

SUY DIỄN VỚI LOGIC BẬC NHẤT

Tô Hoài Việt
Khoa Công nghệ Thông tin
Đại học Khoa học Tự nhiên TP HCM
thviet@fit.hcmuns.edu.vn

Tổng quát

- Cơ sở của hợp giải trên logic bậc nhất
- Hợp giải trên logic bậc nhất
- Các ví dụ
- Suy diễn tiến và suy diễn lùi
- Thuật giải suy diễn tiến
- Thuật giải suy diễn lùi

Cơ sở của hợp giải FOL

- Hợp giải (Robinson): để chứng minh một tập KB có suy dẫn logic được một câu α hay không, viết lại $KB \wedge \neg\alpha$ dưới dạng mệnh đề (clausal form) và cố gắng suy dẫn ra mệnh đề sai (hợp giải hai mệnh đề đối ngẫu)
- Phép đồng nhất:
$$\text{Unify}(P(x), P(A)) \rightarrow \theta = \{x/A\}$$

Ví dụ

Chứng minh rằng $(P(x) \Rightarrow Q(x))$ và $P(A)$ suy dẫn logic
 $\exists z.Q(z)$

1. $\neg P(x) \vee Q(x)$	Tiền đề	
2. $P(A)$	Tiền đề	
3. $\neg Q(z)$	Kết luận	
4. $\neg P(z)$	1, 3	$\theta = \{x/z\}$
5. False	2, 4	$\theta = \{x/z, z/A\}$

Ví dụ (tt)

Cho trước $(P(x) \Rightarrow Q(x))$ và $P(A)$ và $P(B)$, tìm z sao cho $Q(z)$ là đúng

1. $\neg P(x) \vee Q(x)$	Tiền đề	
2. $P(A)$	Tiền đề	
3. $P(B)$	Tiền đề	
4. $\neg Q(z)$	Kết luận	
5. $\neg P(z)$	1, 4	$\theta = \{x/z\}$
6. False	2, 5	$\theta = \{x/z, z/A\}$
7. False	3, 5	$\theta = \{x/z, z/B\}$

Ví dụ Quan hệ họ hàng

Art là cha của Bob và Bud.

Bob là cha của Cal và Coe.

Ông nội là cha của cha.

$F(\text{Art}, \text{Bob})$

$F(\text{Art}, \text{Bud})$

$F(\text{Bob}, \text{Cal})$

$F(\text{Bob}, \text{Coe})$

$F(x, y) \wedge F(y, z) \Rightarrow G(x, z)$

Art có phải là Ông của Coe?

1. $F(\text{Art}, \text{Bob})$		Tiền đề
2. $F(\text{Art}, \text{Bud})$		Tiền đề
3. $F(\text{Bob}, \text{Cal})$		Tiền đề
4. $F(\text{Bob}, \text{Coe})$		Tiền đề
5. $\neg F(x, y) \vee \neg F(y, z) \vee G(x, z)$		Tiền đề
6. $\neg G(\text{Art}, \text{Coe})$		Kết luận
7. $\neg F(\text{Art}, y) \vee \neg F(y, \text{Coe})$	5, 6	$\theta = \{x/\text{Art}, z/\text{Coe}\}$
8. $\neg F(\text{Art}, \text{Bob})$	4, 7	$\theta = \{x/\text{Art}, z/\text{Coe}, y/\text{Bob}\}$
9. False	1, 8	$\theta = \{x/\text{Art}, z/\text{Coe}, y/\text{Bob}\}$

Ai là Ông của Coe?

1. $F(\text{Art}, \text{Bob})$		Tiền đề
2. $F(\text{Art}, \text{Bud})$		Tiền đề
3. $F(\text{Bob}, \text{Cal})$		Tiền đề
4. $F(\text{Bob}, \text{Coe})$		Tiền đề
5. $\neg F(x, y) \vee \neg F(y, z) \vee G(x, z)$		Tiền đề
6. $\neg G(x_2, \text{Coe})$		Kết luận
7. $\neg F(x_2, y) \vee \neg F(y, \text{Coe})$	5, 6	$\theta = \{z / \text{Coe}, x / x_2\}$
8. $\neg F(\text{Bob}, \text{Coe})$	1, 7	$\theta = \{z / \text{Coe}, x / x_2, \underline{x_2 / \text{Art}}, y / \text{Bob}\}$
9. False	4, 8	$\theta = \{z / \text{Coe}, x / x_2, \underline{x_2 / \text{Art}}, y / \text{Bob}\}$

Ai là Cháu của Art?

