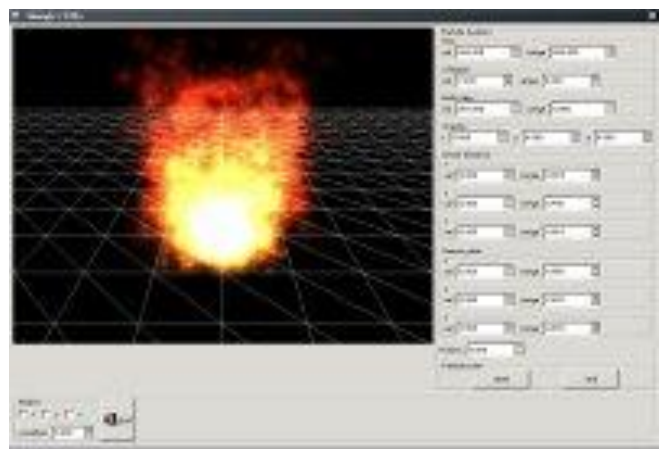
- 表示简单、直观
- 也是物体的构造方法，可用作图形输入手段
- 容易计算物体的整体性质
- 物体的有效性自动得到保证

□ 缺点

- 表示不唯一
- 不能直接用于显示
- 求交计算麻烦

不规则形体的建模方法

- ❑ 迭代函数系统
- ❑ 基于文法的模型
- ❑ 粒子系统
- ❑ 动力系统



END
