

Mô hình và cân chỉnh camera

NHẬP MÔN THỊ GIÁC MÁY TÍNH

Trình bày: TS Trần Thái Sơn; Email: ttson@fit.hcmus.edu.vn

Nội dung

Các mô hình camera:

- Mô hình pinhole.
- Mô hình ống kính.

Hình học chiếu phối cảnh:

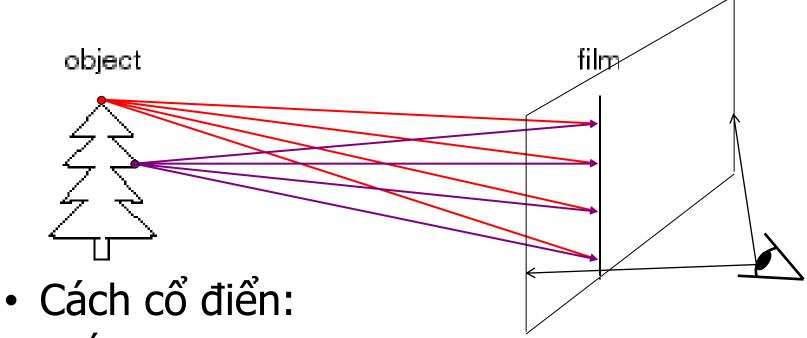
Hệ tọa độ đồng nhất.

· Cân chỉnh camera:

- Các tham số bên trong.
- Các tham số bên ngoài.



Cách tạo ra một bức ảnh?



- Ý tưởng: đặt một tấm phim ở giữa khoảng mắt và đối tượng.
- Đó có phải là ảnh thực ?

Cấu tạo mắt người

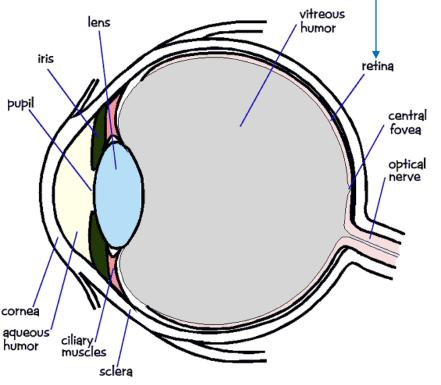
Võng mạc

 Phần cảm nhận hình ảnh của mắt là võng mạc.

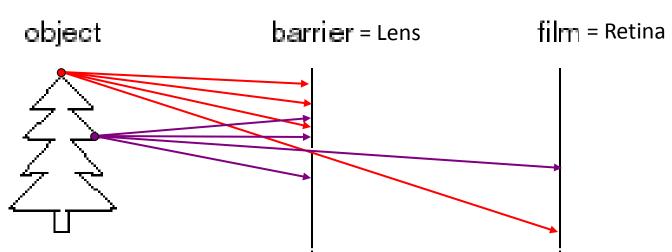
 Võng mạc cấu tạo chính từ 2 loại tế bào

> Que: nhận biết ánh sáng.

> Nón: nhận biết màu sắc.



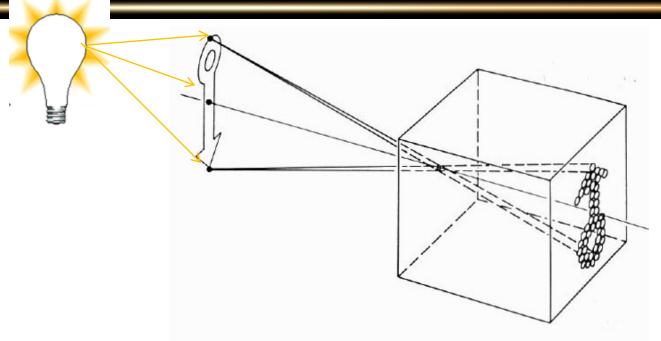
Mô hình pinhole camera



- Thêm 1 tấm chắn để ngăn phần lớn đường đi của ánh sáng.
 - Giảm sư nhòe ảnh.
 - Độ mở của tấm chắn được biết như "khẩu độ" (aperture).
 - Đường đi của ánh sáng được chiếu lên phim và hình ảnh có được sau khi rửa phim (bằng cơ chế phản ứng hóa học).
 - Hình ảnh được chiếu bằng cơ chế nào ?

