Lista de exercícios

1 Fundamentos

Exercício 1.1 (**Solução 1.1**)
Assista ao vídeo "*Anything you can do I can do better*" (Marco Lübbecke).

⇒ https://youtu.be/Dc38La-Xvog

Exercício 1.2 (**Solução 1.2**)
Assista ao vídeo "*What's your problem?*" (Túlio Toffolo).

⇒ https://youtu.be/ZBA0xKUBvG0

2 Programação Linear

Exercício 2.1 (**Solução 2.1**)
Construa, para o modelo Reddy Mikks (estudado em sala de aula), cada uma das seguintes restrições e as expresse com o lado esquerdo linear e com o lado direito constante:

a) A demanda diária de tinta para interiores ultrapassa a de tinta para exteriores por no mínimo 1.

b) A utilização diária da matéria-prima *M2* em toneladas é de no máximo 6 e de no mínimo 3.

c) A demanda de tinta para interiores não pode ser menor do que a demanda de tinta para exteriores.

d) A quantidade mínima a ser produzida de ambas as tintas, para interiores e para exteriores, é 3 t.

e) A proporção de tinta para interiores em relação à produção total de ambas as tintas, para interiores e exteriores, não deve ultrapassar 0,5.

Exercício 2.2 (**Solução 2.2**)
Determine a melhor solução viável entre as seguintes soluções (viáveis e inviáveis) do modelo Reddy Mikks:

a) $x_1 = 1$, $x_2 = 4$

b) $x_1 = 2$, $x_2 = 2$

c) $x_1 = 3$, $x_2 = 1{,}5$

d) $x_1 = 2$, $x_2 = 1$

e) $x_1 = 2$, $x_2 = -1$

Exercício 2.3 (**Solução 2.3**)
Para a solução viável $x_1 = 2$, $x_2 = 2$ do modelo Reddy Mikks, determine as quantidades não utilizadas das matérias-primas *M1* e *M2*.

Exercício 2.4 (**Solução 2.4**)
Suponha que a Reddy Mikks venda sua tinta para exteriores a um único varejista com um desconto por quantidade. O lucro por tonelada é \$ 5000 se o contratante comprar não mais do que 2 t diárias e, caso contrário, é \$ 4500. Expresse a função objetivo matematicamente. A função resultante é linear?

Exercício 2.5 (Produção) (Solução 2.5)
Uma empresa que funciona dez horas por dia fabrica dois produtos, os quais passam por três processos de produção. Cada processo é executado em um dia. Logo, cada lote da produção fica pronto em três dias. A tabela abaixo resume os dados do problema.

	Minutos por unidade			
Produto	Processo 1	Processo 2	Processo 3	Lucro por unidade ($)
1	10	6	8	2
2	5	20	10	3

Modele esse cenário como um problema de otimização linear, com o objetivo de determinar o mix ótimo de produtos para cada três dias de produção.

Exercício 2.6 (FacFactory) (Solução 2.6)
A FacFactory fabrica dois produtos, A e B. O volume de vendas de A é de no mínimo 80% do total de vendas de ambos (A e B). Contudo, a empresa não pode vender mais do que 100 unidades de A por dia. Ambos os produtos usam uma matéria-prima cuja disponibilidade máxima diária é 240 kg. As taxas de utilização da matéria-prima são 2 kg por unidade de A e 4 kg por unidade de B. Os lucros unitários para A e B são $ 20 e $ 50, respectivamente. Construa um programa linear para modelar esse problema e determinar o mix de produto ótimo para a empresa.

Exercício 2.7 (Investidor) (Solução 2.7)
Um indivíduo quer investir $ 5.000 no próximo ano em dois tipos de investimento: o investimento A rende 5% e o investimento B rende 8%. Pesquisas de mercado recomendam uma alocação de no mínimo 25% em A e no máximo 50% em B. Além do mais, o investimento em A deve ser no mínimo a metade do investimento em B. Construa o programa linear para calcular o melhor plano de investimento.

