

Fundamentos da Pesquisa Operacional

Introdução e motivação

Prof. Marcelo de Souza

55MQU – Métodos Quantitativos
Universidade do Estado de Santa Catarina





Pesquisa operacional (PO)

- ▶ Origem na Inglaterra durante a Segunda Guerra Mundial: **tomar decisões** quanto ao **melhor** uso do material de guerra.



Pesquisa operacional (PO)

- ▶ Origem na Inglaterra durante a Segunda Guerra Mundial: **tomar decisões** quanto ao **melhor** uso do material de guerra.

Otimização

- ▶ Dado um problema, encontrar a **melhor solução**;
- ▶ Melhor: aquela de **maior** qualidade ou **menor** custo.



Pesquisa operacional (PO)

- ▶ Origem na Inglaterra durante a Segunda Guerra Mundial: **tomar decisões** quanto ao **melhor** uso do material de guerra.

Otimização

- ▶ Dado um problema, encontrar a **melhor solução**;
- ▶ Melhor: aquela de **maior** qualidade ou **menor** custo.

O foco desta disciplina é

- ▶ resolver problemas de otimização;
- ▶ encontrar as melhores soluções tendo em vista a melhor tomada de decisões.

Exemplo

Viagens a trabalho



Um consultor de Florianópolis foi contratado para prestar serviços em uma empresa de São Paulo. A contratação inclui atividades presenciais de segunda a quarta por um período de cinco semanas. A empresa contratante é responsável pela compra das passagens e deseja gastar o *mínimo* possível. Os custos e condições são:

- ▶ A passagem de ida e volta (FLN–SAO–FLN ou SAO–FLN–SAO) custa \$ 400;
- ▶ Se as datas abrangerem um fim de semana, o custo é reduzido para \$ 320;
- ▶ Uma passagem só de ida (FLN–SAO ou SAO–FLN) custa \$ 300;
- ▶ O consultor ficará em São Paulo somente nos dias de trabalho.

Exemplo

Viagens a trabalho



Soluções (ou alternativas):

1. Cinco passagens FLN–SAO–FLN indo na segunda e voltando na quarta;
2. Uma passagem FLN–SAO, quatro SAO–FLN–SAO que abranjam fins de semana, e uma SAO–FLN;
3. Uma passagem FLN–SAO–FLN para a primeira ida e a última volta, e quatro SAO–FLN–SAO para as viagens restantes. Todos esses bilhetes abrangem fins de semana.

Exemplo

Viagens a trabalho



Soluções (ou alternativas):

1. Cinco passagens FLN–SAO–FLN indo na segunda e voltando na quarta;
2. Uma passagem FLN–SAO, quatro SAO–FLN–SAO que abranjam fins de semana, e uma SAO–FLN;
3. Uma passagem FLN–SAO–FLN para a primeira ida e a última volta, e quatro SAO–FLN–SAO para as viagens restantes. Todos esses bilhetes abrangem fins de semana.

Custo de cada solução:

1. $5 \times 400 = \$ 2000$;
2. $2 \times 300 + 4 \times 320 = \$ 1880$;
3. $5 \times 320 = \$ 1600$.

Exemplo

Viagens a trabalho



Soluções (ou alternativas):

1. Cinco passagens FLN–SAO–FLN indo na segunda e voltando na quarta;
2. Uma passagem FLN–SAO, quatro SAO–FLN–SAO que abranjam fins de semana, e uma SAO–FLN;
3. Uma passagem FLN–SAO–FLN para a primeira ida e a última volta, e quatro SAO–FLN–SAO para as viagens restantes. Todos esses bilhetes abrangem fins de semana.

Custo de cada solução:

1. $5 \times 400 = \$ 2000$;
2. $2 \times 300 + 4 \times 320 = \$ 1880$;
3. $5 \times 320 = \$ 1600$. \rightarrow melhor solução (menor custo)



Exemplo

Viagens a trabalho

Um modelo para um problema de otimização possui

- ▶ um conjunto de **variáveis de decisão** (e.g. quais passagens comprar);
- ▶ uma **função objetivo** (e.g. custo total das passagens);
- ▶ um conjunto de **restrições** (e.g. os dias de trabalho e descanso);
- ▶ um conjunto de **soluções** ou alternativas (e.g. possibilidades de compra).

