

Các hệ thống logic

Tô Hoài Việt
Khoa Công nghệ Thông tin
Đại học Khoa học Tự nhiên TP HCM
thviet@fit.hcmuns.edu.vn

Tổng quát

- Hợp giải mệnh đề
- Thuật toán hợp giải
- Thuật toán Davis Putman
- Suy diễn tiến
- Suy diễn lùi
- Đánh giá suy diễn tiến và suy diễn lùi

Hợp giải Mệnh đề

- Hợp giải mệnh đề là luật của suy diễn
- Chỉ sử dụng một mình hợp giải mệnh đề (không cần sử dụng các luật khác) có thể xây dựng một chương trình chứng minh lý thuyết đúng và đủ cho tất cả Logic Mệnh đề
- Chỉ hoạt động với biểu diễn dạng hội chuẩn (Conjunctive Normal Form)

Dạng Hội Chuẩn CNF

- Công thức Dạng hội Chuẩn (CNF) có dạng:
$$(A \vee B \vee \neg C) \wedge (B \vee D) \wedge (\neg A) \wedge (B \vee C)$$
- $(A \vee B \vee \neg C)$ là một clause
- $A, B, \neg C$ là các literal, mà mỗi cái là một biến hay phủ định của một biến
- Mỗi clause phải được thoả và có thể được thoả theo nhiều cách
- Mỗi câu trong logic mệnh đề đều có thể viết dưới dạng CNF

Biến đổi thành CNF

- Loại bỏ các dấu mũi tên (\Leftarrow , \Leftrightarrow , \Rightarrow) bằng định nghĩa
- Đưa dấu phủ định vào dùng luật De Morgan

$$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$$

- Phân phối **or** vào **and**

$$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

- Mọi câu đều có thể được biến đổi thành CNF, nhưng kích thước có thể tăng lên theo lũy thừa.

Ví dụ Biến đổi CNF

$$(A \vee B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)$$

1. Loại bỏ dấu mũi tên

$$\neg(A \vee B) \vee (\neg C \vee D)$$

2. Đưa phủ định vào

$$(\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \vee D)$$

3. Phân phối

$$(\neg A \vee \neg C \vee D) \wedge (\neg B \vee \neg C \vee D)$$

Hợp giải mệnh đề

- Luật hợp giải:

$$\alpha \vee \neg\beta$$

$$\beta \vee \gamma$$

$$\alpha \vee \gamma$$

- Hợp giải Robison – chứng minh phản chứng:
Muốn chứng minh $KB \Rightarrow \alpha$ là đúng, ta chứng minh điều ngược lại $KB \wedge \neg\alpha$ là sai
- Hợp giải là đúng và đủ cho logic mệnh đề

Thuật toán Hợp giải (Robinson)

1. Biến đổi tất cả các câu thành dạng CNF
2. Lấy phủ định kết luận, đưa vào KB
3. Lặp
 1. Nếu trong KB có chứa hai mệnh đề phủ định nhau (p và $\neg p$) thì trả về **true**
 2. Nếu có hai mệnh đề chứa các literal phủ định nhau thì áp dụng hợp giải.
 3. Lặp cho đến khi không thể áp dụng tiếp luật hợp giải.
4. Trả về **false**

Ví dụ Hợp giải Mệnh đề

Chứng minh R

| | |
|---|-------------------|
| 1 | $P \vee Q$ |
| 2 | $P \Rightarrow R$ |
| 3 | $Q \Rightarrow R$ |

| Bước | Công thức | Suy dẫn |
|------|-----------------|-----------|
| 1 | $P \vee Q$ | Cho trước |
| 2 | $\neg P \vee R$ | Cho trước |
| 3 | $\neg Q \vee R$ | Cho trước |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Ví dụ Hợp giải Mệnh đề

Chứng minh R

| | |
|---|-------------------|
| 1 | $P \vee Q$ |
| 2 | $P \Rightarrow R$ |
| 3 | $Q \Rightarrow R$ |

| Bước | Công thức | Suy dẫn |
|------|-----------------|-------------------|
| 1 | $P \vee Q$ | Cho trước |
| 2 | $\neg P \vee R$ | Cho trước |
| 3 | $\neg Q \vee R$ | Cho trước |
| 4 | $\neg R$ | Phủ định kết luận |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Ví dụ Hợp giải Mệnh đề

Chứng minh R

| | |
|---|-------------------|
| 1 | $P \vee Q$ |
| 2 | $P \Rightarrow R$ |
| 3 | $Q \Rightarrow R$ |

| Bước | Công thức | Suy dẫn |
|------|-----------------|-------------------|
| 1 | $P \vee Q$ | Cho trước |
| 2 | $\neg P \vee R$ | Cho trước |
| 3 | $\neg Q \vee R$ | Cho trước |
| 4 | $\neg R$ | Phủ định kết luận |
| 5 | $Q \vee R$ | 1, 2 |
| 6 | $\neg P$ | 2, 4 |
| 7 | $\neg Q$ | 3, 4 |
| 8 | R | 5, 7 |
| 9 | . | 4, 8 |

Thủ tục Davis Putman

function dp(KB)

{**với mọi** ϕ trong các literal của KB

do {var KB' \leftarrow {};

với mọi Φ_1 trong KB **với mọi** Φ_2 trong KB

sao cho $\phi \in \Phi_1, \neg\phi \in \Phi_2$

do {var $\Phi' \leftarrow \Phi_1 - \{\phi\} \cup \Phi_2 - \{\neg\phi\}$;

if not tautology(Φ') **then** KB' \leftarrow KB' $\cup \{\Phi'\}$ };

KB \leftarrow KB - { $\Phi \in$ KB | $\phi \in \Phi$ hay $\neg\phi \in \Phi$ } \cup KB'};

if False \in KB **then** return false; **else** return true;}

function tautology(Φ)