Exercício 2.8 (OCC) (Solução 2.8)
A Divisão de Educação Continuada da Ozark Community College (OCC) oferece um total de 30 cursos a cada semestre. Os cursos oferecidos são, geralmente, de dois tipos: práticos, como de marcenaria, edição de textos e manutenção de carros; e na área de Humanas, como história, música, belas-artes. Para satisfazer as demandas da comunidade, devem ser oferecidos no mínimo dez cursos de cada tipo a cada semestre. A DEC estima que as receitas geradas pelos cursos práticos e da área de Humanas sejam de aproximadamente $ 1.500 e $ 1.000 por curso, respectivamente. Elabore um programa linear para o cenário apresentado, com o objetivo de maximizar o lucro da instituição.

Exercício 2.9 (Ulern) (Solução 2.9)
Jack pretende entrar na Ulern University e já percebeu que "só trabalho e nenhuma diversão faz do Jack um bobalhão". O resultado é que ele quer partilhar seu tempo disponível de aproximadamente dez horas por dia entre estudo e diversão. Ele estima que se divertir é duas vezes mais interessante do que estudar e, além disso, ele quer estudar pelo menos o mesmo tempo que dedica à diversão. Contudo, Jack percebeu que, se quiser realizar todas as suas tarefas escolares, não pode se divertir mais do que 4 horas por dia. Como ele deve alocar seu tempo para maximizar seu prazer em termos de estudar e se divertir?

Exercício 2.10 (Show & Sell) (Solução 2.10)
A Show & Sell pode anunciar seus produtos na rádio local e na televisão. A verba de propaganda é limitada a $ 10.000 por mês. Cada minuto de propaganda pelo rádio custa $ 15 e cada minuto de comerciais na TV custa $ 300. A Show & Sell gosta de anunciar pelo rádio no mínimo duas vezes mais do que na TV. Ao mesmo tempo, não é prático usar mais do que 400 minutos por mês de propaganda pelo rádio. Por experiência anterior, a empresa estima que anunciar na TV é 25 vezes mais eficiente

do que anunciar no rádio. Elabore um programa linear para determinar a alocação ótima da verba de propaganda entre rádio e TV.

Exercício 2.11 (Empregos) (Solução 2.11)
John deve trabalhar no mínimo 20 horas por semana para reforçar sua renda enquanto ainda está na escola. Ele tem a oportunidade de trabalhar em duas lojas de varejo. Na loja 1, pode trabalhar entre 5 e 12 horas por semana, e na loja 2, entre 6 e 10 horas. Ambas pagam o mesmo salário por hora. Para decidir quanto trabalhará em cada loja, John quer basear sua decisão no estresse causado pelo trabalho. Com base em conversas com os atuais empregados, John estima que, em uma escala ascendente de 1 a 10, os fatores de estresse são 8 e 6 nas lojas 1 e 2, respectivamente. Como o estresse aumenta com o tempo, ele considera que o estresse total para cada loja no final da semana seja proporcional ao número de horas que ele trabalhar na loja. Construa um programa linear para decidir quantas horas John deve trabalhar em cada loja.

Exercício 2.12 (OilCo) (Solução 2.12)
A OilCo está construindo uma refinaria para fabricar quatro produtos: óleo diesel, gasolina, lubrificantes e combustível para jatos. A demanda mínima (em barris/dia) para cada um desses produtos é 14.000, 30.000, 10.000 e 8.000, respectivamente. A OilCo tem contratos de fornecimento de óleo cru pelo Irã e Dubai. Por causa das cotas de produção especificadas pela Organização dos Países Exportadores de Petróleo (Opep), a nova refinaria pode receber no mínimo 40% de seu óleo cru do Irã e a quantidade restante de Dubai. A OilCo prevê que a demanda e as cotas de óleo cru permanecerão estáveis nos próximos dez anos.

