



Ensimag MMIS 3A

Ondelettes et applications à l'image

Compte-Rendu du lab 2

Auteurs :
M. Yoan SOUTY

Encadrante :
M^{me} Valérie PERRIER

22 novembre 2018

Table des matières

I Exercice 1	4
II Exercice 2 : compression de signaux 1D	5
II.1 Compression de signaux	5
III Analyse de l'erreur	10
IV Utilisation des scripts Matlab	11

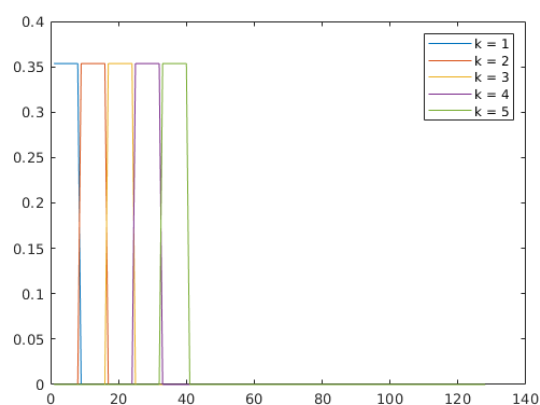
Table des figures

1	Résultat pour la base de Haar, $J = 4$	4
2	Résultat pour la base spline Battle-Lemaire, $J = 4$	4
3	Résultat pour la base de Daubechies, $J = 4$	5
4	Fonction f compressée avec la base de Haar, $\tau = 0.92, n = 64$	6
5	Fonction f compressée avec la base de Haar, $\tau = 0.6, n = 1024$	6
6	Fonction f compressée avec la base de Haar, $\tau = 0.92, n = 1024$	7
7	Signal <i>Sing</i> compressé avec la base de Haar, $\tau = 0.92, n = 1024$	7
8	Signal <i>Riemann</i> compressé avec la base de Haar, $\tau = 0.92, n = 1024$	8
9	Signal <i>Doppler</i> compressé avec la base de Haar, $\tau = 0.92, n = 1024$	8
10	Signal <i>Doppler</i> compressé avec la base de Daubechies, $\tau = 0.92, n = 1024$.	9
11	Signal <i>Doppler</i> compressé avec la base de Battle, $\tau = 0.92, n = 1024$	9
12	Évolution de l'erreur en fonction du taux sur la compression de f , $n = 64$.	10
13	Évolution de l'erreur en fonction du taux sur la compression de f , $n = 1024$	10
14	Évolution de l'erreur en fonction du taux sur la compression du signal Doppler, $n = 64$	11
15	Évolution de l'erreur en fonction du taux sur la compression du signal Doppler, $n = 1024$	11

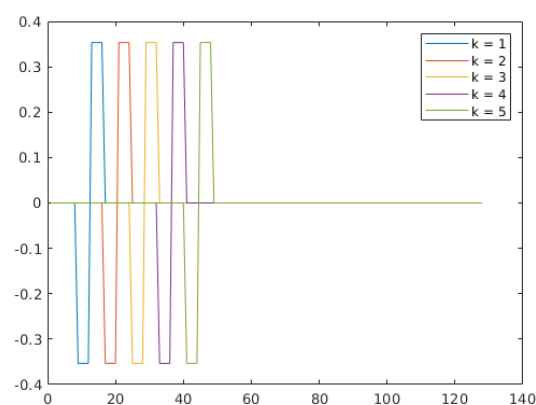
I Exercice 1

Les figures suivantes présentent les *scaling functions* et les *wavelet functions* associées des familles suivantes :

- base de Haar
- spline Battle-Lemaire
- famille à support compact Daubechies

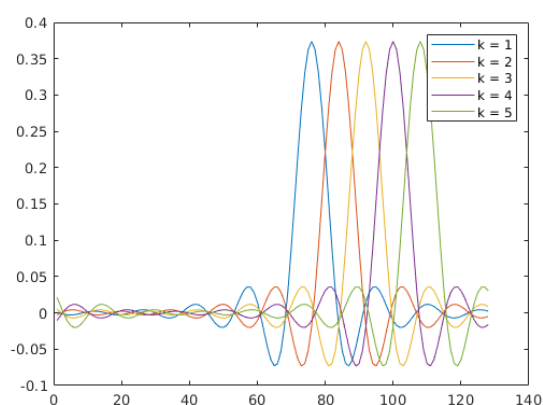


(a) Scaling functions.

