

# Exercícios (soluções) - Métodos Quantitativos

## 1- FUNDAMENTOS

(Somente exercícios de consulta a materiais)

## 2- MODELAGEM MATEMÁTICA

### 2.1 Restrições 71 Rocky Milk

a)  $x_2 - x_1 \geq 1$

$-x_1 + x_2 \geq 1$

b)  $x_1 + 2x_2 \geq 3$

$x_1 + 2x_2 \leq 6$

c)  $x_2 \geq x_1$

$x_2 - x_1 \geq 0$

$-x_1 + x_2 \geq 0 \iff x_1 - x_2 \leq 0$

d)  $x_1 + x_2 \geq 3$

e)  $\frac{x_2}{x_1 + x_2} \leq 0,5$

### 2.2 Soluções 71 Rocky Milk

Função objetivo  $\rightarrow$  Maximiza  $Z = 5x_1 + 4x_2$

a)  $5 \cdot 1 + 4 \cdot 4 = 21$  (X)

b)  $5 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 18$

c)  $5 \cdot 3 + 4 \cdot 1,5 = 21$  ótima!

d)  $5 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 14$

e)  $5 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 6$  (X)

Solução	Restrições				
	$6x_1 + 4x_2 \leq 24$	$x_1 + 2x_2 \leq 6$	$-x_1 + x_2 \leq 1$	$x_2 \leq 2$	$x_1, x_2 \geq 0$
a) $x_1=1, x_2=4$	$6 \cdot 1 + 4 \cdot 4 = 22 \leq 24$	$1 + 2 \cdot 4 = 9 > 6$	$-1 + 4 = 3 > 1$	$4 > 2$	$1, 4 \geq 0$
b) $x_1=2, x_2=2$	$6 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 20 \leq 24$	$2 + 2 \cdot 2 = 6 \leq 6$	$-2 + 2 = 0 \leq 1$	$2 \leq 2$	$2, 2 \geq 0$
c) $x_1=3, x_2=1,5$	$6 \cdot 3 + 4 \cdot 1,5 = 24 \leq 24$	$3 + 2 \cdot 1,5 = 6 \leq 6$	$-3 + 1,5 = -1,5 \leq 1$	$1,5 \leq 2$	$3, 1,5 \geq 0$
d) $x_1=2, x_2=1$	$6 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 16 \leq 24$	$2 + 2 \cdot 1 = 4 \leq 6$	$-2 + 1 = -1 \leq 1$	$1 \leq 2$	$2, 1 \geq 0$
e) $x_1=2, x_2=-1$	$6 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 8 \leq 24$	$2 + 2 \cdot (-1) = 0 \leq 6$	$-2 + (-1) = -3 \leq 1$	$1 \leq 2$	$2 \geq 0, -1 < 0$

23

SOLICITAÇÃO 71 PEDRO MIKKE

PARA M1:  $6x_1 + 4x_2 \rightarrow 6 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 20$

$$24 - 20 = 4 \text{ de sobra!}$$

PARA M2:  $x_1 + 2x_2 = 2 + 2 \cdot 2 = 6$

$$6 - 6 = 0 \rightarrow \text{sem sobra!}$$

24

DESCONTO 31 PEDRO MIKKE

$$z = \begin{cases} 5x_1 + 4x_2, & \text{se } x_1 \leq 2, \\ 45x_1 + 4x_2, & \text{se } x_1 > 2. \end{cases}$$

↳ Função  $z$  é não linear!

25

OS PROCESSOS DE PRODUÇÃO

Maximizar  $z = 2x_1 + 3x_2$

Sujeito a  $10x_1 + 5x_2 \leq 600$

$$6x_1 + 20x_2 \leq 600$$

$$8x_1 + 10x_2 \leq 600$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

26

FACFACTORY

	MATÉRIA-PRIMA	LUCRO
A	2	20
B	4	50
Max	240	

- Vendas de A pelo menos 80% do total

- Máximo 100 unidades de A

Maximizar  $20A + 50B$

Sujeito a  $2A + 4B \leq 240$

$$A \leq 100$$

$$A \geq 0,8(A+B) \iff 0,2A - 0,8B \geq 0$$

$$A, B \geq 0$$

## 2.7 O investidor

- 5000 de investimento
- A rende 5%
- B rende 8%
- Mínimo 25% no A
- Máximo 50% no B
- A mínimo metade B

