Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção

Nome: GABARITO ________________________________ Data: ____________________

Lista de exercícios – Modelo do Transporte

Questão 1) Os veículos aéreos não tripulados (drones) já estão realizando entregas de produtos de pequeno porte (principalmente livros) em alguns países da América do Norte. A entrega funciona da seguinte forma: o drone parte de um centro de distribuição, vai até a casa do cliente, deposita o produto no quintal, e retorna para o centro de distribuição.

Considere que você é o proprietário de uma *startup* que realizará a distribuição de pacotes de comida via drone para um aplicativo famoso de *delivery*. Em um primeiro momento, a sua empresa irá fazer somente a distribuição de hambúrguer caseiro. Os drones podem partir de três hamburguerias (todas da mesma rede) e chamadas de "Cabra teimosa", "Ladrão de bicicletas", e "Óculos embaçado". A capacidade de produção de hamburguer está descrita na tabela a seguir. Cinco clientes demandam hamburguers: o primeiro cliente precisa de 8 unidades, o segundo 5, o terceiro 15, o quarto 7, e o quinto 2. Os custos unitários das entregas via drone estão estimados na tabela a seguir.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**Capacidade**
Cabra teimosa	R$1,10	R$2,50	R$3,20	R$0,90	R$0,70	15
Ladrão de bicicletas	R$2,00	R$2,15	R$3,00	R$3,10	R$3,10	15
Óculos embaçado	R$0,60	R$1,10	R$3,00	R$2,15	R$1,20	20
Demanda	8	5	15	7	2	

Você, como proprietário da startup, deseja reduzir os custos de transporte sem deixar de atender às demandas dos clientes. Pergunta-se: (4 pontos)

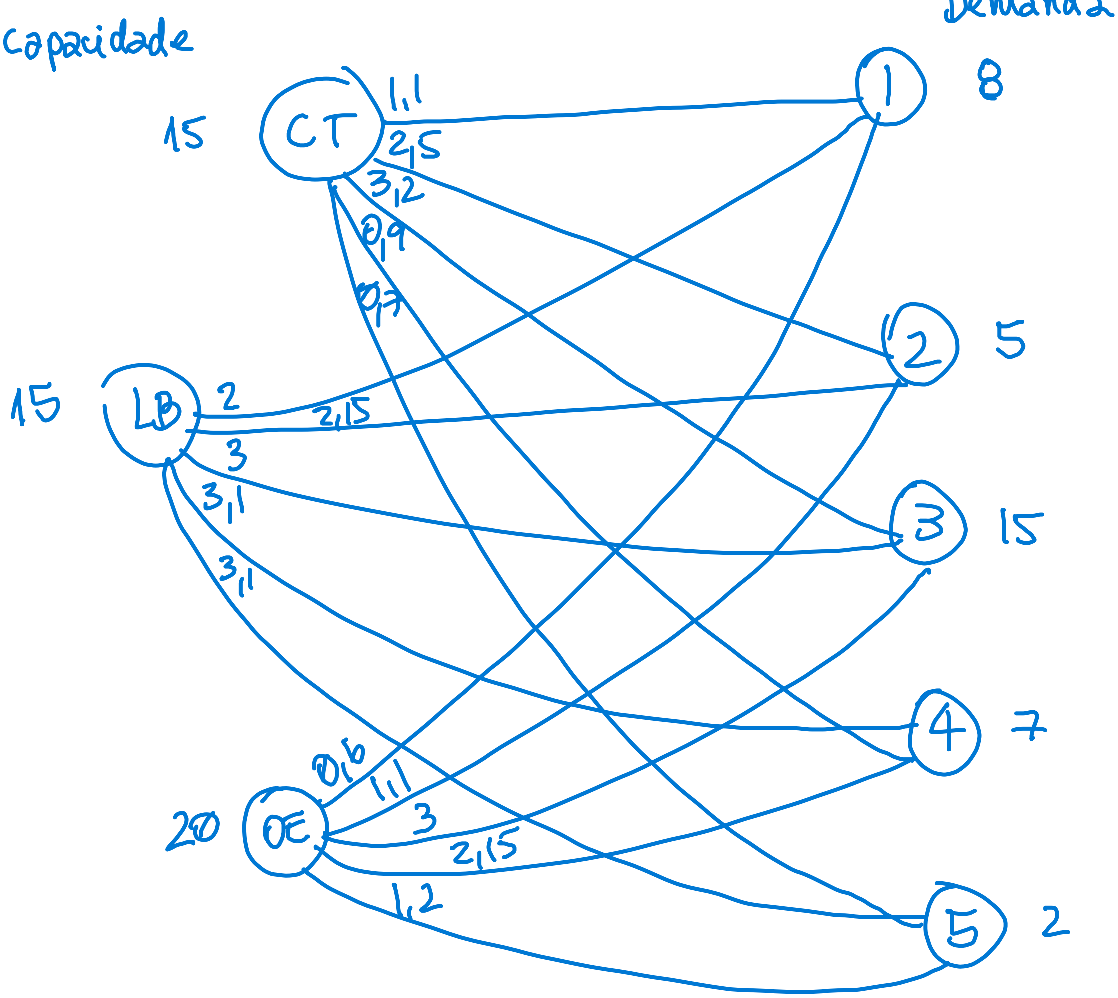
a) Qual é o nome do problema de otimização que você deverá resolver? (0,2)
b) Represente os dados do problema na forma de uma rede (grafo) onde os nós representam os clientes e as hamburguerias, já os arcos representam os custos de transporte entre uma hamburgueria e um cliente. (0,2)
c) O problema está balanceado? Justifique. (0,1)
d) Escreva a formulação matemática do problema. (2 pontos)
e) É possível resolver este modelo utilizando o método simplex? Justifique. (0,5)
f) Escreva o modelo na forma algébrica. Não se esqueça de indicar as matrizes com os parâmetros. (1 ponto)

Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção

Nome: ______________________________ Data: ______________

A) PROBLEMA DO TRANSPORTE/MODELO DO TRANSPORTE

B)



C) $\sum$ fornecedores > $\sum$ demandas?

$15+15+20 > 8+5+15+7+2$

$50 > 37$ $\Rightarrow$ O PROBLEMA ESTÁ <u>BALANCEADO</u>

Nome: ____ Data: ____________________

D) X_{ij} = quantidade de hamburguer transportado do restaurante i para o cliente j.

i = {CABRA TEIMOSA (CT), LADRÃO ~~DE~~ BICICLETAS (LB), ÓCULOS EMBAÇADO (OB)}

j = {1, 2, 3, 4, 5}

$$\text{Min } W = 1{,}1\, x_{CT1} + 2{,}5\, x_{CT2} + 3{,}2\, x_{CT3} + 0{,}9\, x_{CT4} + 0{,}7\, x_{CT5}$$
$$+ 2\, x_{LB1} + 2{,}15\, x_{LB2} + 3\, x_{LB3} + 3{,}1\, x_{LB4} + 3{,}1\, x_{LB5} +$$
$$0{,}6\, x_{OE1} + 1{,}1\, x_{OE2} + 3\, x_{OE3} + 2{,}15\, x_{OE4} + 1{,}2\, x_{OE5}$$

s.a.

$$x_{CT1} + x_{CT2} + x_{CT3} + x_{CT4} + x_{CT5} \leq 15$$
$$x_{LB1} + x_{LB2} + x_{LB3} + x_{LB4} + x_{LB5} \leq 15$$
$$x_{OE1} + x_{OE2} + x_{OE3} + x_{OE4} + x_{OE5} \leq 20$$
$$x_{CT1} + x_{LB1} + x_{OE1} \geq 8$$
$$x_{CT2} + x_{LB2} + x_{OE2} \geq 5$$
$$x_{CT3} + x_{LB3} + x_{OE3} \geq 15$$
$$x_{CT4} + x_{LB4} + x_{OE4} \geq 7$$
$$x_{CT5} + x_{LB5} + x_{OE5} \geq 2$$

$$x_{CT1}, x_{CT2}, x_{CT3}, \ldots, x_{OE5} \geq 0$$

E) NÃO É POSSÍVEL RESOLVER O MODELO UTILIZANDO O MÉTODO SIMPLEX, POIS O MESMO NÃO ESTÁ NO FORMATO PADRÃO.

Nome: ____ Data: ____________________

F) $c_{ij} = \begin{bmatrix} 1,1 & 2,5 & 3,2 & 0,9 & 0,7 \\ 2 & 2,15 & 3 & 3,10 & 3,10 \\ 0,6 & 1,10 & 3 & 2,15 & 1,2 \end{bmatrix}$

$b_i = \begin{bmatrix} 15 \\ 15 \\ 20 \end{bmatrix}$ $s_j = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 15 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}$

x_{ij} = quantidade de pacotes de hamburguer transportados do restaurante i para o cliente j

$I = \{CT, CB, OE\}$; $J = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$\text{Min } W = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq b_i \quad \forall i \in I$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \geq s_j \quad \forall j \in J$$

$$x_{ij} \geq 0$$

Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção

Nome: ____ Data: ____________________

Questão 2) Relacione os itens da coluna da esquerda com as da direita. (1 ponto)

(1)	Importando a biblioteca de programação linear	(3)	`prob = LpProblem("Transporte", LpMinimize)`
(2)	Definindo as variáveis de decisão	(1)	`from pulp import *`
(3)	Inicializando o problema	(4)	`prob += 1*xa1 + 0.8*xa2 + 50.9*xa3 + 0.9*xb1 + 0.7*xb2 + 0.6*xb3`

