

# Сравнение вращаемой и сдвиговой множественных развёрток по количеству вычислений целевой функции в задачах без ограничений

## 1 Реализация алгоритма с множественными развёртками

Алгоритм реализован на языке C++ с использованием линейных структур данных для хранения поисковой информации. Сложность выполнения каждой итерации алгоритма  $O(k)$ , где  $k$  — номер итерации.

Реализация поддерживает полноценную индексную схему,  $\varepsilon$ -резервирование и локальную адаптацию (схема Маркина-Стронгина). Поддержки параллельных вычислений нет.

Данная реализация не использует код системы Globalizer.

## 2 Классы тестовых задач и методика проведения экспериментов

Операционные характеристики метода с различными множественными развёртками строились на следующих классах задач: функции Гришагина ( $F_{GR}$ ), GKLS 2d Simple (gklsS2d), GKLS 2d Hard (gklsH2d), GKLS 3d Simple (gklsS3d).

Для каждого класса задач и каждого типа развёртки были предприняты попытки провести следующие эксперименты:

1. решить все задачи при одинаковом для всех развёрток значении  $r$  с остановкой по попаданию в окрестность известного оптимума;
2. решить все задачи при одинаковом для всех развёрток значении  $r$  с остановкой по точности;
3. решить все задачи при минимальном допустимом для каждой конфигурации развёртки в отдельности значении параметра  $r$  с остановкой по попаданию в окрестность известного оптимума;
4. решить все задачи при минимальном допустимом для каждой конфигурации развёртки в отдельности значении параметра  $r$  с остановкой по точности;

В последних двух случаях подбор минимального значения  $r$  такого, что решаются все задачи класса, осуществлялся с точностью 0.1 для каждого типа развёртки в отдельности и для каждого значения  $L$  (количество развёрток).

В связи с тем, что в представленной реализации АГП используются только линейные структуры данных, не для всех классов указанные 4 типа экспериментов были проведены. Решение некоторых задач из сложных классов требует порядка  $10^6$  испытаний и занимает несколько часов на одну задачу. В этом случае подобрать минимальное значение  $r$  для каждой развёртки очень затратно.

В таблицах 1, 2, 3, 6 указаны эксперименты, которые были проведены. Каждый эксперимент включает в себя решение всех задач класса при  $l = 1, 2, 3$  для вращаемой развёртки и  $l = 1, 2, 3, 4$  для сдвиговой.

Таблица 1: Эксперименты, проведённые при минимальном значении  $r$  с остановкой по попаданию в окрестность оптимума

Тип развёртки	$F_{GR}$	gklsS2d	gklsH2d	gklsS3d
вращаемая, $L = 1$	+	+	+	+
вращаемая, $L = 2$	+	+	+	+
вращаемая, $L = 3$	+	+	+	+
сдвиговая, $L = 1$	+	+	+	+
сдвиговая, $L = 2$	+	+	+	+
сдвиговая, $L = 3$	+	+	+	+
сдвиговая, $L = 4$	+	+	-	-

Таблица 2: Эксперименты, проведённые при минимальном значении  $r$  с остановкой по точности

Тип развёртки	$F_{GR}$	gklsS2d	gklsH2d	gklsS3d
вращаемая, $L = 1$	+	+	+	-
вращаемая, $L = 2$	+	+	+	-
вращаемая, $L = 3$	+	+	-	-
сдвиговая, $L = 1$	+	+	+	-
сдвиговая, $L = 2$	+	+	-	-
сдвиговая, $L = 3$	+	+	-	-
сдвиговая, $L = 4$	+	+	-	-

Таблица 3: Эксперименты, проведённые при одинаковом значении  $r$  с остановкой по попаданию в окрестность оптимума

Тип развёртки	$F_{GR}$	gklsS2d	gklsH2d	gklsS3d
вращаемая, $L = 1$	+	+	+	+
вращаемая, $L = 2$	+	+	+	+
вращаемая, $L = 3$	+	+	+	+
сдвиговая, $L = 1$	+	+	+	+
сдвиговая, $L = 2$	+	+	+	+
сдвиговая, $L = 3$	+	+	+	+
сдвиговая, $L = 4$	+	+	-	-

Таблица 4: Эксперименты, проведённые при одинаковом значении  $r$  с остановкой по точности

Тип развёртки	$F_{GR}$	gklsS2d	gklsH2d	gklsS3d
вращаемая, $L = 1$	+	+	+	+
вращаемая, $L = 2$	+	+	+	+
вращаемая, $L = 3$	+	+	-	-
сдвиговая, $L = 1$	+	+	+	+
сдвиговая, $L = 2$	+	+	-	-
сдвиговая, $L = 3$	+	+	-	-
сдвиговая, $L = 4$	+	+	-	-