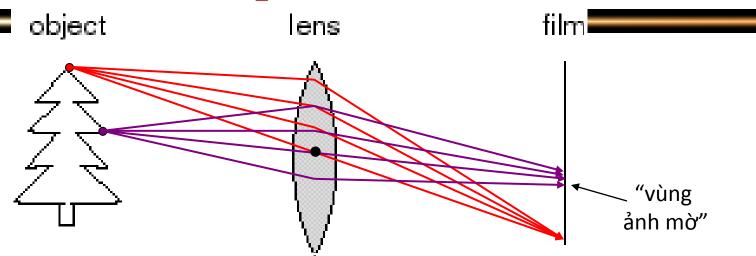


Mô hình pinhole camera



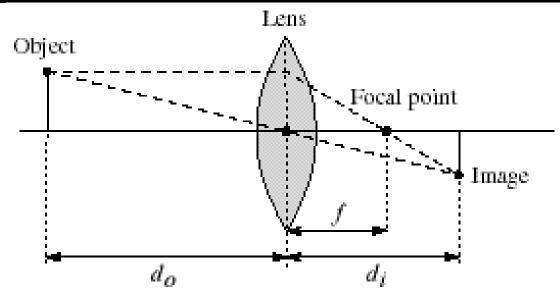
- Máy ảnh đầu tiên:
 - Được biết với thí nghiệm của Aristotle.
 - "Khẩu độ" tác động đến hình ảnh bằng cách nào?

ống kính máy ảnh



- · Một ống kính tập trung ánh sáng đến phim.
 - Tồn tại một khoảng cách xác định giữa các đối tượng để các hình ảnh hiện lên "rõ nét" (in focus).
 - Thay đổi hình dáng của ống kính sẽ thay đổi khoảng cách lấy nét.

ống kính camera

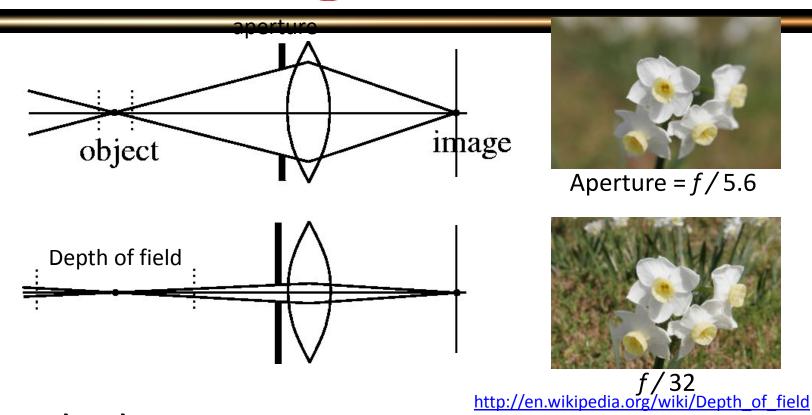


http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/Lens/lens_e.html

• Đẳng thức:
$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}$$

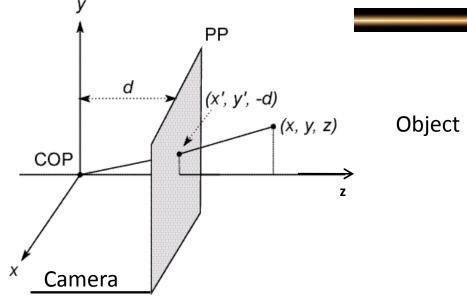
 Bất kỳ điểm nào thỏa đẳng thức trên đều nằm trong vùng lấy nét đúng.

Độ sâu trường ảnh



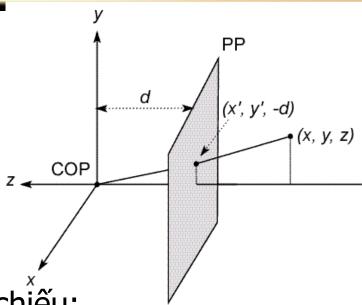
- Thay đổi khẩu độ tác động đến độ sâu trường ảnh.
- Khẩu độ nhỏ tăng phạm vi khoảng cách của các đối tượng sẽ được lấy đúng nét.

Mô hình phép chiếu



- Hệ tọa độ hình học:
 - Mô hình pin-hole được tính bằng cách xấp xỉ.
 - Tâm chiếu (Center Of Projection) nằm ở gốc tọa độ.
 - Mặt phẳng ảnh (Projection Plane) nằm ở phía trước COP.

Mô hình phép chiếu



- Phương trình chiếu:
 - Tính giao điểm của PP với tia chiếu từ (x,y,z) đến COP.