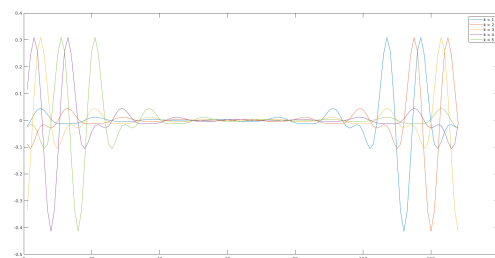


(b) Wavelets

FIGURE 1 – Résultat pour la base de Haar, $J = 4$



(a) Scaling functions



(b) Wavelets

FIGURE 2 – Résultat pour la base spline Battle-Lemaire, $J = 4$

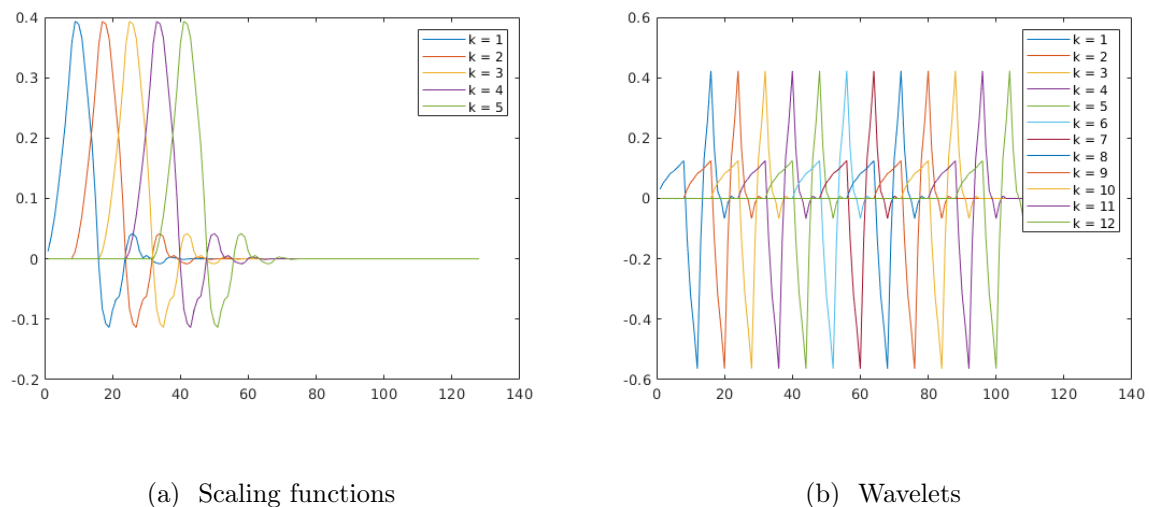


FIGURE 3 – Résultat pour la base de Daubechies, $J = 4$

La base de Haar a l'avantage de proposer un algorithme de décomposition (et de reconstruction) en complexité linéaire $O(N)$.

Les autres familles permettent d'avoir une meilleure compression en gardant le même nombre de coefficients.

II Exercice 2 : compression de signaux 1D

II.1 Compression de signaux

Pour reconstruire un signal de taille n à partir des coefficients en ondelettes, on prend en paramètre un taux de compression $\tau \in [0, 1]$, et l'on ne garde que $(1 - \tau)\%$ des plus grands coefficients.

Voici les résultats de compression pour les fonctions $f : x \mapsto \sqrt{|\cos 2\pi x|}$, et pour trois familles de signaux 1D disponibles avec la commande `MakeSignal` : *Sing*, *Riemann*, *Doppler*. Pour chaque signal, on affiche de haut en bas, la fonction d'origine, les coefficients des ondelettes et la fonction reconstruite.

Pour la base de Haar et de Daubechies, on utilise un moment dissipant de $4 = \frac{8}{2}$, et un moment dissipant de 5 pour la famille Battle.

