ACTIVIDADES UNIDAD 1

Realice las siguientes actividades de acuerdo a las indicaciones dadas en la Guía de la unidad 1. Encontrará las respuestas al final.

Actividad 1

Decidir si cada una de las siguientes ecuaciones determina una función $f(x) = y$ con dominio $\mathbb{R}$:

a) $y^2 = 16x$

b) $y = \sqrt{5x}$

c) $x = 6$

d) $y = -5$

e) $x^2 + y^2 = 16$

f) $y = (x+1)^2$

g) $y = \frac{1}{(x+1)^2}$

h) $y = \frac{1}{x^2+1}$

Actividad 2

Determine el dominio de cada una de las siguientes funciones:

a) $a(x) = 2x + 1$

b) $b(x) = 15$

c) $c(x) = \sqrt[2]{x + \frac{1}{4}}$

d) $d(x) = (x+1)^2$

e) $e(x) = \sqrt[3]{3x - 5}$

f) $f(x) = \frac{1}{x+3}$

g) $g(x) = -3x^2 + 10x$

h) $h(x) = \frac{x+6}{x-8}$

Actividad 3

Determinar para cada función del ejercicio anterior $f(0)$, $f(-1)$, y $f(2a+b)$.

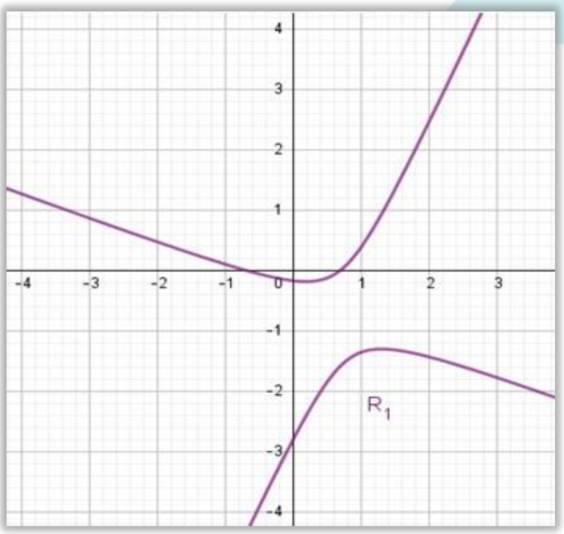
Actividad 4

Determine para cada función de la actividad 2 el conjunto de ceros y la ordenada al origen.

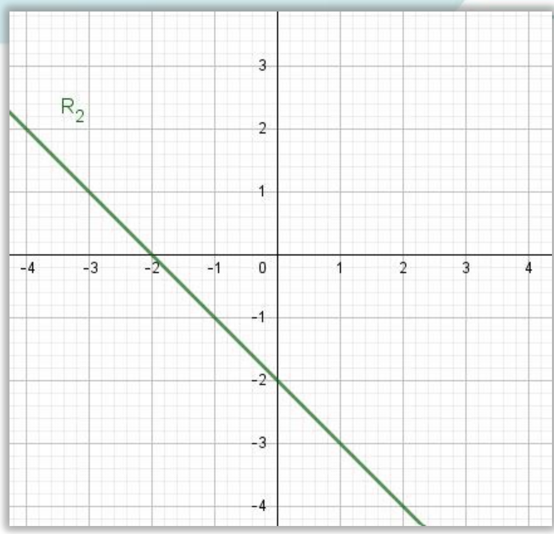
Actividad 5

Identificar cuáles de las siguientes representaciones gráficas corresponden a funciones.

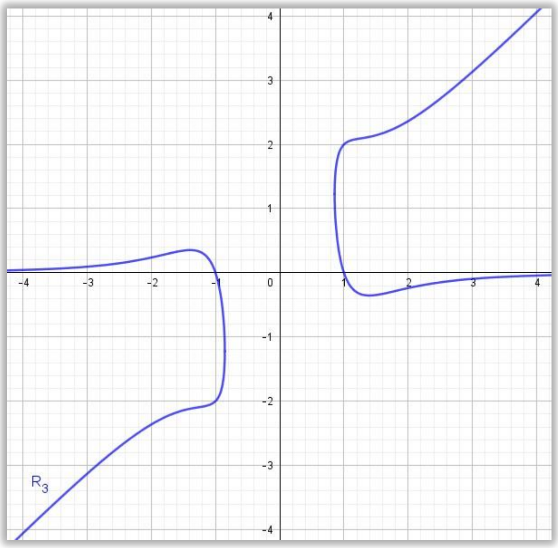
a)



