

# Software korrekt beweisen mit Isabelle

Bianca Lutz

Software Architecture Summit 2023

11. September 2023, Berlin



Isabelle Webseite:

<https://isabelle.in.tum.de>

Materialien zum Workshop:

<https://github.com/sowilo/isabelle-ws-2023>

# Was wir heute vorhaben

## 1. Einführung in formale Methoden

Motivation, Kosten und Nutzen verschiedener Techniken

Case-Study seL4: Ansätze zur Verifikation komplexer Systeme

## 2. Praxis-Workshop

Programmieren und Beweisen in Isabelle/HOL

# Formale Methoden

# Was sind formale Methoden?

“Der Begriff Formale Methode bezeichnet ... eine Vielzahl von ... Techniken zur Modellierung und **mathematisch rigorosen** Überprüfung von Computersystemen.”

— Wikipedia

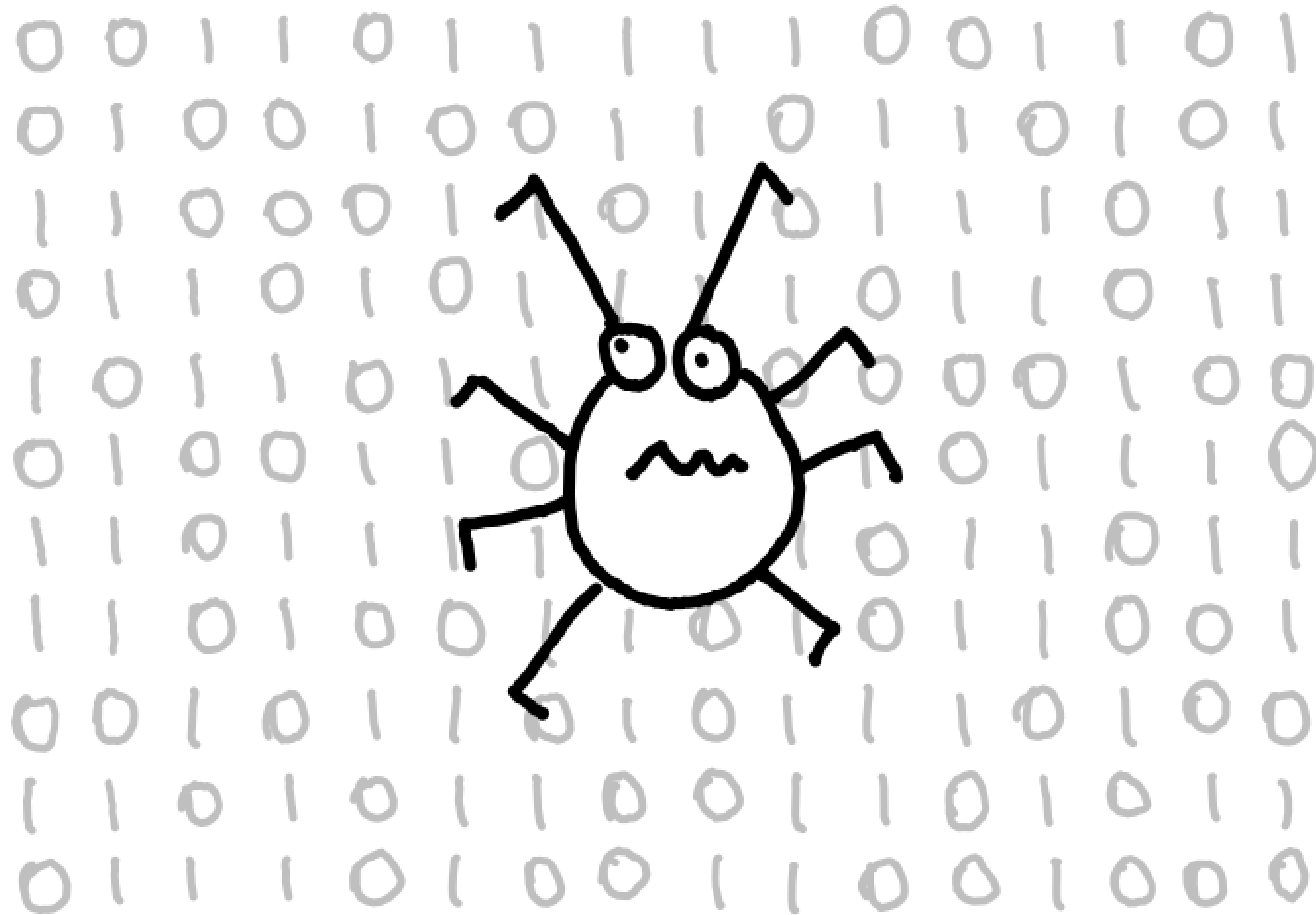
## Formale Spezifikation

Verwende mathematische Notation, um das geforderte Systemverhalten präzise zu beschreiben.

## Formale Verifikation

Verwende logische (Ableitungs-)Regeln, um mathematisch (rigoros) nachzuweisen, dass das System die Spezifikation erfüllt.

# IT-Systeme = Bugs



# Wann sind Fehler kritisch?

- Wenn es um Leib und Leben geht.

**Therac-25** (Linearbeschleuniger zur Anwendung in der Strahlentherapie): Ein schwerer Funktionsfehler kostete von Juni 1985 bis 1987 drei Patienten das Leben, drei weitere wurden schwer verletzt.

- Wo Sicherheit betroffen ist.

**Apple's SSL/TLS "goto fail bug"**: Eine duplizierte Codezeile führte dazu, dass die Überprüfung der Public-Key-Signatur übersprungen wurde und nie fehlschlug.

- Wenn großer finanzieller Schaden droht.

Der **Pentium FDIV Bug** zwang Intel 1994 zu einer umfassenden Rückrufaktion; Kosten: 475 Mio \$.