- Sử dụng các tỉ lệ thức trong tam giác:
$$(x,y,z) \to (-d\frac{x}{z}, \ -d\frac{y}{z}, \ -d)$$

Ta tính được tọa độ chiếu lên PP bằng cách bỏ tọa độ cuối cùng: $(x,y,z) o (-d\frac{x}{z},\ -d\frac{y}{z})$

$$(x,y,z) o (-d\frac{x}{z}, -d\frac{y}{z})$$

Hệ tọa độ đồng nhất

Định nghĩa hệ tọa độ đồng nhất:

$$(x,y) \Rightarrow \left[egin{array}{c} x \\ y \\ 1 \end{array} \right]$$

Hệ tọa độ đồng nhất trong ảnh

$$(x,y,z) \Rightarrow \left[egin{array}{c} x \ y \ z \ 1 \end{array}
ight]$$

Hệ tọa độ đồng nhất trong cảnh tự nhiên

Chuyển đổi từ hệ tọa độ đồng nhất

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} \Rightarrow (x/w, y/w) \qquad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \Rightarrow (x/w, y/w, z/w)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \Rightarrow (x/w, y/w, z/w)$$

Phép chiếu phối cảnh

 Phép chiếu là một phép nhân ma trận sử dụng hệ tọa độ đồng nhất.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/d & 0 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ -z/d \end{bmatrix} \Rightarrow (-d\frac{x}{z}, -d\frac{y}{z})$$

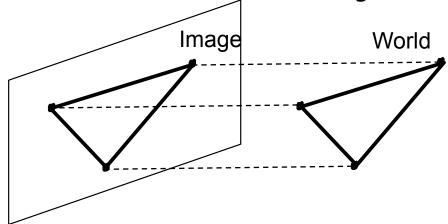
Chia cho giá trị tọa độ thứ 3

Hay bằng phép chuyển hệ trục khác

$$\begin{bmatrix} -d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -dx \\ -dy \\ z \end{bmatrix} \Rightarrow (-d\frac{x}{z}, -d\frac{y}{z})$$

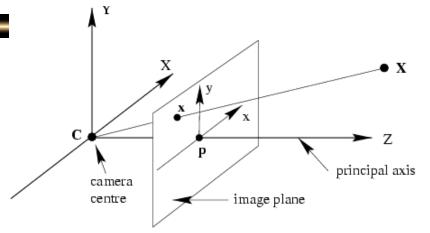
Phép chiếu trực giao

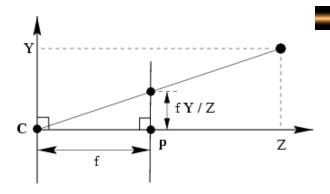
- Trường hợp đặc biệt của phép chiếu phối cảnh.
 - Khoảng cách từ COP đến PP là vô cùng.



- Xấp xỉ tốt cho trường hợp ống kính quang học cự ly xa.
- Hay còn gọi là "phép chiếu song song": (x,y,z) → (x,y).
- Ma trận chiếu: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow (x, y)$

