



Ensimag MMIS 3A

Ondelettes et applications à l'image

---

## Compte-Rendu du lab 2

---

*Auteurs :*

M. Antonin KLOPP-TOSSER

M. Yoan SOUTY

*Encadrants :*

M<sup>me</sup> Valérie PERRIER

16 novembre 2018

# Table des matières

I	Exercice 1 . . . . .	4
II	Exercice 2 : compression de signaux 1D . . . . .	5
II.1	Compression de signaux . . . . .	5
II.2	Analyse de l'erreur . . . . .	10

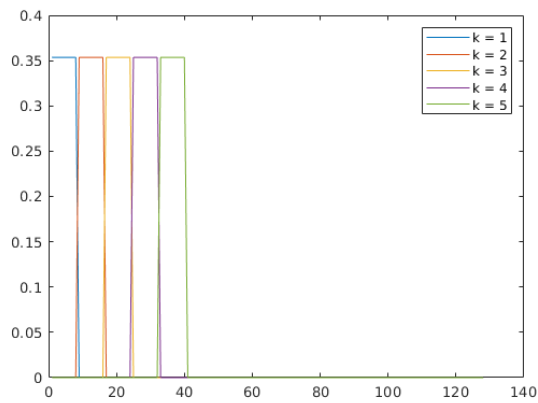
# Table des figures

1	Résultat pour la base de Haar, $J = 4$ . . . . .	4
2	Résultat pour la base spline Battle-Lemaire, $J = 4$ . . . . .	4
3	Résultat pour la base de Daubechies, $J = 4$ . . . . .	5
4	Fonction $f$ compressée avec la base de Haar, $\tau = 0.92, n = 64$ . . . . .	6
5	Fonction $f$ compressée avec la base de Haar, $\tau = 0.6, n = 1024$ . . . . .	6
6	Fonction $f$ compressée avec la base de Haar, $\tau = 0.92, n = 1024$ . . . . .	7
7	Signal <i>Sing</i> compressé avec la base de Haar, $\tau = 0.92, n = 1024$ . . . . .	7
8	Signal <i>Riemann</i> compressé avec la base de Haar, $\tau = 0.92, n = 1024$ . . . . .	8
9	Signal <i>Doppler</i> compressé avec la base de Haar, $\tau = 0.92, n = 1024$ . . . . .	8
10	Signal <i>Doppler</i> compressé avec la base de Daubechies, $\tau = 0.92, n = 1024$ . . . . .	9
11	Signal <i>Doppler</i> compressé avec la base de Battle, $\tau = 0.92, n = 1024$ . . . . .	9
12	Signal <i>Doppler</i> compressé avec la base de Haar, $\tau = 0.92, n = 1024$ . . . . .	10

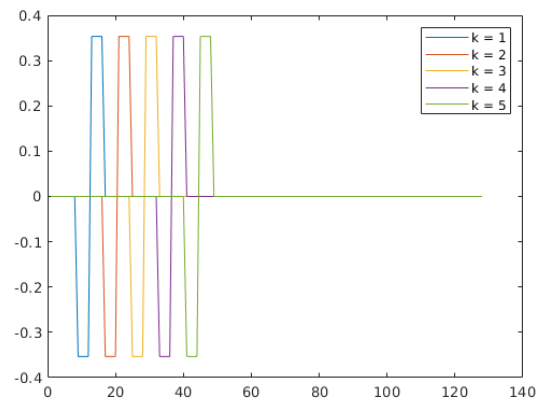
## I Exercice 1

Les figures suivantes présentent les *scaling functions* et les *wavelet functions* associées des familles suivantes :

- base de Haar
- Spline Battle-Lemaire
- famille à support compact Daubechies

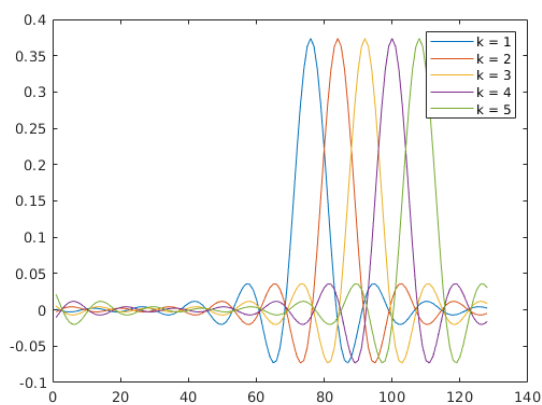


(a) Scaling functions.