- ...

# Was können wir tun?

- Fehler vermeiden  
durch Verwendung angemessener Programmiertechniken und -sprachen  
(Clean-Code, Entwurfsprinzipien ...)
- Fehler finden  
Simulation und Testen
- Abwesenheit von Fehlern beweisen  
Statisch Code-Analyse (*linting*)  
Deduktive Methoden (Hoare-Logik)
- Fehler finden und Korrektheit beweisen  
Modellprüfverfahren (*model checking*)  
Maschinengestütztes Beweisen (*theorem proving*)

# Simulation und Testen

Aufspüren von Fehlern in der Entwurfsphase (Simulation) oder im fertigen Produkt (Testen)

Methoden: Blackbox/Whitebox Testing, Coverage-Metriken etc.



Erlaubt (offensichtliche) Fehler schnell und kosteneffektiv aufzudecken



Unvollständig

- Keine Coverage-Metrik kann Fehlerfreiheit garantieren; eine Abschätzung, wie viele Fehler verbleiben, ist ebensowenig möglich
- Vollständige Abdeckung mit zunehmender Komplexität schwierig
- Nebenläufigkeit erschwert Tests



# Statische Code-Analyse

Analysiert eine Approximation des Programms – *abstract interpretation*: symbolische Ausführung auf einer abstrakten Domäne (bspw. Intervalle)

Methoden: AbsInt, Astrée, ...



- Kann die Abwesenheit von Standardfehlern nachweisen  
Division durch 0, Out-of-bounds-Zugriffe, NULL-Pointer-Zugriffe, totes Coding, ...
- Läuft vollautomatisch, oft sehr effizient auch auf großen Systemen



- Kann (viele) Fehlmeldungen produzieren
- Analysiert nur Standardfehler

# Deduktive Programm-Analyse

Programm-Analyse und Verifikation mithilfe formaler Semantik

Beispiel: Hoare-Logik (Schleifeninvarianten u.ä.)