$$\text{Maximizar } Z = 0,05A + 0,08B$$

$$\text{Sujeito a } A + B \leq 5000$$

$$A \geq 0,25(A+B) \leftrightarrow 0,75A - 0,25B \geq 0$$

$$B \leq 0,5(A+B) \leftrightarrow -0,5A + 0,5B \leq 0$$

$$A \geq 0,5B \leftrightarrow A - 0,5B \geq 0$$

$$A, B \geq 0$$

## 2.8 Ozark Community College

$$\text{Maximizar } Z = 1500x_1 + 1000x_2$$

$$\text{Sujeito a } x_1 + x_2 \leq 30$$

$$x_1 \geq 10$$

$$x_2 \geq 10$$

## 2.9 Jack na Ulsen

e = estudar

d = diversão

$$\text{Maximizar } Z = e + 2d$$

$$\text{Sujeito a } e + d \leq 10$$

$$e \geq d \leftrightarrow e - d \geq 0$$

$$d \leq 4$$

$$e, d \geq 0$$

## 2.10 Show & Sell

$x_1$  → minutos anúncio rádio

$x_2$  → minutos anúncio TV

$$\text{Maximizar } x_1 + 25x_2$$

$$15x_1 + 300x_2 \leq 10000$$

$$x_1 \geq 2x_2 \leftrightarrow x_1 - 2x_2 \geq 0$$

$$x_1 \leq 400$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

## 2.11 Os empregos de John

$x_1 \rightarrow$  horas loja 1

$x_2 \rightarrow$  horas loja 2

Minimiza  $Z = 8x_1 + 6x_2$

Sujeito a  $x_1 \geq 5$

$x_2 \leq 12$

$x_2 \geq 6$

$x_2 \leq 10$

$x_1 + x_2 \geq 20$

$x_1, x_2 \geq 0$

## 2.12 Oilco

$x_1 \rightarrow$  barris/dia do Pó (x1000)

$x_2 \rightarrow$  barris/dia de Dubai (x1000)

Minimiza  $x_1 + x_2$

Sujeito a  $0,2x_1 + 0,1x_2 \geq 14$

$0,25x_1 + 0,6x_2 \geq 30$

$0,1x_1 + 0,15x_2 \geq 10$

$0,15x_1 + 0,1x_2 \geq 8$

$x_1 \geq 0,4(x_1 + x_2) \Leftrightarrow 0,6x_1 - 0,4x_2 \geq 0$

$x_1, x_2 \geq 0$

	Demanda	Pó	Dubai
Diesel	14000	0,2	0,1
GASOLINA	30000	0,25	0,6
Lubrificantes	10000	0,1	0,15
Componentes Outros	8000	0,15	0,1

$\rightarrow$  Mínimo 40% do Pó

$\hookrightarrow$  Restante de Dubai

## 2.13 Day Trader

$x_1 \rightarrow$  Investimento Primeira Linha

$x_2 \rightarrow$  Investimento alta tecnologia

Minimiza  $x_1 + x_2$

Sujeito a  $0,1x_1 + 0,25x_2 \geq 10000$

$x_2 \leq 0,6(x_1 + x_2) \Leftrightarrow -0,6x_1 + 0,4x_2 \leq 0$

$x_1, x_2 \geq 0$

## 2.14 Suostas

$x_1 \rightarrow$  Razão A na mistura

$x_2 \rightarrow$  Razão B na mistura

$$\text{Minimiza } Z = 100x_1 + 80x_2$$

$$\text{Sujeito a } 0,06x_1 + 0,03x_2 \geq 0,03$$

$$0,06x_1 + 0,03x_2 \leq 0,06$$

$$0,03x_1 + 0,06x_2 \geq 0,03$$

$$0,03x_1 + 0,06x_2 \leq 0,05$$

$$0,04x_1 + 0,03x_2 \geq 0,03$$

$$0,04x_1 + 0,03x_2 \leq 0,07$$

$$x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

## 2.15 Produção de Rádios

$x_1 \rightarrow$  Produção de HiFi-1

$x_2 \rightarrow$  Produção de HiFi-2

$$\text{maximiza } Z = 15x_1 + 15x_2$$

$$\text{Sujeito a } 6x_1 + 4x_2 \leq 480 \cdot 0,9$$

$$5x_1 + 5x_2 \leq 480 \cdot 0,86$$

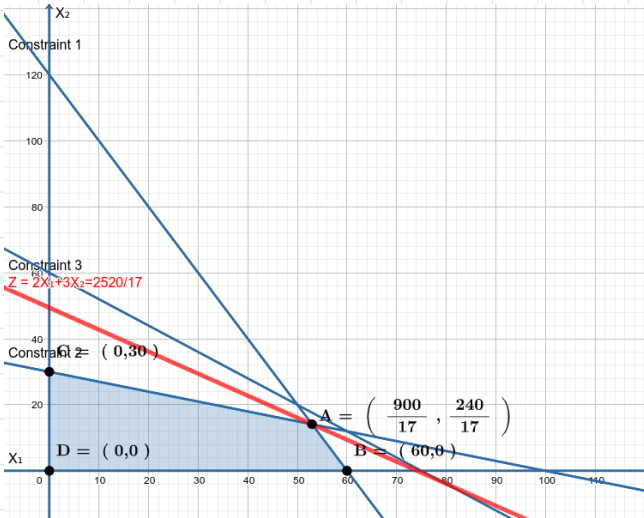
$$4x_1 + 6x_2 \leq 480 \cdot 0,88$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