{**if** tồn tại ϕ : $\phi \in \Phi$ và $\neg\phi \in \Phi$ **then** return true;

else return false}

Suy diễn Tiến và Lùi

- Logic dạng Horn (hạn chế):
KB = nối liền của các mệnh đề Horn

Mệnh đề Horn =

- biến mệnh đề, hay
- (nối rời các biến) \Rightarrow biến

Ví dụ: $C \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (C \wedge D \Rightarrow D)$

- Tam đoạn luận (cho dạng Horn): đủ đối với KB Horn

$$\frac{\alpha \Rightarrow \beta, \alpha}{\beta}$$

- Có thể được sử dụng với suy diễn tiến và suy diễn lùi
- Các thuật toán này rất tự nhiên và chạy với thời gian tuyến tính

Suy diễn tiến

- Ý tưởng: kích hoạt tất cả các luật mà tiền đề của nó thoả trong KB,
 - bổ sung kết luận vào KB, lặp cho đến khi tìm thấy kết luận

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

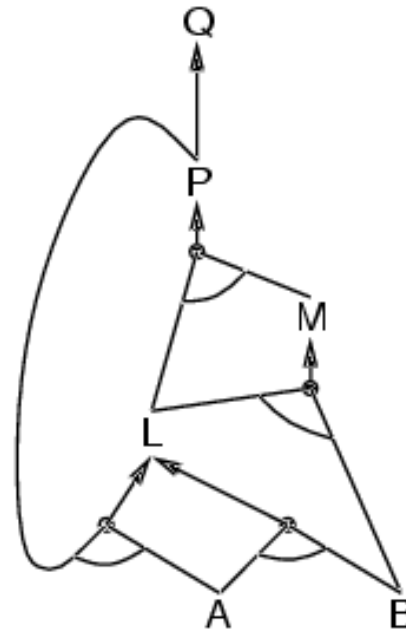
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

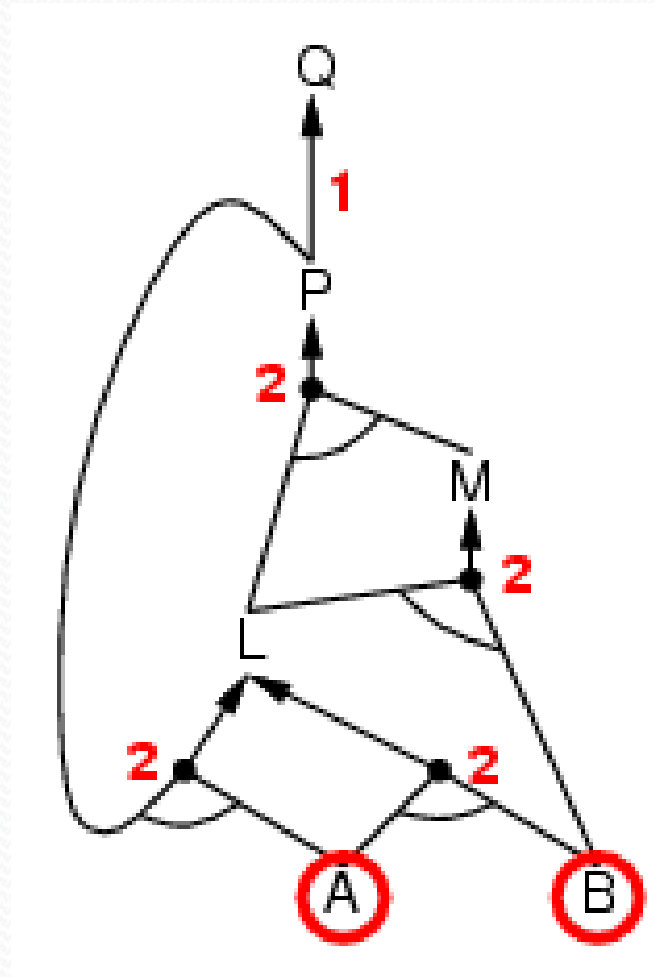
$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

