# Exercícios (Soluções) - Métodos Quantitativos

## 1- Fundamentos

(Somente exercícios de consulta a materiais)

## 2- Modelagem Matemática

### 2.1 Restrições p/ Reddy Mikks

a) $x_2 - x_1 \geq 1$

$-x_1 + x_2 \geq 1 \longleftrightarrow x_1 - x_2 \leq 1$

b) $x_1 + 2x_2 \geq 3$

$x_1 + 2x_2 \leq 6$

c) $x_2 \geq x_1$

$x_2 - x_1 \geq 0$

$-x_1 + x_2 \geq 0 \longleftrightarrow x_1 - x_2 \leq 0$

d) $x_1 + x_2 \geq 3$

e) $\dfrac{x_2}{x_1 + x_2} \leq 5$

### 2.2 Soluções p/ Reddy Mikks

Função objetivo → Maximiza $z = 5x_1 + 4x_2$

a) $5.1 + 4.4 = 21$ X

b) $5.2 + 4.2 = 18$

c) $5.3 + 4.1{,}5 = 21$ ótima!

d) $5.2 + 4.1 = 14$

e) $5.2 + 4.(-1) = 6$ X

| Solução | Restrições | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $6x_1 + 4x_2 \leq 24$ | $x_1 + 2x_2 \leq 6$ | $-x_1 + x_2 \leq 1$ | $x_2 \leq 2$ | $x_1, x_2 \geq 0$ |
| a) $x_1 = 1, x_2 = 4$ | $6.1 + 4.2 = 22 \leq 24$ | $1 + 2.4 = 5 \leq 6$ | $-1 + 4 = 3 > 1$ | $4 > 2$ | $1, 4 \geq 0$ |
| b) $x_1 = 2, x_2 = 2$ | $6.2 + 4.2 = 20 \leq 24$ | $2 + 2.2 = 6 \leq 6$ | $-2 + 2 = 0 \leq 1$ | $2 \leq 2$ | $2, 2 \geq 0$ |
| c) $x_1 = 3, x_2 = 1{,}5$ | $6.3 + 4.1{,}5 = 24 \leq 24$ | $3 + 2.1{,}5 = 6 \leq 6$ | $-3 + 1{,}5 = -1{,}5 \leq 1$ | $1{,}5 \leq 2$ | $3, 1{,}5 \geq 0$ |
| d) $x_1 = 2, x_2 = 1$ | $6.2 + 4.1 = 16 \leq 24$ | $2 + 2.1 = 4 \leq 6$ | $-2 + 1 = -1 \leq 1$ | $1 \leq 2$ | $2, 1 \geq 0$ |
| e) $x_1 = 2, x_2 = -1$ | $6.2 + 4.(-1) = 8 \leq 24$ | $2 + 2.(-1) = 0 \leq 6$ | $-2 + (-1) = -3 \leq 1$ | $1 \leq 2$ | $2 \geq 0, -1 < 0$ |

## 2.3 Sobras p/ Reddy Mikks

Para M1: $6x_1+4x_2 \rightarrow 6\cdot2+4\cdot2=20$

$24-20=4t$ de sobra!

Para M2: $x_1+2x_2 = 2+2\cdot2=6$

$6-6=0 \rightarrow$ sem sobra!

## 2.4 Desconto p/ Reddy Mikks

$$z=\begin{cases} 5x_1+4x_2 & , \text{ se } x_1 \leq 2, \\ 4{,}5x_1+4x_2 & , \text{ se } x_1 > 2. \end{cases}$$

$\hookrightarrow$ Função z é não linear!

## 2.5 Os Processos de Produção

Maximizar $z=2x_1+3x_2$

Sujeito a

$$10x_1+5x_2 \leq 600$$
$$6x_1+20x_2 \leq 600$$
$$8x_1+10x_2 \leq 600$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

## 2.6 FacFactory

| | Matéria-Prima | Lucro |
|---|---|---|
| A | 2 | 20 |
| B | 4 | 50 |
| MAX | 240 | |

- Vendas de A pelo menos 80% do total
- Máximo 100 unidades de A

Maximizar $20A+50B$

Sujeito a

$$2A+4B \leq 240$$
$$A \leq 100$$
$$A \geq 0{,}8(A+B) \longleftrightarrow 0{,}2A-0{,}8B \geq 0$$
$$A, B \geq 0$$

## 2.7 O investidor

- 5000 de investimento
- A rende 5%
- B rende 8%
- Máximo 25% no A
- Máximo 50% no B
- A mínimo metade B

Maximizar $Z = 0{,}05A + 0{,}08B$

Sujeito a $A + B \leq 5000$

$A \geq 0{,}25(A+B) \leftrightarrow 0{,}75A - 0{,}25B \geq 0$

$B \leq 0{,}5(A+B) \leftrightarrow -0{,}5A + 0{,}5B \leq 0$

$A \geq 0{,}5B \leftrightarrow A - 0{,}5B \geq 0$

$A, B \geq 0$

## 2.8 Ozark Community College

Maximizar $Z = 1500x_1 + 1000x_2$

Sujeito a $x_1 + x_2 \leq 30$

$x_1 \geq 10$

$x_2 \geq 10$

## 2.9 Jack na Ulern

e = estudar

d = diversão

Maximizar $Z = e + 2d$

Sujeito a $e + d \leq 10$

$e \geq d \leftrightarrow e - d \geq 0$

$d \leq 4$

$e, d \geq 0$

## 2.10 Show & Sell

$x_1 \rightarrow$ minutos anúncio rádio

$x_2 \rightarrow$ minutos anúncio TV

Maximiza $x_1 + 25x_2$

$15x_1 + 300x_2 \leq 10000$

$x_1 \geq 2x_2 \Leftrightarrow x_1 - 2x_2 \geq 0$

$x_1 \leq 400$

$x_1, x_2 \geq 0$

## 2.11 Os empregos de John

$X_1 \rightarrow$ horas loja 1

$X_2 \rightarrow$ horas loja 2

Minimiza $Z = 8X_1 + 6X_2$

Sujeito a

$$X_1 \geq 5$$
$$X_1 \leq 12$$
$$X_2 \geq 6$$
$$X_2 \leq 10$$
$$X_1 + X_2 \geq 20$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