As especificações dos dois óleos crus resultam em duas misturas de produtos diferentes: um barril de óleo cru do Irã rende 0,2 barril de diesel, 0,25 barril de gasolina, 0,1 barril de lubrificante e 0,15 barril de combustíveis para jatos; os rendimentos correspondentes do óleo cru de Dubai são 0,1, 0,6, 0,15 e 0,1, respectivamente. A OilCo precisa determinar a capacidade mínima da refinaria (em barris/dia). Elabore o programa linear correspondente.

Exercício 2.13 (Day Trader) (Solução 2.13)
A Day Trader quer investir uma quantia de dinheiro para gerar um rendimento anual de no mínimo \$ 10.000. Há dois grupos de ações disponíveis: as de primeira linha e as de alta tecnologia, cujos rendimentos médios anuais são 10% e 25%, respectivamente. Embora as ações de empresas de alta tecnologia apresentem um rendimento médio mais alto, são mais arriscadas, e a Trader quer limitar a quantia investida nessas ações a não mais do que 60% do investimento total. Construa um programa linear para determinar a quantidade mínima que a Trader deve investir em cada grupo de ações para cumprir a meta de rendimento do investimento.

Exercício 2.14 (Sucatas) (Solução 2.14)
Uma central industrial de reciclagem usa dois tipos de sucata de alumínio, A e B, para produzir uma liga especial. A sucata A contém 6% de alumínio, 3% de silício e 4% de carbono. A sucata B tem 3% de alumínio, 6% de silício e 3% de carbono. Os custos por tonelada das sucatas A e B são \$ 100 e \$ 80, respectivamente. As especificações da liga especial requerem que 1) o teor de alumínio deva ser no mínimo 3% e no máximo 6%; 2) o teor de silício deva ficar entre 3% e 5%; e 3) o teor de carbono deva ficar entre 3% e 7%. Formule esse cenário como um problema de otimização linear para determinar o mix ótimo (i.e. de menor custo) de sucatas que deve ser usado para produzir 1.000 toneladas da liga.

Exercício 2.15 (Rádios) (Solução 2.15)
Uma linha de montagem que consiste em três estações consecutivas produz dois modelos de rádio: HiFi-1 e HiFi-2. A tabela abaixo dá os tempos de montagem para as três estações de trabalho.

	Minutos por unidade	
Estações de trabalho	HiFi-1	HiFi-2
1	6	4
2	5	5
3	4	6

A manutenção diária para as estações 1, 2 e 3 consome 10%, 14% e 12%, respectivamente, de um máximo de 480 minutos disponíveis para cada estação por dia. Elabore um programa linear para determinar o mix ótimo de produtos que minimizará o tempo ocioso (ou não utilizado) nas três estações de trabalho.

Exercício 2.16 (**Solução 2.16**)

Resolva os modelos construídos nos exercícios anteriores usando o método gráfico. Em particular, encontre a solução ótima e o valor correspondente da função objetivo para os modelos dos seguintes exercícios.

a) Exercício 2.5 – Produção
b) Exercício 2.6 – FacFactory
c) Exercício 2.7 – Investidor
d) Exercício 2.13 – Day Trader
e) Exercício 2.14 – Sucatas
f) Exercício 2.15 – Rádios

Exercício 2.17 (**Solução 2.17**)

Resolva os modelos construídos nos exercícios anteriores usando o *framework* Pyomo e o *solver* GLPK. Em particular, encontre a solução ótima e o valor correspondente da função objetivo para os modelos dos seguintes exercícios.

a) Exercício 2.8 – OCC
b) Exercício 2.9 – Ulern
c) Exercício 2.10 – Show & Sell
d) Exercício 2.11 – Empregos
e) Exercício 2.12 – OilCo
f) Exercício 2.13 – Day Trader

Soluções dos exercícios

1 Fundamentos

Solução 1.1 (**Exercício 1.1**)

Assista ao vídeo sugerido.

Solução 1.2 (**Exercício 1.2**)

Assista ao vídeo sugerido.