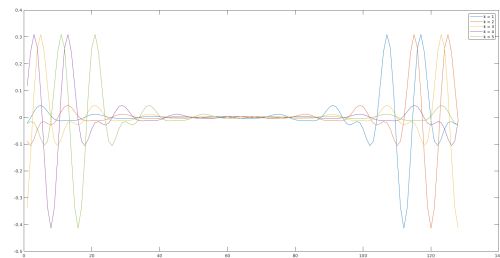


(b) Wavelets.

FIGURE 1 – Résultat pour la base de Haar,  $J = 4$

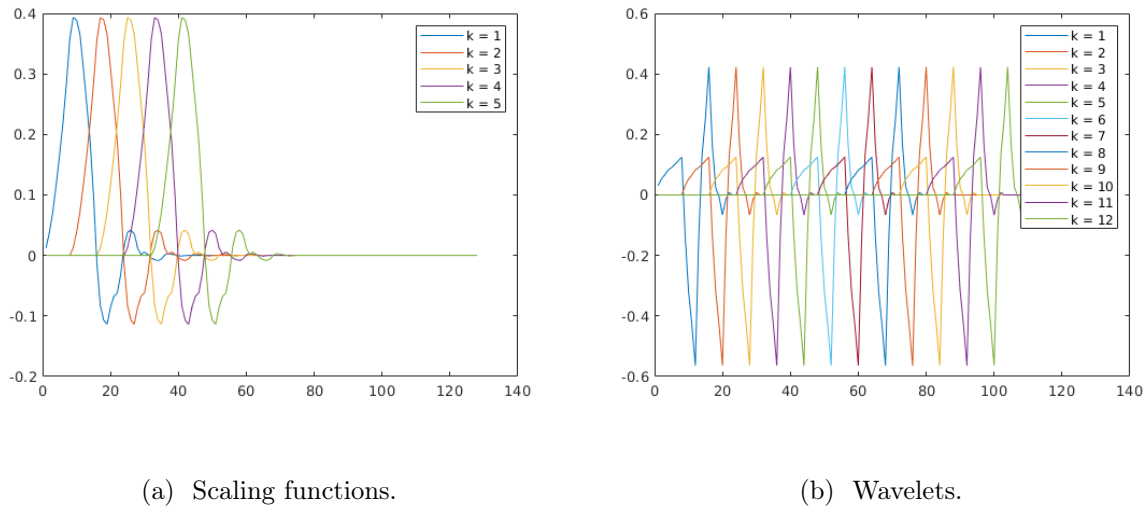


(a) Scaling functions.



(b) Wavelets.

FIGURE 2 – Résultat pour la base spline Battle-Lemaire,  $J = 4$

FIGURE 3 – Résultat pour la base de Daubechies,  $J = 4$ 

La base de Haar a l'avantage de proposer un algorithme de décomposition (et de reconstruction) en complexité linéaire ( $O(N)$ ).

Les autres familles permettent d'avoir une meilleure compression en gardant le même nombre de coefficients.

## II Exercice 2 : compression de signaux 1D

### II.1 Compression de signaux

Pour reconstruire un signal de taille  $n$  à partir des coefficients en ondelettes, on prend en paramètre un taux de compression  $\tau \in [0, 1]$ , et l'on ne garde que  $(1 - \tau)\%$  des plus grands coefficients.

Voici les résultats de compression pour les fonctions  $f : x \mapsto \sqrt{|\cos 2\pi x|}$ , et pour deux familles de signaux 1D disponibles avec la commande `MakeSignal : Sing, Riemann, Doppler`. Pour chaque signal, on affiche de haut en bas, la fonction d'origine, les coefficients des ondelettes et la fonction reconstruite.

