

Fundamentos da Pesquisa Operacional

Introdução e motivação

Prof. Marcelo de Souza

55MQU – Métodos Quantitativos
Universidade do Estado de Santa Catarina





Pesquisa operacional (PO)

- ▶ Origem na Inglaterra durante a Segunda Guerra Mundial: **tomar decisões** quanto ao **melhor** uso do material de guerra.



Pesquisa operacional (PO)

- ▶ Origem na Inglaterra durante a Segunda Guerra Mundial: **tomar decisões** quanto ao **melhor** uso do material de guerra.

Otimização

- ▶ Dado um problema, encontrar a **melhor solução**;
- ▶ Melhor: aquela de **maior** qualidade ou **menor** custo.



Pesquisa operacional (PO)

- ▶ Origem na Inglaterra durante a Segunda Guerra Mundial: **tomar decisões** quanto ao **melhor** uso do material de guerra.

Otimização

- ▶ Dado um problema, encontrar a **melhor solução**;
- ▶ Melhor: aquela de **maior** qualidade ou **menor** custo.

O foco desta disciplina é

- ▶ resolver problemas de otimização;
- ▶ encontrar as melhores soluções tendo em vista a melhor tomada de decisões.

Exemplo

Viagens a trabalho



Um consultor de Florianópolis foi contratado para prestar serviços em uma empresa de São Paulo. A contratação inclui atividades presenciais de segunda a quarta por um período de cinco semanas. A empresa contratante é responsável pela compra das passagens e deseja gastar o *mínimo* possível. Os custos e condições são:

- ▶ A passagem de ida e volta (FLN–SAO–FLN ou SAO–FLN–SAO) custa \$ 400;
- ▶ Se as datas abrangerem um fim de semana, o custo é reduzido para \$ 320;
- ▶ Uma passagem só de ida (FLN–SAO ou SAO–FLN) custa \$ 300;
- ▶ O consultor ficará em São Paulo somente nos dias de trabalho.

Exemplo

Viagens a trabalho



Soluções (ou alternativas):

1. Cinco passagens FLN–SAO–FLN indo na segunda e voltando na quarta;
2. Uma passagem FLN–SAO, quatro SAO–FLN–SAO que abranjam fins de semana, e uma SAO–FLN;
3. Uma passagem FLN–SAO–FLN para a primeira ida e a última volta, e quatro SAO–FLN–SAO para as viagens restantes. Todos esses bilhetes abrangem fins de semana.

Exemplo

Viagens a trabalho



Soluções (ou alternativas):

1. Cinco passagens FLN–SAO–FLN indo na segunda e voltando na quarta;
2. Uma passagem FLN–SAO, quatro SAO–FLN–SAO que abranjam fins de semana, e uma SAO–FLN;
3. Uma passagem FLN–SAO–FLN para a primeira ida e a última volta, e quatro SAO–FLN–SAO para as viagens restantes. Todos esses bilhetes abrangem fins de semana.

Custo de cada solução:

1. $5 \times 400 = \$ 2000$;
2. $2 \times 300 + 4 \times 320 = \$ 1880$;
3. $5 \times 320 = \$ 1600$.

Exemplo

Viagens a trabalho



Soluções (ou alternativas):

1. Cinco passagens FLN–SAO–FLN indo na segunda e voltando na quarta;
2. Uma passagem FLN–SAO, quatro SAO–FLN–SAO que abranjam fins de semana, e uma SAO–FLN;
3. Uma passagem FLN–SAO–FLN para a primeira ida e a última volta, e quatro SAO–FLN–SAO para as viagens restantes. Todos esses bilhetes abrangem fins de semana.