## 2.12 OilCo

$X_1 \rightarrow$ barris/dia do Irã $(\times 1000)$

$X_2 \rightarrow$ barris/dia de Dubai $(\times 1000)$

| | Demanda | Irã | Dubai |
|---|---|---|---|
| Diesel | 14000 | 0,2 | 0,1 |
| Gasolina | 30000 | 0,25 | 0,6 |
| Lubrificante | 10000 | 0,1 | 0,15 |
| Combustível Jatos | 8000 | 0,15 | 0,1 |

→ Mínimo 40% do Irã

↳ Restante do Dubai

Minimiza $X_1 + X_2$

Sujeito a

$$0{,}2X_1 + 0{,}1X_2 \geq 14$$
$$0{,}25X_1 + 0{,}6X_2 \geq 30$$
$$0{,}1X_1 + 0{,}15X_2 \geq 10$$
$$0{,}15X_1 + 0{,}1X_2 \geq 8$$
$$X_1 \geq 0{,}4(X_1 + X_2) \Leftrightarrow 0{,}6X_1 - 0{,}4X_2 \geq 0$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

## 2.13 Day Trader

$X_1 \rightarrow$ Investimento Primeira linha

$X_2 \rightarrow$ Investimento alta tecnologia

Minimiza $X_1 + X_2$

Sujeito a

$$0{,}1X_1 + 0{,}25X_2 \geq 10\,000$$
$$X_2 \leq 0{,}6(X_1 + X_2) \Leftrightarrow -0{,}6X_1 + 0{,}4X_2 \leq 0$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

## 2.14 Sucatas

$X_1 \rightarrow$ Razão A na mistura

$X_2 \rightarrow$ Razão B na mistura

Minimiza $Z = 100x_1 + 80x_2$

Sujeito a
$$
\begin{aligned}
0{,}06x_1 + 0{,}03x_2 &\geq 0{,}03 \\
0{,}06x_1 + 0{,}03x_2 &\leq 0{,}06 \\
0{,}03x_1 + 0{,}06x_2 &\geq 0{,}03 \\
0{,}03x_1 + 0{,}06x_2 &\leq 0{,}05 \\
0{,}04x_1 + 0{,}03x_2 &\geq 0{,}03 \\
0{,}04x_1 + 0{,}03x_2 &\leq 0{,}07 \\
x_1 + x_2 &= 1 \\
x_1, x_2 &\geq 0
\end{aligned}
$$

## 2.15 Produção de Rádios

$X_1 \rightarrow$ Produção de Hifi-1

$X_2 \rightarrow$ Produção de Hifi-2

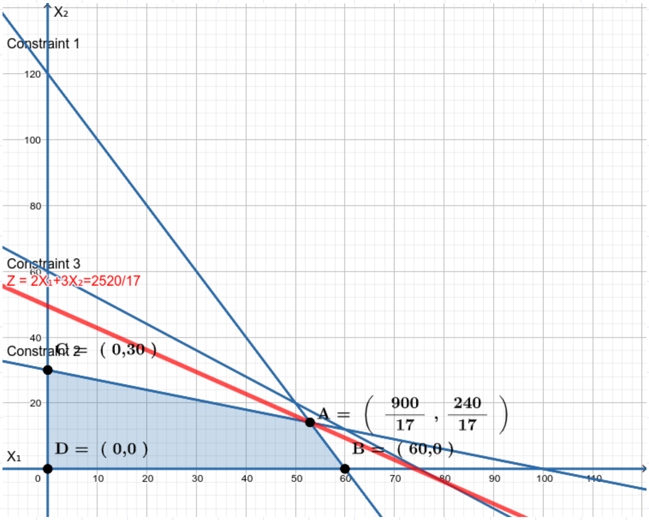
maximiza $Z = 16x_1 + 15x_2$

Sujeito a
$$
\begin{aligned}
6x_1 + 4x_2 &\leq 480 \cdot 0{,}9 \\
5x_1 + 5x_2 &\leq 480 \cdot 0{,}86 \\
4x_1 + 6x_2 &\leq 480 \cdot 0{,}88 \\
x_1, x_2 &\geq 0
\end{aligned}
$$