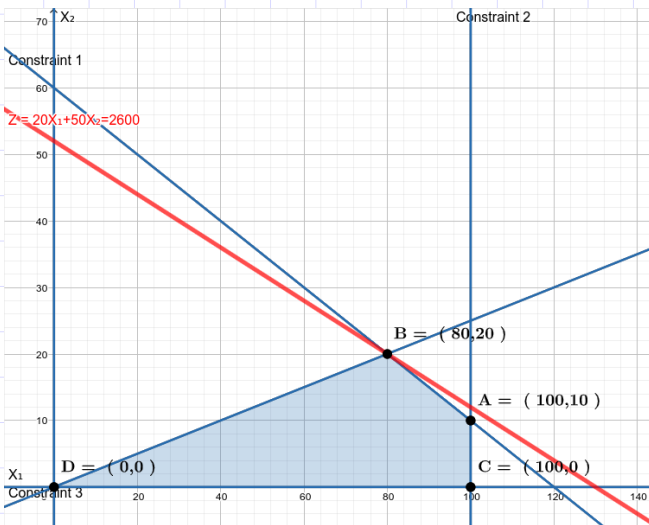
### 3- Método Gráfico

#### 3.1 Aplicações do método gráfico

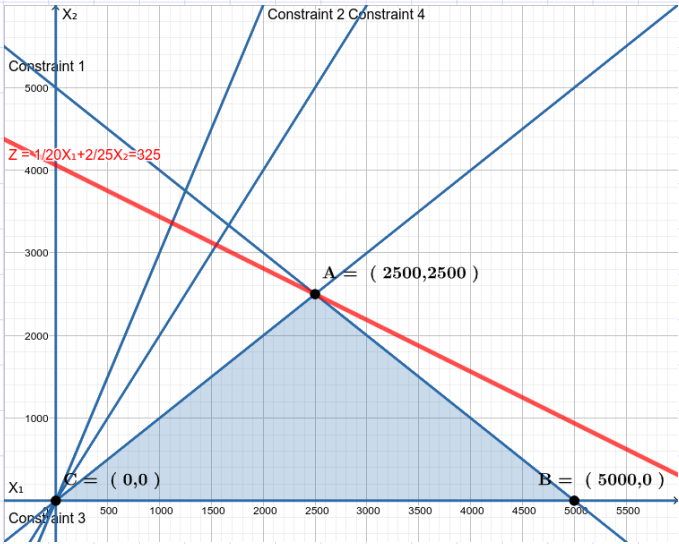
Os processos de produção



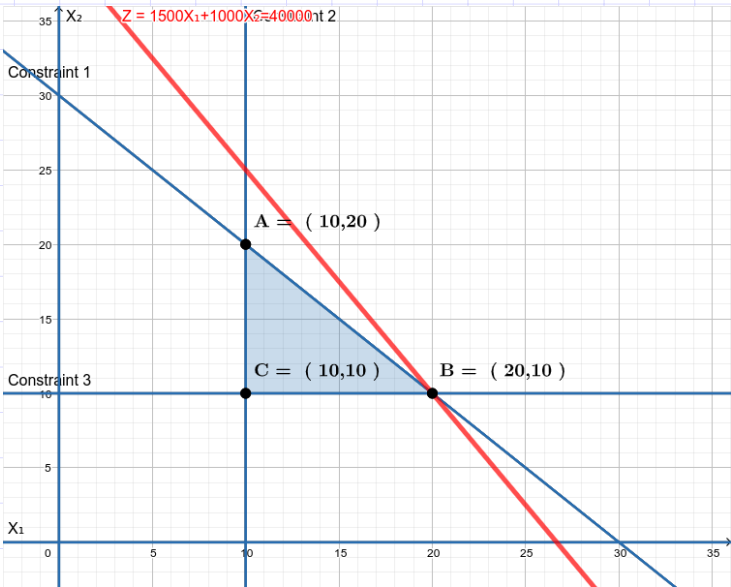
Fac Factory



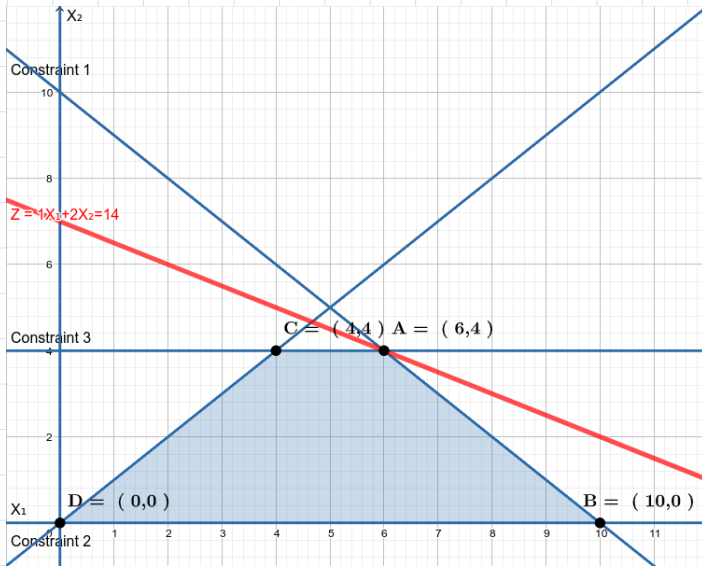
① investor



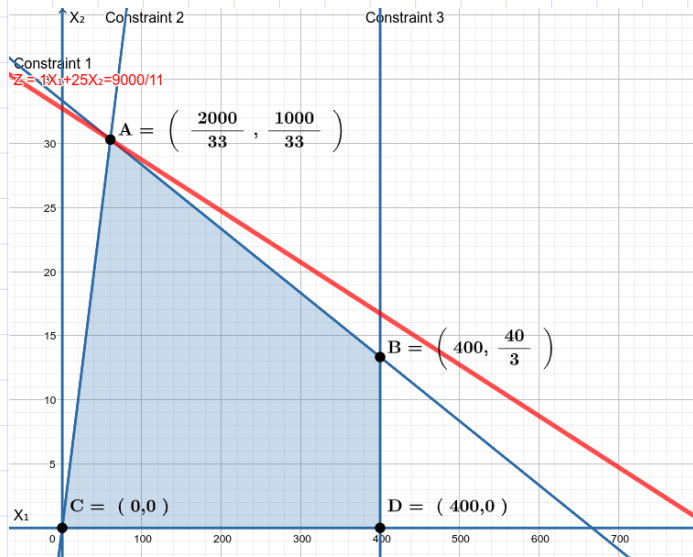
Ozark Community College



## Jack na Ulean

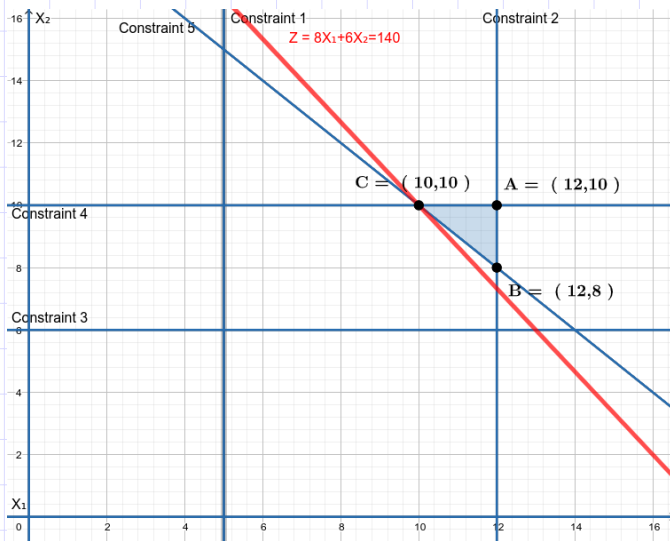


## Show & Sell

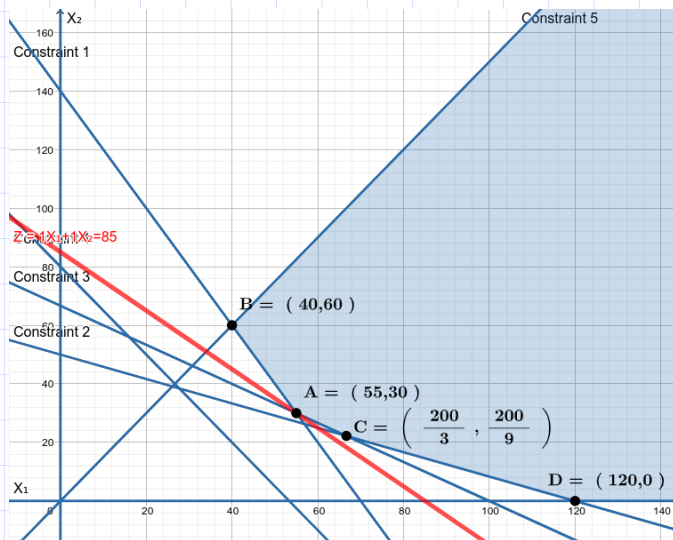




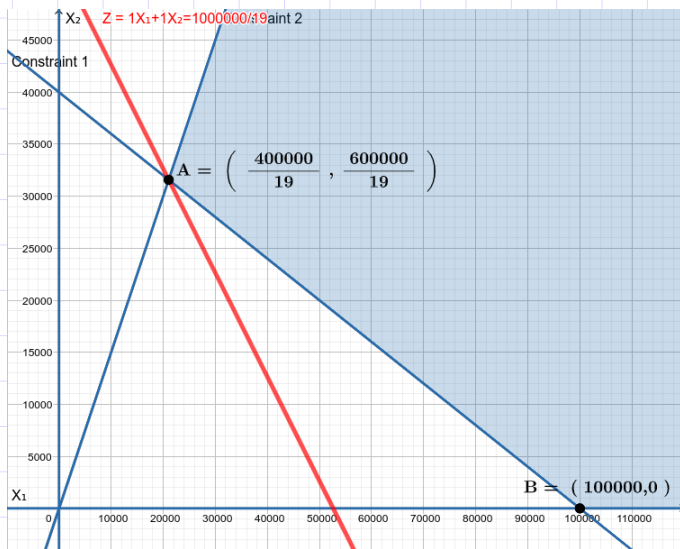
## Os empregos de John



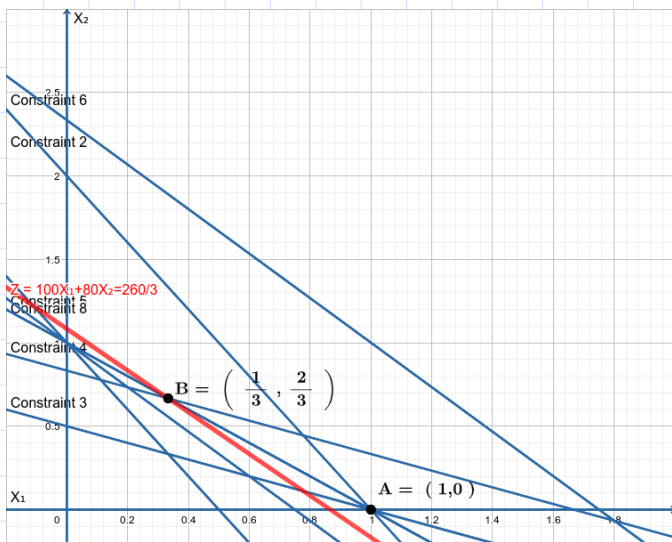
## Oil Co



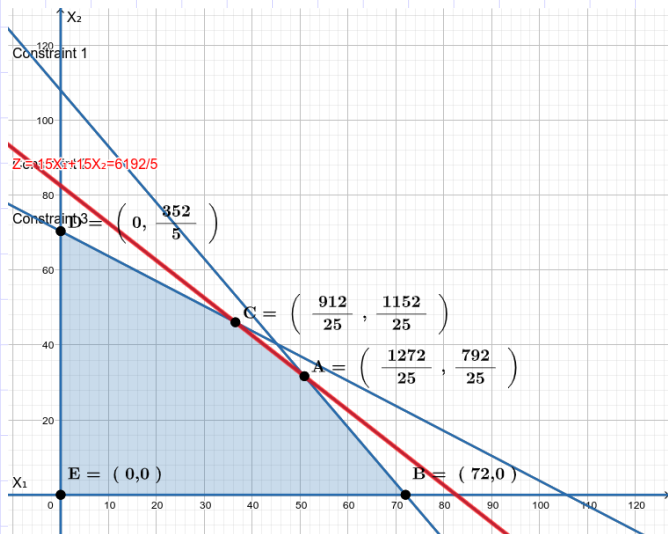
# Day Trader



# Sucatas



# Produção de Bódiop



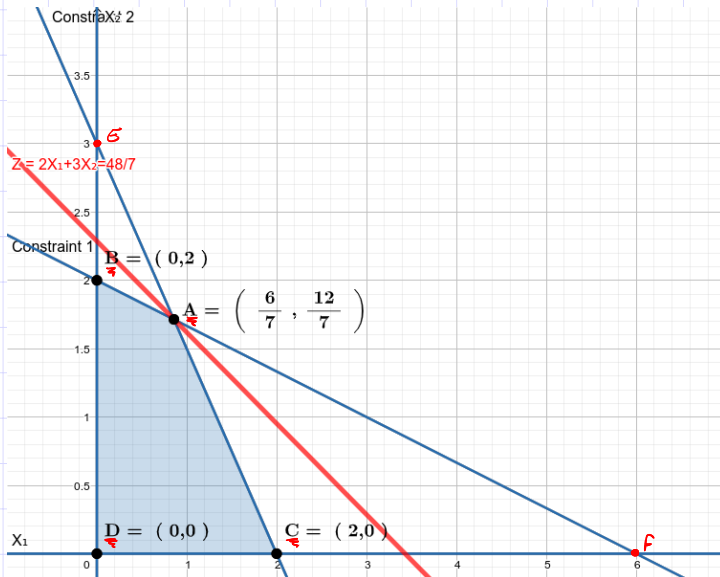
## 4- Método SIMPLEX

### 4.1 Bases do Simplex

a) Maximiza  $2x_1 + 3x_2$   
sujeito a  $x_1 + 3x_2 + s_1 = 6$   
 $3x_1 + 2x_2 + s_2 = 6$   