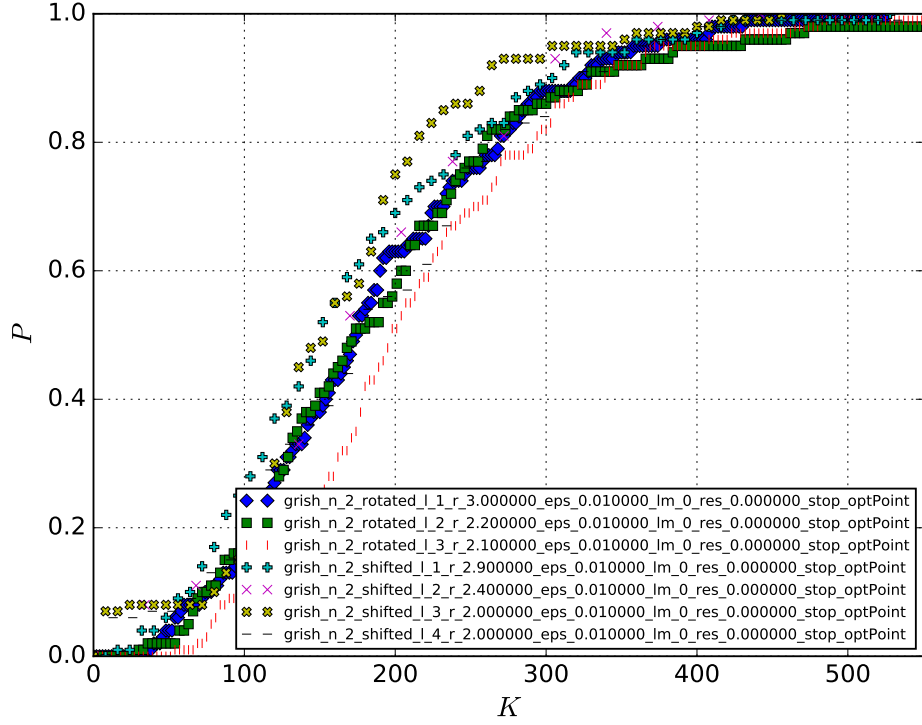


Рис. 1:  $F_{GR}$ , остановка по попаданию в окрестность, минимальное значение  $r$

Во всех экспериментах с остановкой по попаданию в окрестность глобального минимума использовалось значение  $\varepsilon = 10^{-2}$ . При остановке по точности  $\varepsilon \in [10^{-3}; 5 \cdot 10^{-3}]$  в зависимости от класса задач. Также в некоторых случаях для ограничения, порождаемого сдвиговой развёрткой, использовалось  $\varepsilon$ -резервирование величиной 0.05. Для сложных классов был задействован смешанный локально-глобальный алгоритм с параметром смешивания  $q = 4$ .

## 2.1 Операционные характеристики

Операционные характеристики были построены практически для всех столбцов таблиц из предыдущего раздела. В случае сдвиговой развёртки наличие дополнительного ограничения не учитывались при построении операционных характеристик. При проведении экспериментов было замечено, что включение  $\varepsilon$ -резервирования практически не влияет на среднее количество вычислений целевой функции и на вид операционной характеристики.

### 2.1.1 Класс $F_{GR}$

Преимущество сдвиговой развёртки над стандартным методом наблюдается только при минимальном значении  $r$ , причём в случае остановки по точности, ускорение сходимости более заметно. Ускорения от использования вращаемой развёртки нет.

В случае остановки по попаданию в окрестность, сдвиговая развёртка теряет преимущество, но наблюдается интересный эффект ускорения от её использования при  $L = 1$ , когда метод работает с одной развёрткой и "нулевым" ограничением.