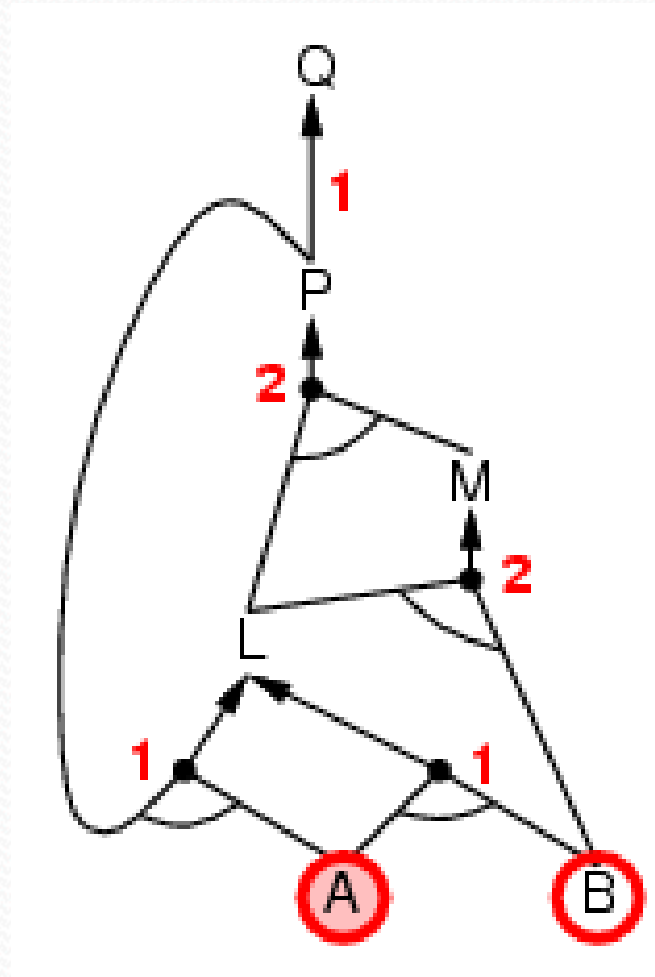
B



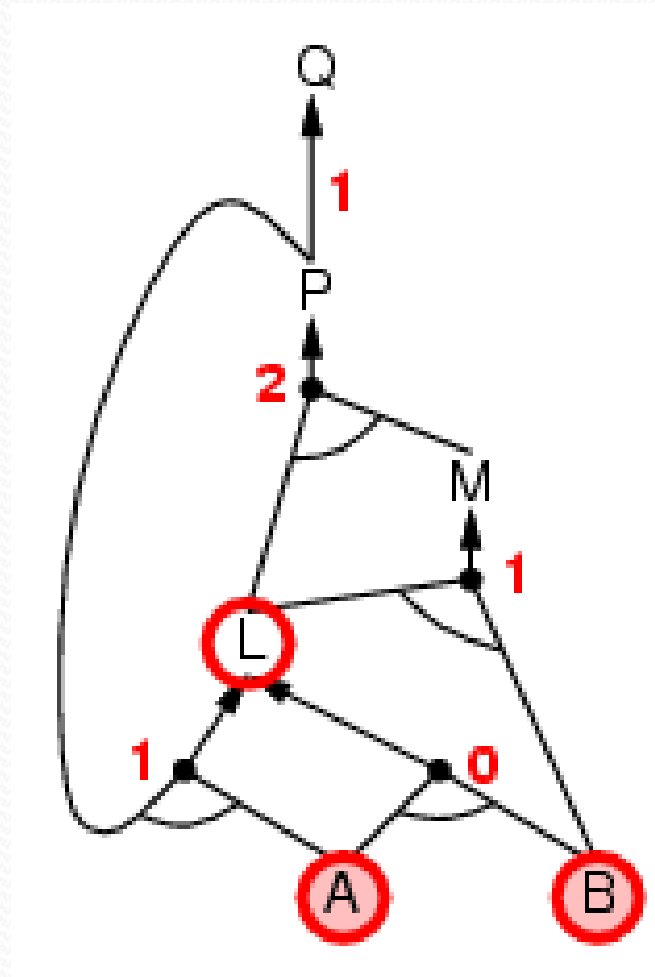
Ví dụ Suy diễn Tiến



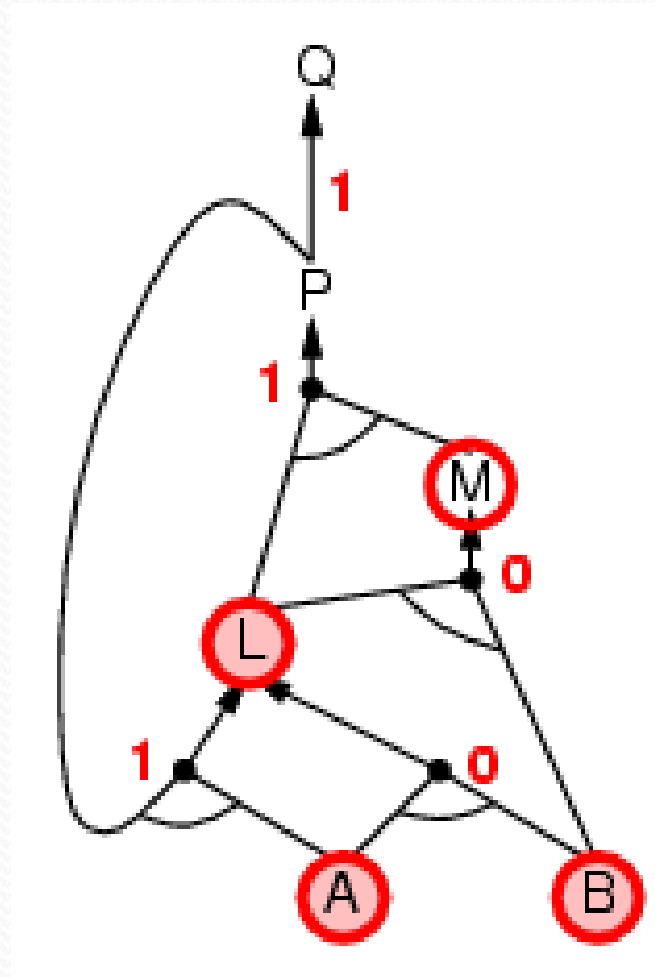
Ví dụ Suy diễn Tiến



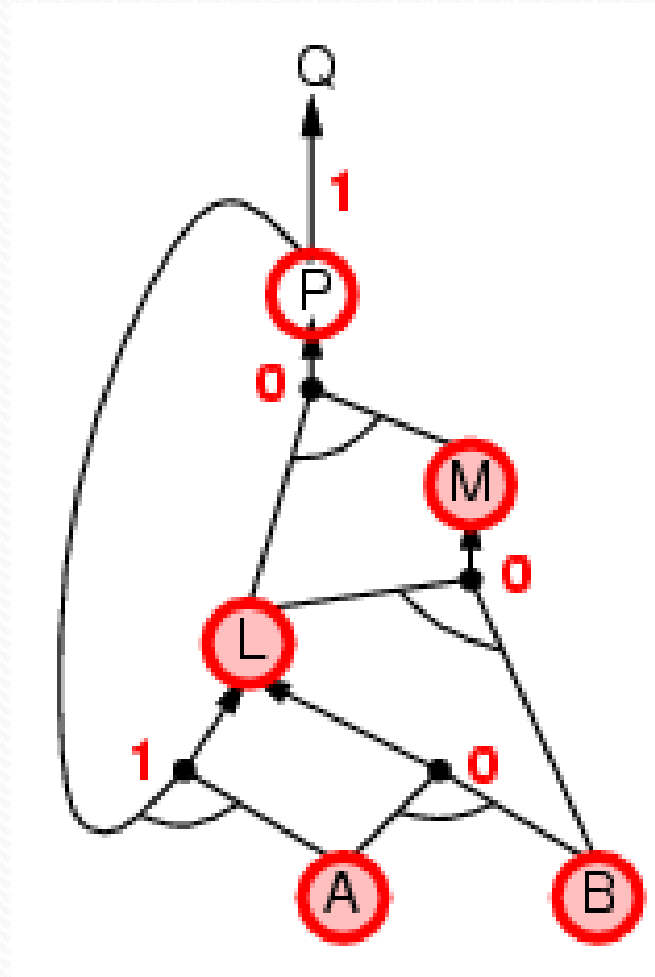
Ví dụ Suy diễn Tiến



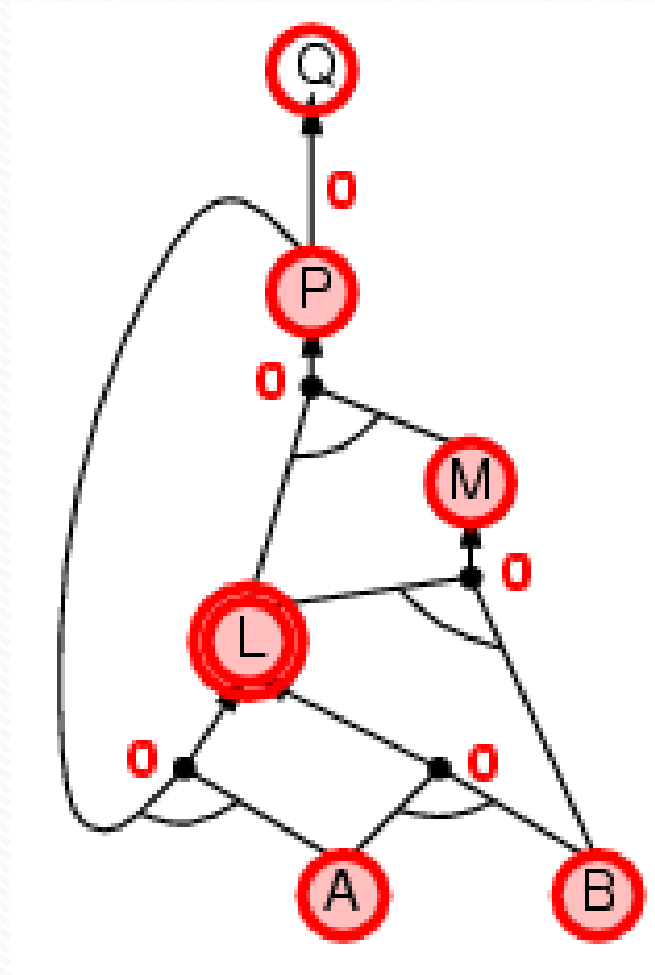
Ví dụ Suy diễn Tiến