II. Exercice 2 : compression de signaux 1D

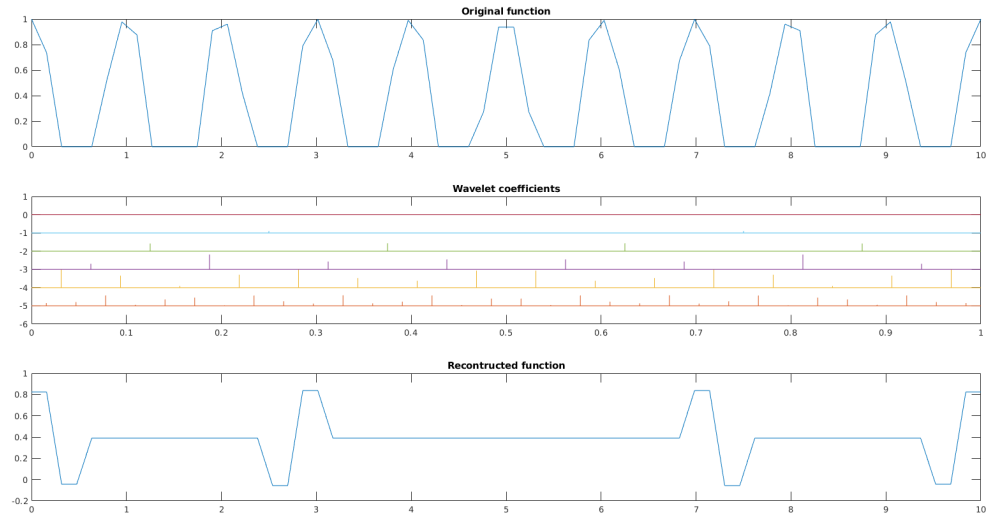


FIGURE 4 – Fonction f compressée avec la base de Haar, $\tau = 0.92, n = 64$

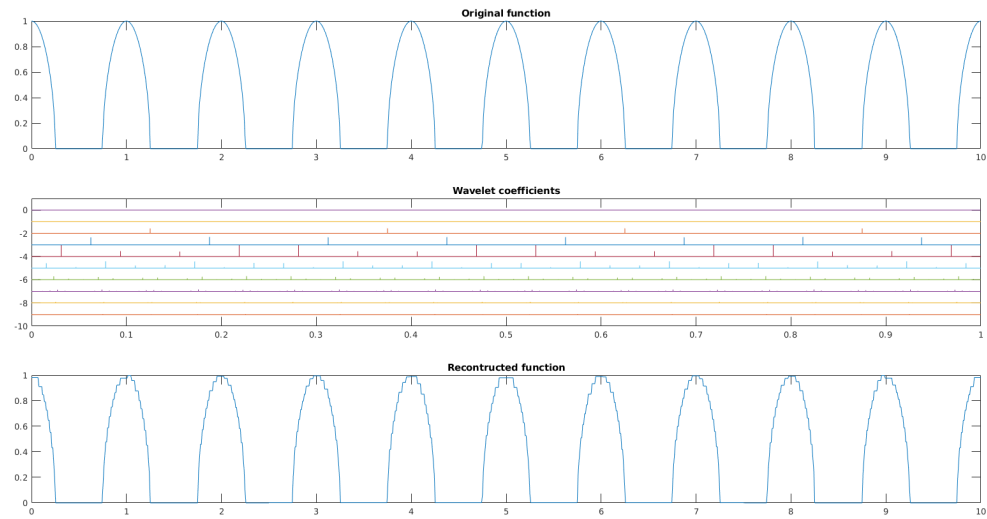


FIGURE 5 – Fonction f compressée avec la base de Haar, $\tau = 0.6, n = 1024$

II.1. Compression de signaux

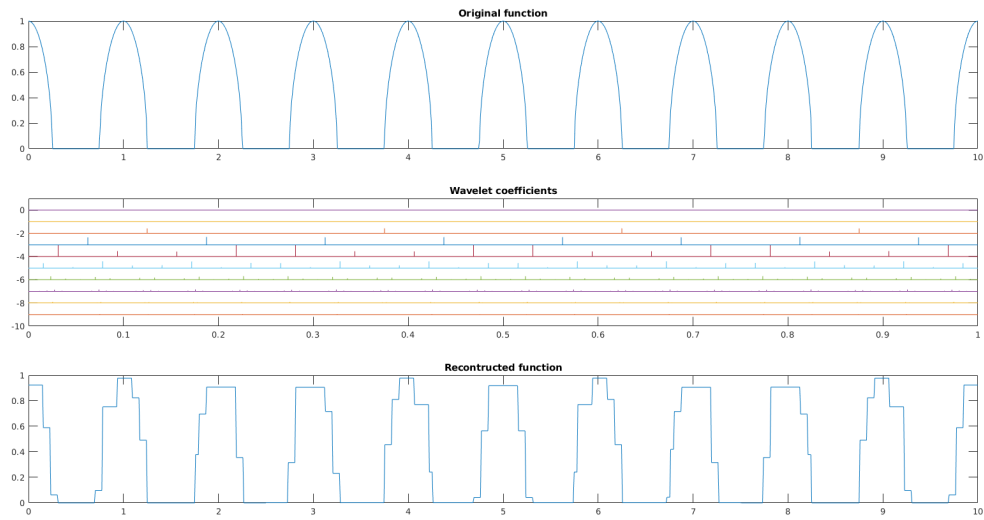


FIGURE 6 – Fonction f compressée avec la base de Haar, $\tau = 0.92$, $n = 1024$