Pour la base de Haar, on utilise un nombre d'échelles à 8, un moment dissipant de  $4 = \frac{8}{2}$ , et un moment dissipant de 5 pour la famille Battle.

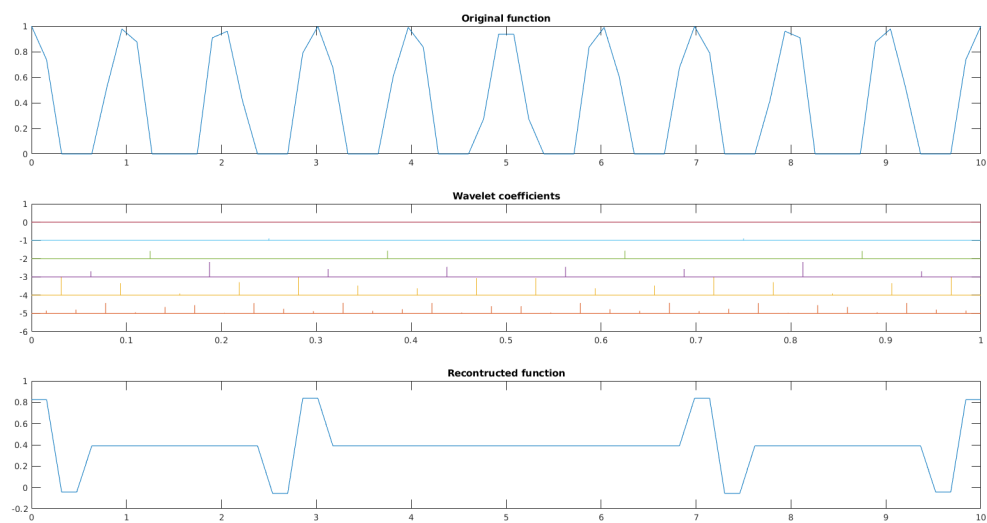


FIGURE 4 – Fonction  $f$  compressée avec la base de Haar,  $\tau = 0.92, n = 64$

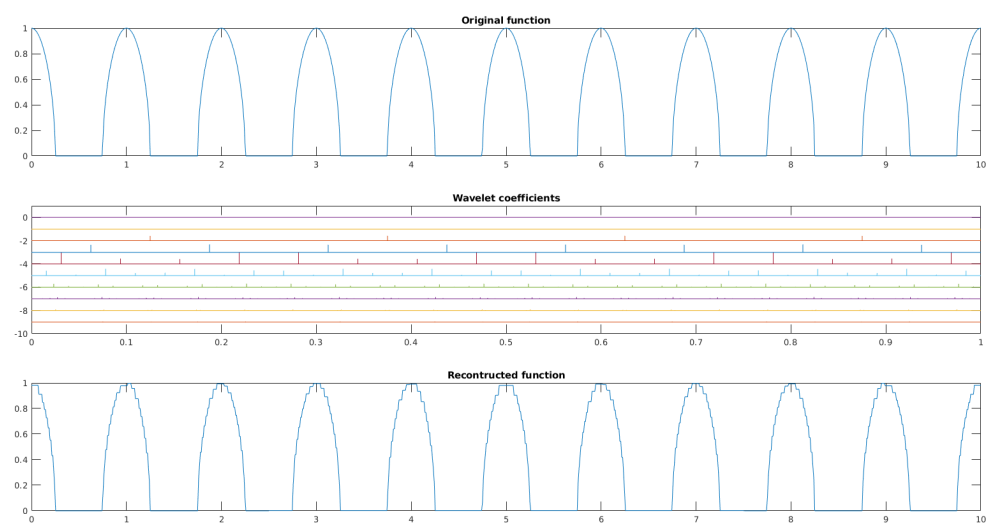


FIGURE 5 – Fonction  $f$  compressée avec la base de Haar,  $\tau = 0.6, n = 1024$