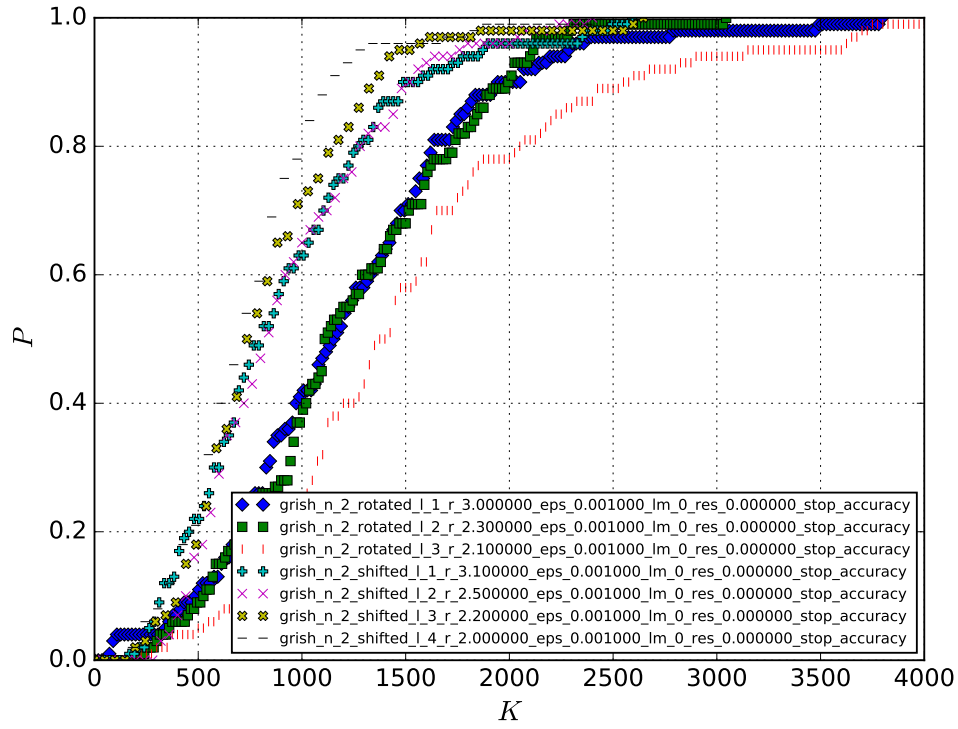


Рис. 2:  $F_{GR}$ , остановка по точности, минимальное значение  $r$

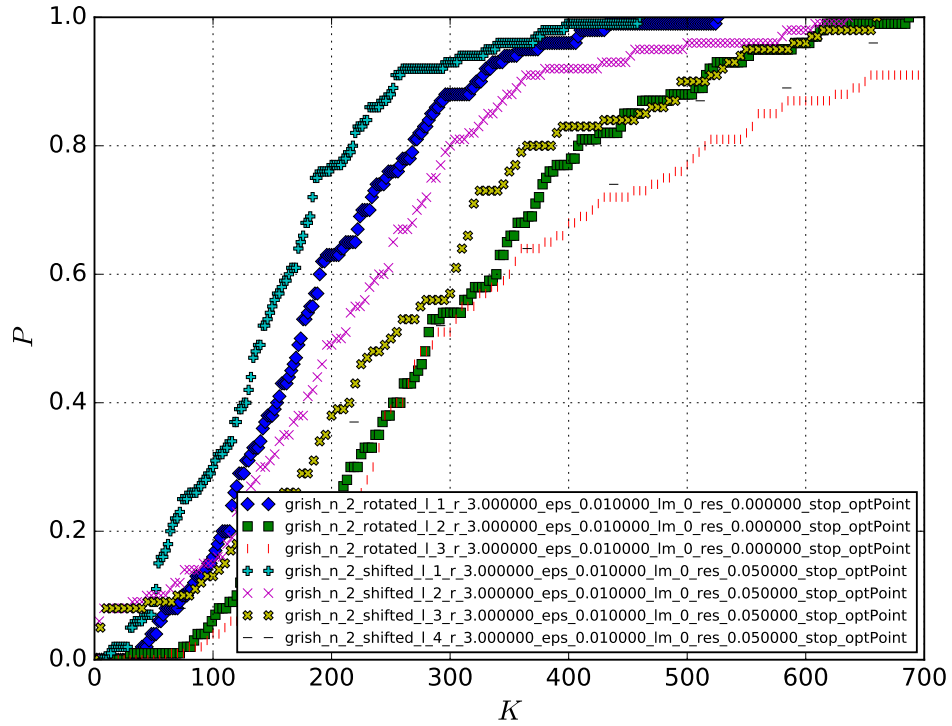


Рис. 3:  $F_{GR}$ , остановка по попаданию в окрестность,  $r = 3.0$

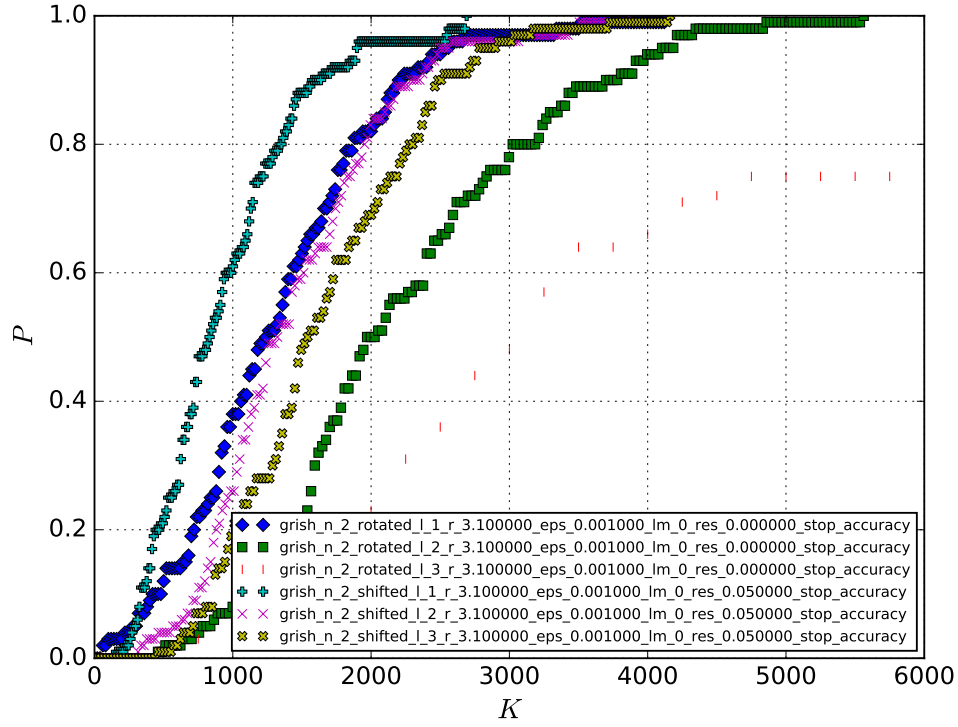


Рис. 4:  $F_{GR}$ , остановка по точности,  $r = 3.1$

### 2.1.2 Класс gklsS2d

В случае остановки по попаданию в окрестность оптимума, преимуществ от использования множественных развёрток нет.

При остановке по точности ускорение от сдвиговой развёртки относительно других есть как с минимальным подобранным  $r$ , так и при одинаковом значении надёжности для всех экспериментов.

Эффект ускорения при использовании одной сдвиговой развёртки так же проявляется в некоторых экспериментах.