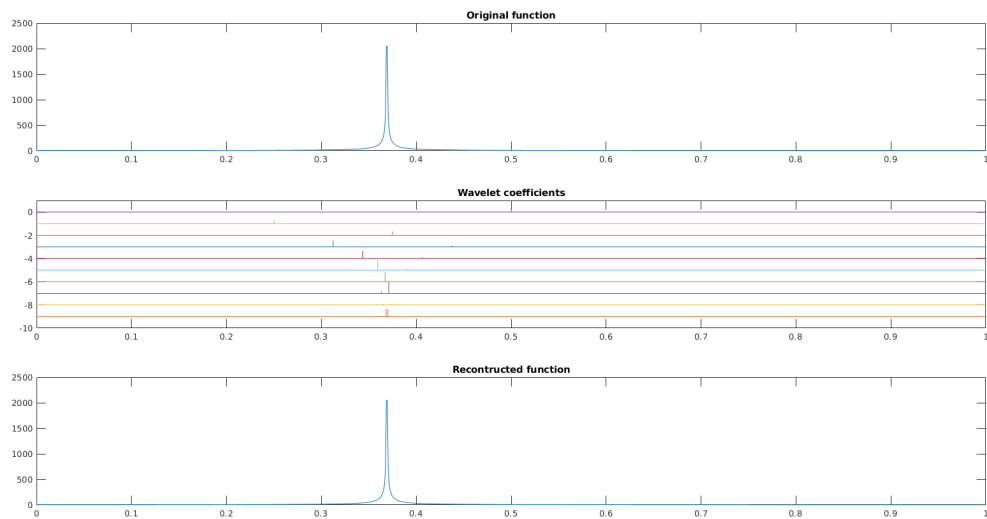


FIGURE 7 – Signal *Sing* compressé avec la base de Haar, $\tau = 0.92$, $n = 1024$

II. Exercice 2 : compression de signaux 1D

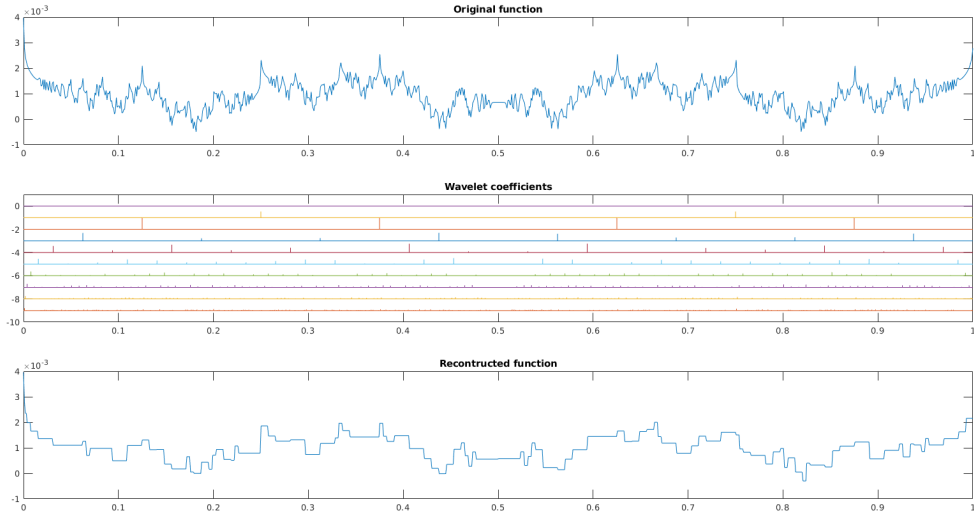


FIGURE 8 – Signal *Riemann* compressé avec la base de Haar, $\tau = 0.92$, $n = 1024$

Pour le signal Doppler, nous avons affiché les compressions avec les trois familles d'ondelettes orthogonales précédemment citées.