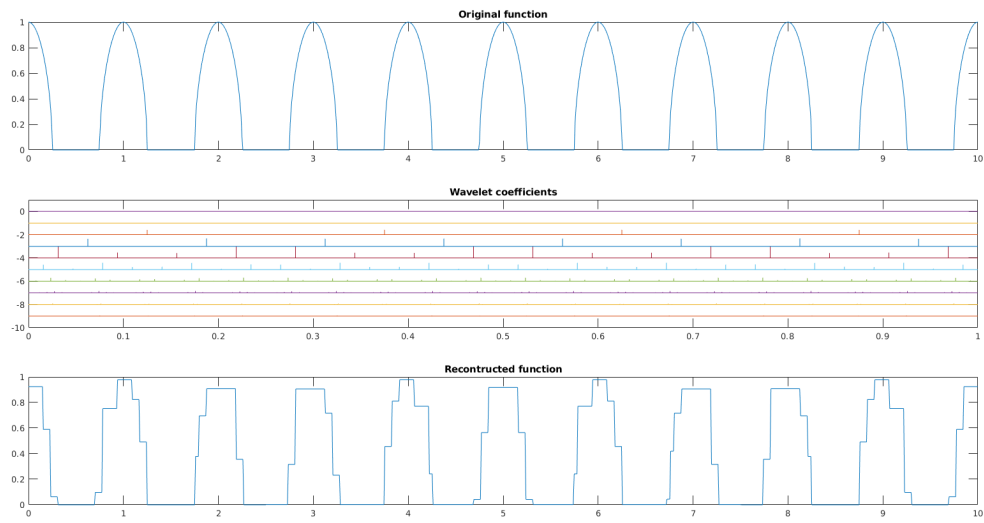


FIGURE 6 – Fonction  $f$  compressée avec la base de Haar,  $\tau = 0.92, n = 1024$

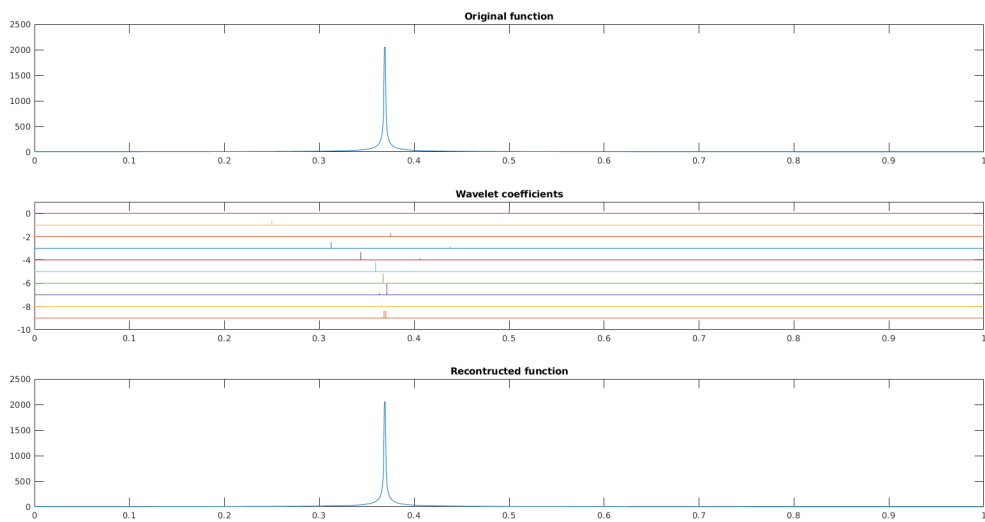


FIGURE 7 – Signal *Sing* compressé avec la base de Haar,  $\tau = 0.92, n = 1024$