Custo de cada solução:

1. $5 \times 400 = \$ 2000$;
2. $2 \times 300 + 4 \times 320 = \$ 1880$;
3. $5 \times 320 = \$ 1600$. → melhor solução (menor custo)

Exemplo

Viagens a trabalho

Um modelo para um problema de otimização possui

- ▶ um conjunto de **variáveis de decisão** (e.g. quais passagens comprar);
- ▶ uma **função objetivo** (e.g. custo total das passagens);
- ▶ um conjunto de **restrições** (e.g. os dias de trabalho e descanso);
- ▶ um conjunto de **soluções** ou alternativas (e.g. possibilidades de compra).



Exemplo

Viagens a trabalho



Um modelo para um problema de otimização possui

- ▶ um conjunto de **variáveis de decisão** (e.g. quais passagens comprar);
- ▶ uma **função objetivo** (e.g. custo total das passagens);
- ▶ um conjunto de **restrições** (e.g. os dias de trabalho e descanso);
- ▶ um conjunto de **soluções** ou alternativas (e.g. possibilidades de compra).

Algumas definições

- ▶ Existem soluções com melhores valores de custo, mas que violam restrições. Elas são chamadas de soluções **inviáveis** ou **infectíveis**;
 - ▶ e.g. comprar uma única passagem FLN–SAO–FLN para todo o período;
 - ▶ analogamente, soluções que satisfazem as restrições são chamadas **viáveis** ou **factíveis**.

Exemplo

Viagens a trabalho



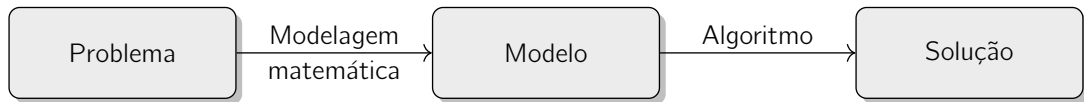
Um modelo para um problema de otimização possui

- ▶ um conjunto de **variáveis de decisão** (e.g. quais passagens comprar);
- ▶ uma **função objetivo** (e.g. custo total das passagens);
- ▶ um conjunto de **restrições** (e.g. os dias de trabalho e descanso);
- ▶ um conjunto de **soluções** ou alternativas (e.g. possibilidades de compra).

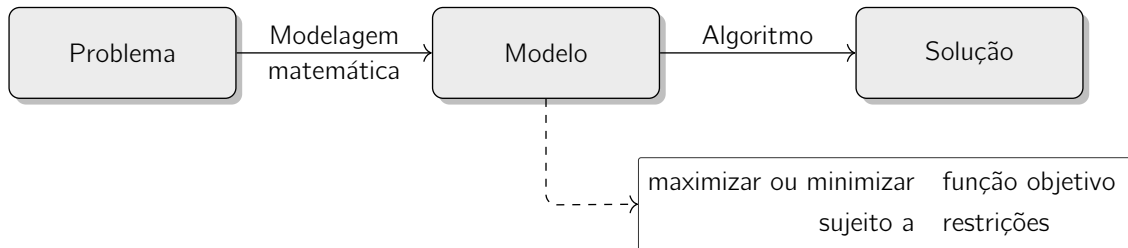
Algumas definições

- ▶ Existem soluções com melhores valores de custo, mas que violam restrições. Elas são chamadas de soluções **inviáveis** ou **infactíveis**;
 - ▶ e.g. comprar uma única passagem FLN–SAO–FLN para todo o período;
 - ▶ analogamente, soluções que satisfazem as restrições são chamadas **viáveis** ou **factíveis**.
- ▶ A melhor solução é chamada de **solução ótima**.
 - ▶ além de ser viável, a solução apresenta o melhor valor segundo a função objetivo;
 - ▶ as demais são soluções **subótimas**.