2 Programação Linear

Solução 2.1 (**Exercício 2.1**)

a) $$\begin{aligned} x_2 - x_1 &\geq 1 \\ -x_1 + x_2 &\geq 1 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &\geq 3 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 6 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} x_2 &\geq x_1 \\ -x_1 + x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

d) $x_1 + x_2 \geq 3$

e) $\dfrac{x_2}{x_1 + x_2} \leq 0{,}5$

Solução 2.2 (**Exercício 2.2**)

Solução (x_1,x_2)	Restrições					Função objetivo ($5x_1 + 4x_2$)
	$6x_1 + 4x_2 \leq 24$	$x_1 + 2x_2 \leq 6$	$-x_1 + x_2 \leq 1$	$x_2 \leq 2$	$x_1, x_2 \geq 0$	
a) $(1, 4)$	$6{\cdot}1 + 4{\cdot}4 = 22 \leq 24$	$1 + 2{\cdot}4 = 9 > 6$	$-1 + 4 = 3 > 1$	$4 > 2$	$1, 4 \geq 0$	$5{\cdot}1 + 4{\cdot}4 = 21$
b) $(2, 2)$	$6{\cdot}2 + 4{\cdot}2 = 20 \leq 24$	$2 + 2{\cdot}2 = 6 \leq 6$	$-2 + 2 = 0 \leq 1$	$2 \leq 2$	$2, 2 \geq 0$	$5{\cdot}2 + 4{\cdot}2 = 18$
c) $(3, 1{,}5)$	$6{\cdot}3 + 4{\cdot}1{,}5 = 24 \leq 24$	$3 + 2{\cdot}1{,}5 = 6 \leq 6$	$-3 + 1{,}5 = -1{,}5 \leq 1$	$1{,}5 \leq 2$	$3, 1{,}5 \geq 0$	$5{\cdot}3 + 4{\cdot}1{,}5 = 21$
d) $(2, 1)$	$6{\cdot}2 + 4{\cdot}1 = 16 \leq 24$	$2 + 2{\cdot}1 = 4 \leq 6$	$-2 + 1 = -1 \leq 1$	$1 \leq 2$	$2, 1 \geq 0$	$5{\cdot}2 + 4{\cdot}1 = 14$
e) $(2, -1)$	$6{\cdot}2 + 4{\cdot}(-1) = 8 \leq 24$	$2 + 2{\cdot}(-1) = 0 \leq 6$	$-2 + (-1) = -3 \leq 1$	$1 \leq 2$	$2, -1 \ngeq 0$	$5{\cdot}2 + 4{\cdot}(-1) = 6$

Solução 2.3 (**Exercício 2.3**)

Para *M1*: $6x_1 + 4x_2 = 6 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 20$. Logo, $24 - 20 = 4\,\text{t}$ de sobra.

Para *M2*: $x_1 + 2x_2 = 2 + 2 \cdot 2 = 6$. Logo, $6 - 6 = 0\,\text{t}$ de sobra.

Solução 2.4 (**Exercício 2.4**)

A função z resultante (abaixo) não é linear.

$$z = \begin{cases} 5x_1 + 4x_2 & \text{, se } x_1 \leq 2, \\ 4{,}5x_1 + 4x_2 & \text{, se } x_1 > 2. \end{cases}$$

Solução 2.5 (Produção) (Exercício 2.5)

$$
\begin{aligned}
\textbf{maximiza} \quad & z = 2x_1 + 3x_2 \\
\textbf{sujeito a} \quad & 10x_1 + 5x_2 \leq 600 \\
& 6x_1 + 20x_2 \leq 600 \\
& 8x_1 + 10x_2 \leq 600 \\
& x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

Solução 2.6 (FacFactory) (Exercício 2.6)

$$
\begin{aligned}
\textbf{maximiza} \quad & 20A + 50B \\
\textbf{sujeito a} \quad & 2A + 4B \leq 240 \\
& A \leq 100 \\
& A \geq 0{,}8(A + B) \iff 0{,}2A - 0{,}8B \geq 0 \\
& A, B \geq 0
\end{aligned}
$$