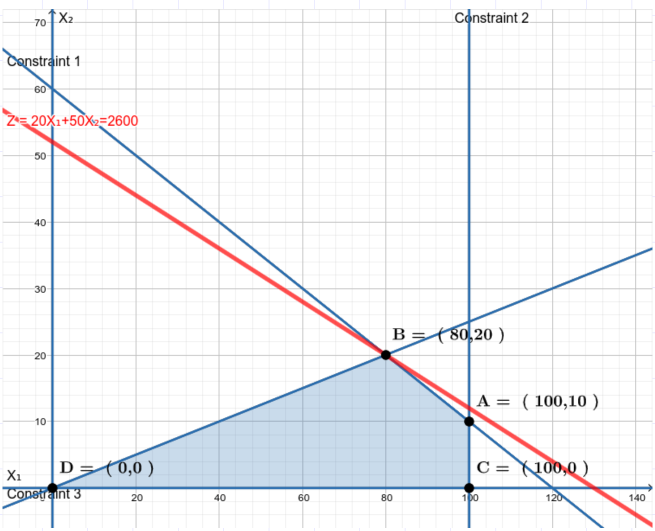
# 3 - Método Gráfico

## 3.1 Aplicação do método gráfico

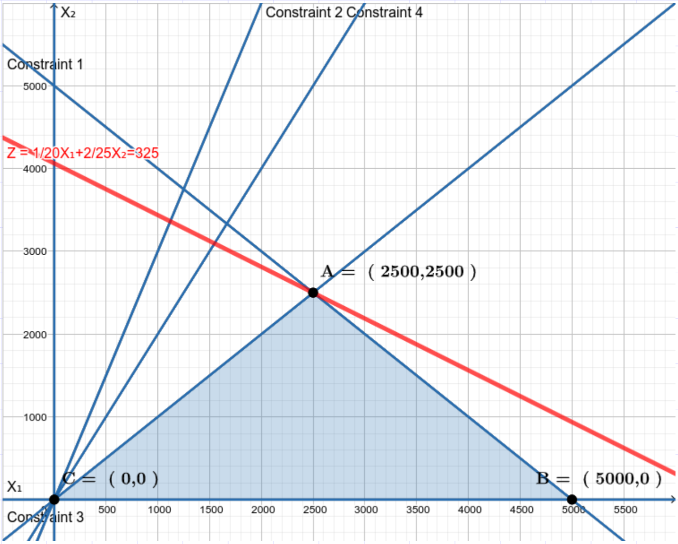
### Os processos de produção



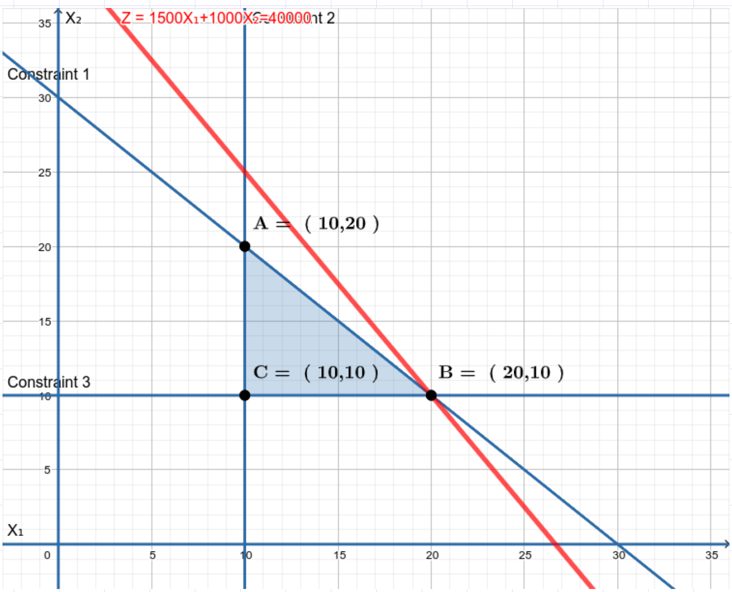

### Fac Factory



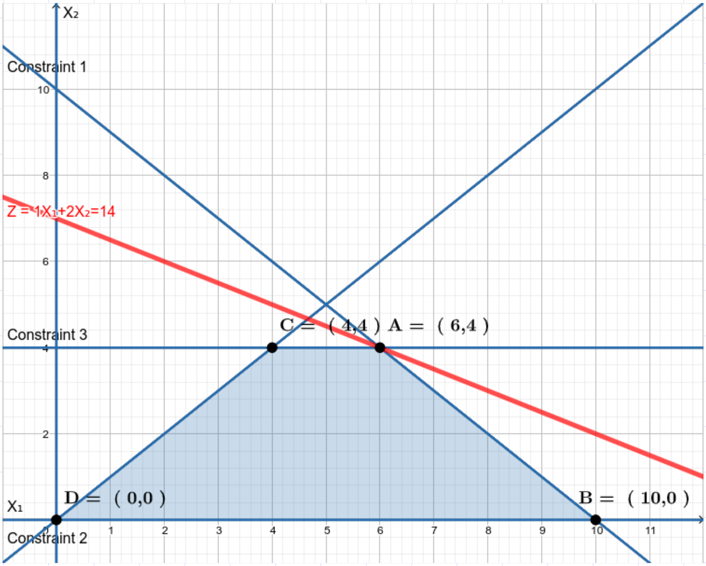
## ① investidor



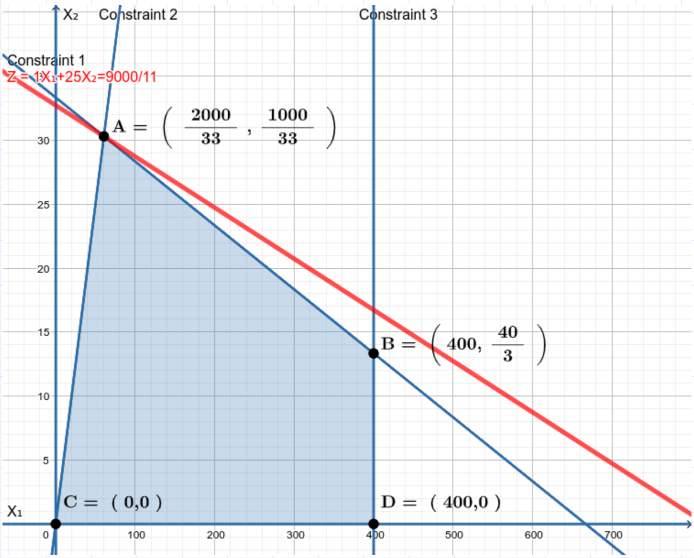

## Ozark Community College



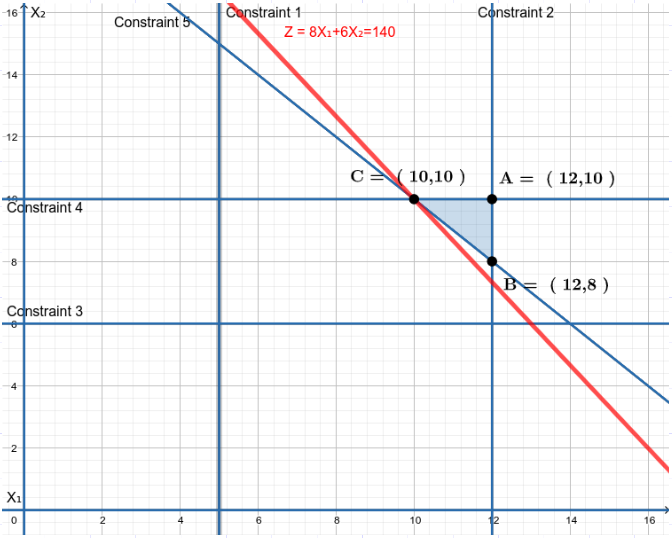
# Jack na Ulean



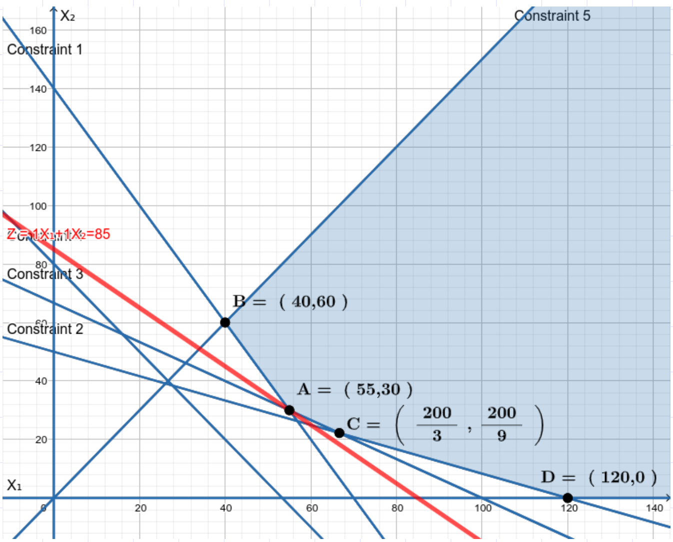

# Show & Sell



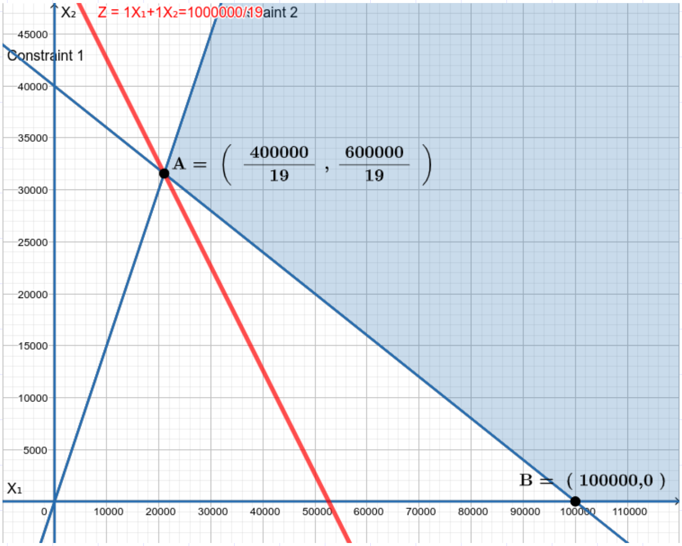
Os empregos de John



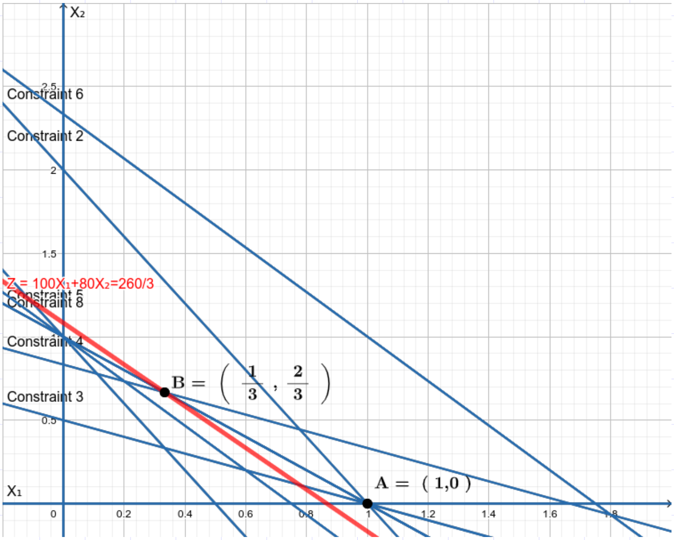

Oil Co



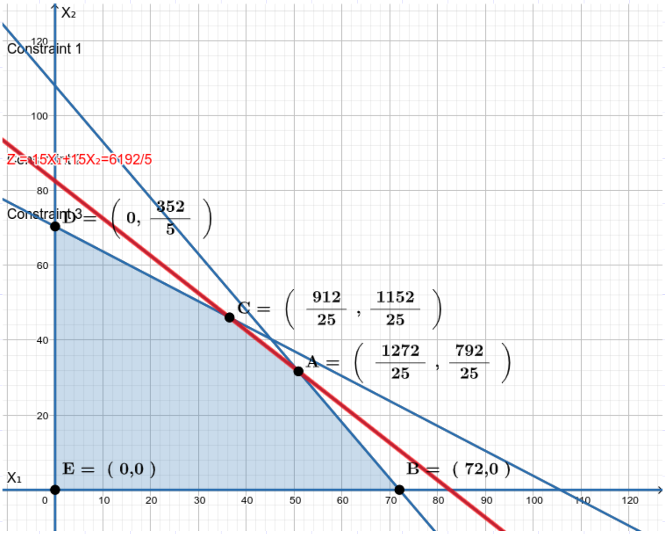
# Day Trader




# Sucatas



# Produção de Rádios



# 4 - Método Simplex

## 4.1 Bases do Simplex

a) Maximiza $2x_1 + 3x_2$

sujeito a $x_1 + 3x_2 + S_1 = 6$

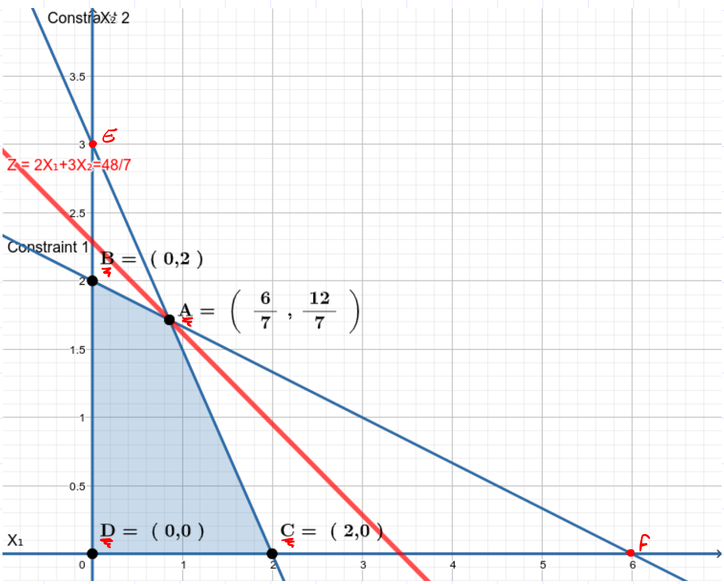
$3x_1 + 2x_2 + S_2 = 6$

$x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0$

b)

| Variáveis não Básicas | Variáveis Básicas | Valores | Viável? | Função objetivo | Ponto |
|---|---|---|---|---|---|
| $(x_1, x_2)$ | $(S_1, S_2)$ | $(6, 6)$ | Sim | 0 | D |
| $(x_1, S_1)$ | $(x_2, S_2)$ | $(2, 2)$ | Sim | 6 | B |