- Vollständig
- Aussagekraft nur durch den (menschlichen) Beweiser limitiert



- Fehlerhafte Beweise bei manueller Durchführung möglich  
hier helfen Theorembeweiser
- Sehr schwer für nebenläufige/verteilte Systeme

# Model Checking

Prüft den möglichen Zustandsraum eines formalen Modells gegen eine Spezifikation; wird kein Gegenbeispiel gefunden, erfüllt das Modell die Spezifikation

Gängige Logiken: LTL, CTL/CTL\*, TLA+



- Verifikation läuft automatisch
- Für reaktive, parallele und verteilte Systeme geeignet
- Erlaubt temporal-logische Aussagen (nicht nur *reachability*)  
*never, always, eventually, until*



- Auf entscheidbare Probleme beschränkt: i.d.R. endliche Automaten
- Modellierung bedeutet Aufwand und produziert (mglw. hohe) Kosten
- Aussagen über ein abstraktes Modell, nicht über das System selbst

# Maschinengestütztes Beweisen

Funktionale Programmierung als Modellierungssprache;  
interaktive (menschengeleitete) Beweiskonstruktion mit  
maschineller Verifikation

Beweisassistenten: Agda, Coq, ACL2, PVS, Isabelle ...



- Ausdrucksmächtig (Funktionale Programmierung)  
Erlaubt (theoretisch) die Formalisierung und Prüfung beliebiger Eigenschaften von beliebigen Programmen.
- Erlaubt das Erzeugen von *proof certificates*
- Teilweise umfangreiches weiteres Tooling  
Isabelle: *quickcheck* (Gegenbeispiel-Generator/Testfall-Generator), *sledgehammer* (Anbindung von *automated theorem provers*), Code-Generierung



- Hoher manueller Aufwand (Modellierung und Beweiskonstruktion)
- Aussagen über ein abstraktes Modell, nicht über das System selbst

# Zusammenfassung

Simulation und Testen können Fehler aufdecken, aber ihre Abwesenheit nicht belegen.

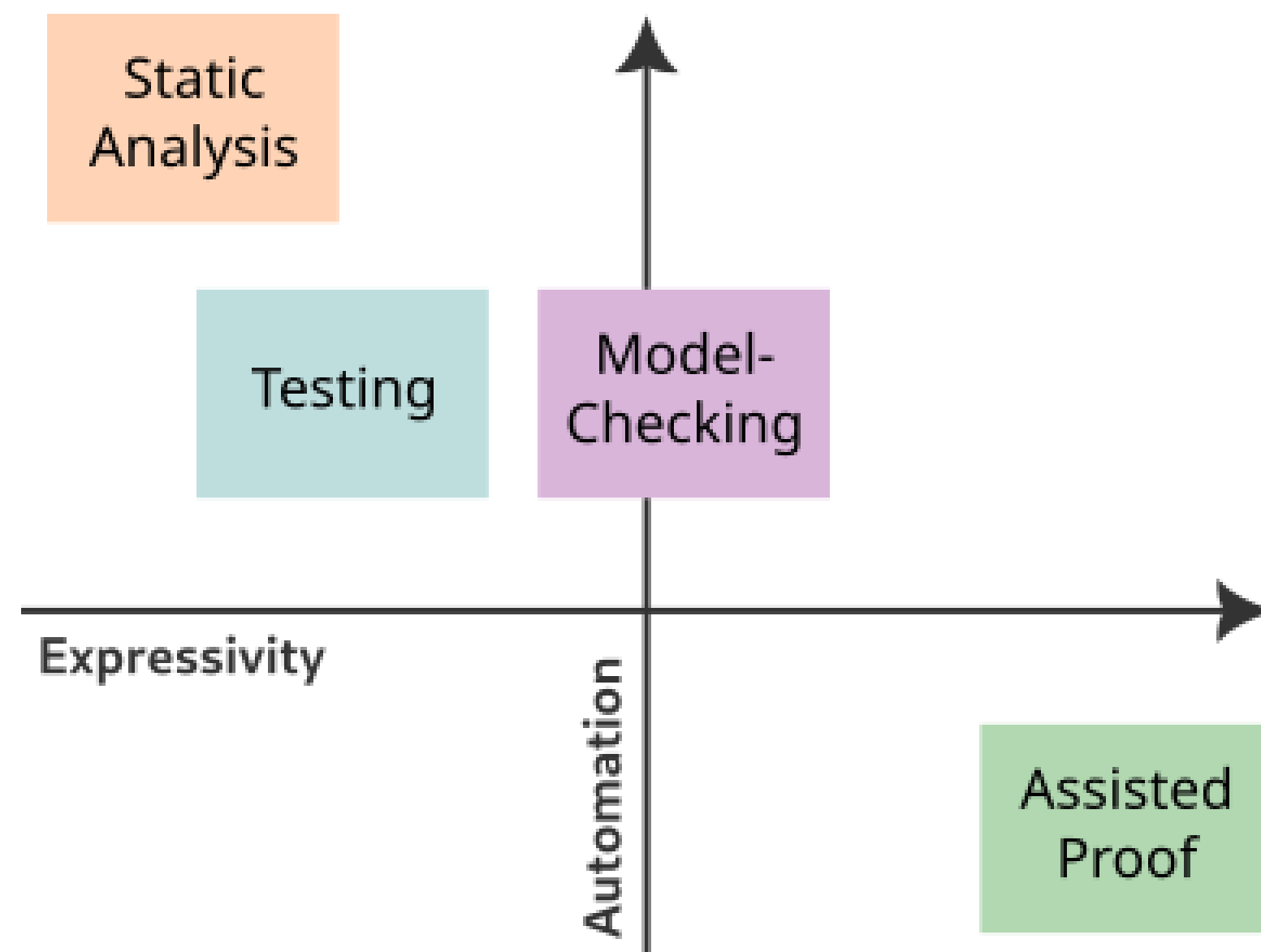
Sie betrachten eine *Teilmenge* aller möglichen Ausführungsszenarien.