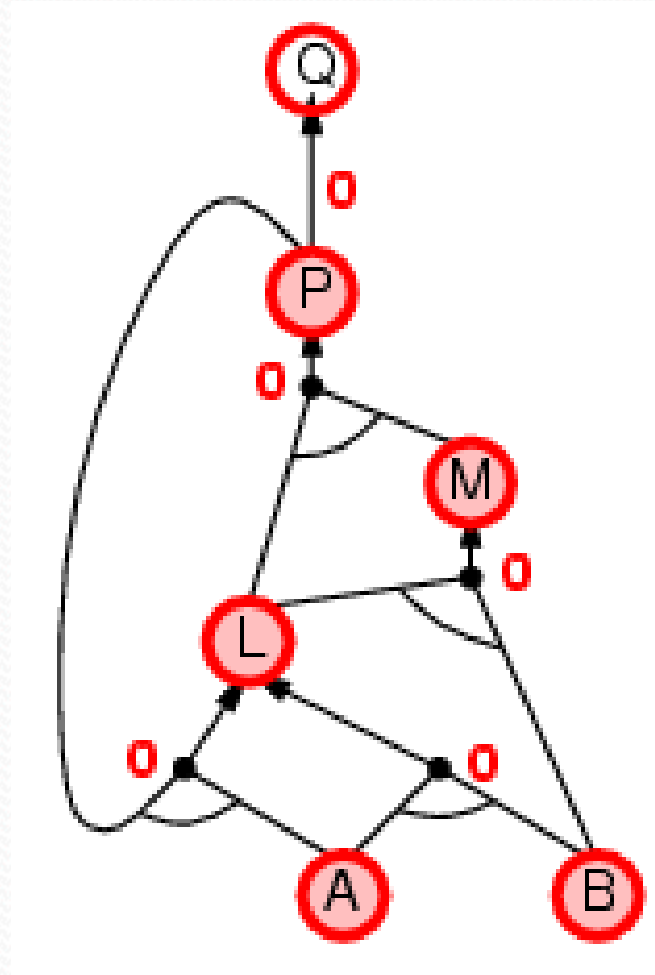
Ví dụ Suy diễn Tiến



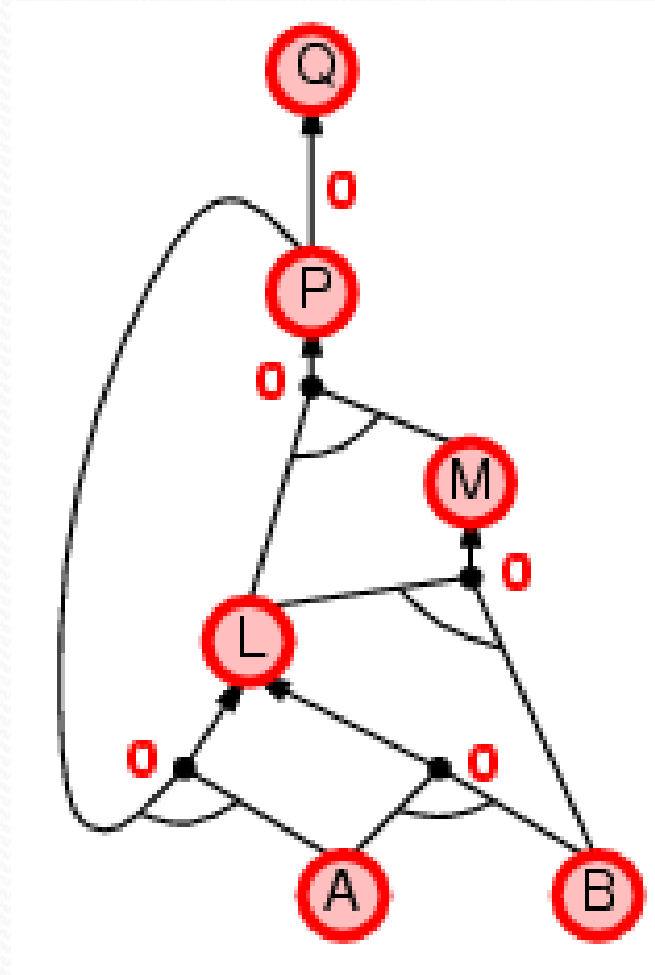
Ví dụ Suy diễn Tiến



Ví dụ Suy diễn Tiến



Ví dụ Suy diễn Tiến



Suy diễn Lùi (Back Chaining)

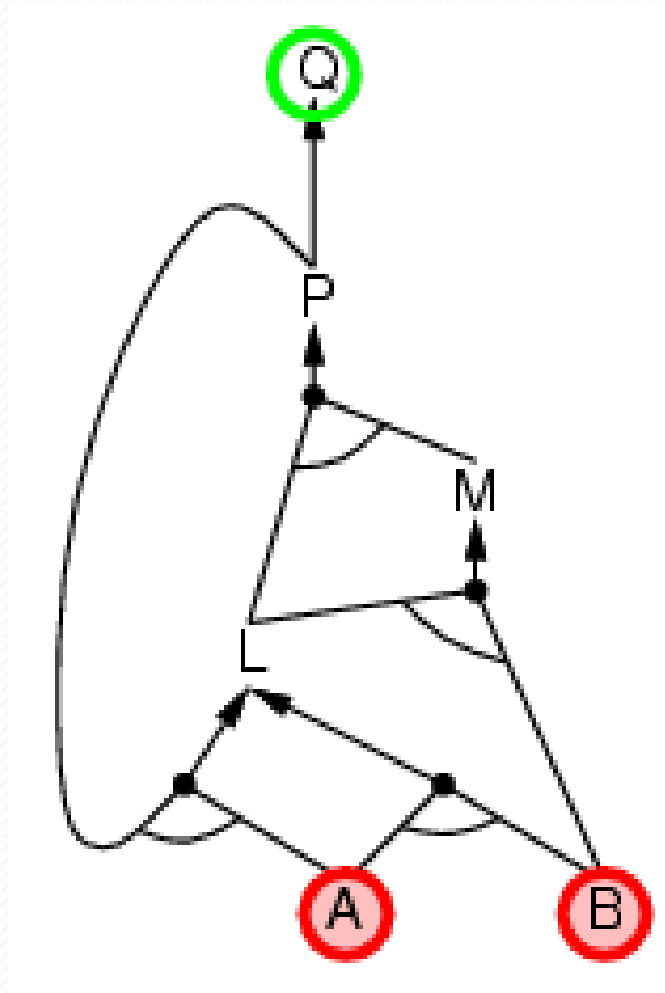
Ý tưởng: quay lùi từ câu hỏi q :
để chứng minh q bằng BC,