Exemplo

Viagens a trabalho



Um modelo para um problema de otimização possui

- ▶ um conjunto de **variáveis de decisão** (e.g. quais passagens comprar);
- ▶ uma **função objetivo** (e.g. custo total das passagens);
- ▶ um conjunto de **restrições** (e.g. os dias de trabalho e descanso);
- ▶ um conjunto de **soluções** ou alternativas (e.g. possibilidades de compra).

Algumas definições

- ▶ Existem soluções com melhores valores de custo, mas que violam restrições. Elas são chamadas de soluções **inviáveis** ou **infectíveis**;
 - ▶ e.g. comprar uma única passagem FLN–SAO–FLN para todo o período;
 - ▶ analogamente, soluções que satisfazem as restrições são chamadas **viáveis** ou **factíveis**.



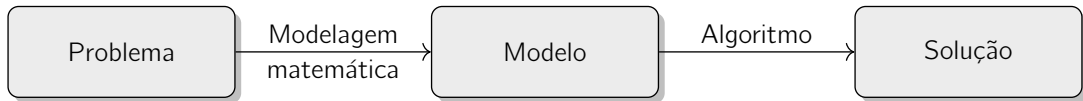
Um modelo para um problema de otimização possui

- ▶ um conjunto de **variáveis de decisão** (e.g. quais passagens comprar);
- ▶ uma **função objetivo** (e.g. custo total das passagens);
- ▶ um conjunto de **restrições** (e.g. os dias de trabalho e descanso);
- ▶ um conjunto de **soluções** ou alternativas (e.g. possibilidades de compra).

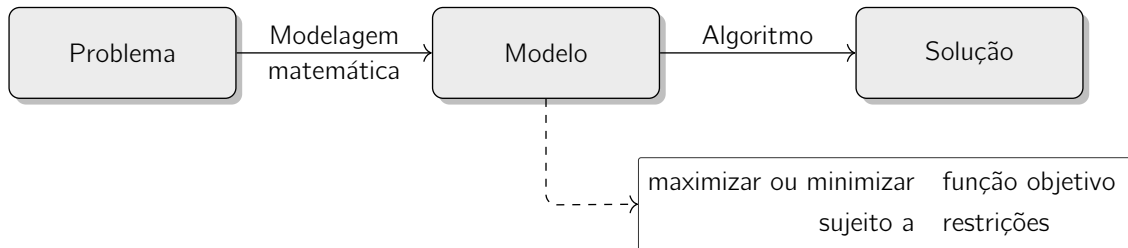
Algumas definições

- ▶ Existem soluções com melhores valores de custo, mas que violam restrições. Elas são chamadas de soluções **inviáveis** ou **infactíveis**;
 - ▶ e.g. comprar uma única passagem FLN–SAO–FLN para todo o período;
 - ▶ analogamente, soluções que satisfazem as restrições são chamadas **viáveis** ou **factíveis**.
- ▶ A melhor solução é chamada de **solução ótima**.
 - ▶ além de ser viável, a solução apresenta o melhor valor segundo a função objetivo;
 - ▶ as demais são soluções **subótimas**.

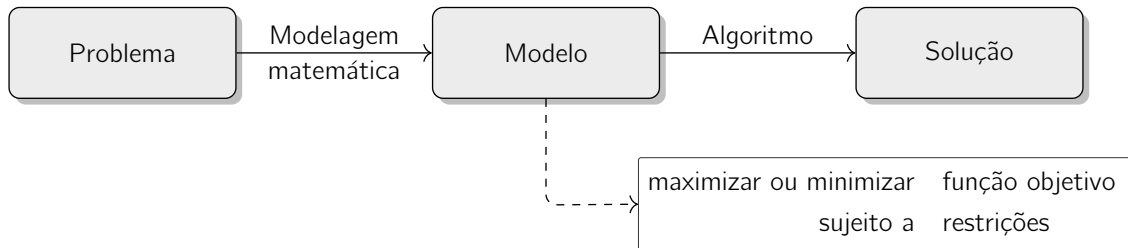
Etapas, elementos e técnicas da PO



Etapas, elementos e técnicas da PO



Etapas, elementos e técnicas da PO

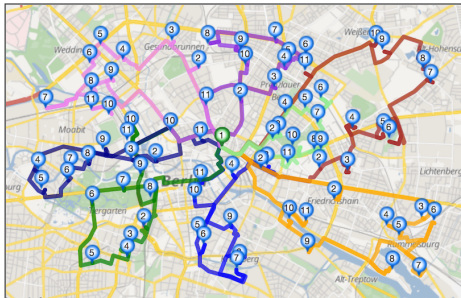


Algoritmos (métodos de solução):

- ▶ Programação linear;
- ▶ Programação inteira;
- ▶ Programação dinâmica;
- ▶ Otimização em redes;
- ▶ Programação não linear;
- ▶ Algoritmos aproximativos e heurísticos.