Pinhole camera: Ma trận chiếu

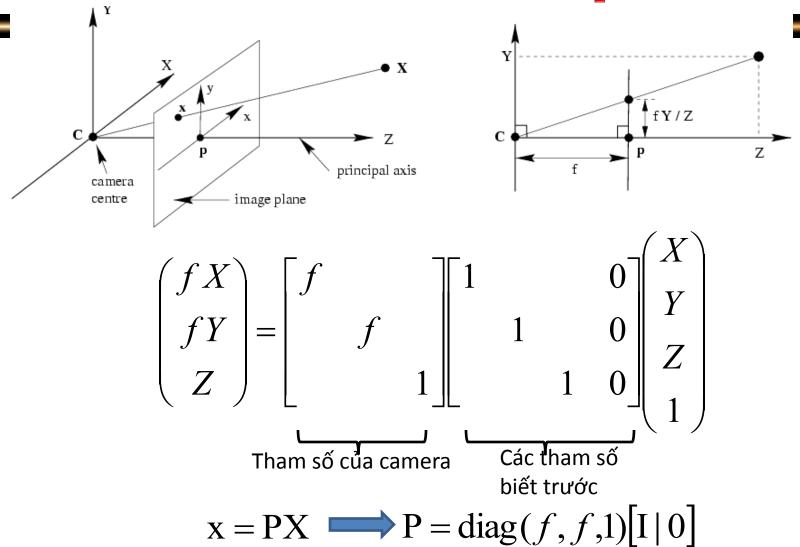




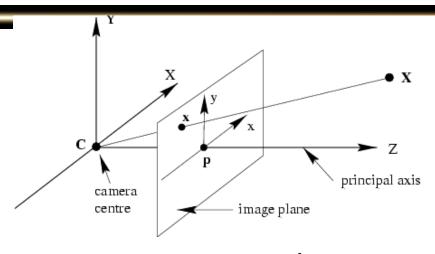
$$(X,Y,Z) \alpha (fX/Z,fY/Z)$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \alpha \begin{pmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} f & & & 0 \\ & f & & 0 \\ & & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} \text{Hệ tọa độ thực (3D)} \\ \mathbf{X} = \mathbf{PX} \\ \mathbf{X} \\ \mathbf{Hệ tọa độ ảnh được chiếu} \\ \end{matrix}$$

Pinhole camera: Ma trận chiếu

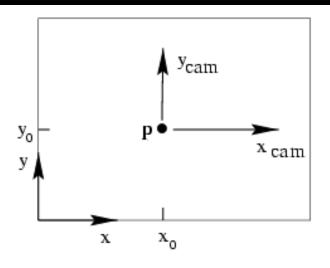


Hệ tọa độ camera



- Trục chính (principal axis): đường thằng từ tâm camera (camera center) vuông góc với mặt phẳng ảnh (image plane).
- Hệ tọa độ chuẩn hóa: tâm camera ở gốc tọa độ và trục chính là trục-z.
- Điểm chính (principal point P): là điểm giao nhau giữa mặt phẳng ảnh và trục chính.

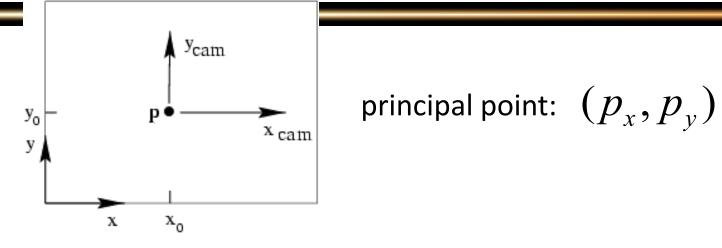
Độ lệch điểm chính



principal point: (p_x, p_y)

- Hệ tọa độ máy ảnh: tâm điểm nằm ở điểm chính.
- Hệ tọa độ hình ảnh: tâm điểm nằm ở góc trái dưới.

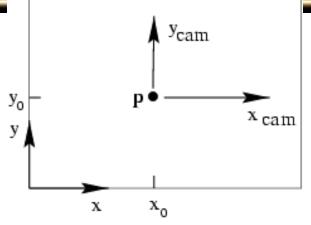
Độ lệch điểm chính



$$(X,Y,Z) \alpha (fX/Z+p_x,fY/Z+p_y)$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \alpha \begin{pmatrix} fX + Zp_x \\ fY + Zp_x \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} f & p_x & 0 \\ f & p_y & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Độ lệch điểm chính



ullet principal point: (p_x, p_y)

$$\begin{pmatrix} fX + Zp_x \\ fY + Zp_x \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} f & p_x \\ f & p_y \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$K = egin{bmatrix} f & p_x \ f & p_y \ \end{bmatrix}$$
 : calibration matrix and $\mathbf{P} = \mathbf{K} egin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ 9/29/2013 : calibration matrix and $\mathbf{P} = \mathbf{K} egin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ 3 Bộ môn-Thị Giác Máy Tính & Robot - Khoa CNTT - ĐH Khoa học tự nhiên



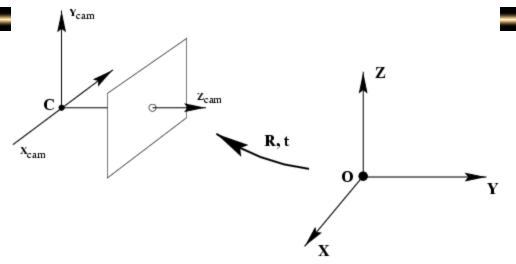


Kích cỡ
$$\frac{1}{m_x} \times \frac{1}{m_y}$$
 điểm ảnh: $\frac{1}{m_x} \times \frac{1}{m_y}$

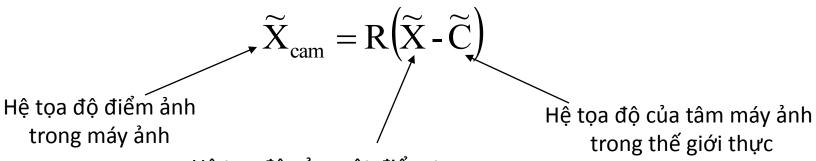
- m_x số điểm ảnh nằm trên trục ngang.
- m_{ν} số điểm ảnh nằm trên trục dọc.

