Cálculo Numérico – IME/UERJ

Lista de Exercícios – Interpolação Polinomial

30 de outubro de 2025

Exercício 1 – Interpolação Quadrática

A tabela abaixo fornece valores da função $f(x) = \ln(x+2)$ em três pontos igualmente espaçados:

x	-1	0	1
$f(x)$	0.6931	0.6931	1.0986

1. Determine o polinômio interpolante $p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ que passa pelos três pontos dados, usando sistema linear.
2. Use o polinômio obtido para estimar $f(0.5)$.
3. Compare o valor estimado com o valor real $\ln(2.5)$ e comente o erro relativo.

Exercício 2 – Aplicação Experimental: Dilatação Térmica

A tabela a seguir mostra valores experimentais do **comprimento** L de uma barra metálica em função da **temperatura** T:

T(°C)	0	50	100
L(mm)	100.00	100.60	101.30

1. Determine o polinômio interpolante $p_2(T) = a_0 + a_1T + a_2T^2$.
2. Utilize o polinômio obtido para estimar o comprimento da barra a $T = 75$°C.
3. Calcule a variação percentual do comprimento em relação ao valor inicial (0°C).

Exercício 3 — Lagrange Linear (grau 1)

Considere a tabela de valores:

x	1.0	1.8
$f(x)$	1.0000	1.2806

(a) Escreva explicitamente os polinômios base de Lagrange $L_0(x)$ e $L_1(x)$ para os nós $x_0 = 1.0$ e $x_1 = 1.8$.
(b) Construa o polinômio interpolante $p_1(x) = f(x_0)L_0(x) + f(x_1)L_1(x)$.
(c) Estime $f(1.5)$ usando $p_1(1.5)$.
(d) Comente se a interpolação linear parece adequada para esses pontos.

Exercício 4 — Lagrange Quadrático (grau 2)

Considere os três pontos não equiespaçados:

$$(x_0, y_0) = (0,\ 1.2), \quad (x_1, y_1) = (1,\ 2.1), \quad (x_2, y_2) = (2.5,\ 2.0).$$

(a) Escreva $L_0(x)$, $L_1(x)$ e $L_2(x)$ na forma

$$L_k(x) = \prod_{\substack{j=0\\ j\neq k}}^{2} \frac{x - x_j}{x_k - x_j}.$$

(b) Construa $p_2(x) = y_0L_0(x) + y_1L_1(x) + y_2L_2(x)$.
(c) Simplifique $p_2(x)$ para a forma padrão $ax^2 + bx + c$.
(d) Use p_2 para estimar $f(1.8)$ e $f(0.5)$.
(e) Discuta qualitativamente como o *não* equiespaçamento dos nós pode afetar o erro de interpolação.

Exercício 5 — Polinômio de Newton de Grau 2

Considere os valores tabelados de $f(x) = e^x$:

x	0	0,2	0,4
$f(x)$	1,0000	1,2214	1,4918

1. Construa a **tabela de diferenças divididas** até a ordem 2.

2. Determine o polinômio interpolador $P_2(x)$ na **forma de Newton**:

$$P_2(x) = f[x_0] + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1).$$

3. Estime $f(0{,}3)$ usando P_2.
4. Compare com $e^{0{,}3} = 1{,}3499$ e calcule o erro absoluto.

Exercício 6 — Interpolação Cúbica e Estimativa de Erro

A tabela abaixo fornece dados experimentais da resistência elétrica R (em Ω) de um condutor em função da temperatura T (em °C):

T	0	40	80	120
$R(T)$	100,0	113,0	126,8	141,5

1. Construa a **tabela de diferenças divididas** até a ordem 3 (usando $T_0 = 0$, $T_1 = 40$, $T_2 = 80$, $T_3 = 120$).
2. Determine o polinômio interpolador cúbico $P_3(T)$ na forma de Newton.
3. Estime $R(60)$ usando P_3.
4. Forneça uma **estimativa do erro** $|E_3(60)|$ utilizando

   $$|E_3(x)| \le |(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)| \cdot \max\{|\text{diferenças divididas de ordem 4}|\}.$$

   Suponha que a diferença dividida de ordem 4 seja aproximadamente 5×10^{-5}.

Observação: Sempre que possível, mantenha frações durante os cálculos e arredonde apenas ao final das contas numéricas.