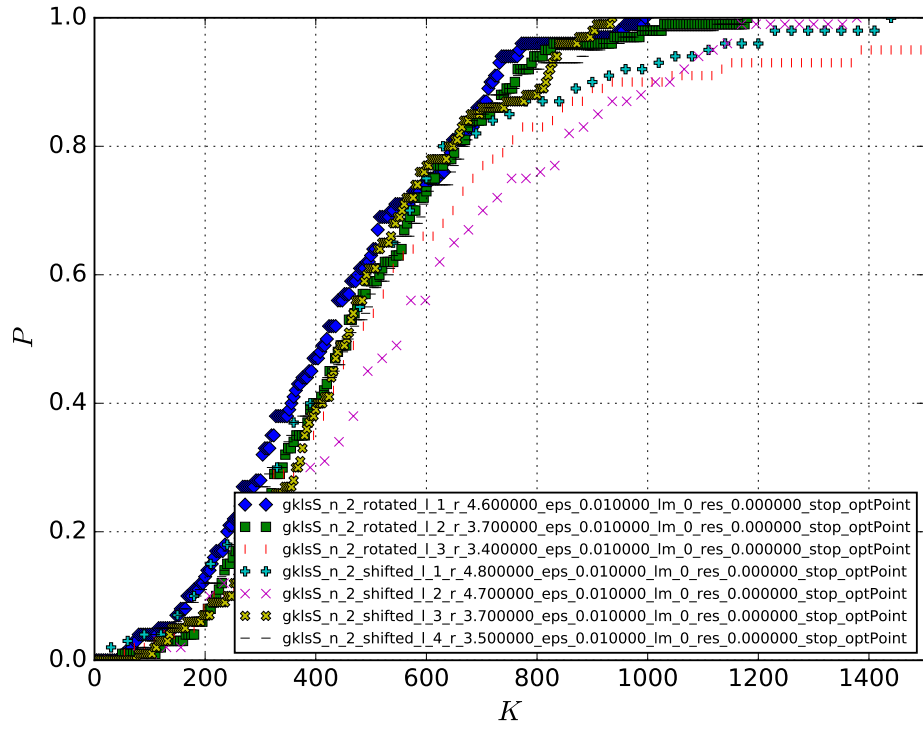


Рис. 5: gklS2d, остановка по попаданию в окрестность, минимальное значение  $r$

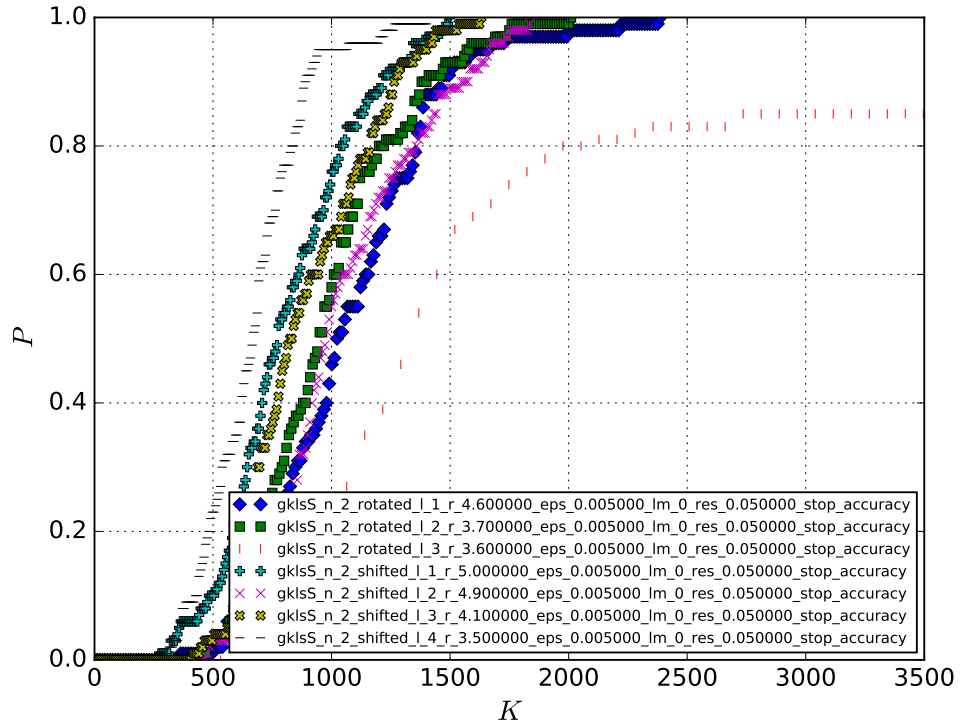


Рис. 6: gklS2d, остановка по точности, минимальное значение  $r$

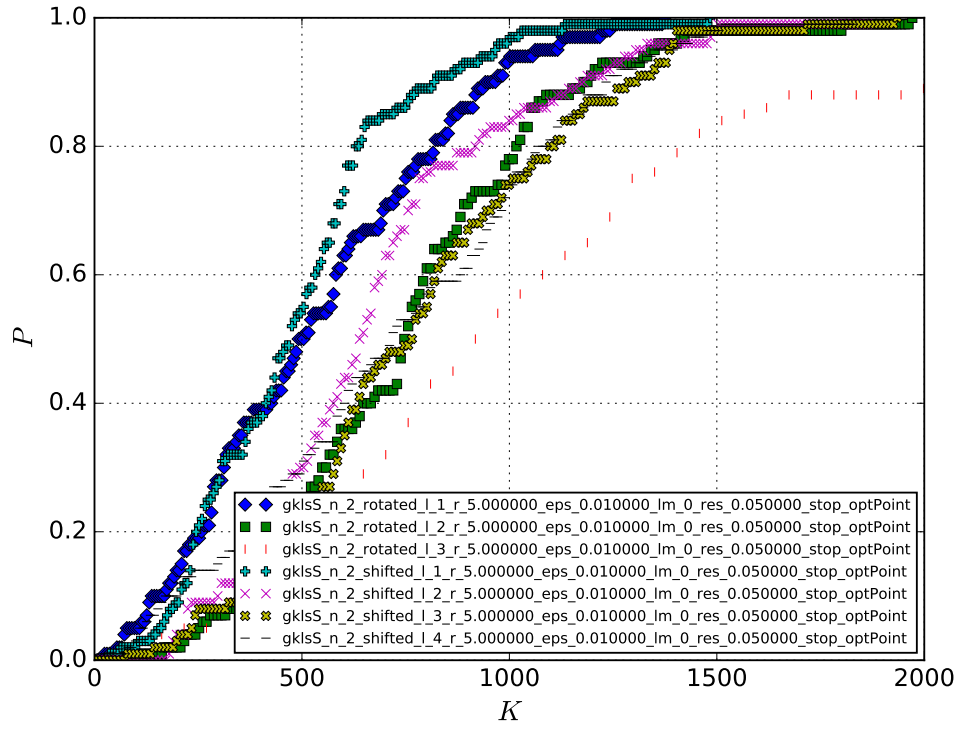


Рис. 7: gklS2d, остановка по попаданию в окрестность,  $r = 5.0$

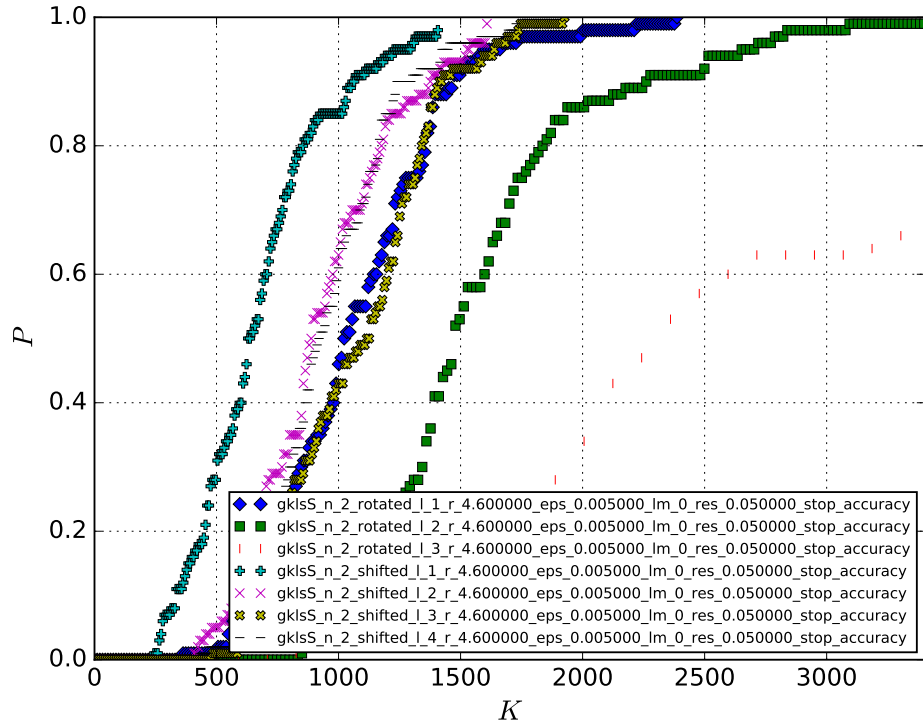