kiểm tra xem q đã biết chưa, hay
chứng minh bằng cách suy diễn lùi tất cả tiền đề của một luật
nào đó rút ra q

Tránh loop: kiểm tra xem một mục tiêu phụ đã nằm trong
ngăn xếp mục tiêu hay chưa

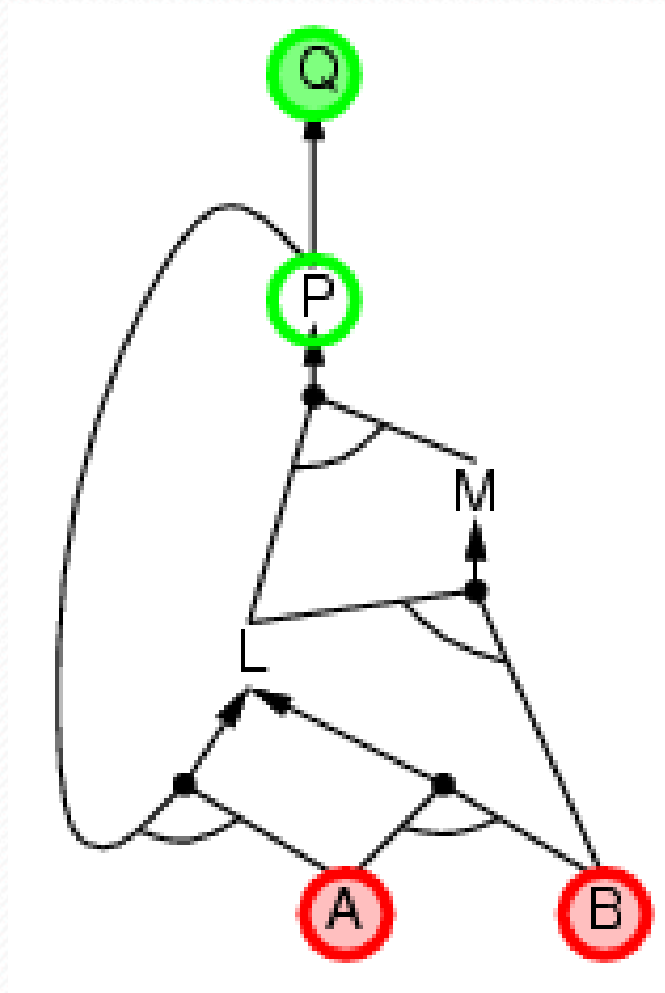
Tránh lặp lại công việc: kiểm tra xem một mục tiêu phụ mới