1. $F(\text{Art}, \text{Bob})$		Tiền đề
2. $F(\text{Art}, \text{Bud})$		Tiền đề
3. $F(\text{Bob}, \text{Cal})$		Tiền đề
4. $F(\text{Bob}, \text{Coe})$		Tiền đề
5. $\neg F(x, y) \vee \neg F(y, z) \vee G(x, z)$		Tiền đề
6. $\neg G(\text{Art}, z_2)$		Kết luận
7. $\neg F(\text{Art}, y) \vee \neg F(y, z_2)$	5, 6	$\theta = \{x/\text{Art}, z/z_2\}$
8. $\neg F(\text{Bob}, z_2)$	1, 7	$\theta = \{x/\text{Art}, z/z_2, y/\text{Bob}\}$
9. $\neg F(\text{Bud}, z_2)$	2, 7	$\theta = \{x/\text{Art}, z/z_2, y/\text{Bud}\}$
10. False	3, 8	$\theta = \{x/\text{Art}, z/z_2, y/\text{Bob}, \underline{z_2/\text{Cal}}\}$
11. False	4, 8	$\theta = \{x/\text{Art}, z/z_2, y/\text{Bob}, \underline{z_2/\text{Coe}}\}$

Ông và cháu?

1. $F(\text{Art}, \text{Bob})$		Tiền đề
2. $F(\text{Art}, \text{Bud})$		Tiền đề
3. $F(\text{Bob}, \text{Cal})$		Tiền đề
4. $F(\text{Bob}, \text{Coe})$		Tiền đề
5. $\neg F(x, y) \vee \neg F(y, z) \vee G(x, z)$		Tiền đề
6. $\neg G(x, z)$		Kết luận
7. $\neg F(x, y) \vee \neg F(y, z)$	5, 6	$\theta = \{\}$
8. $\neg F(\text{Bob}, z)$	1, 7	$\theta = \{x/\text{Art}, y/\text{Bob}\}$
9. $\neg F(\text{Bud}, z)$	2, 7	$\theta = \{x/\text{Art}, y/\text{Bud}\}$
10. False	3, 8	$\theta = \{x/\text{Art}, y/\text{Bob}, \underline{z/\text{Cal}}\}$
11. False	4, 8	$\theta = \{x/\text{Art}, y/\text{Bob}, \underline{z/\text{Coe}}\}$

Suy diễn tiến và suy diễn lùi

- Suy diễn tiến (Forward chaining) và suy diễn lùi (Backward chaining) được áp dụng lên các biểu thức dạng Horn
- Biểu thức dạng Horn: trong biểu thức có nhiều nhất một literal khẳng định

$$p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_3 \vee \dots \vee \neg p_n$$

- Hay dạng luật (luật sinh)

$$p_2 \wedge p_3 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow p_1$$

Thuật toán Suy diễn Tiến

```
FOL-FC-Ask(KB,  $\alpha$ ){  
  repeat until new là rỗng  
     $new \leftarrow \{\}$   
    với mọi câu r trong KB      // r ở dạng chuẩn hóa  $(p_1 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q)$   
      với mọi phép thế  $\theta$  sao cho  $(p_1 \wedge \dots \wedge p_n)\theta = (p'_1 \wedge \dots \wedge p'_n)\theta$   
        với  $p'_1, \dots, p'_n$  nào đó trong KB  
           $q' \leftarrow \text{Subst}(\theta, q)$   
          if  $q'$  không phải là một câu đã có trong KB hay new then  
            thêm  $q'$  vào new  
             $\phi \leftarrow \text{Unify}(q', \alpha)$   
            if  $\phi$  thành công then return  $\phi$   
  thêm new vào KB  
  return false  
}
```

Ví dụ Quan hệ họ hàng

1. $F(\text{Art}, \text{Bob})$
2. $F(\text{Art}, \text{Bud})$
3. $F(\text{Bob}, \text{Cal})$
4. $F(\text{Bob}, \text{Coe})$
5. $M(\text{Ave}, \text{Bee})$
6. $M(\text{Bee}, \text{Coe})$
7. $M(\text{Bee}, \text{Cal})$
8. $M(x,y) \Rightarrow P(x,y)$
9. $F(x,y) \Rightarrow P(x,y)$
10. $P(x, y) \wedge P(y,z) \Rightarrow G(x,z)$