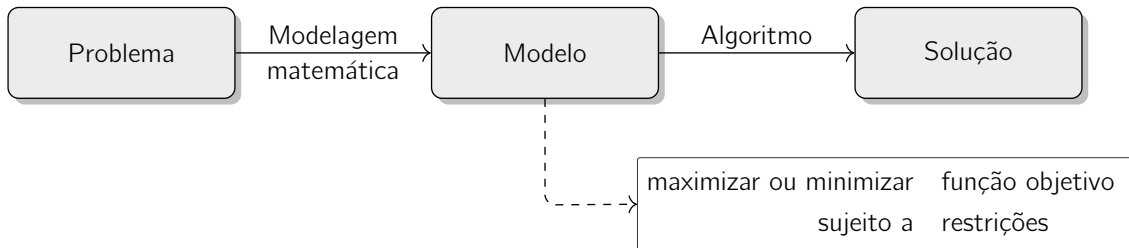
Etapas, elementos e técnicas da PO



Etapas, elementos e técnicas da PO



Etapas, elementos e técnicas da PO



Algoritmos (métodos de solução):

- ▶ Programação linear;
- ▶ Programação inteira;
- ▶ Programação dinâmica;
- ▶ Otimização em redes;
- ▶ Programação não linear;
- ▶ Algoritmos aproximativos e heurísticos.

Aplicações de sucesso na indústria



Texaco: sistema para planejamento e agendamento de mistura de gasolina.

- ▶ Economia de **30 milhões** de dólares anuais.

AT&T: sistema para determinar o número e a localização dos centros de *telemarketing*.

- ▶ Economia de **1 milhão** de dólares em 12 clientes da empresa.

Coca-Cola: sistema de otimização das rotas de distribuição dos seus 54 000 veículos.

- ▶ Economia de **45 milhões** de dólares anuais e redução de poluição.

Intel: sistema para projeto eficiente de produtos e planejamento de *supply chain*.

- ▶ Lucro de **25,2 bilhões** de dólares até 2020.

P&G: sistema para otimização de inventário (estoque).

- ▶ Economia de **1,5 bilhão** de dólares.

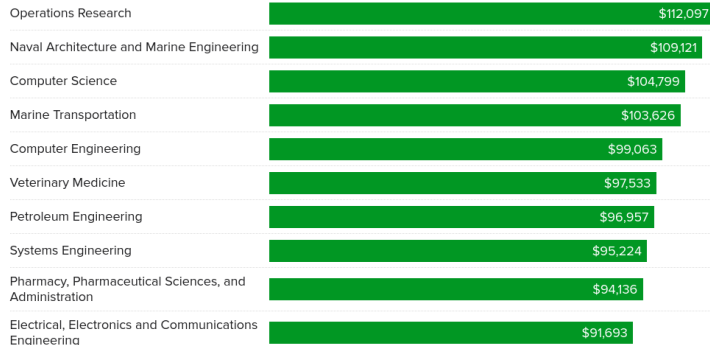
Eletrobras: sistema para alocação de recursos térmicos e hidráulicos (1986).

- ▶ Economia de **43 milhões** de dólares anuais.



Top-paying college majors

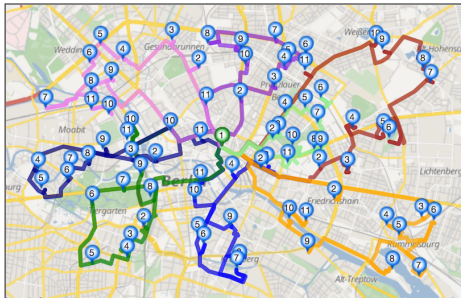
Students who study one of these fields earn, on average, the highest salaries of any college grads four years after they receive their diploma. But many of these fields aren't the most popular among students, despite their high salaries.



Fonte: <https://www.cbsnews.com/news/college-major-top-and-lowest-earning-majors-impact-on-income-pay>

Mais aplicações

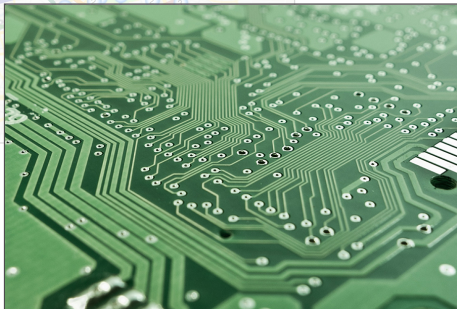
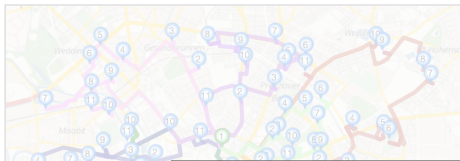
Otimização em...