Solução 2.7 (Investidor) (Exercício 2.7)

$$
\begin{aligned}
\textbf{maximiza} \quad & z = 0{,}05A + 0{,}08B \\
\textbf{sujeito a} \quad & A + B \leq 5000 \\
& A \geq 0{,}25(A + B) \iff 0{,}75A - 0{,}25B \geq 0 \\
& B \leq 0{,}5(A + B) \iff -0{,}5A + 0{,}5B \leq 0 \\
& A \geq 0{,}5B \iff A - 0{,}5B \geq 0 \\
& A, B \geq 0
\end{aligned}
$$

Solução 2.8 (OCC) (Exercício 2.8)

$$
\begin{aligned}
\textbf{maximiza} \quad & z = 1500x_1 + 1000x_2 \\
\textbf{sujeito a} \quad & x_1 + x_2 \leq 30 \\
& x_1 \geq 10 \\
& x_2 \geq 10 \\
& x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

Solução 2.9 (Ulern) (Exercício 2.9)

$$
\begin{aligned}
\textbf{maximiza} \quad & z = e + 2d \\
\textbf{sujeito a} \quad & e + d \leq 10 \\
& e \geq d \iff e - d \geq 0 \\
& d \leq 4 \\
& e, d \geq 0
\end{aligned}
$$

Solução 2.10 (Show & Sell) (Exercício 2.10)

$$
\begin{aligned}
\textbf{maximiza} \quad & z = x_1 + 25x_2 \\
\textbf{sujeito a} \quad & 15x_1 + 300x_2 \leq 10000 \\
& x_1 \geq 2x_2 \iff x_1 - 2x_2 \geq 0 \\
& x_1 \leq 400 \\
& x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

Solução 2.11 (Empregos) (Exercício 2.11)

$$\begin{aligned} \textbf{minimiza} \quad & z = 8x_1 + 6x_2 \\ \textbf{sujeito a} \quad & x_1 \geq 5 \\ & x_1 \leq 12 \\ & x_2 \geq 6 \\ & x_2 \leq 10 \\ & x_1 + x_2 \geq 20 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Solução 2.12 (OilCo) (Exercício 2.12)

$$\begin{aligned} \textbf{minimiza} \quad & z = x_1 + x_2 \\ \textbf{sujeito a} \quad & 0{,}2x_1 + 0{,}1x_2 \geq 14 \\ & 0{,}25x_1 + 0{,}6x_2 \geq 30 \\ & 0{,}1x_1 + 0{,}15x_2 \geq 10 \\ & 0{,}15x_1 + 0{,}1x_2 \geq 8 \\ & x_1 \geq 0{,}4(x_1 + x_2) \iff 0{,}6x_1 - 0{,}4x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Solução 2.13 (Day Trader) (Exercício 2.13)

$$\begin{aligned} \textbf{minimiza} \quad & z = x_1 + x_2 \\ \textbf{sujeito a} \quad & 0{,}1x_1 + 0{,}25x_2 \geq 10000 \\ & x_2 \leq 0{,}6(x_1 + x_2) \iff -0{,}6x_1 + 0{,}4x_2 \leq 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

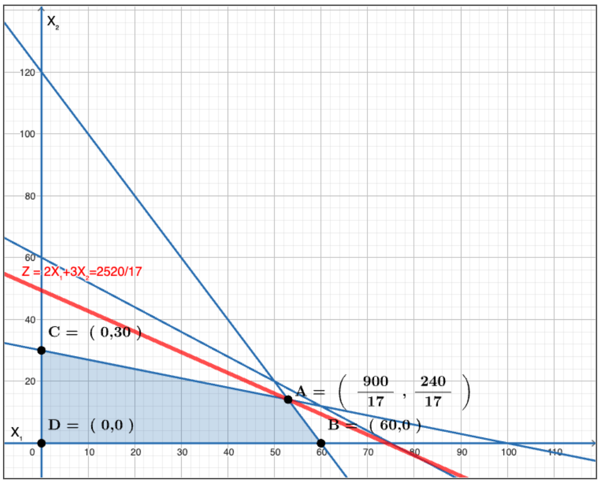
Solução 2.14 (Sucatas) (Exercício 2.14)