$$K = \begin{bmatrix} m_x & & \\ & m_y & \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & & p_x \\ & f & p_y \\ & & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & & \beta_x \\ & \alpha_y & \beta_y \\ & & 1 \end{bmatrix}$$
pixels/m m pixels

Phép xoay và phép tịnh tiến

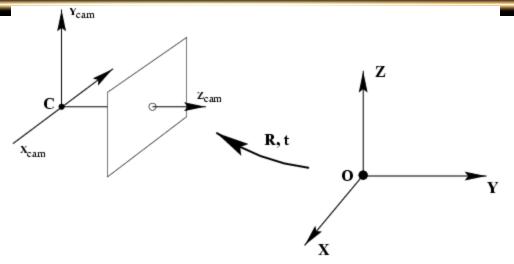


 Hệ tọa độ điểm ảnh trong camera sẽ tương đương với hệ tọa độ thế giới thực bằng một phép xoay và một phép tịnh tiến.



Hệ tọa độ của một điểm trong thế giới thực (không đồng nhất)

Các ngoại tham số



Ở tọa độ không đồng nhất

$$\widetilde{\mathbf{X}}_{\operatorname{cam}} = \mathbf{R} \left(\widetilde{\mathbf{X}} - \widetilde{\mathbf{C}} \right)$$

$$\mathbf{X}_{cam} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & -\mathbf{R}\widetilde{\mathbf{C}} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{X}} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & -\mathbf{R}\widetilde{\mathbf{C}} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}$$

$$x = K[I \mid 0]X_{cam} = K[R \mid -R\widetilde{C}]X$$
 $P = K[R \mid t], \quad t = -R\widetilde{C}$

C là không gian vô giá trị của ma trận chiếu máy ảnh (PC = 0)

Các tham số máy ảnh

Các nội tham số :

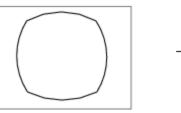
- Tọa độ điểm chính.
- Chiều dài tiêu cự.
- Hệ số độ phóng điểm ảnh.

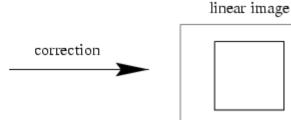
- $K = \begin{vmatrix} m_x & & & \\ & m_y & & \\ & & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} f & & p_x \\ & f & p_y \\ & & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha_x & & \beta_x \\ & \alpha_y & \beta_y \\ & & 1 \end{vmatrix}$
- Điểm ảnh bị lệch(những điểm ảnh không vuông).
- Biến dạng tâm (radial distortion)
- Các ngoại tham số :
 - Phép xoay và tịnh tiến liên quan đến hệ tọa độ thế giới.

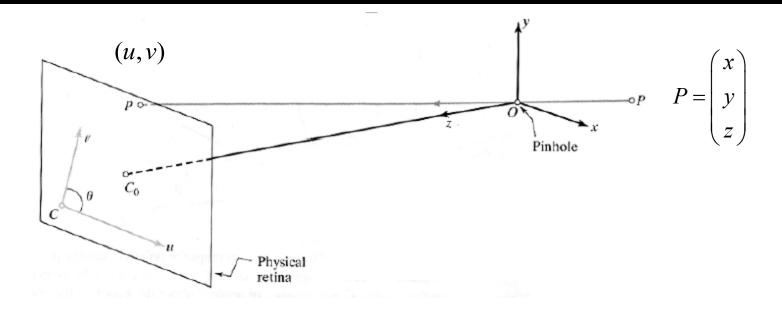


radial distortion



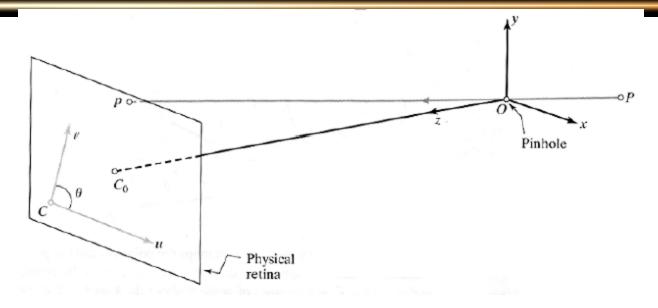






Phép chiếu phối cảnh

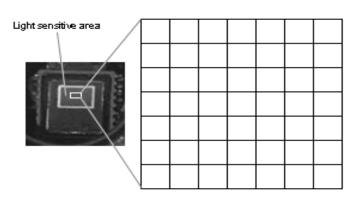
$$u = f \frac{x}{z}$$
$$v = f \frac{y}{z}$$



