

Exercícios (soluções) - Métodos Quantitativos

1- FUNDAMENTOS

(Somente exercícios de consulta a materiais)

2- MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1 Restrições 71 Resolva Mikks

a) $x_2 - x_1 \geq 1$

$-x_1 + x_2 \geq 1 \iff x_1 - x_2 \leq 1$

b) $x_1 + 2x_2 \geq 3$

$x_1 + 2x_2 \leq 6$

c) $x_2 \geq x_1$

$x_2 - x_1 \geq 0$

$-x_1 + x_2 \geq 0 \iff x_1 - x_2 \leq 0$

d) $x_1 + x_2 \geq 3$

e) $\frac{x_2}{x_1 + x_2} \leq 5$

2.2 Soluções 71 Resolva Mikks

Função objetivo \rightarrow Maximiza $Z = 5x_1 + 4x_2$

a) $5 \cdot 1 + 4 \cdot 4 = 21$ (X)

b) $5 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 18$

c) $5 \cdot 3 + 4 \cdot 15 = 21$ ótima!

d) $5 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 14$

e) $5 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 6$ (X)

Solução	Restrições				
	$6x_1 + 4x_2 \leq 24$	$x_1 + 2x_2 \leq 6$	$-x_1 + x_2 \leq 1$	$x_2 \leq 2$	$x_1, x_2 \geq 0$
a) $x_1=1, x_2=4$	$6 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 22 \leq 24$	$1 + 2 \cdot 4 = 9 \leq 6$	$-1 + 4 = 3 > 1$	$4 > 2$	$1, 4 \geq 0$
b) $x_1=2, x_2=2$	$6 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 20 \leq 24$	$2 + 2 \cdot 2 = 6 \leq 6$	$-2 + 2 = 0 \leq 1$	$2 \leq 2$	$2, 2 \geq 0$
c) $x_1=3, x_2=15$	$6 \cdot 3 + 4 \cdot 15 = 24 \leq 24$	$3 + 2 \cdot 15 = 33 \leq 6$	$-3 + 15 = 12 \leq 1$	$15 \leq 2$	$3, 15 \geq 0$
d) $x_1=2, x_2=1$	$6 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 16 \leq 24$	$2 + 2 \cdot 1 = 4 \leq 6$	$-2 + 1 = -1 \leq 1$	$1 \leq 2$	$2, 1 \geq 0$
e) $x_1=2, x_2=-1$	$6 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 8 \leq 24$	$2 + 2 \cdot (-1) = 0 \leq 6$	$-2 + (-1) = -3 \leq 1$	$-1 \leq 2$	$2 \geq 0, -1 < 0$

23

SOLICITAÇÃO 71 PEDRO MIKKE

PARA M1: $6x_1 + 4x_2 \rightarrow 6 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 20$

$$24 - 20 = 4t \text{ de sobra!}$$

PARA M2: $x_1 + 2x_2 = 2 + 2 \cdot 2 = 6$

$$6 - 6 = 0 \rightarrow \text{sem sobra!}$$

24

DESCONTO 31 PEDRO MIKKE

$$z = \begin{cases} 5x_1 + 4x_2, & \text{se } x_1 \leq 2, \\ 45x_1 + 4x_2, & \text{se } x_1 > 2. \end{cases}$$

↳ Função z é não linear!

25

OS PROCESSOS DE PRODUÇÃO

Maximizar $Z = 2x_1 + 3x_2$

Sujeito a $10x_1 + 5x_2 \leq 600$

$$6x_1 + 20x_2 \leq 600$$

$$8x_1 + 10x_2 \leq 600$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

26

FACFACTORY

	MATÉRIA-PRIMA	LUCRO
A	2	20
B	4	50
Max	240	

- Vendas de A pelo menos 80% do total

- Máximo 100 unidades de A

Maximizar $20A + 50B$

Sujeito a $2A + 4B \leq 240$

$$A \leq 100$$

$$A \geq 0,8(A+B) \iff 0,2A - 0,8B \geq 0$$

$$A, B \geq 0$$

2.7 O investidor

- 5000 de investimento
- A rende 5%
- B rende 8%
- Máximo 25% no A
- Máximo 50% no B
- A mínimo metade B