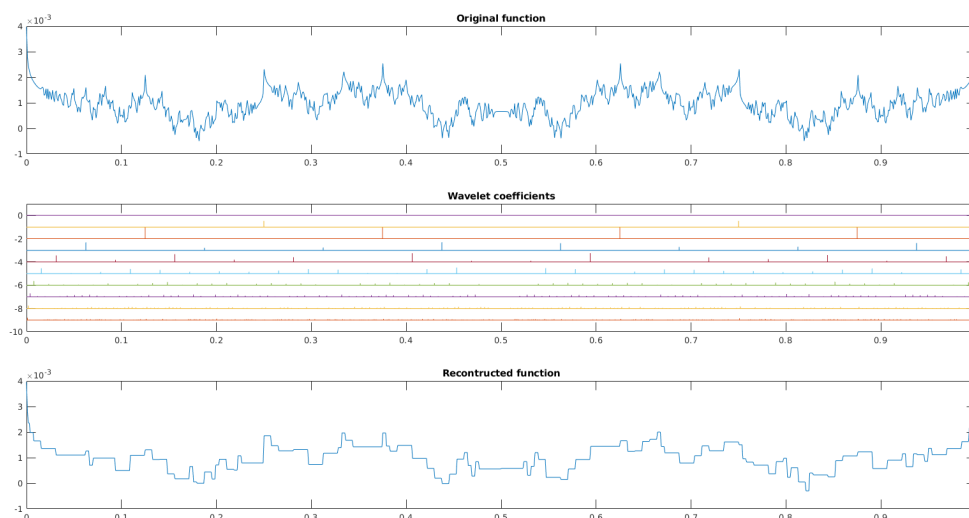


FIGURE 8 – Signal *Riemann* compressé avec la base de Haar,  $\tau = 0.92$ ,  $n = 1024$

Pour le signal Doppler, nous avons affiché les compressions avec les trois familles d'ondelettes orthogonales précédemment citées.

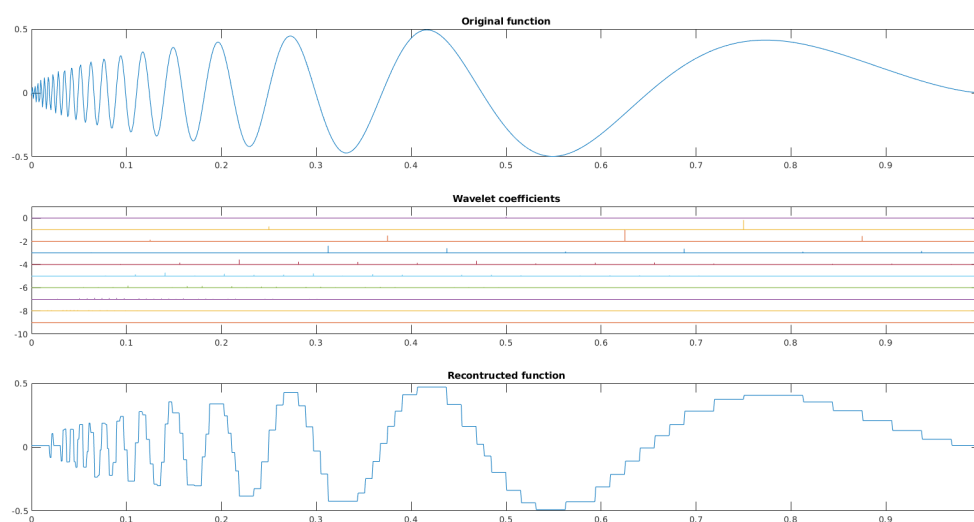


FIGURE 9 – Signal *Doppler* compressé avec la base de Haar,  $\tau = 0.92$ ,  $n = 1024$