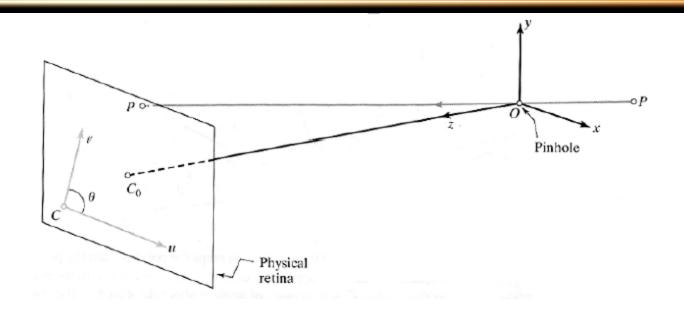
Thêm vào hệ số điểm ảnh theo từng chiều vào phương trình chiều

$$u = \alpha \, \frac{x}{z}$$

$$v = \beta \frac{y}{z}$$

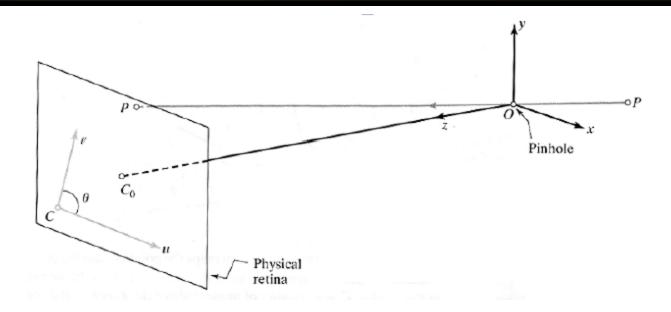


CCD sensor array



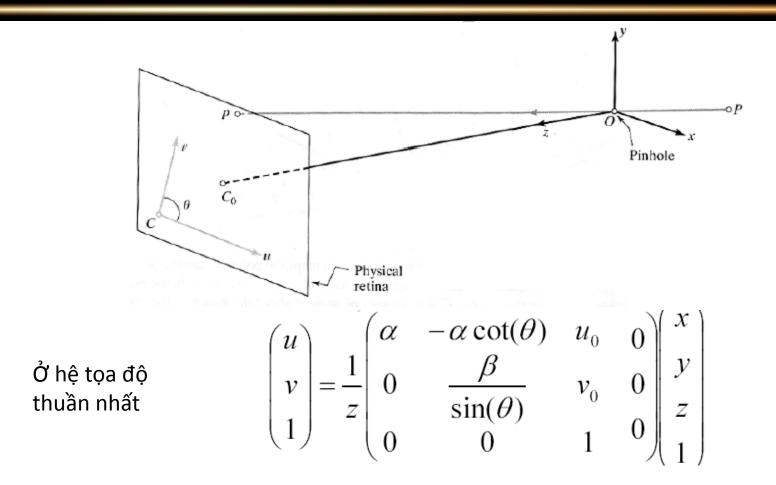
Tâm điểm của cảm biến máy ảnh có thể không trùng với tâm điểm của hệ pinhole

$$u = \alpha \frac{x}{z} + u_0$$
$$v = \beta \frac{y}{z} + v_0$$



Hệ tọa độ máy ảnh có thể bị sai lệch do một số lỗi sản xuất

$$u = \alpha \frac{x}{z} - \alpha \cot(\theta) \frac{y}{z} + u_0$$
$$v = \frac{\beta}{\sin(\theta)} \frac{y}{z} + v_0$$



Tất cả 5 tham số được biết là các nội tham số.

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{z} \begin{pmatrix} \alpha & -\alpha \cot(\theta) & u_0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta}{\sin(\theta)} & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ký hiệu đơn giản:

$$\mathbf{p} = \frac{1}{z} (K \quad \mathbf{0}) \mathbf{P}$$

Tương ứng với hệ trục tọa độ máy ảnh

Các ngoại tham số

 Phép tinh tiến và xoay của khung hình máy ảnh đối với khung hình thế giới thực.