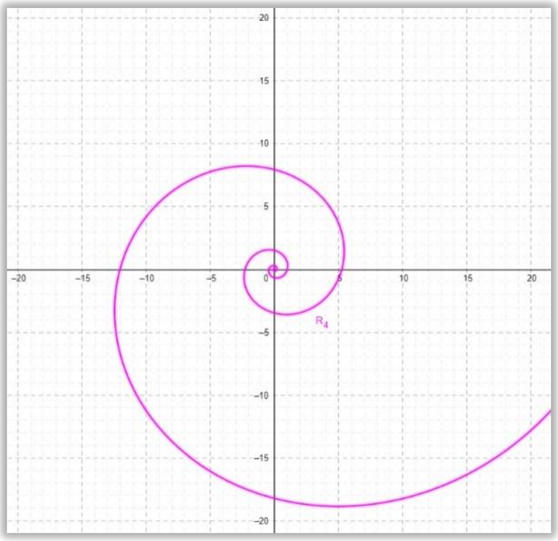
b)



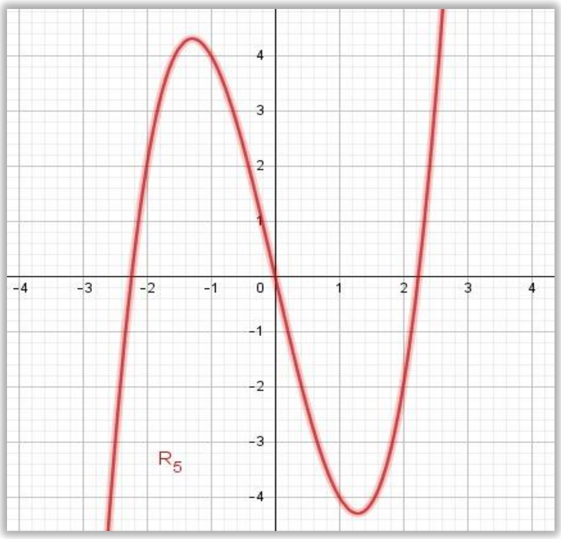
c)



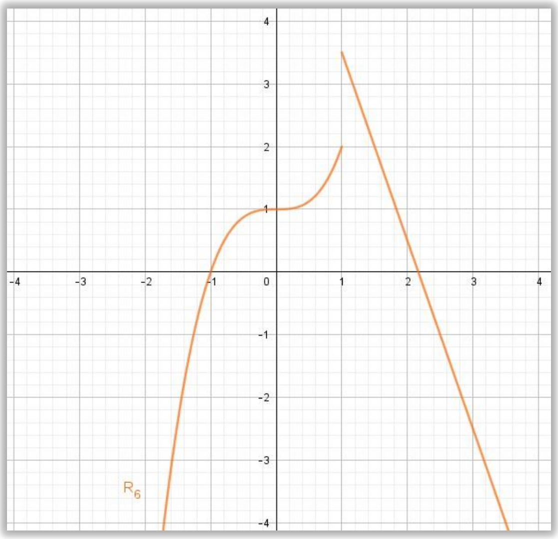
d)



e)



f)



Actividad 6

Actividad obligatoria Nro 1 - Participación en el foro “Análisis gráfico de funciones”. Actividad grupal

Actividad 7

Actividad obligatoria Nro 2 - Realice la actividad propuesta en el Campus y envíe sus respuestas al tutor.

Actividad 8

a) Determine el vértice, las raíces, la ordenada al origen y la concavidad de cada una de las funciones dadas. Luego escriba la función en sus tres formas (polinómica, canónica y factorizada)

i. $f(x) = -2(x^2 - 2x)$

ii. $f(x) = -x(8 - x) + 20$

b) Determinar para las siguientes funciones dominio, imagen, asíntotas y raíz:

i. $f(x) = \frac{8x-3}{6x+4}$

ii. $f(x) = \frac{2x+2}{x}$

Actividad 9

Para cada par de funciones determine:

- La función $(f + g)$ y su dominio
- La función $\left(\frac{f}{g}\right)$ y su dominio
- Las funciones $f \circ g$ y $g \circ f$, si es posible, y sus dominios

a) $f(x) = 2x^3 - 4x^2$ y $g(x) = x^2 - 5x$

b) $f(x) = \sqrt{x + 1}$ y $g(x) = x^4 - 1$

c) $f(x) = \frac{x}{x-3}$ y $g(x) = 3x + 5$

Respuestas de las actividades

Actividad 1

a) No es función, no verifica unicidad

b) No es función, no verifica existencia

c) No es función no verifica existencia ni unicidad

d) Si es función.

e) No es función, no verifica unicidad

f) Si es función.

g) No es función, no verifica existencia

h) Si es función.