$$\text{Maximizar } Z = 0,05A + 0,08B$$

$$\text{Sujeito a } A + B \leq 5000$$

$$A \geq 0,25(A+B) \Leftrightarrow 0,75A - 0,25B \geq 0$$

$$B \leq 0,5(A+B) \Leftrightarrow -0,5A + 0,5B \leq 0$$

$$A \geq 0,5B \Leftrightarrow A - 0,5B \geq 0$$

$$A, B \geq 0$$

2.8 Ozark Community College

$$\text{Maximizar } Z = 1500x_1 + 1000x_2$$

$$\text{Sujeito a } x_1 + x_2 \leq 30$$

$$x_1 \geq 10$$

$$x_2 \geq 10$$

2.9 Jack na Uva

e = estudar

d = diversão

$$\text{Maximizar } Z = e + 2d$$

$$\text{Sujeito a } e + d \leq 10$$

$$e \geq d \Leftrightarrow e - d \geq 0$$

$$d \leq 4$$

$$e, d \geq 0$$

2.10 Show & Sell

x_1 → minutos anúncio rádio

x_2 → minutos anúncio TV

$$\text{Maximizar } x_1 + 25x_2$$

$$15x_1 + 300x_2 \leq 10000$$

$$x_1 \geq 2x_2 \Leftrightarrow x_1 - 2x_2 \geq 0$$

$$x_1 \leq 400$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2.11 Os empregos de John

$x_1 \rightarrow$ horas loja 1

$x_2 \rightarrow$ horas loja 2

Minimiza $Z = 8x_1 + 6x_2$

Sujeito a $x_1 \geq 5$

$x_2 \leq 12$

$x_2 \geq 6$

$x_2 \leq 12$

$x_1 + x_2 \geq 20$

$x_1, x_2 \geq 0$

2.12 Oilco

$x_1 \rightarrow$ barris/dia do Brã ($\times 1000$)

$x_2 \rightarrow$ barris/dia de Dubai ($\times 1000$)

Minimiza $x_1 + x_2$

Sujeito a $0,2x_1 + 0,1x_2 \geq 14$

$0,25x_1 + 0,6x_2 \geq 30$

$0,1x_1 + 0,15x_2 \geq 10$

$0,15x_1 + 0,1x_2 \geq 8$

$x_1 \geq 0,4(x_1 + x_2) \Leftrightarrow 0,6x_1 - 0,4x_2 \geq 0$

$x_1, x_2 \geq 0$

	Demanda	Brã	Dubai
Diesel	14000	0,2	0,1
Gasolina	30000	0,25	0,6
Lubrificantes	10000	0,1	0,15
Componentes Outros	8000	0,15	0,1

\rightarrow Mínimo 40% do Brã

\hookrightarrow Restrito ao Dubai

2.13 Day Trader

$x_1 \rightarrow$ Investimento Primeira Linha

$x_2 \rightarrow$ Investimento alta tecnologia

Minimiza $x_1 + x_2$

Sujeito a $0,1x_1 + 0,25x_2 \geq 10000$

$x_2 \leq 0,6(x_1 + x_2) \Leftrightarrow -0,6x_1 + 0,4x_2 \leq 0$

$x_1, x_2 \geq 0$

2.14 Suco de Laranja

$x_1 \rightarrow$ Razão A na mistura

$x_2 \rightarrow$ Razão B na mistura

$$\text{Minimiza } Z = 100x_1 + 80x_2$$

$$\text{Sujeito a } 0,06x_1 + 0,03x_2 \geq 0,03$$

$$0,06x_1 + 0,03x_2 \leq 0,06$$

$$0,03x_1 + 0,06x_2 \geq 0,03$$

$$0,03x_1 + 0,06x_2 \leq 0,05$$

$$0,04x_1 + 0,03x_2 \geq 0,03$$

$$0,04x_1 + 0,03x_2 \leq 0,07$$

$$x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2.15 Produção de Rádios

$x_1 \rightarrow$ Produção de HiFi-1

$x_2 \rightarrow$ Produção de HiFi-2

$$\text{maximiza } Z = 15x_1 + 15x_2$$

$$\text{Sujeito a } 6x_1 + 4x_2 \leq 480 \cdot 0,9$$

$$5x_1 + 5x_2 \leq 480 \cdot 0,86$$

$$4x_1 + 6x_2 \leq 480 \cdot 0,88$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$