1. đã được chứng minh đúng, hay
2. đã thất bại

Ví dụ Suy diễn Lùi



Ví dụ Suy diễn Lùi

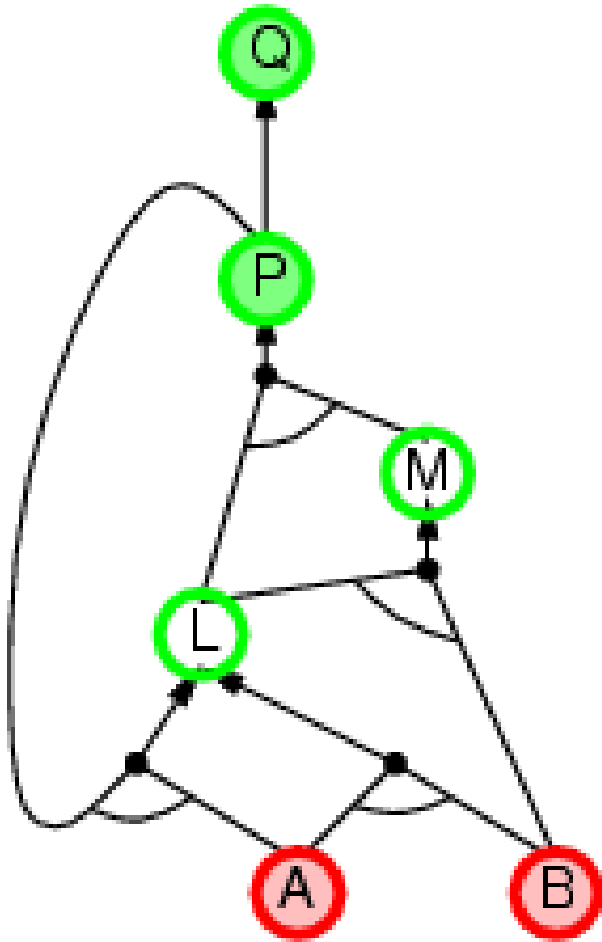


Q?

P?

$P \Rightarrow Q$

Ví dụ Suy diễn Lùi



Q?

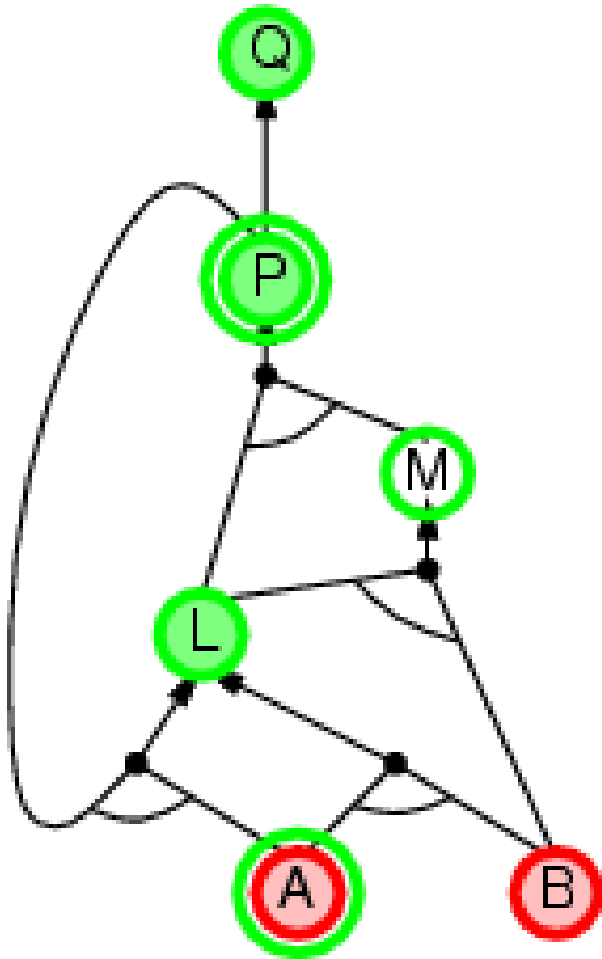
P?

L?

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

Ví dụ Suy diễn Lùi



Q?

$P \Rightarrow Q$

P?

$L \wedge M \Rightarrow P$

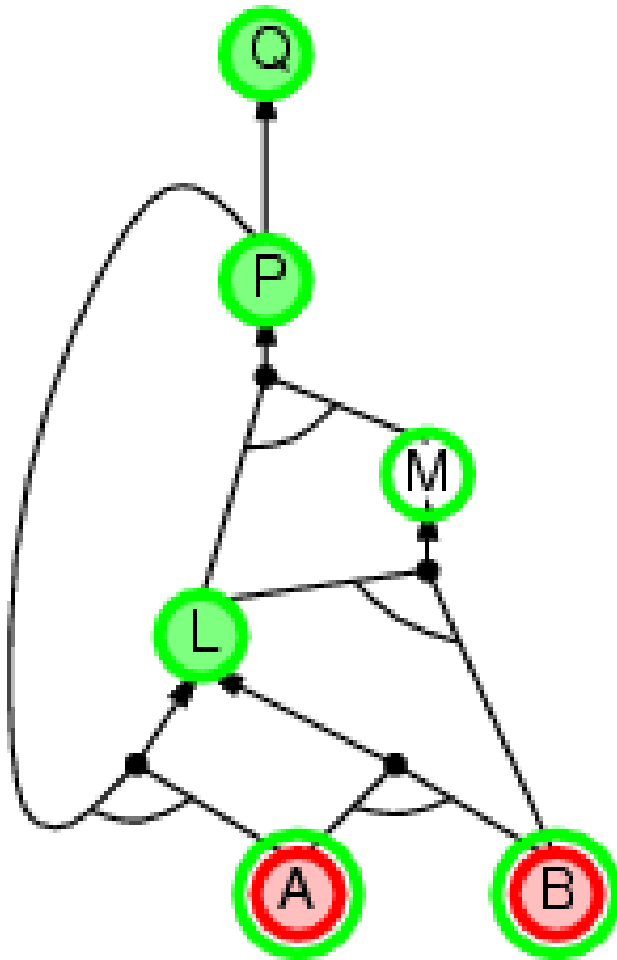
L?