Trong hệ tọa độ đồng nhất

$$\mathbf{X}_{\text{cam}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & -\mathbf{R}\widetilde{\mathbf{C}} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{X}} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & -\mathbf{R}\widetilde{\mathbf{C}} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X}$$

Sử dụng
$$x_{image} = \frac{1}{z} (K \ \mathbf{0}) \mathbf{X}_{cam}$$
 , ta có

Sử dụng
$$x_{image} = \frac{1}{z} \begin{pmatrix} K & \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{X}_{cam}$$
, ta có
$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{z} \begin{pmatrix} K & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R & -R \mathring{\mathcal{C}} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_X \\ W_Y \\ W_Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Tổ hợp các nội và ngoại tham số

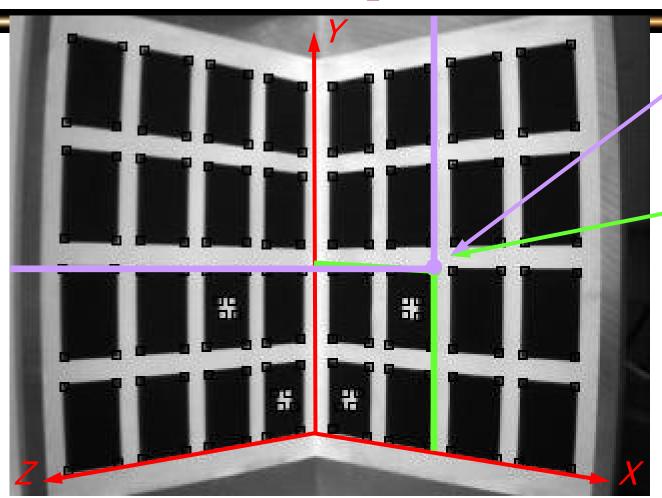
$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{z} \begin{pmatrix} K & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R & -R \mathring{C} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_X \\ W_Y \\ W_Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Đơn giản hóa

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (K) (R - RC) \begin{pmatrix} W_X \\ W_Y \\ W_Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ma trận 3x4 với 11 biến tự do: 5 biến nội, 3 biến phép xoay, 3 biến tịnh tiến

- Các tham số nội và ngoại của máy ảnh được tìm thấy bằng việc cài đặt với một điểm biết trước trong vài điểm cố định trong hệ tọa độ thế giới.
- Keyword: camera calibration.



 $egin{array}{c} {\cal V}_i \ _ {\cal V}_i \ _ \end{array}$

 $egin{aligned} x_i^w \ y_i^w \ -z_i^w \ - \end{aligned}$

courtesy of B. Wilburn

Cho trước n điểm:

$$egin{bmatrix} u_i \ v_i \end{bmatrix}$$
 và $egin{bmatrix} x_i^w \ y_i^w \ z_i^w \end{bmatrix}$ trong đó $i=1,...,n$

• Ta muốn tìm M:
$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} = rac{1}{z_i^c} \mathbf{M} \begin{bmatrix} x_i^w \\ y_i^w \\ z_i^w \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ta có thể viết lại:

$$egin{bmatrix} u_i \ v_i \ 1 \end{bmatrix} = rac{1}{z_i^c} \mathbf{M} egin{bmatrix} x_i^w \ y_i^w \ z_i^w \ 1 \end{bmatrix}$$

$$egin{aligned} egin{aligned} egi$$

$$egin{array}{lcl} z_i^c u_i &=& m_{11} x_i^w + m_{12} y_i^w + m_{13} z_i^w + m_{14} \ z_i^c v_i &=& m_{21} x_i^w + m_{22} y_i^w + m_{23} z_i^w + m_{24} \ z_i^c &=& m_{31} x_i^w + m_{32} y_i^w + m_{33} z_i^w + m_{34} \end{array}$$

Tỉ lệ và trừ dòng cuối từ dòng 1 và 2.

$$egin{array}{lcl} z_i^c u_i &=& m_{11} x_i^w + m_{12} y_i^w + m_{13} z_i^w + m_{14} \ z_i^c v_i &=& m_{21} x_i^w + m_{22} y_i^w + m_{23} z_i^w + m_{24} \ z_i^c &=& m_{31} x_i^w + m_{32} y_i^w + m_{33} z_i^w + m_{34} \end{array}$$

Để có:

Viết dưới dạng ma trận cho n điểm:

$$x_i^w m_{11} + y_i^w m_{12} + z_i^w m_{13} + m_{14} - u_i x_i^w m_{31} - u_i y_i^w m_{32} - u_i z_i^w m_{33} = u_i m_{34}$$

$$x_i^w m_{21} + y_i^w m_{22} + z_i^w m_{23} + m_{24} - v_i x_i^w m_{31} - v_i y_i^w m_{32} - v_i z_i^w m_{33} = v_i m_{34}$$