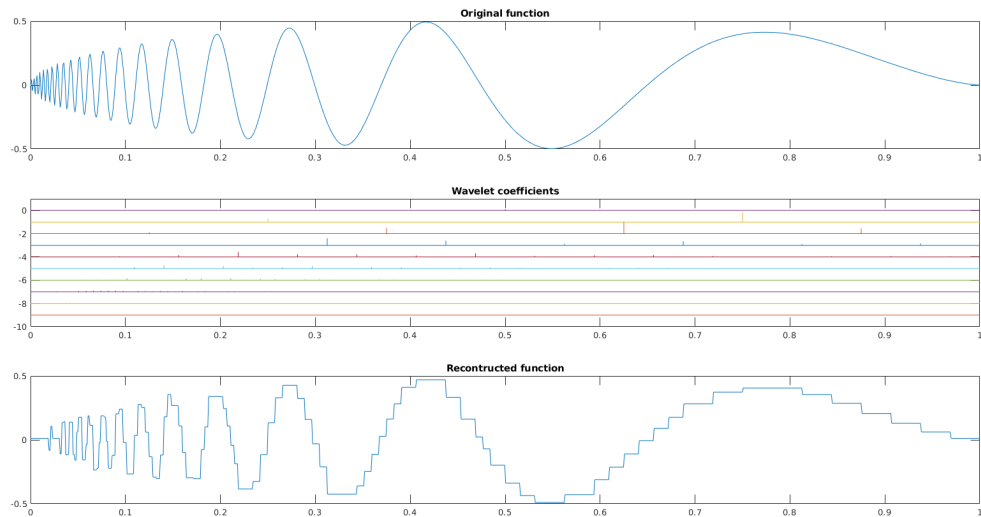


FIGURE 9 – Signal *Doppler* compressé avec la base de Haar, $\tau = 0.92$, $n = 1024$

II.1. Compression de signaux

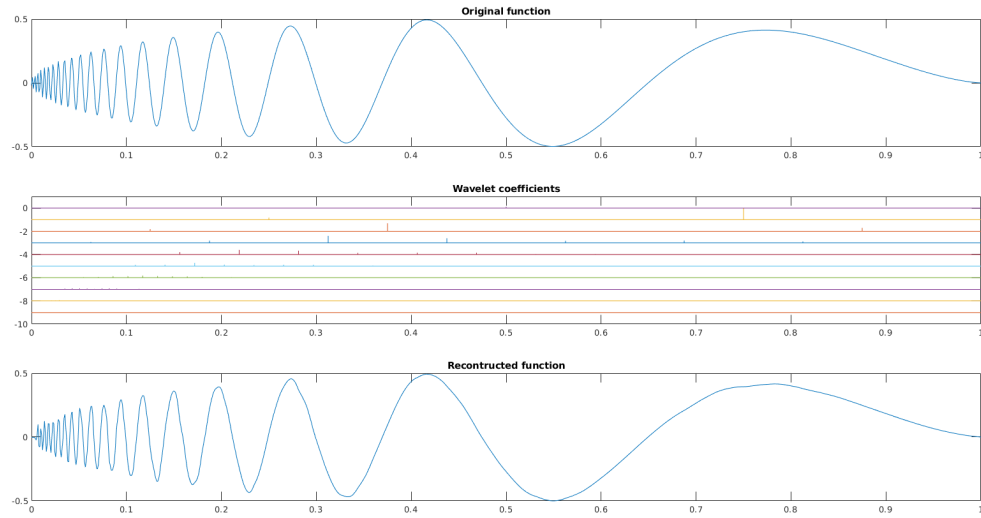


FIGURE 10 – Signal *Doppler* compressé avec la base de Daubechies, $\tau = 0.92, n = 1024$