| $(x_1, S_2)$ | $(x_2, S_1)$ | $(3, -3)$ | Não | – | E |
| $(x_2, S_1)$ | $(x_1, S_2)$ | $(6, -12)$ | Não | – | F |
| $(x_2, S_2)$ | $(x_1, S_1)$ | $(2, 4)$ | Sim | 4 | C |
| $(S_1, S_2)$ | $(x_1, x_2)$ | $(6/7, 12/7)$ | Sim | 6,86 (ótima!) | A |

d, e)



## 4.2 Otimização por enumeração de soluções básicas

Maximiza $z = 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 6x_4$

Sujeito a $x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 8x_4 \leq 2$

$-x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 1$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

$\Longleftrightarrow$

Maximiza $z = 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 6x_4$

Sujeito a $x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 8x_4 + S_1 = 2$

$-x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + S_2 = 1$

$x_1, x_2, x_3, x_4, S_1, S_2 \geq 0$

| VAR. BÁSICAS | SOLUÇÃO | Z | |
|---|---|---|---|
| $(x_1, x_2)$ | $(0, 1/2)$ | $-2$ | |
| $(x_1, x_3)$ | $(8, 3)$ | $31$ | (ótima!) |
| $(x_1, x_4)$ | $(0, 1/4)$ | $-3/2$ | |
| $(x_1, S_1)$ | $(-1, 3)$ | — | |
| $(x_1, S_2)$ | $(2, 3)$ | $4$ | |
| $(x_2, x_3)$ | $(1/2, 0)$ | $-2$ | |
| $(x_2, x_4)$ | $(1/2, 0)$ | $-2$ | |