$$\begin{aligned} \textbf{minimiza} \quad & z = 100x_1 + 80x_2 \\ \textbf{sujeito a} \quad & 0{,}06x_1 + 0{,}03x_2 \geq 0{,}03 \\ & 0{,}06x_1 + 0{,}03x_2 \leq 0{,}06 \\ & 0{,}03x_1 + 0{,}06x_2 \geq 0{,}03 \\ & 0{,}03x_1 + 0{,}06x_2 \leq 0{,}05 \\ & 0{,}04x_1 + 0{,}03x_2 \geq 0{,}03 \\ & 0{,}04x_1 + 0{,}03x_2 \leq 0{,}07 \\ & x_1 + x_2 = 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

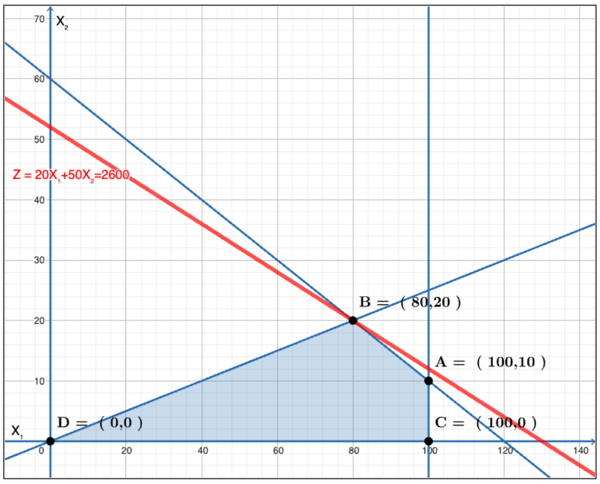
Solução 2.15 (Rádios) (Exercício 2.15)

$$\begin{aligned} \textbf{maximiza} \quad & z = 15x_1 + 15x_2 \\ \textbf{sujeito a} \quad & 6x_1 + 4x_2 \leq 480 \cdot 0{,}9 \\ & 5x_1 + 5x_2 \leq 480 \cdot 0{,}86 \\ & 4x_1 + 6x_2 \leq 480 \cdot 0{,}88 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

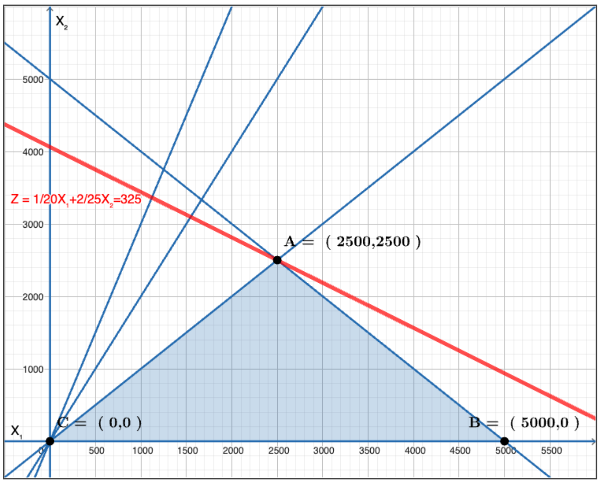
Solução 2.16 (Exercício 2.16)