để có

$$\begin{bmatrix} x_1^w & y_1^w & z_1^w & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_1x_1^w & -u_1y_1^w & -u_1z_1^w \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_1^w & y_1^w & z_1^w & 1 & -v_1x_1^w & -v_1y_1^w & -v_1z_1^w \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_n^w & y_n^w & z_n^w & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_nx_n^w & -u_ny_n^w & -u_nz_n^w \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_n^w & y_n^w & z_n^w & 1 & -v_nx_n^w & -v_ny_n^w & -v_nz_n^w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ m_{13} \\ m_{14} \\ \vdots \\ m_{32} \\ m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1m_{34} \\ v_1m_{34} \\ v_2m_{34} \\ \vdots \\ u_nm_{34} \\ v_nm_{34} \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow$$
 Km = U

Để m34 = 1; tức là tỉ lệ ma trận phép chiếu bằng cách chia m34.

• Đưa về dạng bài toán bình phương nhỏ nhất (least square) của $\mathbf{Km} = \mathbf{U}$ là:

$$\mathbf{m} = (\mathbf{K}^{\mathrm{T}}\mathbf{K})^{-1}\mathbf{K}^{\mathrm{T}}\mathbf{U}$$

 Từ ma trận M, ta có thể tìm giá trị của các nội và ngoại tham số.

- Xét trường hợp khi góc lệch là 90 độ.
- Đặt m34 = 1 thì được:

$$m_{34} egin{bmatrix} \mathbf{m}_1^T & m_{14} \ \mathbf{m}_2^T & m_{24} \ \mathbf{m}_3^T & m_{34} \end{bmatrix} = egin{bmatrix} lpha & 0 & u_0 & 0 \ 0 & eta & v_0 & 0 \ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} egin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T & t_x \ \mathbf{r}_2^T & t_y \ \mathbf{r}_3^T & t_z \ 0^T & 1 \end{bmatrix} = egin{bmatrix} lpha \mathbf{r}_1^T + u_0 \mathbf{r}_3^T & lpha t_x + u_0 t_x \ eta \mathbf{r}_2^T + v_0 \mathbf{r}_3^T & eta t_y + v_0 t_x \ \mathbf{r}_3^T & t_z \end{bmatrix}$$

Chú ý
$$m_{34} {
m m}_3 = {
m r}_3$$

Với R là ma trận xoay

$$|\mathbf{r}_i| = 1$$

Vì thế,
$$m_{34}=rac{1}{|\mathbf{m}_3|}$$

Ta có nghiệm:

$$\mathbf{r}_{3} = m_{34}\mathbf{m}_{3}$$
 $u_{0} = (\alpha\mathbf{r}_{1}^{T} + u_{0}\mathbf{r}_{3}^{T})\mathbf{r}^{3} = m_{34}^{2}\mathbf{m}_{1}^{T}\mathbf{m}_{3}$
 $v_{0} = (\beta\mathbf{r}_{2}^{T} + v_{0}\mathbf{r}_{3}^{T})^{3} = m_{34}^{2}\mathbf{m}_{2}^{T}\mathbf{m}_{3}$
 $\alpha = m_{34}^{2}|\mathbf{m}_{1} \times \mathbf{m}_{3}^{3}|$
 $\beta = m_{34}^{2}|\mathbf{m}_{2} \times \mathbf{m}_{3}^{3}|$

$$\mathbf{r}_{1} = \frac{m_{34}}{\alpha} (\mathbf{m}_{1} - u_{0}\mathbf{m}_{3})$$

$$\mathbf{r}_{2} = \frac{m_{34}}{\beta} (\mathbf{m}_{2} - v_{0}\mathbf{m}_{3})$$

$$t_{z} = m_{34}$$

$$t_{x} = \frac{m_{34}}{\alpha} (m_{14} - u_{0})$$

$$t_{y} = \frac{m_{34}}{\beta} (m_{24} - v_{0})$$

Tham khảo

- [1] Computer Vision: A Modern Approach, Forsyth, David A., and Ponce, Prentice Hall, 2003.
- [2] CV Course slide, Rob Fergus, New York Unv., http://cs.nyu.edu/~fergus/teaching/vision/index.html
- [3] http://www.vision.caltech.edu/bouquetj/calib_doc
- [4] http://www.ece.lsu.edu/gunturk/EE4780/EE4780.html