Рис. 8: gklS2d, остановка по точности,  $r = 4.6$

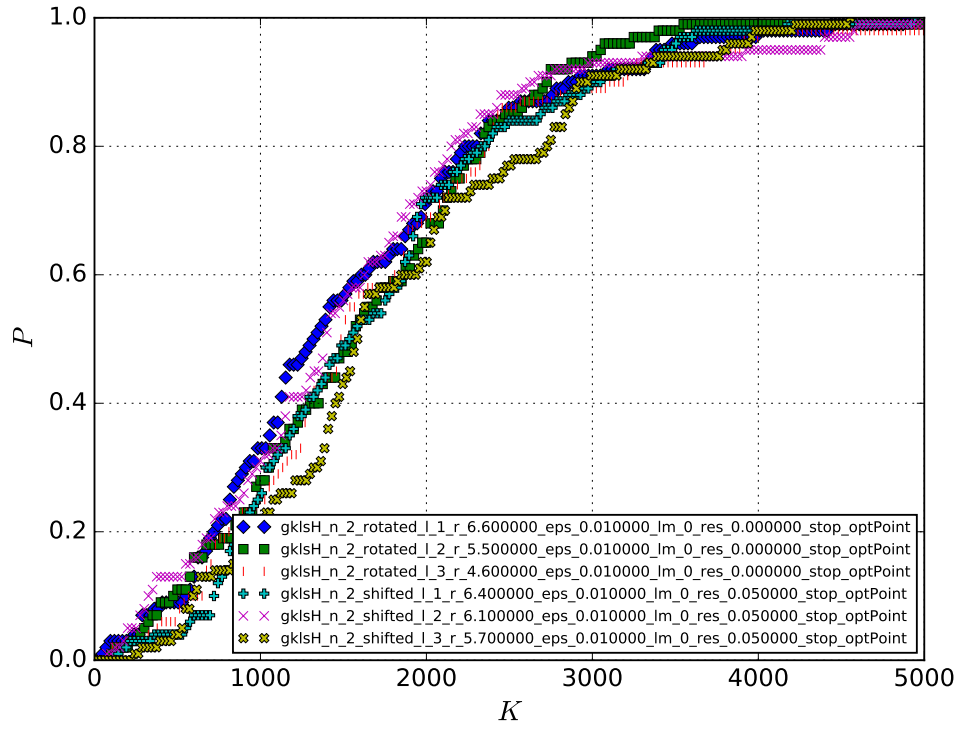


Рис. 9: gklsH2d, остановка по попаданию в окрестность, минимальное значение  $r$

### 2.1.3 Класс gklsH2d

Для этого класса удалось провести только эксперименты с одинаковым  $r$  для всех вариантов метода. Преимуществ от использования множественных развёрток не выявлено.