| $(x_2, S_1)$ | $(1/2, 0)$ | $-2$ | |

| VAR. BÁSICAS | SOLUÇÃO | Z |
|---|---|---|
| $(x_2, S_2)$ | $(1/2, 0)$ | $-2$ |
| $(x_3, x_4)$ | $(0, 1/4)$ | $3/2$ |
| $(x_3, S_1)$ | $(1/3, 8/3)$ | $5/3$ |
| $(x_3, S_2)$ | $(-1, 4)$ | — |
| $(x_4, S_1)$ | $(1/4, 0)$ | $-3/2$ |
| $(x_4, S_2)$ | $(1/4, 0)$ | $-3/2$ |
| $(S_1, S_2)$ | $(2, 1)$ | $0$ |

---

Minimiza $z = x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4$

Sujeito a $x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 4$

$x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 4$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

| VAR. BÁSICAS | SOLUÇÃO | Z |
|---|---|---|
| $(x_1, x_2)$ | Infinitas soluções! $\longrightarrow \{(x_1, x_2) \mid x_1 + 2x_2 = 4\}$ | |
| $(x_1, x_3)$ | $(4, 0)$ | $4$ |
| $(x_1, x_4)$ | $(4, 0)$ | $4$ |
| $(x_2, x_3)$ | $(2, 0)$ | $4$ |
| $(x_2, x_4)$ | $(2, 0)$ | $4$ |
| $(x_3, x_4)$ | $(-4/7, 16/7)$ | — |

## 4.3 Demonstrar que as soluções são não viáveis

$$\text{Maximiza } Z = x_1 + x_2$$

sujeito a $x_1 + 2x_2 \overset{+S_1}{\leq} 6$

$2x_1 + x_2 \overset{-S_2}{\geq} 16$

$x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 6 \\ 2x_1 + x_2 = 16 \end{cases}$$

