

## Bài tập Logic

### Câu 1

Cho tập cơ sở tri thức:

$$KB = \{ A \Rightarrow B \wedge C, C \Rightarrow E \vee F, B \Rightarrow \neg E, A \}$$

Biến đổi tập cơ sở tri thức trên về dạng hội chuẩn và chứng minh F được suy dẫn từ tập cơ sở tri thức trên bằng phương pháp Robinson (DP).

### Câu 2

Thực hiện tương tự cho bài tập sau

$$KB = \{ A \Rightarrow B; A \Rightarrow C \vee E; B \wedge C \Rightarrow D; E \Rightarrow F; F \vee D \Rightarrow G; A \}$$

Có thể suy diễn các sự kiện sau từ cơ sở tri thức trên hay không:

- a) E?
- b) G?

### Câu 3

Cho cơ sở tri thức sau:

$$KB = \{ A \Rightarrow B \vee D, D \Rightarrow E \wedge F, E \wedge A \Rightarrow \neg B \}$$

Biến đổi tập cơ sở tri thức trên về dạng hội chuẩn và kiểm tra các câu sau có rút ra được từ tập cơ sở trên hay không, dùng phương pháp Robinson (DP):

- a)  $A \Rightarrow \neg D$ ?
- b)  $A \wedge B \Rightarrow \neg D$ ?

### Câu 4

Đặt C(x): “x có một con mèo”, D(x): “x có một con chó”, F(x): “x có một con chồn”.

Biểu diễn các phát biểu sau theo C(x), D(x), F(x), các lượng từ và các phép nối logic. Xét không gian biên là các sinh viên trong lớp

- a) Một sinh viên trong lớp có một con mèo, một con chó hay một con chồn.
- b) Tất cả sinh viên trong lớp có một con mèo, một con chó hay một con chồn.
- c) Một sinh viên nào đó có một con mèo và một con chồn nhưng không có chó.
- d) Không có sinh viên nào trong lớp có một con mèo, một con chó và một con chồn.
- e) Với mỗi loại con vật trên, có một sinh viên trong lớp có một con.

### Câu 5

Đặt: L(x): “x là một nhà logic”; C(x): “x uống café”; W(x): “x làm việc chăm chỉ”, T(x): “x phát biểu định lý”; f(x): hàm trả ra giá trị là bạn của x (giả sử mỗi người có đúng 1 bạn).

1. Phát biểu các câu sau dưới dạng logic bậc nhất (có sử dụng dấu  $\Rightarrow$ ):

- a. Không nhà logic nào uống café
- b. Bất kỳ ai là một nhà logic cũng đều là bạn của ai đó
- c. Không người nào phát biểu được định lý lại có một người bạn uống café.

d. Ai có một người bạn làm việc chăm chỉ thì hoặc là một nhà logic hoặc cũng là một người làm việc chăm chỉ

e. Mọi người bạn là một nhà logic.

2. Từ các tiền đề sau:

a. Tất cả nhà logic đều uống café.

b. Bất kỳ ai không phát biểu được định lý đều không uống café.

c. Có một số người mà bạn của họ là nhà logic.

Chứng minh rằng: Có một nhà logic uống café và phát biểu được định lý.

## Thuật giải Vương Hạo

Thuật giải Vương Hạo là một thuật giải khác để chứng minh việc suy dẫn mệnh đề (có cùng mục đích với Robinson):

**Bước 1:** Đưa bài toán cần chứng minh về dạng chuẩn:

$$GT_1, GT_2, \dots, GT_n \Rightarrow KL_1, KL_2, \dots, KL_m$$

Trong đó các  $GT_i$  và  $KL_j$  là các câu chỉ gồm các phép  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$ , không chứa phép  $\Rightarrow$  hay  $\Leftrightarrow$ . Lưu ý: dấu phẩy (,) ở vế trái tương đương với  $\wedge$ , ở vế phải tương đương với  $\vee$ .

**Bước 2:** Nếu tồn tại một câu có phép  $\neg$  ở đầu thì chuyển về câu và loại bỏ phép  $\neg$

**Bước 3:** Thay các dấu  $\wedge$  ở vế trái và các dấu  $\vee$  ở vế phải bằng dấu phẩy (,). Khi đó vế trái chỉ còn dấu  $\vee$  và  $\neg$ , vế phải chỉ còn dấu  $\wedge$  và  $\neg$ .

**Bước 4:**

Nếu dòng hiện hành có dạng:

$$GT_1, \dots, GT_k, A \vee B, GT_{k+1}, \dots, GT_n \Rightarrow KL_1, KL_2, \dots, KL_m$$

thì thay bằng hai dòng:

$$GT_1, \dots, GT_k, A, GT_{k+1}, \dots, GT_n \Rightarrow KL_1, KL_2, \dots, KL_m$$

và

$$GT_1, \dots, GT_k, B, GT_{k+1}, \dots, GT_n \Rightarrow KL_1, KL_2, \dots, KL_m$$

Nếu dòng hiện hành có dạng:

$$GT_1, GT_2, \dots, GT_n \Rightarrow KL_1, \dots, KL_k, A \wedge B, KL_{k+1}, \dots, KL_m$$

thì thay bằng hai dòng:

$$GT_1, GT_2, \dots, GT_n \Rightarrow KL_1, \dots, KL_k, A, KL_{k+1}, \dots, KL_m$$

và

$$GT_1, GT_2, \dots, GT_n \Rightarrow KL_1, \dots, KL_k, B, KL_{k+1}, \dots, KL_m$$

**Bước 5:** Một dòng được chứng minh nếu tồn tại một mệnh đề ở cả hai vế.

**Bước 6:** Một dòng không thể tách cũng không thể chuyển về dấu  $\neg$  mà không có biến mệnh đề chung ở cả hai vế thì không được chứng minh.

Lặp lại bước 2 đến 6 cho tới khi mọi dòng được chứng minh hay tồn tại một dòng không được chứng minh. Bài toán ban đầu được chứng minh nếu mọi dòng tách ra từ nó được chứng minh.

**Ví dụ:** Cho các mệnh đề:

(A) Trời mưa

(B) Trời mưa  $\wedge$  mặc mưa  $\Rightarrow$  cảm lạnh.

(C) Mặc mưa

Ta sẽ chứng minh (D) “cảm lạnh” là mệnh đề đúng.

Bài toán được chuyển sang dạng chuẩn thành:

$$A, \neg A \vee \neg C \vee D, C \Rightarrow D$$

Chứng minh:

Tách dòng

1.  $A, \neg A, C \Rightarrow D$
2.  $A, \neg C, C \Rightarrow D$
3.  $A, D, C \Rightarrow D$  (được cm)

Chuyển vế:

1.  $A, C \Rightarrow D, A$  (được cm)
3.  $A, C \Rightarrow D, C$  (được cm)

Vậy bài toán ban đầu được chứng minh.

**Bài tập:** Sử dụng thuật giải Vương Hạo để giải các bài tập logic mệnh đề (1, 2, 3).