 $x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$

b)	Variáveis não básicas	Variáveis básicas	Valores	Viável?	Função objetivo	<u>Ponto</u>
	$(x_1, x_2)$	$(s_1, s_2)$	$(6, 6)$	Sim	0	D
	$(x_1, s_1)$	$(x_2, s_2)$	$(2, 2)$	Sim	6	B
	$(x_1, s_2)$	$(x_2, s_1)$	$(3, -3)$	NÃO	-	E
	$(x_2, s_1)$	$(x_1, s_2)$	$(6, -12)$	NÃO	-	F
	$(x_2, s_2)$	$(x_1, s_1)$	$(2, 4)$	Sim	4	C
	$(s_1, s_2)$	$(x_1, x_2)$	$(6/7, 12/7)$	Sim	6,86 (ótima!)	A

d, c)



## 4.2 Otimização por enumeração de soluções básicas

Maximizar  $Z = 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 6x_4$

Sujeito a  $x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 8x_4 \leq 2$

$-x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 1$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

$\Leftrightarrow$

Maximizar  $Z = 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 6x_4$

Sujeito a  $x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 8x_4 + s_1 = 2$

$-x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + s_2 = 1$

$x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2 \geq 0$

VAR BÁSICAS	SOLUÇÃO	Z
$(x_1, x_2)$	$(0, 1/2)$	-2
$(x_1, x_3)$	$(8, 3)$	31 (ótimo!)
$(x_1, x_4)$	$(0, 1/4)$	-3/2
$(x_1, s_1)$	$(-1, 3)$	—
$(x_1, s_2)$	$(2, 3)$	4
$(x_2, x_3)$	$(1/2, 0)$	-2
$(x_2, x_4)$	$(1/2, 0)$	-2
$(x_2, s_1)$	$(1/2, 0)$	-2

VAR BÁSICAS	SOLUÇÃO	Z
$(x_2, s_2)$	$(1/2, 0)$	-2
$(x_3, x_4)$	$(0, 1/4)$	3/2
$(x_3, s_1)$	$(1/3, 8/3)$	5/3
$(x_3, s_2)$	$(-1, 4)$	—
$(x_4, s_1)$	$(1/4, 0)$	3/2
$(x_4, s_2)$	$(1/4, 0)$	-3/2
$(s_1, s_2)$	$(2, 1)$	0

Minimizar  $Z = x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4$

Sujeito a  $x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 4$

$x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 4$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