Ví dụ Suy diễn tiến

8. $M(x,y) \Rightarrow P(x,y)$

$$\theta_1 = \{x/\text{Ave}, y/\text{Bee}\}$$

$$M(\text{Ave}, \text{Bee})$$

$$q' = P(\text{Ave}, \text{Bee})$$

$$\theta_2 = \{x/\text{Bee}, y/\text{Cal}\}$$

$$M(\text{Bee}, \text{Cal})$$

$$q' = P(\text{Bee}, \text{Cal})$$

$$\theta_3 = \{x/\text{Bee}, y/\text{Coe}\}$$

$$M(\text{Bee}, \text{Coe})$$

$$q' = P(\text{Bee}, \text{Coe})$$

Ví dụ Suy diễn tiến (tt)

9. $F(x,y) \Rightarrow P(x,y)$

$$\theta_1 = \{x/\text{Art}, y/\text{Bob}\}$$

$$F(\text{Art}, \text{Bob})$$

$$q' = P(\text{Art}, \text{Bob})$$

$$\theta_2 = \{x/\text{Art}, y/\text{Bud}\}$$

$$F(\text{Art}, \text{Bud})$$

$$q' = P(\text{Art}, \text{Bud})$$

$$\theta_3 = \{x/\text{Bob}, y/\text{Cal}\}$$

$$F(\text{Bob}, \text{Cal})$$

$$q' = P(\text{Bob}, \text{Cal})$$

$$\theta_4 = \{x/\text{Bob}, y/\text{Coe}\}$$

$$F(\text{Bob}, \text{Coe})$$

$$q' = P(\text{Bob}, \text{Coe})$$

Ví dụ Suy diễn tiến (tt)

10. $P(x, y) \wedge P(y, z) \Rightarrow G(x, z)$

$\theta_1 = \{x/\text{Ave}, y/\text{Bee}, z/\text{Cal}\}$

$q' = G(\text{Ave}, \text{Cal})$

$\theta_2 = \{x/\text{Ave}, y/\text{Bee}, z/\text{Coe}\}$

$q' = G(\text{Ave}, \text{Coe})$

$\theta_3 = \{x/\text{Art}, y/\text{Bob}, z/\text{Cal}\}$

$q' = G(\text{Art}, \text{Cal})$

$\theta_4 = \{x/\text{Art}, y/\text{Bob}, z/\text{Coe}\}$

$q' = G(\text{Art}, \text{Coe})$

$P(\text{Ave}, \text{Bee}) \wedge P(\text{Bee}, \text{Cal})$

$P(\text{Ave}, \text{Bee}) \wedge P(\text{Bee}, \text{Coe})$

$P(\text{Art}, \text{Bob}) \wedge P(\text{Bob}, \text{Cal})$

$P(\text{Art}, \text{Bob}) \wedge P(\text{Bob}, \text{Coe})$

Thuật toán Suy diễn Lùi

FOL-BC-ASK(KB, goals, θ) {

Inputs: *KB*, cơ sở tri thức

goals, danh sách dưới dạng nối rời của một câu truy vấn
 θ , phép thế hiện tại, được khởi tạo rỗng { }

biến cục bộ: *ans*, một tập các phép thế, được khởi tạo rỗng

if *goals* rỗng **then return** { θ }

$q' \leftarrow \text{SUBST}(\theta, \text{first}(\text{goals}))$

for each *r* trong KB mà *r* có dạng chuẩn ($p_1 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q$)

và $\theta' \leftarrow \text{UNIFY}(q, q')$ thành công

$\text{ans} \leftarrow \text{FOL-BC-ASK}(\text{KB}, [p_1, \dots, p_n \mid \text{REST}(\text{goals})], \theta \cup \theta') \cup \text{ans}$

return *ans*

}

Ví dụ Suy diễn lùi

Ask(G(Art,Cal), {})

$q' = G(\text{Art}, \text{Cal})$

$\theta' = \{x/\text{Art}, z/\text{Cal}\}$

// $P(x,y) \wedge P(y,z) \Rightarrow G(x,z)$

Ask(**$\{P(x,y), P(y,z)\}$** , $\{x/\text{Art}, z/\text{Cal}\}$)