(4)	Definindo a função objetivo	(5)	`prob += xa1 + xa2 + xa3 <= 2000`
			`prob += xb1 + xb2 + xb3 <= 1000`
			`prob += xa1 + xb1 >= 700`
			`prob += xa2 + xb2 >= 1100`
			`prob += xa3 + xb3 >= 1200`

(5)	Adicionando as restrições do problema	(8)	`for var in prob.variables():`
			`    if var.varValue > 0:`
			`        print(f"{var.name} = {var.varValue}")`

(6)	Obtendo o status do problema (ótimo, irrestrito ou não-viável)	(2)	`xa1 = LpVariable("xa1", 0)`
			`xa2 = LpVariable("xa2", 0)`
			`xa3 = LpVariable("xa3", 0)`
			`xb1 = LpVariable("xb1", 0)`
			`xb2 = LpVariable("xb2", 0)`
			`xb3 = LpVariable("xb3", 0)`

(7)	Imprimindo o valor da função objetivo	(7)	`fo = pulp.value(prob.objective)` `print(f"O valor da funcao objetivo é: {fo}")`
(8)	Imprimindo os valores das variáveis de decisão	(6)	`status = prob.solve()` `print(LpStatus[status])`

Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção

Nome: ____ Data: ____________________

Questão 3) Considere o código para resolução do modelo do transporte no Python apresentado na figura a seguir. (3 pontos)

a) Transcreva o modelo de programação linear com base nos dados do código. (1 ponto)
b) Desenhe o grafo com as informações deste problema. (0,5)
c) O problema está balanceado? Indique as capacidades dos fornecedores e as demandas dos clientes. (0,1)
d) Quais são as restrições dos fornecedores? (0,2)
e) Quais são as restrições dos clientes? (0,2)
f) Resolva o problema no Python e indique os resultados em um grafo. Quanto cada fornecedor irá transportar para cada cliente? (1 ponto)

```
from pulp import *

xa1 = LpVariable("xa1", 0)
xa2 = LpVariable("xa2", 0)
xa3 = LpVariable("xa3", 0)
xa4 = LpVariable("xa4", 0)
xb1 = LpVariable("xb1", 0)
xb2 = LpVariable("xb2", 0)
xb3 = LpVariable("xb3", 0)
xb4 = LpVariable("xb4", 0)
xc1 = LpVariable("xc1", 0)
xc2 = LpVariable("xc2", 0)
xc3 = LpVariable("xc3", 0)
xc4 = LpVariable("xc4", 0)

prob = LpProblem("Transporte", LpMinimize)

prob += 50*xa1+130*xa2+200*xa3+62*xa4+120*xb1+80*xb2+160*xb3+110*xb4+130*xc1+40*xc2+100*xc3+160*xc4

prob += xa1 + xa2 + xa3 +xa4 <= 500
prob += xb1 + xb2 + xb3 +xb4 <= 700
prob += xc1 + xc2 + xc3 +xc4 <= 800
prob += xa1 + xb1 +xc1 >= 400
prob += xa2 + xb2 +xc2 >= 900
prob += xa3 + xb3 +xc3 >= 200
prob += xa4 + xb4 +xc4 >= 500

status = prob.solve()
print(LpStatus[status])

fo = pulp.value(prob.objective)
print(f"O valor da funcao objetivo é: {fo}")

for var in prob.variables():
    if var.varValue > 0:
        print(f"{var.name} = {var.varValue}")
```

Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção

Nome: ____ Data: ____________________

A) x_{ij} = quantidade de produto transportado do fornecedor i para o cliente j.

$i \in I = \{A, B, C\}$; $j \in J = \{1, 2, 3, 4\}$

$$\text{Min } W = 50x_{A1} + 130x_{A2} + 200x_{A3} + 62x_{A4} + 120x_{B1} + 80x_{B2} + 160x_{B3} + 110x_{B4} + 130x_{C1} + 40x_{C2} + 100x_{C3} + 160x_{C4}$$

s.a.