VAR BÁSICAS	SOLUÇÃO	Z
$(x_1, x_2)$	Infinitas soluções!	$\rightarrow \{(x_1, x_2) \mid x_1 + 2x_2 = 4\}$
$(x_1, x_3)$	$(4, 0)$	4
$(x_1, x_4)$	$(4, 0)$	4
$(x_2, x_3)$	$(2, 0)$	4
$(x_2, x_4)$	$(2, 0)$	4
$(x_3, x_4)$	$(-4/3, 16/3)$	—

### 4.3 Demonstrar que as soluções são não viáveis

$$\text{Maximiza } Z = X_1 + X_2$$

$$\text{Sujeito a } X_1 + 2X_2 \stackrel{+S_1}{\leq} 6$$

$$2X_1 + X_2 \stackrel{-S_2}{\geq} 16$$

$$X_1, X_2 \stackrel{+S_3, +S_4}{\geq} 0$$

$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 = 6 \\ 2X_1 + X_2 = 16 \end{cases}$$

$$2X_1 + X_2 = 16$$

$$\hookrightarrow X_1 = 6 - 2X_2$$

$$\hookrightarrow 2(6 - 2X_2) + X_2 = 16$$

$$-3X_2 = 4$$

$$X_2 = -4/3$$

$$X_1 = 6 - 2(-4/3)$$

$$X_1 = 6 + 8/3$$

$$X_1 = 26/3$$

#### Soluções Básicas

$$* (X_1, X_2) = (26/3, -4/3)$$

$$* (X_1, S_1) = (8, -2)$$

$$* (X_1, S_2) = (6, -4)$$

$$* (X_2, S_1) = (16, -26)$$

$$* (X_2, S_2) = (3, -13)$$

$$* (S_3, S_4) = (6, -16)$$

### 4.4 Selecionar a variável para entrar

BASE	$X_1$	$X_2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	Sol.
Z	-5	-4	0	0	0	0	0
$S_1$	6	4	1	0	0	0	24
$S_2$	1	2	0	1	0	0	6
$S_3$	-1	1	0	0	1	0	1
$S_4$	0	1	0	0	0	1	2

$$\text{Novo Pivô} = \text{Pivô Atual}$$

$$\text{Elem. Pivô}$$

$$\text{Nova Linha} = \text{Linha Atual}$$

$$- \left( \text{Novo Pivô} \times \text{Elem. Col. Pivô} \right)$$

$$\text{Novo Pivô} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 6 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \div 1$$


$$\begin{aligned} \text{Nova Z} &= \begin{pmatrix} -5 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \\ &\quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \times (-5) \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 6 & 0 & 5 & 0 & 0 & 30 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Nova } S_1 &= \begin{pmatrix} 6 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{pmatrix} - \\ &\quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \times 6 \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -8 & 1 & -6 & 0 & 0 & -12 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Nova } S_3 &= \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \\ &\quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \times (-1) \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 7 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Nova } S_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} - \\ &\quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \times 0 \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

BASE	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	Sol.
Z	0	6	0	5	0	0	30
$s_1$	0	-8	1	-6	0	0	-12
$x_1$	1	2	0	1	0	0	6
$s_3$	0	3	0	1	1	0	7
$s_4$	0	1	0	0	0	1	2


 $s_1 = -12$   
 $\hookrightarrow$  Solução inviável!

## 4.4 Simplex com várias funções objetivo

a)

Tableau 1:

	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	z	
s1	1	2	2	4	1	0	0	0	40
s2	2	-1	1	2	0	1	0	0	8
s3	4	-2	1	-1	0	0	1	0	10
z	-2	-1	3	-5	0	0	0	1	0

$$z = 0; x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 0$$

Tableau 2:

	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	z	
s1	-3	4	0	0	1	-2	0	0	24
x4	1	-1/2	1/2	1	0	1/2	0	0	4
s3	5	-5/2	3/2	0	0	1/2	1	0	14
z	3	-7/2	11/2	0	0	5/2	0	1	20

$$z = 20; x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 4$$

Tableau 3:

	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	z	
x2	-3/4	1	0	0	1/4	-1/2	0	0	6
x4	5/8	0	1/2	1	1/8	1/4	0	0	7
s3	25/8	0	3/2	0	5/8	-3/4	1	0	29
z	3/8	0	11/2	0	7/8	3/4	0	1	41

$$z = 41; x1 = 0, x2 = 6, x3 = 0, x4 = 7$$

$$\begin{aligned} \text{Maximize } z &= 2x1 + x2 - 3x3 + \\ x1 + 2x2 + 2x3 + 4x4 &\leq 40 \\ 2x1 - x2 + x3 + 2x4 &\leq 8 \\ 4x1 - 2x2 + x3 - x4 &\leq 10 \end{aligned}$$

b)

Tableau 1:

	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	z	
s1	1	2	2	4	1	0	0	0	40
s2	2	-1	1	2	0	1	0	0	8
s3	4	-2	1	-1	0	0	1	0	10
z	-8	-6	-3	2	0	0	0	1	0

$$z = 0; x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 0$$

Tableau 2:

	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	z	
s1	0	5/2	7/4	17/4	1	0	-1/4	0	75/2
s2	0	0	1/2	5/2	0	1	-1/2	0	3
x1	1	-1/2	1/4	-1/4	0	0	1/4	0	5/2
z	0	-10	-1	0	0	0	2	1	20

$$z = 20; x1 = 5/2, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 0$$

Tableau 3:

	x1	x2	x3	x4	s1	s2	s3	z	
x2	0	1	7/10	17/10	2/5	0	-1/10	0	15
s2	0	0	1/2	5/2	0	1	-1/2	0	3
x1	1	0	3/5	3/5	1/5	0	1/5	0	10
z	0	0	6	17	4	0	1	1	170

$$z = 170; x1 = 10, x2 = 15, x3 = 0, x4 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{Maximize } z &= 8x1 + 6x2 + 3x3 - \\ x1 + 2x2 + 2x3 + 4x4 &\leq 40 \\ 2x1 - x2 + x3 + 2x4 &\leq 8 \\ 4x1 - 2x2 + x3 - x4 &\leq 10 \end{aligned}$$



c)

$$\text{Maximize } z = 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 40$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 8$$

$$4x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 \leq 10$$

Tableau 1:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$z$	
$s_1$	1	2	2	4	1	0	0	0	40
$s_2$	2	-1	1	2	0	1	0	0	8
$s_3$	4	-2	1	-1	0	0	1	0	10
$z$	-3	1	-3	-4	0	0	0	1	0

$$z = 0; x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$$

Tableau 2:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$z$	
$s_1$	-3	4	0	0	1	-2	0	0	24
$x_4$	1	-1/2	1/2	1	0	1/2	0	0	4
$s_3$	5	-5/2	3/2	0	0	1/2	1	0	14
$z$	1	-1	-1	0	0	2	0	1	16

$$z = 16; x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 4$$

Tableau 3:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$z$	
$x_2$	-3/4	1	0	0	1/4	-1/2	0	0	6
$x_4$	5/8	0	1/2	1	1/8	1/4	0	0	7
$s_3$	25/8	0	3/2	0	5/8	-3/4	1	0	29
$z$	1/4	0	-1	0	1/4	3/2	0	1	22

$$z = 22; x_1 = 0, x_2 = 6, x_3 = 0, x_4 = 7$$

Tableau 4:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$z$	
$x_2$	-3/4	1	0	0	1/4	-1/2	0	0	6
$x_3$	5/4	0	1	2	1/4	1/2	0	0	14
$s_3$	5/4	0	0	-3	1/4	-3/2	1	0	8
$z$	3/2	0	0	2	1/2	2	0	1	36

$$z = 36; x_1 = 0, x_2 = 6, x_3 = 14, x_4 = 0$$

d)

$$\text{Minimize } z = 5x_1 - 4x_2 + 6x_3 - 8x_4$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 40$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 8$$

$$4x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 \leq 10$$

Tableau 1:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$-z$	
$s_1$	1	2	2	4	1	0	0	0	40
$s_2$	2	-1	1	2	0	1	0	0	8
$s_3$	4	-2	1	-1	0	0	1	0	10
$-z$	5	-4	6	-8	0	0	0	1	0

$$z = 0; x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0$$

Tableau 2:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$-z$	
$s_1$	-3	4	0	0	1	-2	0	0	24
$x_4$	1	-1/2	1/2	1	0	1/2	0	0	4
$s_3$	5	-5/2	3/2	0	0	1/2	1	0	14
$-z$	13	-8	10	0	0	4	0	1	32

$$z = -32; x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 4$$

Tableau 3:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$-z$	
$x_2$	-3/4	1	0	0	1/4	-1/2	0	0	6
$x_4$	5/8	0	1/2	1	1/8	1/4	0	0	7
$s_3$	25/8	0	3/2	0	5/8	-3/4	1	0	29
$-z$	7	0	10	0	2	0	0	1	80