$q' = P(\text{Art}, y)$

$\theta' = \{x_2/\text{Art}, y/y_2\}$

// $F(x_2, y_2) \Rightarrow P(x_2, y_2)$

Ask(**$\{F(x_2, y_2), P(y, z)\}$** , $\{x/\text{Art}, z/\text{Cal}, x_2/\text{Art}\}$)

$q' = F(\text{Art}, y_2)$

$\theta' = \{y_2/\text{Bob}\}$

// $F(\text{Art}, \text{Bob})$

Ask(**$\{P(y, z)\}$** , $\{x/\text{Art}, z/\text{Cal}, x_2/\text{Art}, y_2/\text{Bob}, y/y_2\}$)

$q' = P(\text{Bob}, \text{Cal})$

$\theta' = \{x_3/\text{Bob}, y_3/\text{Cal}\}$ // $F(x_3, y_3) \Rightarrow P(x_3, y_3)$

Ask($\{F(x_3, y_3)\}$, $\{\dots x_3/\text{Bob}, y_3/\text{Cal}\}$)

→ ans

Ví dụ Suy diễn lùi (tt)

Ask(G(Art,z), {})

$q' = G(\text{Art}, z)$

$\theta' = \{x/\text{Art}\}$

// $P(x,y) \wedge P(y,z) \Rightarrow G(x,z)$

Ask(**$\{P(x,y), P(y,z)\}$** , $\{x/\text{Art}\}$)

$q' = P(\text{Art}, y)$

$\theta' = \{x/\text{Art}\}$

// $F(x,y) \Rightarrow P(x,y)$

Ask(**$\{F(x,y), P(y,z)\}$** , $\{x/\text{Art}\}$)

$q' = F(\text{Art}, y)$

$\theta' = \{x/\text{Art}, y/\text{Bob}\}$

// $F(\text{Art}, \text{Bob})$

Ask(**$\{P(y,z)\}$** , $\{x/\text{Art}, y/\text{Bob}\}$)

$q' = P(\text{Bob}, z)$

$\theta' = \{x_2/\text{Bob}, y_2/z\}$

// $F(x_2, y_2) \Rightarrow P(x_2, y_2)$

Ví dụ Suy diễn lùi (tt)

$\text{Ask}(\text{G}(\text{Art}, z), \{\})$

$\text{Ask}(\{\text{F}(\text{x}_2, \text{y}_2)\}, \{\dots \text{x}_2/\text{Bob}, \text{y}_2/z\})$

$q' = \text{F}(\text{Bob}, z)$

$\theta' = \{z/\text{Cal}\}$

// $\text{F}(\text{Bob}, \text{Cal})$

$\text{Ask}(\{\}, \{\dots z/\text{Cal}\}) \rightarrow \text{ans}$

$\theta' = \{z/\text{Coe}\}$

// $\text{F}(\text{Bob}, \text{Cal})$

$\text{Ask}(\{\}, \{\dots z/\text{Coe}\}) \rightarrow \text{ans}$

$\theta' = \{x/\text{Art}\} \quad // \text{M}(x, y) \Rightarrow \text{P}(x, y)$

$\text{Ask}(\{\text{M}(x, y), \text{P}(y, z)\}, \{x/\text{Art}\})$

$q' = \text{M}(\text{Art}, y)$

$\rightarrow \text{false}$

Đặc điểm của suy diễn lùi

- Tìm kiếm chứng minh bằng cách đệ qui theo chiều sâu: không gian tuyến tính theo kích thước của chứng minh
- Không đầy đủ do lặp vô tận
 - Giải pháp: Kiểm tra trạng thái hiện tại với mọi trạng thái đang có trong stack
- Không hiệu quả do các mục tiêu con bị lặp lại (cả khi thất bại cũng như thành công)
 - Giải pháp: dùng bộ nhớ tạm lưu lại các mục tiêu con đã duyệt qua
- Được dùng nhiều trong **lập trình logic** (ngôn ngữ Prolog)

Điều cần nắm

- Các phương pháp suy diễn trên logic vị từ
- Chạy tay được hợp giải trên logic vị từ
- Cài đặt được phương pháp suy diễn lùi (và một phương pháp khác) trên logic vị từ