$\hookrightarrow x_1 = 6 - 2x_2$

$\hookrightarrow 2(6-2x_2) + x_2 = 16$

$-3x_2 = 4$

$\underline{x_2 = -4/3}$

$x_1 = 6 - 2(-4/3)$

$x_1 = 6 + 8/3$

$\underline{x_1 = 26/3}$

**Soluções Básicas**

* $(x_1, x_2) = (26/3, -4/3)$
* $(x_1, S_1) = (8, -2)$
* $(x_1, S_2) = (6, -4)$
* $(x_2, S_1) = (16, -26)$
* $(x_2, S_2) = (3, -13)$
* $(S_1, S_2) = (6, -16)$

## 4.4 Selecionar a variável sainte errada

| Base | $x_1$ | $x_2$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $S_4$ | Sol. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Z$ | -5 | -4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $S_1$ | 6 | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 24 |
| ! $S_2$ | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 6 ! |
| $S_3$ | -1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| $S_4$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 |

$$\text{Novo Pivô} = \frac{\text{Pivô atual}}{\text{Elem. Pivô}}$$

$$\text{Nova Linha} = \text{Linha atual} - (\text{Novo Pivô} \times \text{Elem. col. pivô})$$

$$\text{Novo Pivô} = (1\ 2\ 0\ 1\ 0\ 0\ 6) \div 1$$
$$= (1\ 2\ 0\ 1\ 0\ 0\ 6)$$

$$\text{Nova } Z = (-5\ -4\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0) - (1\ 2\ 0\ 1\ 0\ 0\ 6) \times (-5)$$
$$= (0\ 6\ 0\ 5\ 0\ 0\ 30)$$

Nova $S_1 = (6\ 4\ 1\ 0\ 0\ 0\ 24) -$
$(1\ 2\ 0\ 1\ 0\ 0\ 6) \times 6$
$= (0\ {-8}\ 1\ {-6}\ 0\ 0\ {-12})$

Nova $S_3 = (-1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1) -$
$(1\ 2\ 0\ 1\ 0\ 0\ 6) \times (-1)$
$= (0\ 3\ 0\ 1\ 1\ 0\ 7)$

Nova $S_4 = (0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 2) -$
$(1\ 2\ 0\ 1\ 0\ 0\ 6) \times 0$
$= (0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 2)$

| Base | $X_1$ | $X_2$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $S_4$ | Sol. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | 0 | 6 | 0 | 5 | 0 | 0 | 30 |
| $S_1$ | 0 | -8 | 1 | -6 | 0 | 0 | -12 |
| $X_1$ | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 6 |
| $S_3$ | 0 | 3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 7 |
| $S_4$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 |

$S_1 = -12$

↳ Solução inviável!

# 4.4 Simplex com várias funções objetivo

a)

Maximize z = 2x1 + x2 - 3x3 + 5x4
x1 + 2x2 + 2x3 + 4x4 <= 40
2x1 - x2 + x3 + 2x4 <= 8
4x1 - 2x2 + x3 - x4 <= 10

Tableau 1:

| | x1 | x2 | x3 | x4 | s1 | s2 | s3 | z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| s1 | 1 | 2 | 2 | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 40 |
| s2 | 2 | -1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 8 |
| s3 | 4 | -2 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 10 |
| z | -2 | -1 | 3 | -5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

z = 0; x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 0

Tableau 2:

| | x1 | x2 | x3 | x4 | s1 | s2 | s3 | z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| s1 | -3 | 4 | 0 | 0 | 1 | -2 | 0 | 0 | 24 |
| x4 | 1 | -1/2 | 1/2 | 1 | 0 | 1/2 | 0 | 0 | 4 |
| s3 | 5 | -5/2 | 3/2 | 0 | 0 | 1/2 | 1 | 0 | 14 |
| z | 3 | -7/2 | 11/2 | 0 | 0 | 5/2 | 0 | 1 | 20 |

z = 20; x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 4

Tableau 3:

| | x1 | x2 | x3 | x4 | s1 | s2 | s3 | z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x2 | -3/4 | 1 | 0 | 0 | 1/4 | -1/2 | 0 | 0 | 6 |
| x4 | 5/8 | 0 | 1/2 | 1 | 1/8 | 1/4 | 0 | 0 | 7 |
| s3 | 25/8 | 0 | 3/2 | 0 | 5/8 | -3/4 | 1 | 0 | 29 |
| z | 3/8 | 0 | 11/2 | 0 | 7/8 | 3/4 | 0 | 1 | 41 |

z = 41; x1 = 0, x2 = 6, x3 = 0, x4 = 7

---

b)

Maximize z = 8x1 + 6x2 + 3x3 - 2x4
x1 + 2x2 + 2x3 + 4x4 <= 40
2x1 - x2 + x3 + 2x4 <= 8
4x1 - 2x2 + x3 - x4 <= 10

Tableau 1:

| | x1 | x2 | x3 | x4 | s1 | s2 | s3 | z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| s1 | 1 | 2 | 2 | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 40 |
| s2 | 2 | -1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 8 |
| s3 | 4 | -2 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 10 |
| z | -8 | -6 | -3 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

z = 0; x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 0

Tableau 2:

| | x1 | x2 | x3 | x4 | s1 | s2 | s3 | z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| s1 | 0 | 5/2 | 7/4 | 17/4 | 1 | 0 | -1/4 | 0 | 75/2 |
| s2 | 0 | 0 | 1/2 | 5/2 | 0 | 1 | -1/2 | 0 | 3 |
| x1 | 1 | -1/2 | 1/4 | -1/4 | 0 | 0 | 1/4 | 0 | 5/2 |
| z | 0 | -10 | -1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 20 |

z = 20; x1 = 5/2, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 0

Tableau 3:

| | x1 | x2 | x3 | x4 | s1 | s2 | s3 | z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x2 | 0 | 1 | 7/10 | 17/10 | 2/5 | 0 | -1/10 | 0 | 15 |
| s2 | 0 | 0 | 1/2 | 5/2 | 0 | 1 | -1/2 | 0 | 3 |
| x1 | 1 | 0 | 3/5 | 3/5 | 1/5 | 0 | 1/5 | 0 | 10 |
| z | 0 | 0 | 6 | 17 | 4 | 0 | 1 | 1 | 170 |

z = 170; x1 = 10, x2 = 15, x3 = 0, x4 = 0

c) Maximize z = 3x1 - x2 + 3x3 + 4x4
x1 + 2x2 + 2x3 + 4x4 <= 40
2x1 - x2 + x3 + 2x4 <= 8
4x1 - 2x2 + x3 - x4 <= 10