Deduktive Methoden und Code-Analyse können die Fehlerfreiheit nachweisen, produzieren aber u.U. Fehlmeldungen.

Sie betrachten eine *Obermenge* aller möglichen Ausführungsszenarien.

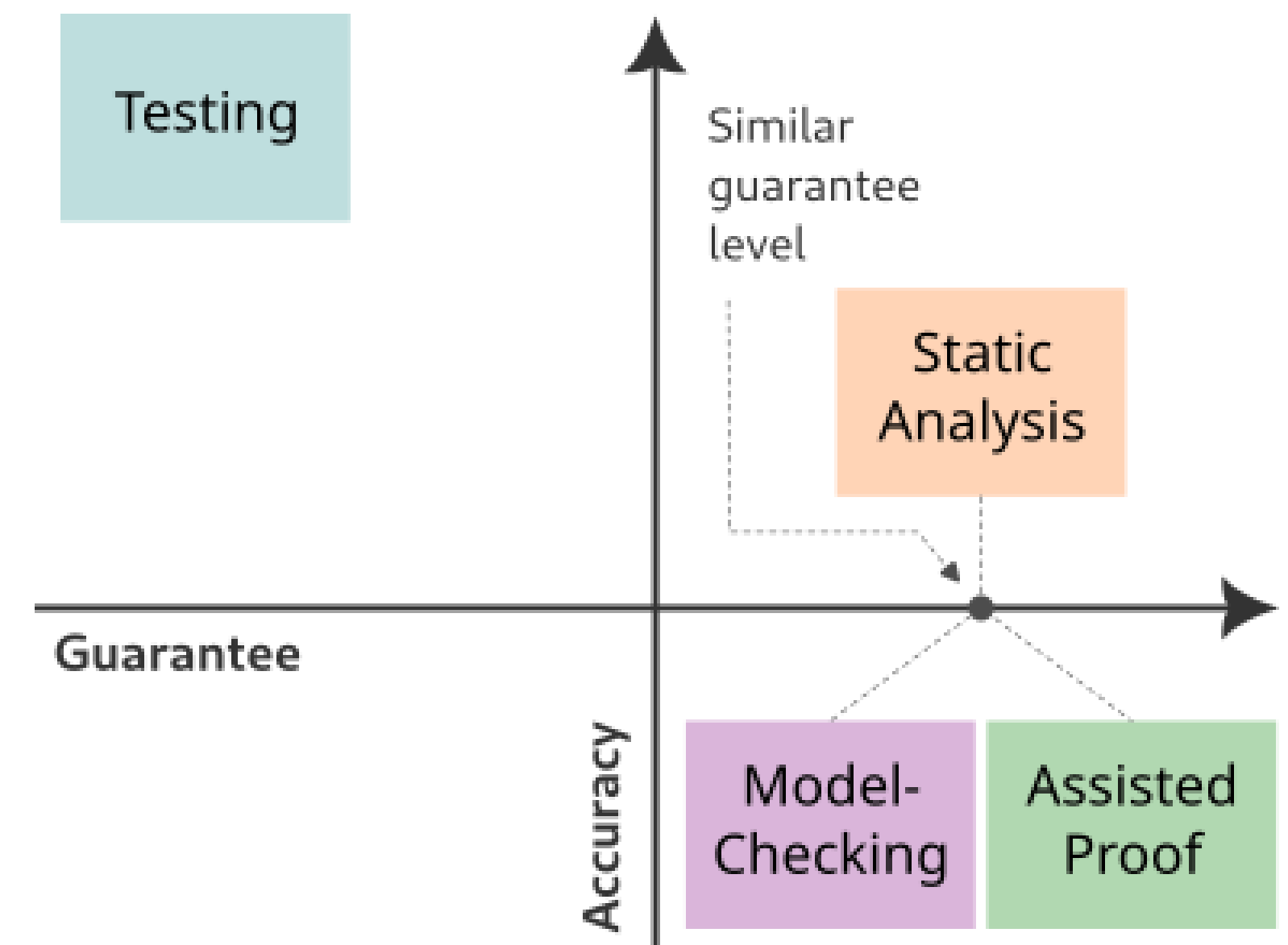
Model Checking und Beweisassistenten berücksichtigen alle (und nur die möglichen) Ausführungsszenarien, beziehen sich allerdings auf ein abstraktes Modell des Systems.