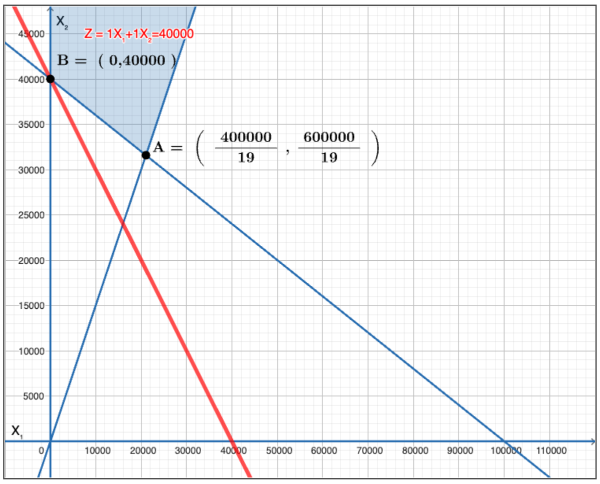
Produção



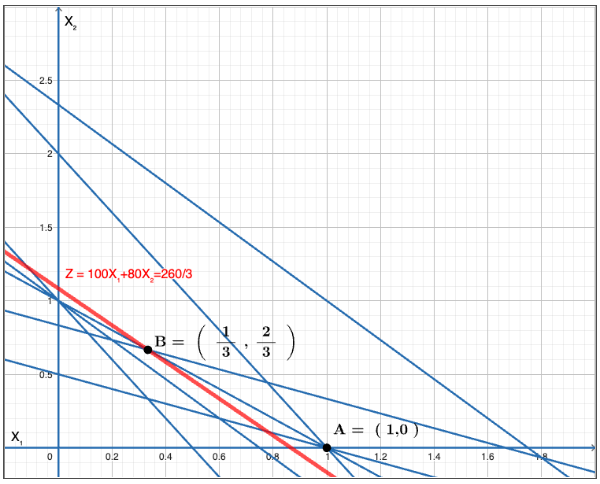
FacFactory



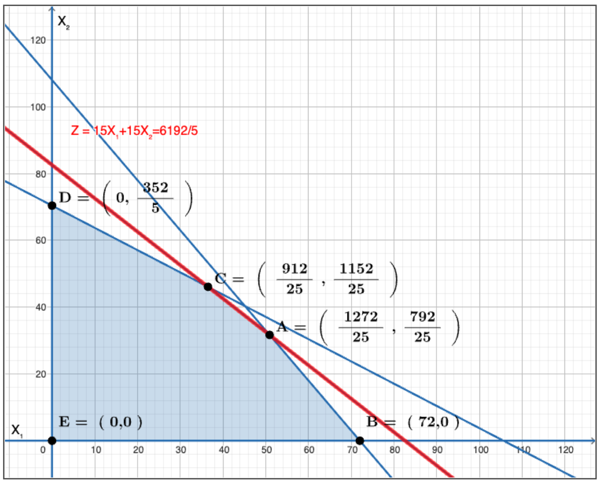
Investidor



Day Trader



Sucatas



Rádio

Solução 2.17

(Exercício 2.17)

OCC:

```
from pyomo.environ import *

model = ConcreteModel()

model.x = Var([1,2], domain = NonNegativeReals)

model.obj = Objective(expr = 1500 * model.x[1] + 1000 * model.x[2], sense = maximize)

model.con1 = Constraint(expr = model.x[1] + model.x[2] <= 30)
model.con2 = Constraint(expr = model.x[1] >= 10)
model.con3 = Constraint(expr = model.x[2] >= 10)

opt = SolverFactory('glpk')
results = opt.solve(model)

print('Status:', results.solver.status)
print('Termination criterion:', results.solver.termination_condition)
if results.solver.termination_condition == 'optimal':
  print('Optimal solution cost:', model.obj.expr())
  print('Optimal solution is x1 =', model.x[1].value, 'and x2 =', model.x[2].value)
```