ROTEAMENTO

Mais aplicações

Otimização em...



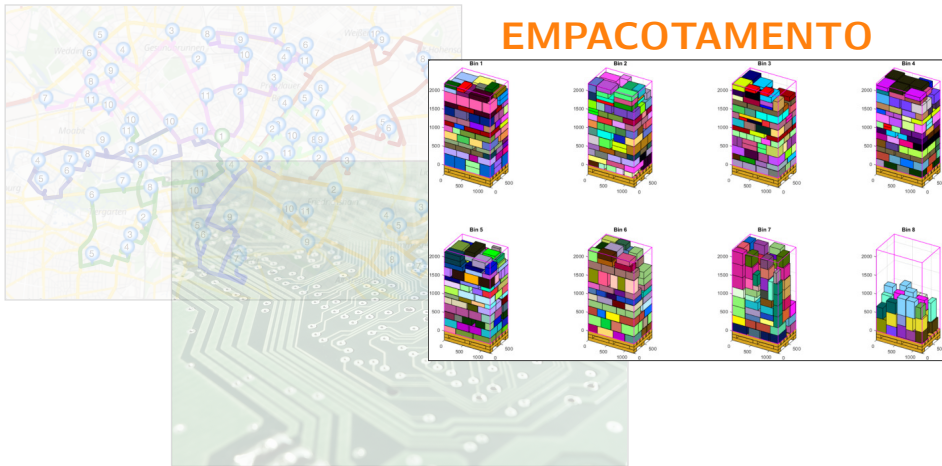
CIRCUITOS DIGITAIS

Mais aplicações

Otimização em...

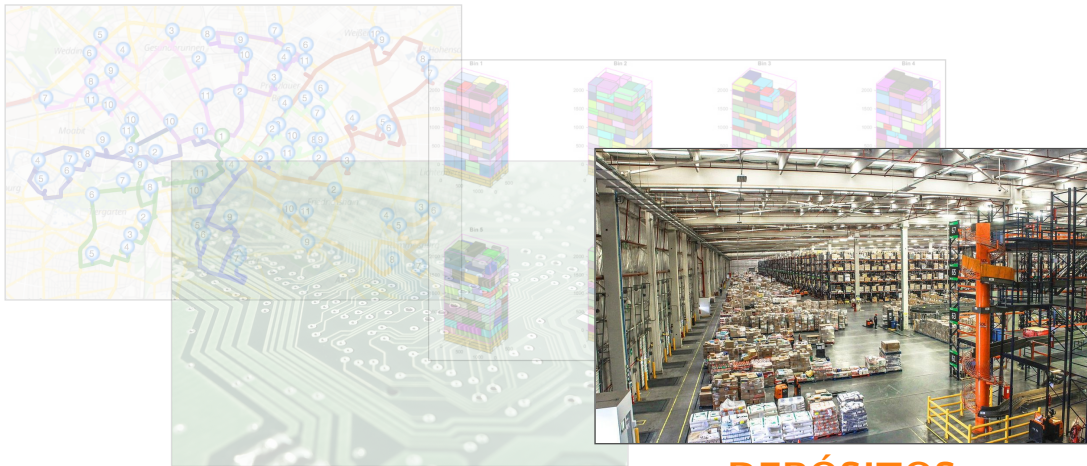


EMPACOTAMENTO



Mais aplicações

Otimização em...