Aplicações

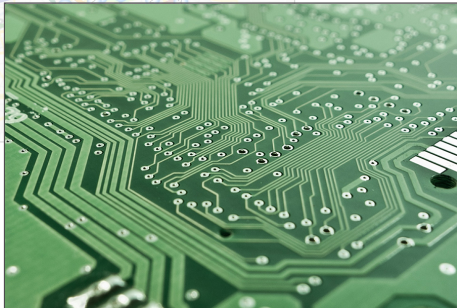
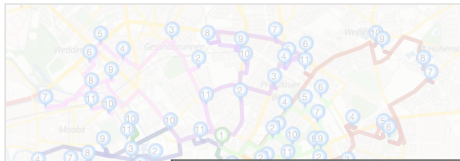
Otimização em...



ROTEAMENTO

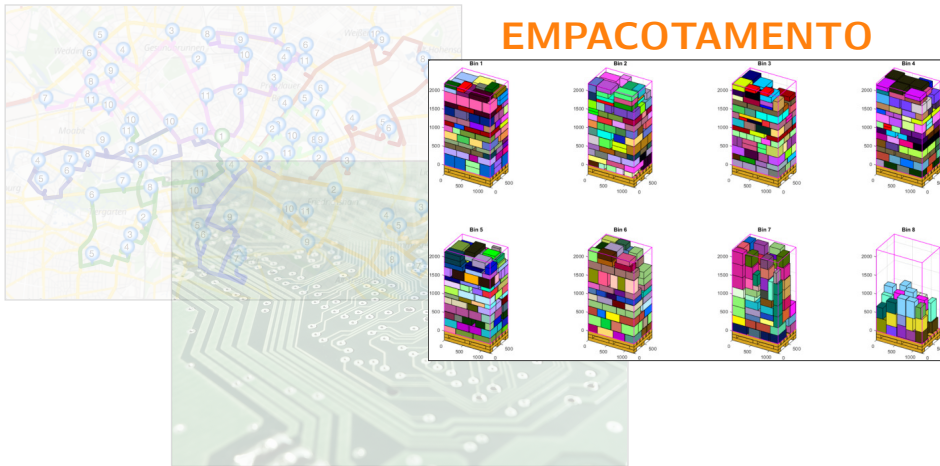
Aplicações

Otimização em...