$A \wedge B \Rightarrow L$

A?

✓

Ví dụ Suy diễn Lùi



Q?

$P \Rightarrow Q$

P?

$L \wedge M \Rightarrow P$

L?

$A \wedge B \Rightarrow L$

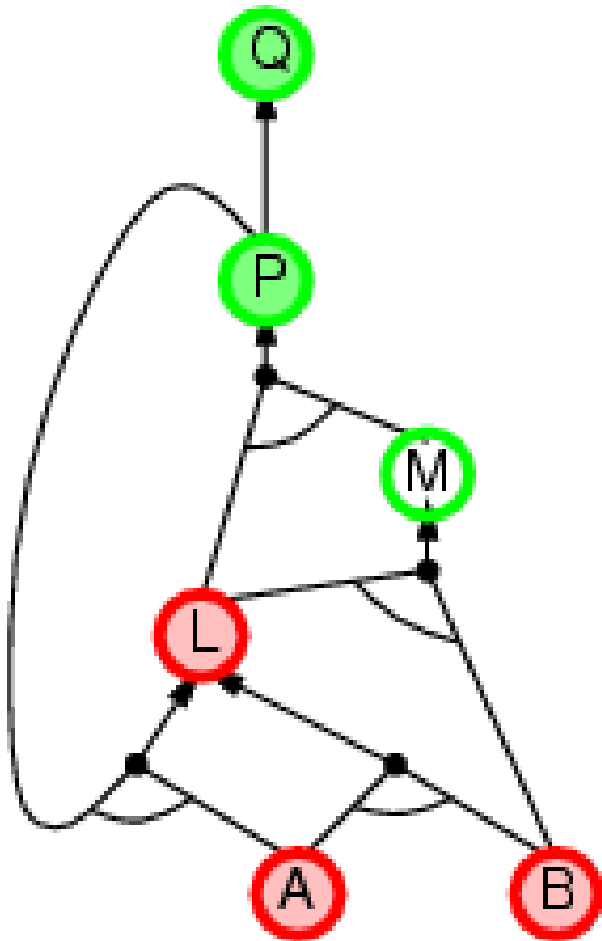
A?

✓

B?

✓

Ví dụ Suy diễn Lùi



Q?

$P \Rightarrow Q$

P?

$L \wedge M \Rightarrow P$

L?

✓

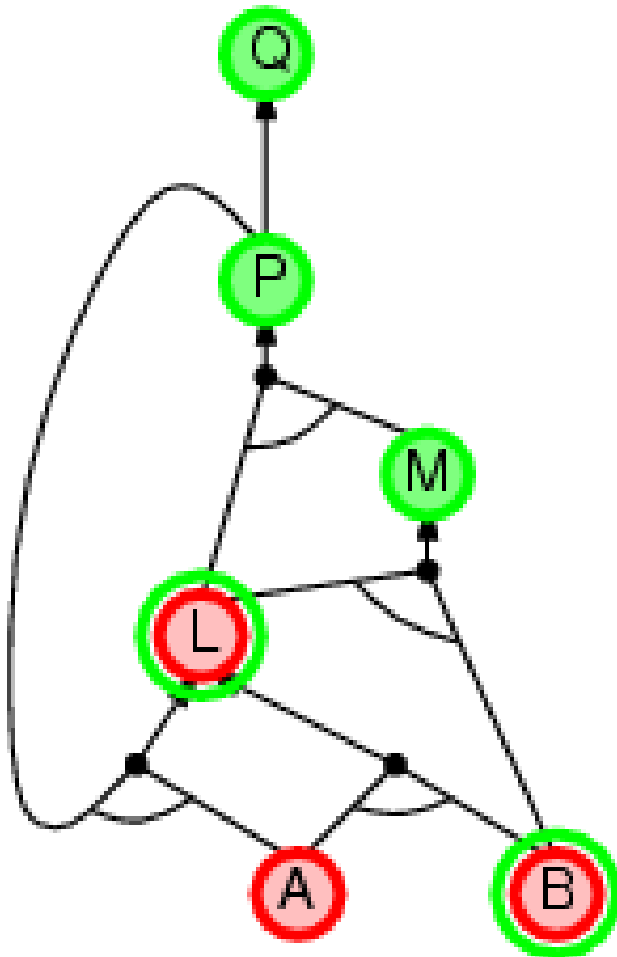
A?

✓

B?

✓

Ví dụ Suy diễn Lùi



Q?

$P \Rightarrow Q$

P?

$L \wedge M \Rightarrow P$

L?

✓

A?

✓

B?

✓

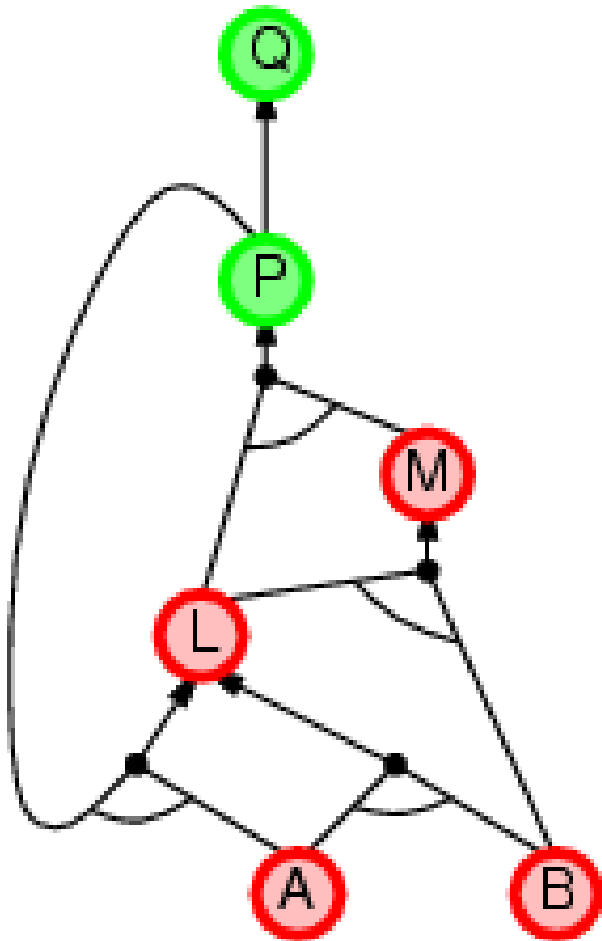
M?