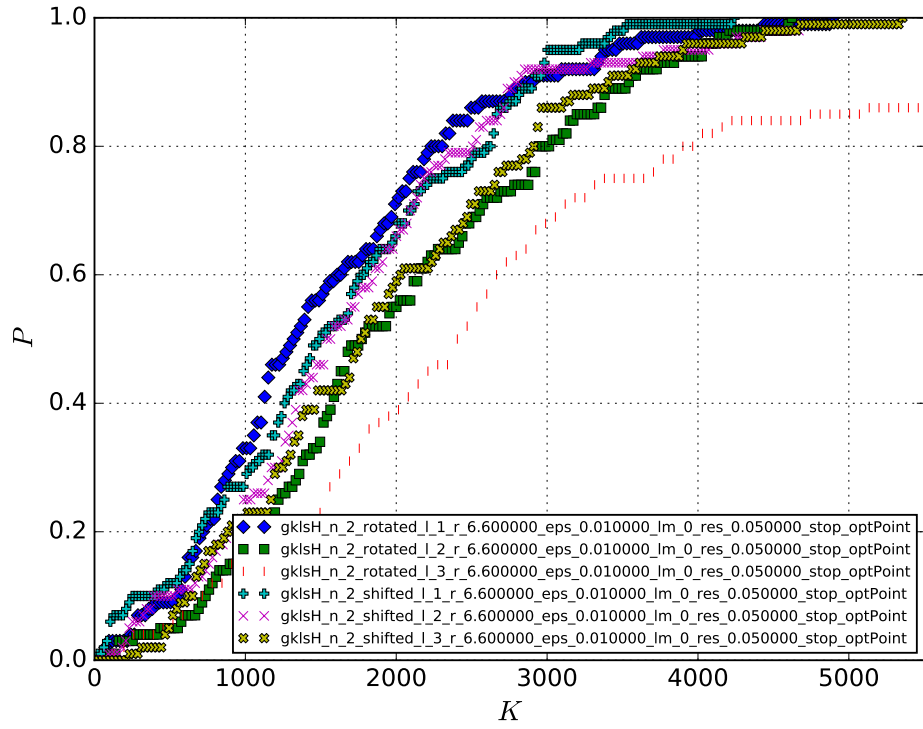


Рис. 10: gklsH2d, остановка по попаданию в окрестность,  $r = 6.6$

#### 2.1.4 Класс gklsS3d

Для этого класса удалось провести только эксперименты с одинаковым для всех вариантов метода значением  $r$ . При подборе минимального  $r$  сдвиговая развёртка демонстрирует преимущество.