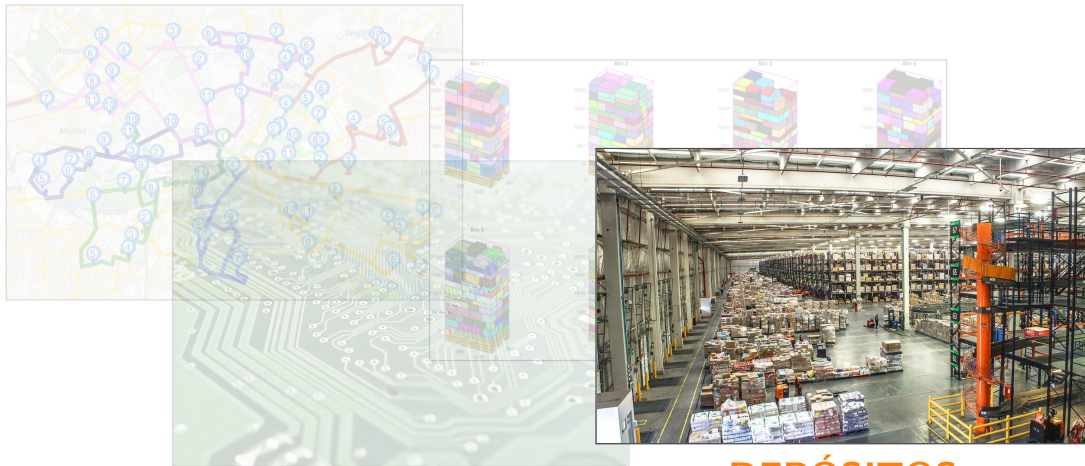
CIRCUITOS DIGITAIS

EMPACOTAMENTO



Aplicações

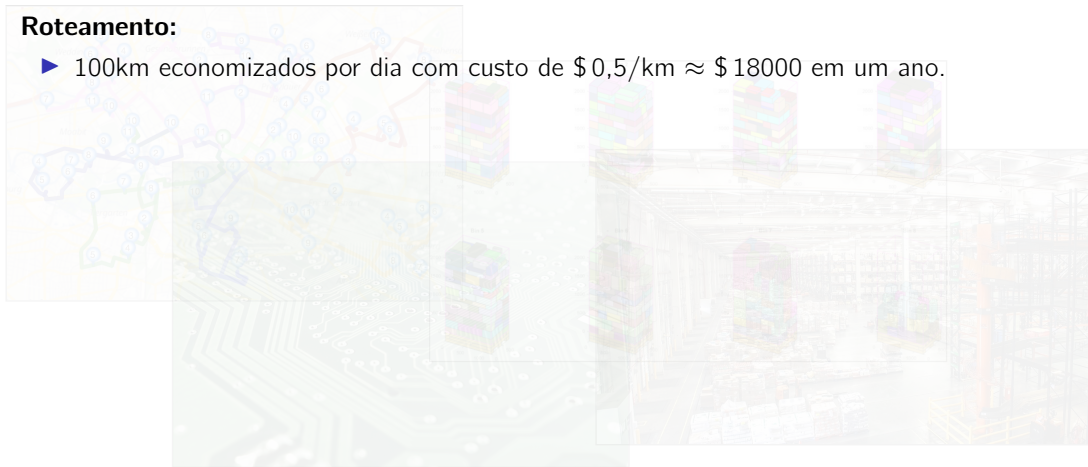
Otimização em...



DEPÓSITOS

Roteamento:

- ▶ 100km economizados por dia com custo de \$ 0,5/km \approx \$ 18000 em um ano.





Roteamento:

- ▶ 100km economizados por dia com custo de \$ 0,5/km \approx \$ 18000 em um ano.

Circuitos digitais:

- ▶ tempo total de solda de 10 segundos e redução de 0,2 segundo na solda de cada placa;
- ▶ máquina trabalhando 8 horas por dia soldará \approx 60 placas a mais por dia;
- ▶ aumento na produção de \approx 22000 placas no ano.



Roteamento:

- ▶ 100km economizados por dia com custo de \$ 0,5/km \approx \$ 18000 em um ano.

Circuitos digitais:

- ▶ tempo total de solda de 10 segundos e redução de 0,2 segundo na solda de cada placa;
- ▶ máquina trabalhando 8 horas por dia soldará \approx 60 placas a mais por dia;
- ▶ aumento na produção de \approx 22000 placas no ano.

Empacotamento:

- ▶ um frete custa \$ 650 e é reduzido um frete cada dois dias;
- ▶ redução de \approx 182 fretes no ano, com economia total de \$ 118300.



Roteamento:

- ▶ 100km economizados por dia com custo de \$ 0,5/km \approx \$ 18000 em um ano.

Circuitos digitais:

- ▶ tempo total de solda de 10 segundos e redução de 0,2 segundo na solda de cada placa;
- ▶ máquina trabalhando 8 horas por dia soldará \approx 60 placas a mais por dia;
- ▶ aumento na produção de \approx 22000 placas no ano.

Empacotamento:

- ▶ um frete custa \$ 650 e é reduzido um frete cada dois dias;
- ▶ redução de \approx 182 fretes no ano, com economia total de \$ 118300.

Depósitos:

- ▶ robô percorre \approx 3,5 km ao dia, e recarrega a cada km com custo de \$ 0,2 por recarga;
- ▶ dada uma redução média do percurso de 200 m ao dia e um total de 500 robôs;
- ▶ redução total de 36500 km ao ano, com economia de \$ 7300.

55MQU – Métodos Quantitativos
Prof. Marcelo de Souza