

# EXAMEN FINAL ESCRITO

## JULIO 2023

CARRERA: Licenciatura en Ciencias de Datos

MATERIA: Elementos de Álgebra

PROFESOR: Lic María Mónica Argüello

FECHA: 12/07/23

NOMBRE Y APELLIDO DEL ESTUDIANTE: Chiara Camila Romano

DNI: 46.426.393

### Estimado estudiante:

- En caso de que el campus no fuera accesible en el momento de adjuntar su examen, por favor envíelo a la dirección de correo [marguello@caece.edu.ar](mailto:marguello@caece.edu.ar). Esta cuenta estará habilitada **sólo** en caso de que el campus no esté operativo. Si el campus funciona correctamente, el examen debe adjuntarse en el espacio reservado a tal fin y **no** se tomará en cuenta ningún envío vía mail.
- Si tiene alguna pregunta durante el examen, podrá realizarla a través de la sesión de Meet y por el chat abierto en el aula virtual del Examen Final.
- El archivo deberá guardarse con el nombre que contenga los siguientes datos:

ApellidoNombre-Materia-Fecha  
**Ejemplo: FernandezAdrian-Antropología-12julio2023**
- Una vez guardado el examen en un archivo con ese nombre, cárguelo en la herramienta Tarea en el Aula de Examen Final antes de la hora límite de su examen.
- No se aceptarán entregas fuera de hora.

### CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- La resolución del examen es **individual**. No se permite el trabajo colaborativo.
- Para la aprobación del examen se requiere **que esté correcto en un 60%, todos los procedimientos escritos y todas las respuestas justificadas**. En tal caso recibirá 4 (cuatro) como calificación. La ponderación será de 5 (cinco) si el examen está correcto entre un 61% y un 65%, de 6 (seis) si está correcto entre un 66% y un 69%, de 7 (siete) si está correcto entre un 70% y un 79%, de 8 (ocho) si

está correcto entre un 80% y un 89%, de 9 (nueve) si está correcto entre un 90% y 99%, y de 10 (diez) si no hubiese errores, es decir, si está correcto en un 100%.

- ?
- En cada ejercicio se indica el porcentaje máximo que le corresponde. **Una resolución obtendrá el valor máximo del ejercicio o ítem cuando esté correcta, completa, y justificada en cada paso.**
- ?
- Tendrá un tiempo máximo de resolución de dos horas.** Dejaremos 20 minutos extra para la subida del archivo al campus. Tenga en cuenta el tiempo que necesita para la resolución del examen y para la edición y subida del archivo para poder organizarse y enviar el examen en tiempo y forma. Luego de ese tiempo, el espacio estará cerrado.
- ?
- Podrá escribir sus respuestas a mano y escanearlas para luego colocarlas **como imagen en el presente archivo después de los enunciados**. El escaneo debe ser **claro y legible** para su corrección. Caso contrario, el ejercicio será considerado no resuelto y *no recibirá puntuación*. Las imágenes tienen que estar insertadas **en este archivo**

Recuerde que el examen final posee un puntaje máximo de diez (10) puntos, siendo necesario para aprobarlo, obtener como mínimo cuatro (4) puntos. Si todas las respuestas son incorrectas la nota será de 1(uno).

### CONSIGNAS

Lea atentamente las consignas y **responda a continuación** en este mismo archivo.

Llamamos  $a_i$  al dígito del número de su DNI que ocupa la  $i$  – éSIMA posición. Es decir,

$$DNI = a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$$

Por ejemplo, si su DNI es 98.765.432, entonces  $a_2 + a_6 = 8 + 4 = 12$

### Ejercicio 1 (30%)

Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justificar la respuesta:

- La función  $f(x) = \sqrt{3x - a_4}$  tiene por dominio al conjunto de todos los números reales.
- El punto  $(1, a_2)$  pertenece a la curva de la función

$$f(x) = \log(2 - x) + \frac{1}{3x - 5}$$

- Si la recta  $r$  es perpendicular a la recta  $s: 3y + 5x = a_6$ , entonces es paralela a la recta  $t: 10y = 6x - 1$

A- Es verdadera ya que es el conjunto de todos los números reales que cumplen con la condición  $x \geq 2/3$

B- Es falso porque si remplazo  $x$  por 1 me da  $-(1/2)$ , entonces no pasa por el punto  $(1; 6)$

C- Es verdadera porque si es perpendicular a  $r$  entonces es paralela a  $t$

### Ejercicio 1

A-

$$f(x) = \sqrt{3x - 2}$$

$$3x - 2 \geq 0$$

$$3x \geq 2$$

$$x \geq \frac{2}{3}$$

b.  $(1, 6)$

$$f(x) = \log(2-x) + \frac{1}{3x-5}$$

$$f(x) = \log(2-x) + \frac{1}{3x-5}$$

$$f'(x) = 0 - \frac{1}{2}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2}$$

C.

$$S: 3y + 5x = 3$$

$$y = -\frac{5}{3}x + 1$$

$$S: m = -\frac{5}{3}$$

$$T: 10y = 6x - 1$$

$$y = \frac{3}{5}x - \frac{1}{10}$$

$$T: m = \frac{3}{5}$$

es perpendicular

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

**Ejercicio 2 (20%)**

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a_4 & -3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & a_2 \end{pmatrix};$$

Hallar, si es posible, la matriz  $X$  tal que verifique la ecuación

$$A^t \cdot X = B - A$$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$A^t = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 9 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 9 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 1 & -18 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 9 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