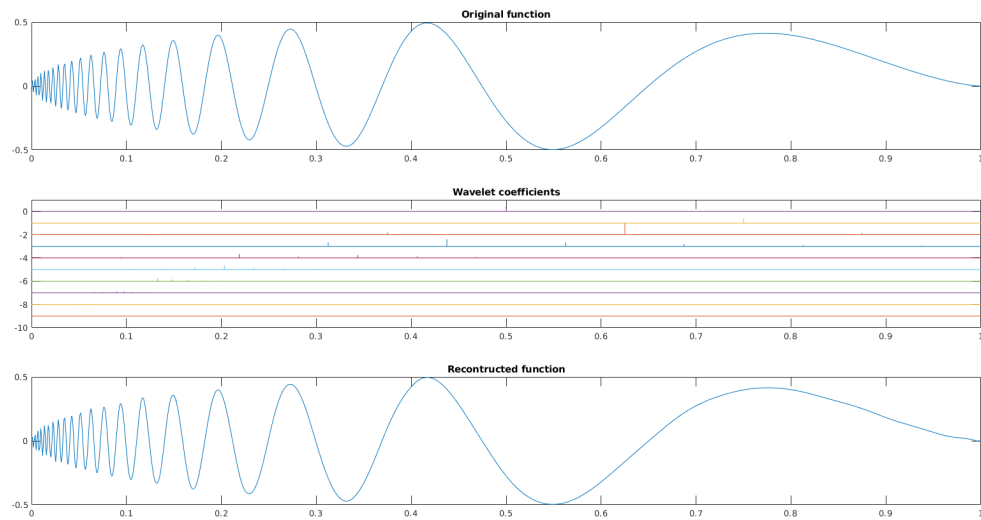
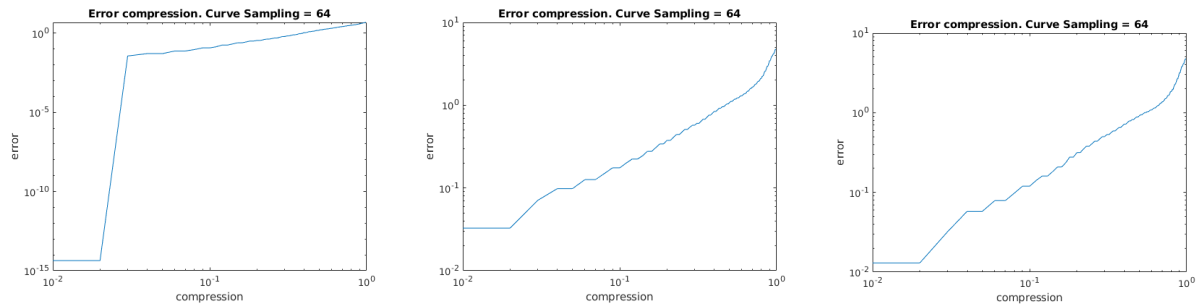


FIGURE 11 – Signal *Doppler* compressé avec la base de Battle, $\tau = 0.92, n = 1024$

On constate qu'appliquer un taux de compression important sur un signal avec la base de Haar supprime un nombre important d'informations, alors qu'utiliser la base de Daubechies ou Battle permet *a priori* d'en conserver plus.

III Analyse de l'erreur

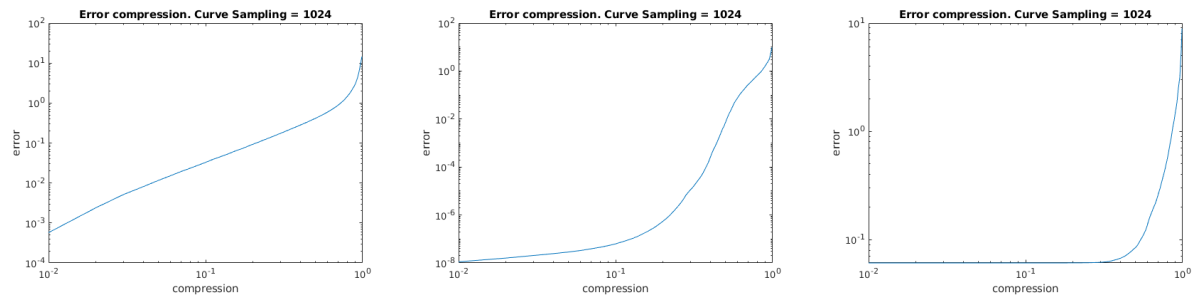
Nous avons tracé la courbe Log-Log de l'erreur l_2 en fonction du taux de compression τ .