Actividad 2

a) $Dom\ a = \mathbb{R}$

b) $Dom\ b = \mathbb{R}$

c) $Dom\ c = \left[-\frac{1}{4}; \infty\right)$

d) $Dom\ d = \mathbb{R}$

e) $Dom\ e = \mathbb{R}$

f) $Dom\ f = \mathbb{R} - \{-3\}$

g) $Dom\ g = \mathbb{R}$

h) $Dom\ g = \mathbb{R} - \{8\}$

Actividad 3

a) $a(0) = 1, \quad a(-1) = -1$ y $a(2a + b) = 4a + 2b + 1$

b) $b(0) = 15, \quad b(-1) = 15$ y $b(2a + b) = 15$

c) $c(0) = \frac{1}{2}, \quad c(-1)$ no existe y $c(2a + b) = \sqrt[2]{(2a + b) + \frac{1}{4}}$

d) $d(0) = 1, \quad d(-1) = 0$ y $d(2a + b) = [(2a + b) + 1]^2$

e) $e(0) = \sqrt[3]{-5}, \quad e(-1) = -2$ y $e(2a + b) = \sqrt[3]{6a + 3b - 5}$

f) $f(0) = \frac{1}{3}, \quad f(-1) = \frac{1}{2}$ y $f(2a + b) = \frac{1}{(2a+b)+3}$

g) $g(0) = g, \quad g(-1) = -13$ y $g(2a + b) = -3\,(2a + b)^2 + 20a + 10b$

h) $h(0) = -\frac{3}{4}, \quad h(-1) = -\frac{5}{9}$ y $h(2a + b) = \frac{(2a+b)+6}{(2a+b)-8}$

Actividad 4

a) $C_0 = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ y ordenada al origen $y = 1$

b) $C_0 = \emptyset$ y ordenada al origen $y = 15$

c) $C_0 = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$ y ordenada al origen $y = \frac{1}{2}$

d) $C_0 = \{-1\}$ y ordenada al origen $y = 1$

e) $C_0 = \left\{\frac{5}{3}\right\}$ y ordenada al origen $y = \sqrt[3]{-5}$

f) $C_0 = \emptyset$ y ordenada al origen $y = \frac{1}{3}$

g) $C_0 = \left\{0; \frac{10}{3}\right\}$ y ordenada al origen $y = 0$

h) $C_0 = \{-6\}$ y ordenada al origen $y = -\frac{3}{4}$

Actividad 5

Son funciones las relaciones correspondientes a los gráficos b), e) y f).

Actividad 8

a)

i. $V(1;2)$, raíces: $\{0;2\}$, ordenada al origen $y=0$, cóncava hacia abajo

$f(x)=-2x^2+4x=-2(x-1)^2+2=-2x(x-2)$

ii. $V(4;4)$, no tiene raíces reales, ordenada al origen $y=20$, cóncava hacia arriba

$f(x)=x^2-8x+20=(x-4)^2+4$

b)

i. $Dom\ f=\mathbb{R}-\left\{-\frac{2}{3}\right\}$, $Im\ f=\mathbb{R}-\left\{\frac{4}{3}\right\}$; AV: $x=-\frac{2}{3}$; AH: $y=\frac{4}{3}$; raiz: $x=\frac{3}{8}$

ii. $Dom\ f=\mathbb{R}-\{0\}$, $Im\ f=\mathbb{R}-\{2\}$; AV: $x=0$; AH: $y=2$; raiz: $x=-1$

Actividad 9

a) $(f+g)(x)=2x^3-3x^2-5x$, $Dom(f+g)=\mathbb{R}$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{2x^3-4x^2}{x^2-5x}=2x$, $Dom\left(\frac{f}{g}\right)=\mathbb{R}-\{0;5\}$

$(f\circ g)(x)=2(x^2-5x)^3-4(x^2-5x)^2=\mathbf{2x^6-30x^5+146x^4-210x^3-100x^2}$,
$Dom(f\circ g)=\mathbb{R}$

$(g\circ f)(x)=(2x^3-4x^2)^2-5(2x^3-4x^2)=\mathbf{4x^6-16x^5+16x^4-10x^3+20x^2}$,
$Dom(g\circ f)=\mathbb{R}$

b) $(f+g)(x)=\sqrt{x+1}+x^4-1$, $Dom(f+g)=[-1;+\infty)$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{x^4-1}$, $Dom\left(\frac{f}{g}\right)=(-1;1)\cup(1;+\infty)$

$(f\circ g)(x)=\sqrt{x^4}$, $Dom(f\circ g)=\mathbb{R}$

$(g\circ f)(x)=\left(\sqrt{x+1}\right)^4-1=\mathbf{(x+1)^2-1}$, $Dom(f\circ g)=[-1;+\infty)$

c) $(f+g)(x)=\frac{x}{x-3}+3x+5$, $Dom(f+g)=\mathbb{R}-\{3\}$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{x}{(x-3)(3x+5)}$, $Dom\left(\frac{f}{g}\right)=\mathbb{R}-\left\{-\frac{5}{3};\ 3\right\}$

No es posible determinar $f\circ g$, ya que $Im\ g$ no está incluido en el $Dom\ f$. Para poder componer, se debe restringir el domino de g al conjunto $\mathbb{R}-\left\{-\frac{2}{3}\right\}$ y en tal caso tendríamos:
$(f\circ g)(x)=\frac{3x+5}{3x+2}$, $Dom(f\circ g)=\mathbb{R}-\left\{-\frac{2}{3}\right\}$

$(g\circ f)(x)=\frac{3x}{x-3}+5$, $Dom(f\circ g)=\mathbb{R}-\{3\}$