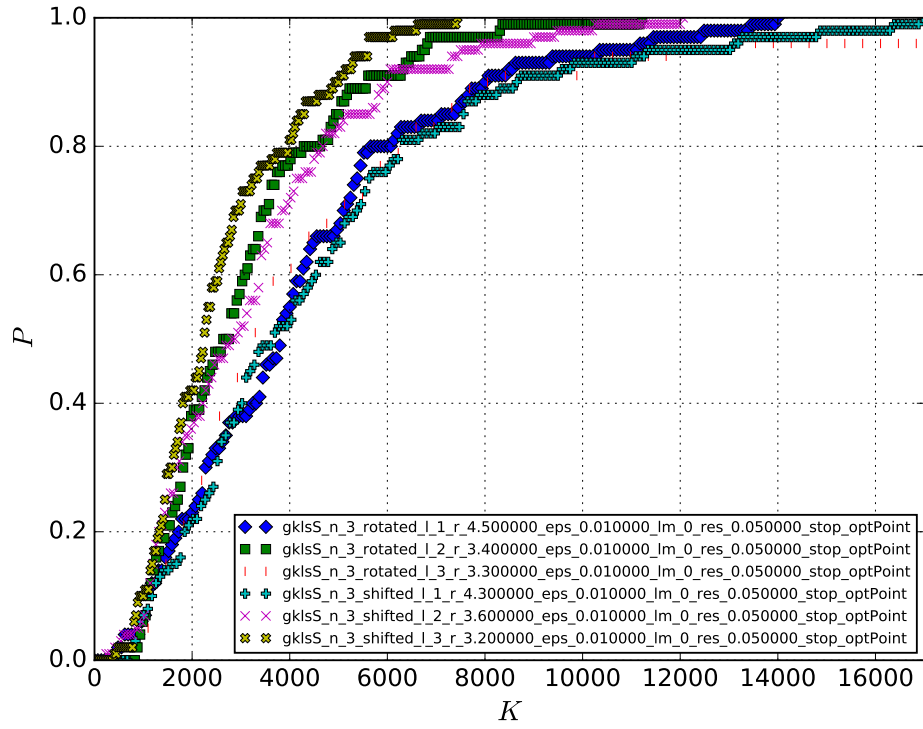


Рис. 11: gklS3d, остановка по попаданию в окрестность, минимальное значение  $r$

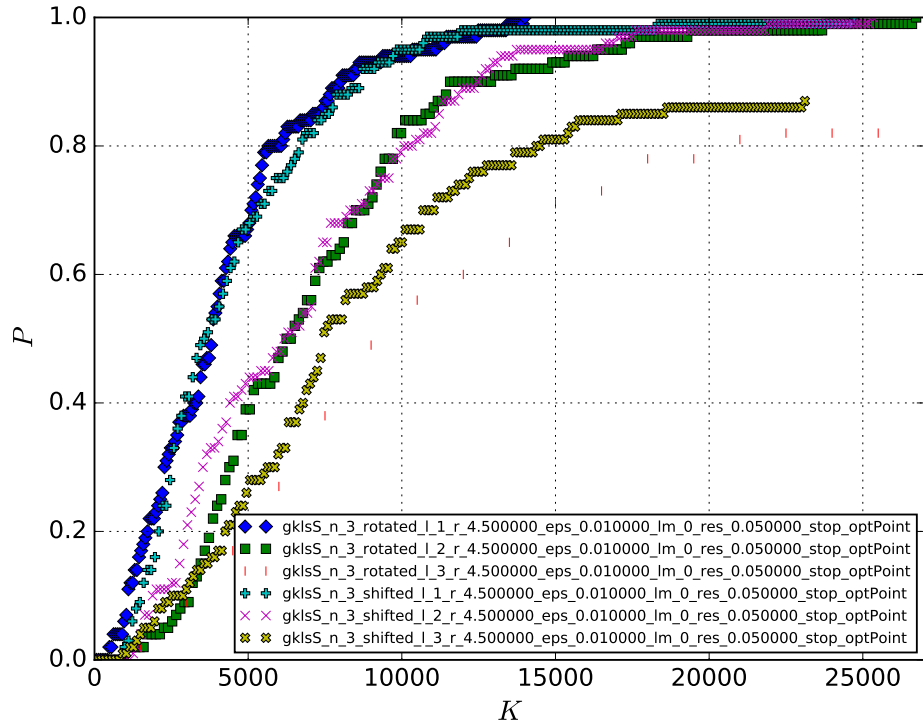


Рис. 12: gklS3d, остановка по попаданию в окрестность,  $r = 5.0$

## 2.2 Среднее количество вычислений целевой функции

В этом разделе приведено среднее значение количества обращений к целевой функции и к дополнительному ограничению в случае вращаемой развёртки для каждого эксперимента. Также в каждом эксперименте вычислены отношение количества обращений к нулевому ограничению к количеству обращений к целевой функции ( $\frac{\text{constraint}}{\text{objective}}$  ratio) и ускорение по обращениям к целевой функции от использования сдвиговой развёртки сравнению с методом с одной развёрткой ( $\frac{\text{single\_objective}}{\text{shifted\_objective}}$ ).

Таблица 5: Класс  $F_{GR}$ , остановка по точности, минимальное значение  $r$ ,  $\varepsilon_r = 0$

L	Constraint	Objective (shifted)	$\frac{\text{constraint}}{\text{objective}}$ ratio	Objective (rotated)	$\frac{\text{single\_objective}}{\text{shifted\_objective}}$ ratio
1	1529.98	941.89	1.64	1216.72	1.29
2	1835.45	928.93	1.97	1215.93	1.31
3	1893.67	840.6	2.25	1532.94	1.45
4	2690.71	737.18	3.65	-	1.65

Таблица 6: Класс  $F_{GR}$ , остановка по попаданию в окрестность, минимальное значение  $r$ ,  $\varepsilon_r = 0$

L	Constraint	Objective (shifted)	$\frac{\text{constraint}}{\text{objective}}$ ratio	Objective (rotated)	$\frac{\text{single\_objective}}{\text{shifted\_objective}}$ ratio
1	356.15	169.52	2.10	189.16	1.12
2	555.52	172.94	3.21	193.65	1.09
3	476.61	162.34	2.93	216.94	1.17
4	931.61	188.43	4.94	-	1.00

## 3 Предварительные выводы