(a) Base de Haar

(b) Base de Daubechies

(c) Base de Battle

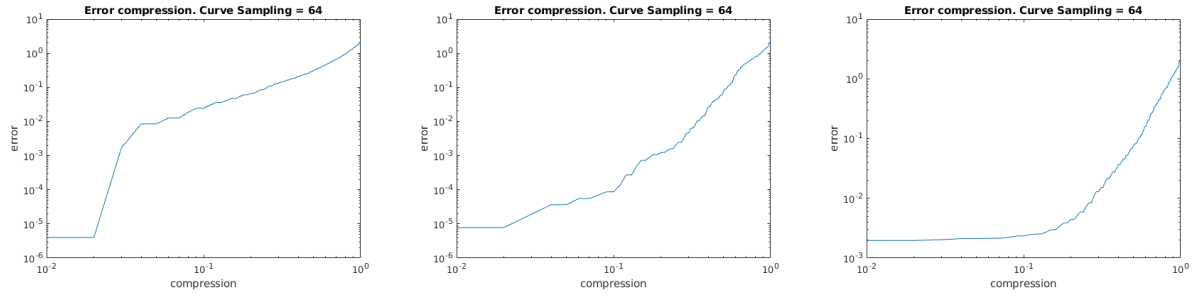
 FIGURE 12 – Évolution de l'erreur en fonction du taux sur la compression de f , $n = 64$


(a) Base de Haar

(b) Base de Daubechies

(c) Base de Battle

 FIGURE 13 – Évolution de l'erreur en fonction du taux sur la compression de f , $n = 1024$

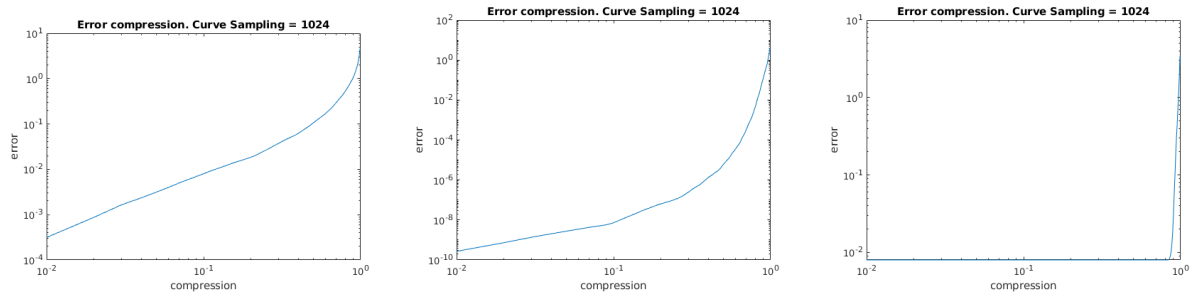


(a) Base de Haar

(b) Base de Daubechies

(c) Base de Battle

FIGURE 14 – Évolution de l'erreur en fonction du taux sur la compression du signal Doppler, $n = 64$



(a) Base de Haar

(b) Base de Daubechies

(c) Base de Battle

FIGURE 15 – Évolution de l'erreur en fonction du taux sur la compression du signal Doppler, $n = 1024$

On peut donc classer les bases utilisées par ordre décroissant d'efficacité dans l'ordre suivant : base Battle, base de Daubechies et base de Haar.

IV Utilisation des scripts Matlab

Toutes les fonctions pouvant être utilisées sont dans le fichier lab2.m

- `ex1()` : permet de lancer le graphe des fonctions de l'exercice 1. Il est possible de changer les paramètres à l'intérieur du fichier ex1.m
- `compressFunction(points_x, points_y, family, dataset, taux_compression)` : permet d'afficher le graphe d'une fonction compressée et décompressée
- `plotErrorCompression(points_x, points_y, family, dataset)` : permet d'afficher la courbe Log-Log de l'erreur en fonction du taux de compression