$x_{A1} + x_{A2} + x_{A3} + x_{A4} \leq 500$ (R1)

$x_{B1} + x_{B2} + x_{B3} + x_{B4} \leq 700$ (R2)

$x_{C1} + x_{C2} + x_{C3} + x_{C4} \leq 800$ (R3)

$x_{A1} + x_{B1} + x_{C1} \geq 400$ (R4)

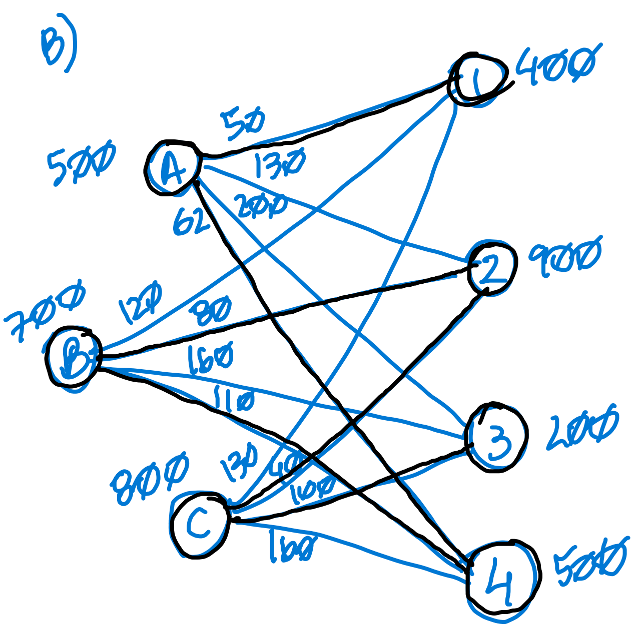
$x_{A2} + x_{B2} + x_{C2} \geq 900$ (R5)

$x_{A3} + x_{B3} + x_{C3} \geq 200$ (R6)

$x_{A4} + x_{B4} + x_{C4} \geq 500$ (R7)

$x_{A1}, x_{A2}, \ldots x_{C4} \geq 0$

B)



C) $500 + 700 + 800 \geq 400 + 900 + 200 + 500$

$2000 \geq 2000$ } ESTÁ BALANCEADO

D) (R1), (R2), (R3)

E) (R4), (R5), (R6), (R7)

F) $Z^* = 138200$

$x_{A1}^* = 400$ $\quad x_{B2}^* = 300$ $\quad x_{C2}^* = 600$

$x_{A4}^* = 100$ $\quad x_{B4}^* = 400$ $\quad x_{C3}^* = 200$

Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção

Nome: ____ Data: ____________________

Questão 4) Escreva as inequações a seguir na forma algébrica. (1 ponto)

a) $x_{11} + x_{12} \geq 0$
$x_{21} + x_{22} \geq 0$
$x_{31} + x_{32} \geq 0$

b) $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 1$

$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \geq 1$

c) $(x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51}) - (x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15}) \leq 0$

A) $\sum_{j=\{1,2\}} x_{ij} \geq 0 \quad , \quad \forall i = \{1,2,3\}$ (0,3)

B) $\sum_{j \in \{1,2,3,4\}} x_{ij} \geq 1 \quad , \quad \forall i \in \{1,2\}$ (0,3)

c) $\sum_{i=\{1,2,3,4,5\}} x_{ij} - \sum_{i \in \{1,2,3,4,5\}} x_{ji} \leq 0$ (0,4)

Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção

Nome: ____ Data: ____________________

Questão 5) Assinale a alternativa correta, e justifique o erro nas outras alternativas. (1 ponto)

a) $\sum_{j=1}^{3} x_{ij} \geq 1, \forall i \in \{1,2\}$ é o mesmo que:

$$x_{11} + x_{12} \geq 1$$
$$x_{21} + x_{22} \geq 1$$
$$x_{31} + x_{32} \geq 1$$

$\sum_{j \in \{1,2\}} x_{ij} \geq 1 \quad \forall i = \{1,2,3\}$

(0,2)

b) $\sum_{i=1}^{5} x_{ij} \leq 0, \forall j \in \{1,2\}$ é o mesmo que:

$$x_{11} + x_{21} \leq 0$$
$$x_{12} + x_{22} \leq 0$$
$$x_{13} + x_{23} \leq 0$$
$$x_{14} + x_{24} \leq 0$$
$$x_{15} + x_{25} \leq 0$$

$\sum_{i=1}^{2} x_{ij} \leq 0 \quad \forall j = \{1,2,3,4,5\}$

(0,2)

(0,2) ~~c)~~ $\sum_{j=1}^{4} x_{ij} \geq 1, \forall i \in \{1,2\}$ é o mesmo que:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 1$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \geq 1$$

d) $\sum_{i=1}^{5} x_{ij} + 1 \leq j, \forall j \in \{1,2\}$ é o mesmo que:

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} \leq 1$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} \leq 1$$

$\sum_{i=1}^{5} x_{ij} \leq 1, \forall j = \{1,2\}$

(0,2)

e) $\sum_{i=1}^{5} x_{ij} - \sum_{i=1}^{5} x_{ij} \leq 0, \forall j \in \{1\}$ é o mesmo que:

$$(x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51}) - (x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15}) \leq 0$$

$\sum_{i=1}^{5} x_{ij} - \sum_{i=1}^{5} x_{ji} \leq 0 \quad \forall j \in \{1\}$ (0,2)