$L \wedge B \Rightarrow M$

L?

B?

Ví dụ Suy diễn Lùi



Q?

$P \Rightarrow Q$

P?

$L \wedge M \Rightarrow P$

L?

✓

A?

✓

B?

✓

M?

✓

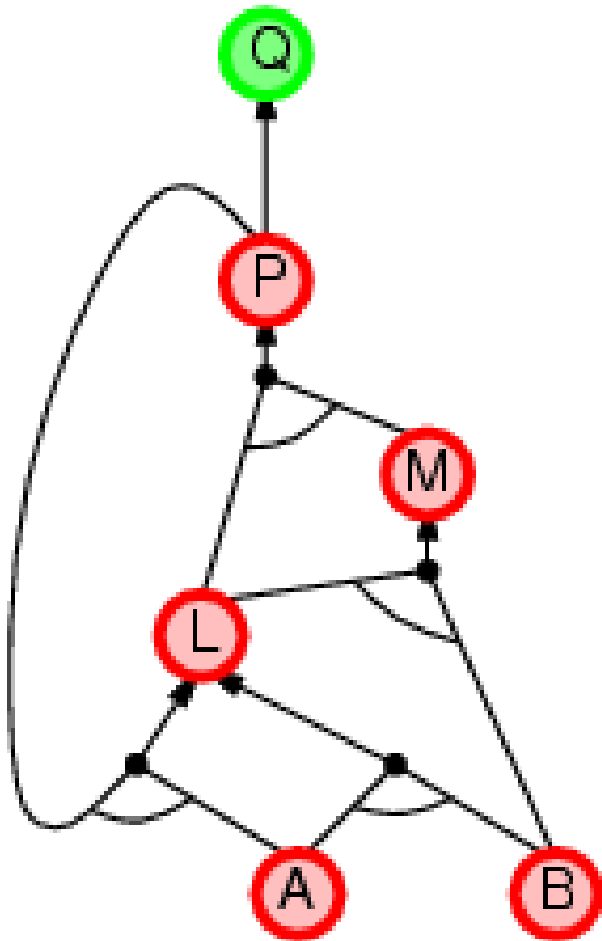
L?

✓

B?

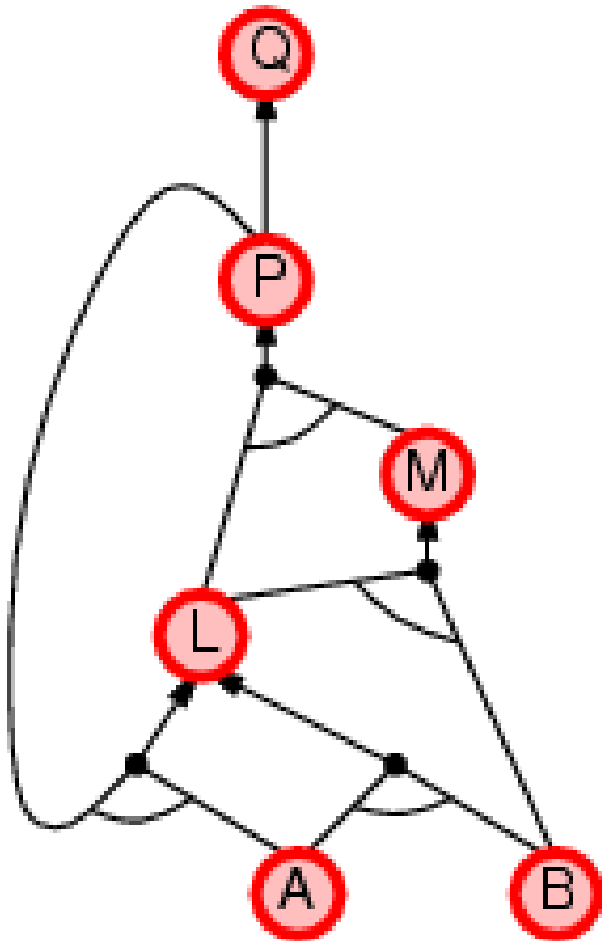
✓

Ví dụ Suy diễn Lùi



| Q? | $P \Rightarrow Q$ |
|----|-------------------|
| P? | ✓ |
| L? | ✓ |
| A? | ✓ |
| B? | ✓ |
| M? | ✓ |
| L? | ✓ |
| B? | ✓ |

Ví dụ Suy diễn Lùi



| | |
|----|---|
| Q? | ✓ |
| P? | ✓ |
| L? | ✓ |
| A? | ✓ |
| B? | ✓ |
| M? | ✓ |
| L? | ✓ |
| B? | ✓ |

Suy diễn Tiến (FC) và Lùi (BC)

- FC là **hướng dữ liệu**, xử lý tự động, không ý thức,
 - vd, nhận dạng mẫu, quyết định lộ trình
- Có thể làm nhiều việc không liên quan đến đích
- BC là **hướng đích**, thích hợp với giải quyết vấn đề,
- Độ phức tạp của BC có thể **ít hơn nhiều** so với tuyến tính theo kích thước của KB

Điều cần nắm

- Hiểu được ý tưởng, cơ sở của phép hợp giải và việc chứng minh dùng thuật toán hợp giải
- Nắm được các dạng suy diễn áp dụng được trên logic mệnh đề
- Làm được các bài tập liên quan đến logic mệnh đề