Tableau 1:

| | x1 | x2 | x3 | x4 | s1 | s2 | s3 | z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| s1 | 1 | 2 | 2 | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 40 |
| s2 | 2 | -1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 8 |
| s3 | 4 | -2 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 10 |
| z | -3 | 1 | -3 | -4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

z = 0; x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 0

Tableau 2:

| | x1 | x2 | x3 | x4 | s1 | s2 | s3 | z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| s1 | -3 | 4 | 0 | 0 | 1 | -2 | 0 | 0 | 24 |
| x4 | 1 | -1/2 | 1/2 | 1 | 0 | 1/2 | 0 | 0 | 4 |
| s3 | 5 | -5/2 | 3/2 | 0 | 0 | 1/2 | 1 | 0 | 14 |
| z | 1 | -1 | -1 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 16 |

z = 16; x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 4

Tableau 3:

| | x1 | x2 | x3 | x4 | s1 | s2 | s3 | z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x2 | -3/4 | 1 | 0 | 0 | 1/4 | -1/2 | 0 | 0 | 6 |
| x4 | 5/8 | 0 | 1/2 | 1 | 1/8 | 1/4 | 0 | 0 | 7 |
| s3 | 25/8 | 0 | 3/2 | 0 | 5/8 | -3/4 | 1 | 0 | 29 |
| z | 1/4 | 0 | -1 | 0 | 1/4 | 3/2 | 0 | 1 | 22 |

z = 22; x1 = 0, x2 = 6, x3 = 0, x4 = 7

Tableau 4:

| | x1 | x2 | x3 | x4 | s1 | s2 | s3 | z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x2 | -3/4 | 1 | 0 | 0 | 1/4 | -1/2 | 0 | 0 | 6 |
| x3 | 5/4 | 0 | 1 | 2 | 1/4 | 1/2 | 0 | 0 | 14 |
| s3 | 5/4 | 0 | 0 | -3 | 1/4 | -3/2 | 1 | 0 | 8 |
| z | 3/2 | 0 | 0 | 2 | 1/2 | 2 | 0 | 1 | 36 |

z = 36; x1 = 0, x2 = 6, x3 = 14, x4 = 0

d)

Minimize z = 5x1 - 4x2 + 6x3 - 8x4
x1 + 2x2 + 2x3 + 4x4 <= 40
2x1 - x2 + x3 + 2x4 <= 8
4x1 - 2x2 + x3 - x4 <= 10

Tableau 1:

| | x1 | x2 | x3 | x4 | s1 | s2 | s3 | -z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| s1 | 1 | 2 | 2 | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 40 |
| s2 | 2 | -1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 8 |
| s3 | 4 | -2 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 10 |
| -z | 5 | -4 | 6 | -8 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

z = 0; x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 0

Tableau 2:

| | x1 | x2 | x3 | x4 | s1 | s2 | s3 | -z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| s1 | -3 | 4 | 0 | 0 | 1 | -2 | 0 | 0 | 24 |
| x4 | 1 | -1/2 | 1/2 | 1 | 0 | 1/2 | 0 | 0 | 4 |
| s3 | 5 | -5/2 | 3/2 | 0 | 0 | 1/2 | 1 | 0 | 14 |
| -z | 13 | -8 | 10 | 0 | 0 | 4 | 0 | 1 | 32 |

z = -32; x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 4

Tableau 3:

| | x1 | x2 | x3 | x4 | s1 | s2 | s3 | -z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x2 | -3/4 | 1 | 0 | 0 | 1/4 | -1/2 | 0 | 0 | 6 |
| x4 | 5/8 | 0 | 1/2 | 1 | 1/8 | 1/4 | 0 | 0 | 7 |
| s3 | 25/8 | 0 | 3/2 | 0 | 5/8 | -3/4 | 1 | 0 | 29 |
| -z | 7 | 0 | 10 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 80 |

z = -80; x1 = 0, x2 = 6, x3 = 0, x4 = 7

## 4.6 Programa com restrição única

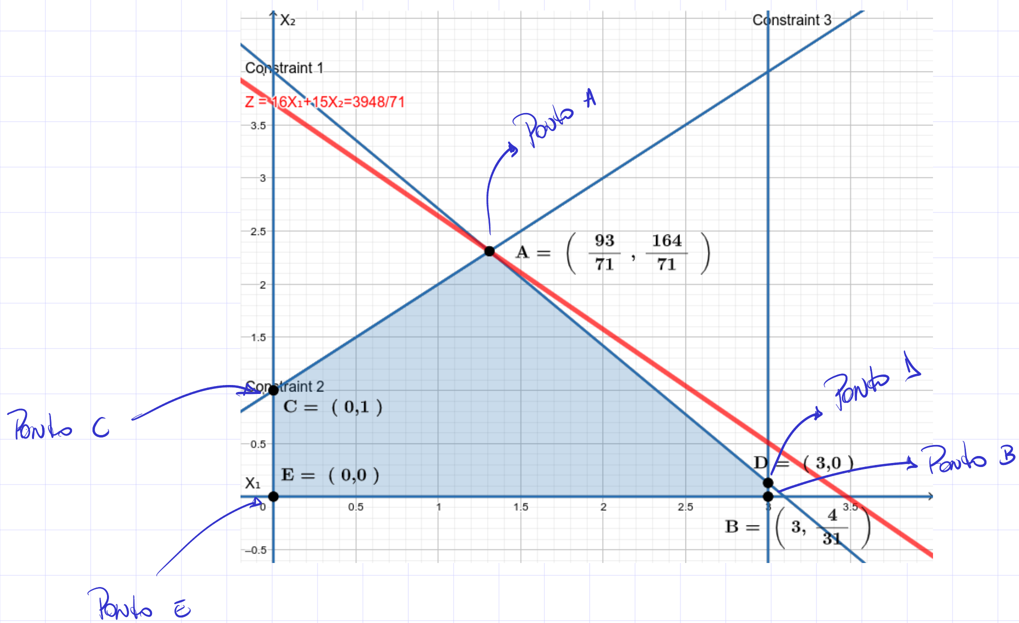
Soluções básicas possuem uma única variável $\neq 0$. Logo,