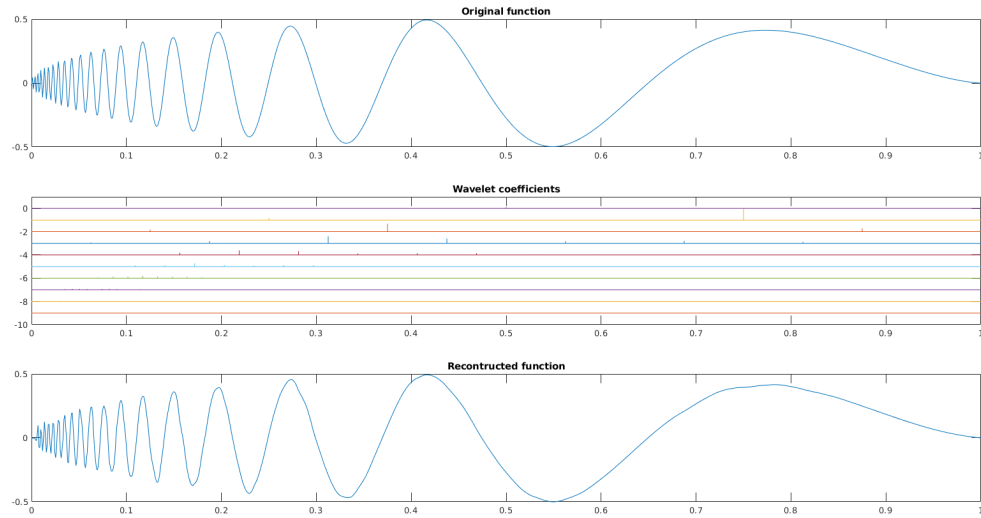


FIGURE 10 – Signal *Doppler* compressé avec la base de Daubechies,  $\tau = 0.92, n = 1024$

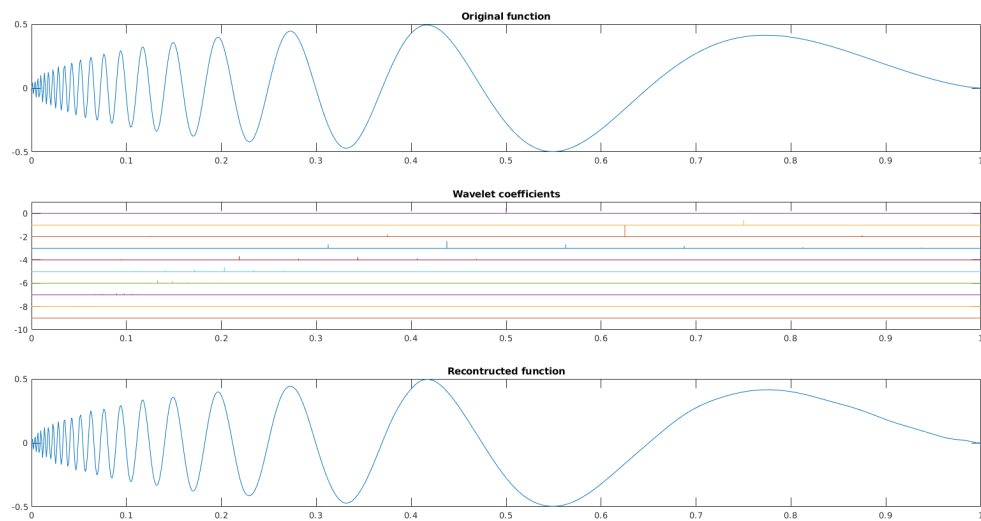
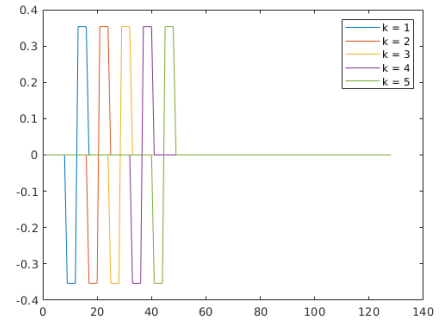
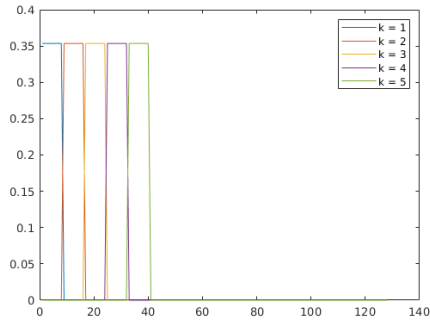


FIGURE 11 – Signal *Doppler* compressé avec la base de Battle,  $\tau = 0.92, n = 1024$

On constate qu'appliquer un taux de compression important sur un signal avec la base de Haar supprime un nombre important d'informations, alors qu'utiliser la base de Daubechies ou Battle permet *a priori* de conserver plus d'informations.

## II.2 Analyse de l'erreur

Nous avons tracé la courbe Log-Log de l'erreur  $l_2$  en fonction du taux de compression  $\tau$ .



(a) Scaling functions.

(b) Wavelet functions.

FIGURE 12 – Signal *Doppler* compressé avec la base de Haar,  $\tau = 0.92$ ,  $n = 1024$