$$z = -80; x_1 = 0, x_2 = 6, x_3 = 0, x_4 = 7$$

## 4.6 Programa com restrição única

Soluções básicas possuem uma única variável  $\neq 0$ . Logo,

$$x_1 = 90, \quad z = 5 \cdot 90 = 450 \quad \leftarrow \text{Solução ótima:}$$

$$x_2 = 90/3 = 30, \quad z = -6 \cdot 30 = -180$$

$$x_3 = 90/5 = 18, \quad z = 3 \cdot 18 = 54$$

$$x_4 = 90/6 = 15, \quad z = -5 \cdot 15 = -75$$

$$x_5 = 90/3 = 30, \quad z = 12 \cdot 30 = 360$$

$$x_1 = 90, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0$$

$$\hookrightarrow z = 450$$

## 4.7 Testando variáveis entrantes

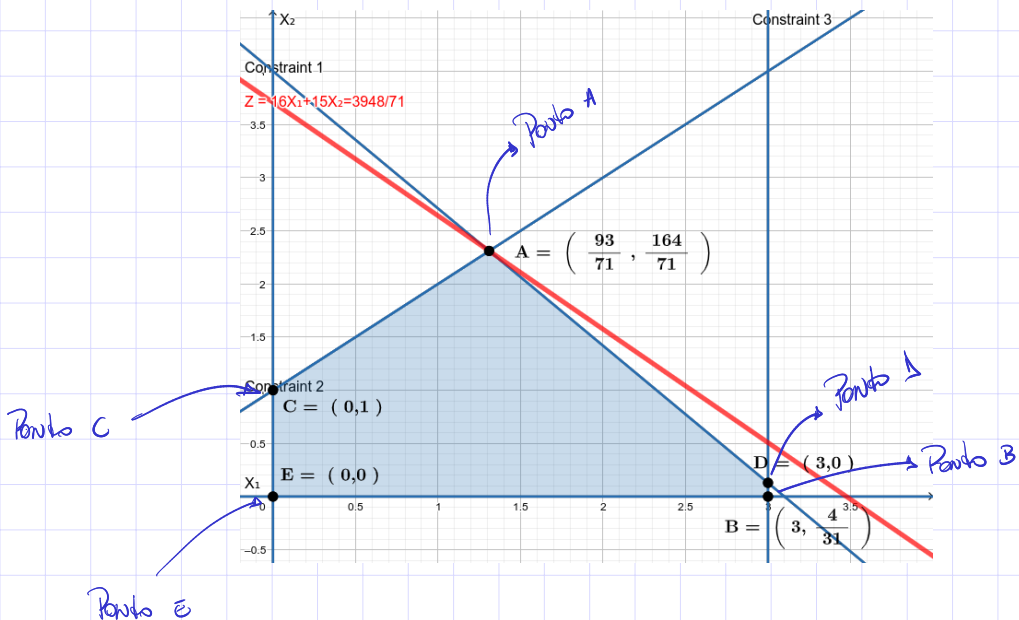
$$\text{Maximiza } z = 16x_1 + 15x_2$$

$$\text{Sujeito a } 40x_1 + 31x_2 + s_1 = 124$$

$$-x_1 + x_2 + s_2 = 1$$

$$-x_1 + s_3 = 3$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$



a) Percorra os pontos  $E \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$   
 ↳ 3 iterações

$$\begin{aligned} \text{Maximize } z &= 16x_1 + 15x_2 \\ 40x_1 + 31x_2 &\leq 124 \\ -x_1 + x_2 &\leq 1 \\ x_1 &\leq 3 \end{aligned}$$

Tableau 1:

	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$z$	
$s_1$	40	31	1	0	0	0	124
$s_2$	-1	1	0	1	0	0	1
$s_3$	1	0	0	0	1	0	3
$z$	-16	-15	0	0	0	1	0

$$z = 0; x_1 = 0, x_2 = 0$$

Tableau 2:

	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$z$	
$s_1$	0	31	1	0	-40	0	4
$s_2$	0	1	0	1	1	0	4
$x_1$	1	0	0	0	1	0	3
$z$	0	-15	0	0	16	1	48

$$z = 48; x_1 = 3, x_2 = 0$$

Tableau 3:

	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$z$	
$x_2$	0	1	$1/31$	0	$-40/31$	0	$4/31$
$s_2$	0	0	$-1/31$	1	$71/31$	0	$120/31$
$x_1$	1	0	0	0	1	0	3
$z$	0	0	$15/31$	0	$-104/31$	1	$1548/31$

$$z = 1548/31; x_1 = 3, x_2 = 4/31$$

Tableau 4:

	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$z$	
$x_2$	0	1	$1/71$	$40/71$	0	0	$164/71$
$s_3$	0	0	$-1/71$	$31/71$	1	0	$120/71$
$x_1$	1	0	$1/71$	$-31/71$	0	0	$93/71$
$z$	0	0	$31/71$	$104/71$	0	1	$3948/71$

$$z = 3948/71; x_1 = 93/71, x_2 = 164/71$$

b) Percorre os pontos  $E \rightarrow C \rightarrow A$ .

↳ 2 iterações

c) O critério de escolha da variável entrante (maior impacto na função objetivo) é uma heurística. A experiência mostra que, em média, esse critério é mais eficiente. No entanto, ele NÃO garante o menor número de iterações para chegar na solução ótima!

d) Mesmas iterações, mudando o sinal da linha  $z$  (função objetivo)!

Tableau 1:

	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$-z$	
$s_1$	40	31	1	0	0	0	124
$s_2$	-1	1	0	1	0	0	1
$s_3$	1	0	0	0	1	0	3
$-z$	-16	-15	0	0	0	1	0

$z = 0$ ;  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 0$

Tableau 2:

	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$-z$	
$s_1$	0	31	1	0	-40	0	4
$s_2$	0	1	0	1	1	0	4
$x_1$	1	0	0	0	1	0	3
$-z$	0	-15	0	0	16	1	48

$z = -48$ ;  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 0$

Tableau 3:

	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$-z$	
$x_2$	0	1	$1/31$	0	$-40/31$	0	$4/31$
$s_2$	0	0	$-1/31$	1	$71/31$	0	$120/31$
$x_1$	1	0	0	0	1	0	3
$-z$	0	0	$15/31$	0	$-104/31$	1	$1548/31$

$z = -1548/31$ ;  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 4/31$

Tableau 4:

	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$-z$	
$x_2$	0	1	$1/71$	$40/71$	0	0	$164/71$
$s_3$	0	0	$-1/71$	$31/71$	1	0	$120/71$
$x_1$	1	0	$1/71$	$-31/71$	0	0	$93/71$
$-z$	0	0	$31/71$	$104/71$	0	1	$3948/71$

$z = -3948/71$ ;  $x_1 = 93/71$ ,  $x_2 = 164/71$

Minimize  $z = -16x_1 - 15x_2$   
 $40x_1 + 31x_2 \leq 124$   
 $-x_1 + x_2 \leq 1$   
 $x_1 \leq 3$