$x_1 = 90$ , $z = 5 \cdot 90 = 450$ ⟵ Solução ótima:
$x_2 = 90/3 = 30$ , $z = -6 \cdot 30 = -180$  $x_1 = 90$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$, $x_5 = 0$
$x_3 = 90/5 = 18$ , $z = 3 \cdot 18 = 54$  ↳ $z = 450$
$x_4 = 90/6 = 15$ , $z = -5 \cdot 15 = -75$
$x_5 = 90/3 = 30$ , $z = 12 \cdot 30 = 360$

## 4.7 Testando variáveis entrantes

Maximiza $z = 16x_1 + 15x_2$

sujeito a
$$40x_1 + 31x_2 + s_1 = 124$$
$$-x_1 + x_2 + s_2 = 1$$
$$-x_1 + s_3 = 3$$
$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$



a) Percorre os pontos $E \to B \to D \to A$
↳ 3 iterações

Maximize $z = 16x1 + 15x2$
$40x1 + 31x2 <= 124$
$-x1 + x2 <= 1$
$x1 <= 3$

Tableau 1:

| | **x1** | **x2** | **s1** | **s2** | **s3** | **z** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **s1** | 40 | 31 | 1 | 0 | 0 | 0 | 124 |
| **s2** | -1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| **s3** | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| **z** | -16 | -15 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

z = 0; x1 = 0, x2 = 0

Tableau 2:

| | **x1** | **x2** | **s1** | **s2** | **s3** | **z** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **s1** | 0 | 31 | 1 | 0 | -40 | 0 | 4 |
| **s2** | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| **x1** | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| **z** | 0 | -15 | 0 | 0 | 16 | 1 | 48 |

z = 48; x1 = 3, x2 = 0

Tableau 3:

| | **x1** | **x2** | **s1** | **s2** | **s3** | **z** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **x2** | 0 | 1 | 1/31 | 0 | -40/31 | 0 | 4/31 |
| **s2** | 0 | 0 | -1/31 | 1 | 71/31 | 0 | 120/31 |
| **x1** | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| **z** | 0 | 0 | 15/31 | 0 | -104/31 | 1 | 1548/31 |

z = 1548/31; x1 = 3, x2 = 4/31

Tableau 4:

| | **x1** | **x2** | **s1** | **s2** | **s3** | **z** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **x2** | 0 | 1 | 1/71 | 40/71 | 0 | 0 | 164/71 |
| **s3** | 0 | 0 | -1/71 | 31/71 | 1 | 0 | 120/71 |
| **x1** | 1 | 0 | 1/71 | -31/71 | 0 | 0 | 93/71 |
| **z** | 0 | 0 | 31/71 | 104/71 | 0 | 1 | 3948/71 |

z = 3948/71; x1 = 93/71, x2 = 164/71

b) Percorre os pontos $E \to C \to A$.
↳ 2 iterações

c) O critério de escolha da variável entrante (maior impacto na função objetivo) é uma heurística. A experiência mostra que, em média, esse critério é mais eficiente. No entanto, ele NÃO garante o menor número de iterações para chegar na solução ótima!

d) Mesmas iterações, mudando o sinal da linha z (função objetivo)!

Minimize $z = -16x1 - 15x2$
$40x1 + 31x2 <= 124$
$-x1 + x2 <= 1$
$x1 <= 3$

Tableau 1:

| | x1 | x2 | s1 | s2 | s3 | -z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| s1 | 40 | 31 | 1 | 0 | 0 | 0 | 124 |
| s2 | -1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| s3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| -z | -16 | -15 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

z = 0; x1 = 0, x2 = 0

Tableau 2:

| | x1 | x2 | s1 | s2 | s3 | -z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| s1 | 0 | 31 | 1 | 0 | -40 | 0 | 4 |
| s2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| x1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| -z | 0 | -15 | 0 | 0 | 16 | 1 | 48 |

z = -48; x1 = 3, x2 = 0

Tableau 3:

| | x1 | x2 | s1 | s2 | s3 | -z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x2 | 0 | 1 | 1/31 | 0 | -40/31 | 0 | 4/31 |
| s2 | 0 | 0 | -1/31 | 1 | 71/31 | 0 | 120/31 |
| x1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| -z | 0 | 0 | 15/31 | 0 | -104/31 | 1 | 1548/31 |

z = -1548/31; x1 = 3, x2 = 4/31

Tableau 4:

| | x1 | x2 | s1 | s2 | s3 | -z | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x2 | 0 | 1 | 1/71 | 40/71 | 0 | 0 | 164/71 |
| s3 | 0 | 0 | -1/71 | 31/71 | 1 | 0 | 120/71 |
| x1 | 1 | 0 | 1/71 | -31/71 | 0 | 0 | 93/71 |
| -z | 0 | 0 | 31/71 | 104/71 | 0 | 1 | 3948/71 |

z = -3948/71; x1 = 93/71, x2 = 164/71