Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

Кафедра математического обеспечения и суперкомпьютерных технологий

ОТЧЁТ

по научно-исследоваетльской практике

Название работы

Выполнил: студент группы М0813-2
_______________ Соврасов В.В.
Подпись

Научный руководитель:
доцент, к.ф.м.н.
__________________ Баркалов К.А.
Подпись

Нижний Новгород
2016

Содержание

Введение

//здесь про важность задач глобаьной оптимизации Задачи глобальной оптимизации встречаются в . Сложность этих задач экспоненциально растёт в зависимости от размерности пространства поиска, поэтому для решения существенно многомерных задач требуются суперкомпьютерные вычисления.

В настоящее время на кафедре МОиСТ активно ведётся разработка программной системы для глобальной оптимизации функций многих вещественных переменных ExaMin. Эта система включает в себя последние теоретические разработки, сделанные на кафедре в этой сфере, в том числе и блочную многошаговую схему редукции размерности [1]. Отличительной чертой ситемы является то, что, она может работать как на CPU, так на разных типах ускорителей вычислений с высокой степенью параллельности (XeonPhi, GPU Nvidia) [2].

В данной работе будут описаны некеторые улучшения, внесённые в систему, и предварительные исследования, проведённые перед их внедрением.

Многоуровневая схема редукции размерности с помощью разверток

Одна из постановок задачи глобальной оптимизации звучит следующим образом: найти глобальный минимум N-мерной функции $\phi(y)$ в гиперинтервале $D = \{y \in R^N : a_i \leqslant x_i \leqslant b_i, 1 \leqslant i \leqslant N\}$. Для построения оценки глобального минимума по конечному количеству вычислений значения функции требуется, чтобы $\phi(y)$ удовлетворяла условию Липшица.

$$\phi(y^*) = \min\{\phi(y) : y \in D\} \tag{2.1}$$

$$|\phi(y_1) - \phi(y_2)| \leqslant L\|y_1 - y_2\|, y_1, y_2 \in D, 0 < L < \infty \tag{2.2}$$

Классической схемой редукции размерности для алгоритмов глобальной оптимизации является использование разверток — кривых, заполняющих пространство [3].

$$\{y \in R^N : -2^{-1} \leqslant y_i \leqslant 2^{-1}, 1 \leqslant i \leqslant N\} = \{y(x) : 0 \leqslant x \leqslant 1\}$$

Такое отображение позволяет свести задачу в многомерном пространстве к решению одномерной ценой ухудшения её свойств. В частности, одномерная функция $\phi(y(x))$ является не Липшицевой, а Гёльдеровой:

$$|\phi(y(x_1)) - \phi(y(x_2))| \leqslant H|x_1 - x_2|^{\frac{1}{N}}, x_1, x_2 \in [0, 1]$$

где константа Гельдера H связана с константой Липшица L соотношением

$$H = 4Ld\sqrt{N}, d = \max\{b_i - a_i : 1 \leqslant i \leqslant N\}$$

Теоретически с помощью этой схемы можно решить задучю любой размерности, однако на ЭВМ развертка строится с помощью конечноразрядной арифметики, из-за чего начиная с некоторого N^* построение разветки невозможно (значение N^* зависит от максимального количества значащих разрядов в арифметике с плавающей точкой). Понять почему это происходит нетрудно, обратившись, например к [3].

Чтобы преодолеть эту проблему профессором В. П. Гергелем была предложена следующая идея: использовать композицию разверток мненьшей размерности для построения отображения $z(x) : [0; 1] \to D \in R^N$. Поясним эту схему на примере редукции размерности в четырёхмерной задаче. Пусть $y_2(x)$ — двухмертная развертка (отображает отрезок в прямоугольник), тогда рассмотрим функцию $\psi(x_1, x_2) = \phi(y_2(x_1), y_2(x_2))$. К $\psi(x_1, x_2)$ можно также применить редукцию размерности с помощью развертки. Таким образом, задав точку $x^* \in [0; 1]$, вычислив $y_2(x^*) = (x_1, x_2)$ и пару векторов $(y_2(x_1), y_2(x_2))$, получим четырёхмерную точку. Из инъективности $y_2(x)$ следует инъективность $z(x)$.

Проблемой этого метода является выяснение свойств функции $\phi(z(x))$ (возможно ли использовать одномерный метод Стронгина с гёльдеровой метрикой для её оптимизации). Чтобы не тратить время на теоретическое исследование, были проведены численные эксперименты с целью оценить возможности применения многоуровневой развёртки в четырёхмерном случае.

Сравнение различных типов множественных разверток

Применение локального поиска для ускорения сходимости АГП

Смешанный алгоритм глобального поиска и его эффективная реализация

Список литературы

[1] В.П. Гергель А.В. Сысоев К.А. Баркалов. «Блочная многошаговая схема параллельного решения задач многомерной глобальной оптимизации». В: *Материалы XIV Международной конференции "Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах 10-12 ноября, ПНИПУ, Пермь*. 2014, 425–432.

[2] Сысоев А.В. Баркалов К.А. Гергель В.П. Лебедев И.Г.. «MPI-реализация блочной многошаговой схемы параллельного решения задач глобальной оптимизации». В: *Суперкомпьютерные дни в России: Труды международной конференции (28-29 сентября 2015 г., г. Москва)*. М.: Изд-во МГУ, 2015, с. 411—419.

[3] Sergeyev Ya.D. Strongin R.G. *Global Optimization with Non-convex Constraints. Sequential and Parallel Algorithms*. Kluwer Academic Publishers, 2000, 704p.