### Ejercicio 3 (25%)

Resolver y clasificar el siguiente sistema de ecuaciones e indicar el método utilizado.

$$\begin{cases} -2x - 4y + 4z = a_7 \\ x + y - 6z = -15 \\ x + 3y - z = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x - 4y + 12 = 9 \\ x + y - 6z = -15 \\ x - 3y - z = 4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccccc|c} -2 & -4 & 4 & x & 9 \\ \hline 1 & 1 & -6 & y & -15 \\ \hline 1 & 3 & -1 & z & 4 \end{array}$$

$$-2 \quad -4 \quad 4 \cdot [1 \quad 0 \quad 0] \quad F_1 + 2F_2 \quad F_1 + F_3$$

$$\begin{array}{cccc|cccc|ccccc} 1 & 1 & -4 & 0 & 1 & 0 & -2 & -4 & 4 & 1 & 0 & 0 & -2 & -4 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 6 & 0 & 4 & 0 & 2 & 8 & 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & 6 & -2 & 0 & 0 \end{array}$$

$$-2 \quad -4 \quad 4 \mid 1 \cdot 0 \quad 0 \quad f_1 + f_3$$

$$\begin{array}{cccc|ccc} 0 & -2 & -8 & 1 & 2 & 0 & -2 & -8 \\ 0 & 2 & \cancel{-8} & 1 & 0 & 2 & 0 & -16 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$2F_1 + F_2 \quad 6F_2 + 8F_3$$

$$-4 \quad -10 \quad 0 \mid 3 \quad 2 \quad 0 \quad 3F_1 + 5F_2$$

|     |   |    |    |    |     |     |   |     |     |     |    |
|-----|---|----|----|----|-----|-----|---|-----|-----|-----|----|
| 0-6 | 0 | 24 | 32 | 16 | -12 | -30 | 0 | 9   | 6   | 0   | 0  |
| 0   | 0 | -6 | 2  | 2  | 2   | 0   | 0 | 120 | 160 | 80  |    |
| 0   | 0 | -6 | 2  | 2  | 2   | -12 | 0 | 0   | 129 | 166 | 80 |

$$-12 \quad 0 \quad 0 \quad | \quad 129 \quad 160 \quad 80 \quad \quad \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad | \quad \frac{43}{4} \quad -\frac{40}{3} \quad -\frac{20}{3}$$

$$0 \quad -16 \quad 0 \quad 24 \quad 32 \quad 16 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad -\frac{43}{2} \quad -\frac{16}{3} \quad -\frac{8}{3}$$

$$0 \ 0 \ -16 \mid 2 \ 2 \ 2 \quad 0 \ 0 \ 1 \ \frac{1}{3} \ -\frac{1}{3} \ -\frac{1}{3}$$

$$x = (919/12)$$

$$y = -(745/6)$$

$$z = (2/3)$$

$$\begin{array}{c} \Delta \\ Y = \begin{vmatrix} 9 & -3 & 3 \\ -43 & -16 & -8 \\ \frac{4}{2} & 3 & 3 \end{vmatrix} \cdot -15 \\ Z = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{vmatrix} \cdot 4 \end{array}$$

$$C_{11} = 9 \cdot \left( -\frac{43}{4} \right) + \left( -\frac{40}{3} \right) \cdot (-15) + \left( -\frac{20}{3} \right) \cdot 4 = \frac{919}{12}$$

$$C_{12} = 9 \cdot \left( -\frac{43}{2} \right) + \left( -\frac{16}{3} \right) \cdot (-15) + \left( -\frac{8}{3} \right) \cdot 4 = -\frac{745}{6}$$

$$C_{13} = \left( -\frac{1}{3} \right) \cdot 9 + \left( -\frac{1}{3} \right) \cdot (-15) + \left( -\frac{1}{3} \right) \cdot 4 = \frac{2}{3}$$

## Ejercicio 4 (25%)

Resolver el siguiente problema de programación lineal determinando la función objetivo y las restricciones. Representar gráficamente

*Un fabricante de juguetes que está preparando un programa de producción para dos nuevos artículos, "Maravilla" y "Fantástico", debe utilizar la información respecto a sus tiempos de producción dada por la tabla siguiente:*

|            | Máquina A | Máquina B |
|------------|-----------|-----------|
| Maravilla  | 2 horas   | 1 hora    |
| Fantástico | 1 hora    | 3 horas   |

Las horas semanales disponibles de los empleados para la fabricación de estos productos son: para la máquina A, 60 horas y para la máquina B, 75. Si la utilidad de cada juguete "Maravilla" es de \$600 y de cada juguete "Fantástico" es de \$1200. ¿Cuántas unidades de cada uno deberán fabricarse para que la utilidad sea máxima? ¿Cuál sería dicha utilidad?

4 Función objetivo

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 1y \leq 60 \\ 1x + 3y \leq 75 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} 1x + 3(60 - 2x) &= 75 & y &= 6 - 2 \times 21 \\ 1x + 3 \cdot 60 - 3 \cdot 2x &= 75 & y &= 18 \\ -32x + x &= 75 - 180 & \\ x &= -21 \end{aligned}$$

$$(x, y) = (21, 18)$$

$$600.21 + 1200.18 = 342000$$

Deberon fabricarse 21 unidades de Norovillo y 18 de Fontostico, y el costo total es de 34200