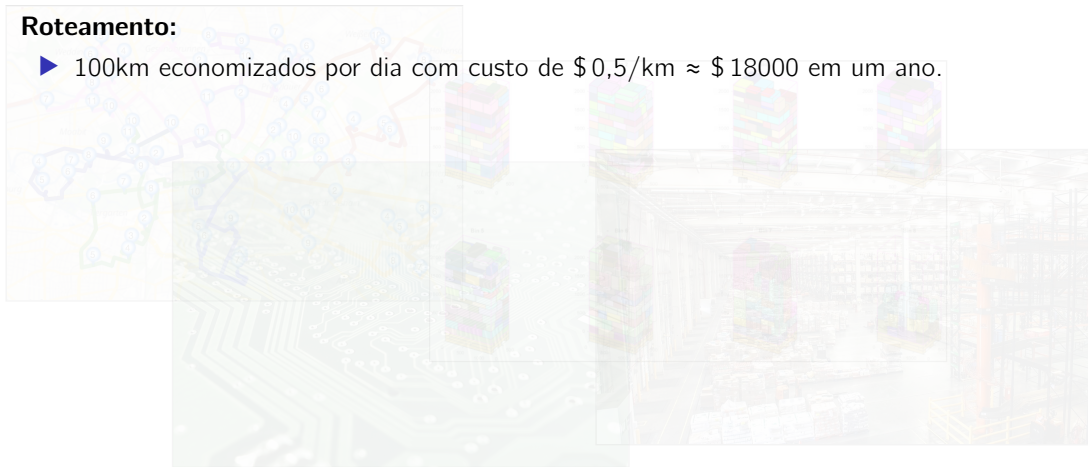
DEPÓSITOS

Mais aplicações

Otimização em...

Roteamento:

- ▶ 100km economizados por dia com custo de \$ 0,5/km \approx \$ 18000 em um ano.



Mais aplicações

Otimização em...



Roteamento:

- ▶ 100km economizados por dia com custo de \$ 0,5/km \approx \$ 18000 em um ano.

Circuitos digitais:

- ▶ tempo total de solda de 10 segundos e redução de 0,2 segundo na solda de cada placa;
- ▶ máquina trabalhando 8 horas por dia soldará \approx 60 placas a mais por dia;
- ▶ aumento na produção de \approx 22000 placas no ano.

Mais aplicações

Otimização em...



Roteamento:

- ▶ 100km economizados por dia com custo de \$ 0,5/km \approx \$ 18000 em um ano.

Circuitos digitais:

- ▶ tempo total de solda de 10 segundos e redução de 0,2 segundo na solda de cada placa;
- ▶ máquina trabalhando 8 horas por dia soldará \approx 60 placas a mais por dia;
- ▶ aumento na produção de \approx 22000 placas no ano.

Empacotamento:

- ▶ um frete custa \$ 650 e é reduzido um frete cada dois dias;
- ▶ redução de \approx 182 fretes no ano, com economia total de \$ 118300.

Mais aplicações

Otimização em...



Roteamento:

- ▶ 100km economizados por dia com custo de \$ 0,5/km \approx \$ 18000 em um ano.

Circuitos digitais:

- ▶ tempo total de solda de 10 segundos e redução de 0,2 segundo na solda de cada placa;
- ▶ máquina trabalhando 8 horas por dia soldará \approx 60 placas a mais por dia;
- ▶ aumento na produção de \approx 22000 placas no ano.

Empacotamento:

- ▶ um frete custa \$ 650 e é reduzido um frete cada dois dias;
- ▶ redução de \approx 182 fretes no ano, com economia total de \$ 118300.

Depósitos:

- ▶ robô percorre \approx 3,5 km ao dia, e recarrega a cada km com custo de \$ 0,2 por recarga;
- ▶ dada uma redução média do percurso de 200 m ao dia e um total de 500 robôs;
- ▶ redução total de 36500 km ao ano, com economia de \$ 7300.

55MQU – Métodos Quantitativos
Prof. Marcelo de Souza