Ulern:

```
from pyomo.environ import *

model = ConcreteModel()

model.e = Var(domain = NonNegativeReals)
model.d = Var(domain = NonNegativeReals)

def objective_function(model):
  return model.e + 2 * model.d

model.obj = Objective(rule = objective_function, sense = maximize)

def con1(model):
  return model.e + model.d <= 10

def con2(model):
  return model.e - model.d >= 0

def con3(model):
  return model.d <= 4

model.con1 = Constraint(rule = con1)
model.con2 = Constraint(rule = con2)
model.con3 = Constraint(rule = con3)

opt = SolverFactory('glpk')
opt.solve(model).write()
print('\n\nOptimal solution')
print('Study:', model.e())
print('Fun:', model.d())
print('Value:', model.obj())
```

Show & Sell:

```
from pyomo.environ import *

model = ConcreteModel()

model.x1 = Var(domain = NonNegativeReals)
model.x2 = Var(domain = NonNegativeReals)

```

```
model.obj = Objective(expr = model.x1 + 25 * model.x2, sense = maximize)

model.con1 = Constraint(expr = 15 * model.x1 + 300 * model.x2 <= 10000)
model.con2 = Constraint(expr = model.x1 - 2 * model.x2 >= 0)
model.con3 = Constraint(expr = model.x1 <= 400)

opt = SolverFactory('glpk')
opt.solve(model)
print('Optimal solution:')
print('Radio:', model.x1())
print('TV:', model.x2())
print('Efficiency:', model.obj())
```

Empregos:

```
from pyomo.environ import *

model = ConcreteModel()

model.x = Var([1,2], domain = NonNegativeReals)

model.obj = Objective(expr = 8 * model.x[1] + 6 * model.x[2], sense = minimize)

model.constraints = ConstraintList()
model.constraints.add(expr = model.x[1] >= 5)
model.constraints.add(expr = model.x[1] <= 12)
model.constraints.add(expr = model.x[2] >= 6)
model.constraints.add(expr = model.x[2] <= 10)
model.constraints.add(expr = model.x[1] + model.x[2] >= 20)

opt = SolverFactory('glpk')
results = opt.solve(model)

print('Status:', results.solver.status)
print('Termination criterion:', results.solver.termination_condition)
if results.solver.termination_condition == 'optimal':
  print('Total stress:', model.obj.expr())
  print(f'Opt. solution is {model.x[1].value}h at store 1 and {model.x[2].value}h at store 2!')
```

OilCo:

```
from pyomo.environ import *

model = ConcreteModel()

model.x = Var([1,2], domain = NonNegativeReals)

model.obj = Objective(expr = model.x[1] + model.x[2], sense = minimize)

model.constraints = ConstraintList()
model.constraints.add(expr = 0.2 * model.x[1] + 0.1 * model.x[2] >= 14)
model.constraints.add(expr = 0.25 * model.x[1] + 0.6 * model.x[2] >= 30)
model.constraints.add(expr = 0.1 * model.x[1] + 0.15 * model.x[2] >= 10)
model.constraints.add(expr = 0.15 * model.x[1] + 0.1 * model.x[2] >= 8)
model.constraints.add(expr = 0.6 * model.x[1] - 0.4 * model.x[2] >= 0)

opt = SolverFactory('glpk')
opt.solve(model).write()
print('\n\nOptimal solution')
print('x1:', model.x[1]())
print('x2:', model.x[2]())
print('Value:', model.obj())
```

Day Trader:

```python
from pyomo.environ import *

model = ConcreteModel()

model.x = Var([1,2], domain = NonNegativeReals)

model.obj = Objective(expr = model.x[1] + model.x[2], sense = minimize)

model.constraints = ConstraintList()
model.constraints.add(expr = 0.1 * model.x[1] + 0.25 * model.x[2] >= 10000)
model.constraints.add(expr = -0.6 * model.x[1] + 0.4 * model.x[2] <= 0)

opt = SolverFactory('glpk')
opt.solve(model).write()
print('\n\nOptimal solution')
print('x1:', model.x[1]())
print('x2:', model.x[2]())
print('Value:', model.obj())
```