# Zusammenfassung – Kosten und Nutzen



Wie interessant/aussagekräftig sind die nachgewiesenen Eigenschaften mit Blick auf (funktionale) Korrektheit?

Was kostet es?



Welche Garantien werden in Bezug auf die Korrektheit des *betrachteten* Systems gegeben?

# Fazit

Formale Methoden sind kein Allheilmittel:

- Formal verifizierte Entwürfe müssen nicht funktionieren  
Fehler in der Spezifikation sind möglich.  
Das Modell kann unangemessen sein: relevante Aspekte werden "wegabstrahiert".
  - Formale Verifikation kann zeitaufwendig und kostspielig sein
- 

**Formale Methoden sollten als Ergänzung zu Tests eingesetzt werden, nicht als ihr Ersatz!**



# Real-world Theorem Proving

- OpenJDK's TimSort-Algorithmus (KeY)

de Gouw, S., de Boer, F.S., Bubel, R. et al.: Verifying OpenJDK's Sort Method for Generic Collections. In: Journal of Automated Reasoning 62, pp. 93–126 (2019).

- **CompCert** (Coq)

Formal verifizierter Compiler für ein Subset von C99.

- **seL4** (Isabelle)

Formal verifizierter OS Microkernel.



# Case-Study: seL4

# Microkernel und TCB

## OS-Kernel und Sicherheit/Stabilität

- Der Betriebssystemkernel läuft im privilegierten (Hardware-)Modus
- Kein Schutz bei Ausfällen/Fehlverhalten  
Jeder Bug kann potentiell beliebigen Schaden anrichten
- Gehört zwangsläufig zur *Trusted Computing Base* (TCB) eines Systems  
TCP = der Teil des Systems, der Security-Maßnahmen umgehen kann

## Microkernel-Ansatz

- Gegenüber (traditionellen) monolithischen Designs stark reduzierter  
Funktionsumfang: Kernel enthält nur das absolute Minimum  
Minimaler Wrapper um Hardware-Funktionalitäten, die eine privilegierte Ausführung erfordern  
Alle weiteren OS-Services sind als normale Programme implementiert und laufen im  
(unprivilegierten) User-Modus.

# Vertrauenswürdigkeit vs. Komplexität

Das Problem der Vertrauenswürdigkeit des Kernels wird aufgrund des geringeren Funktionsumfangs handhabbarer.

Um ausreichende/konkurrenzfähige Performance sicherzustellen, nimmt die Komplexität solcher Systeme aber zu.

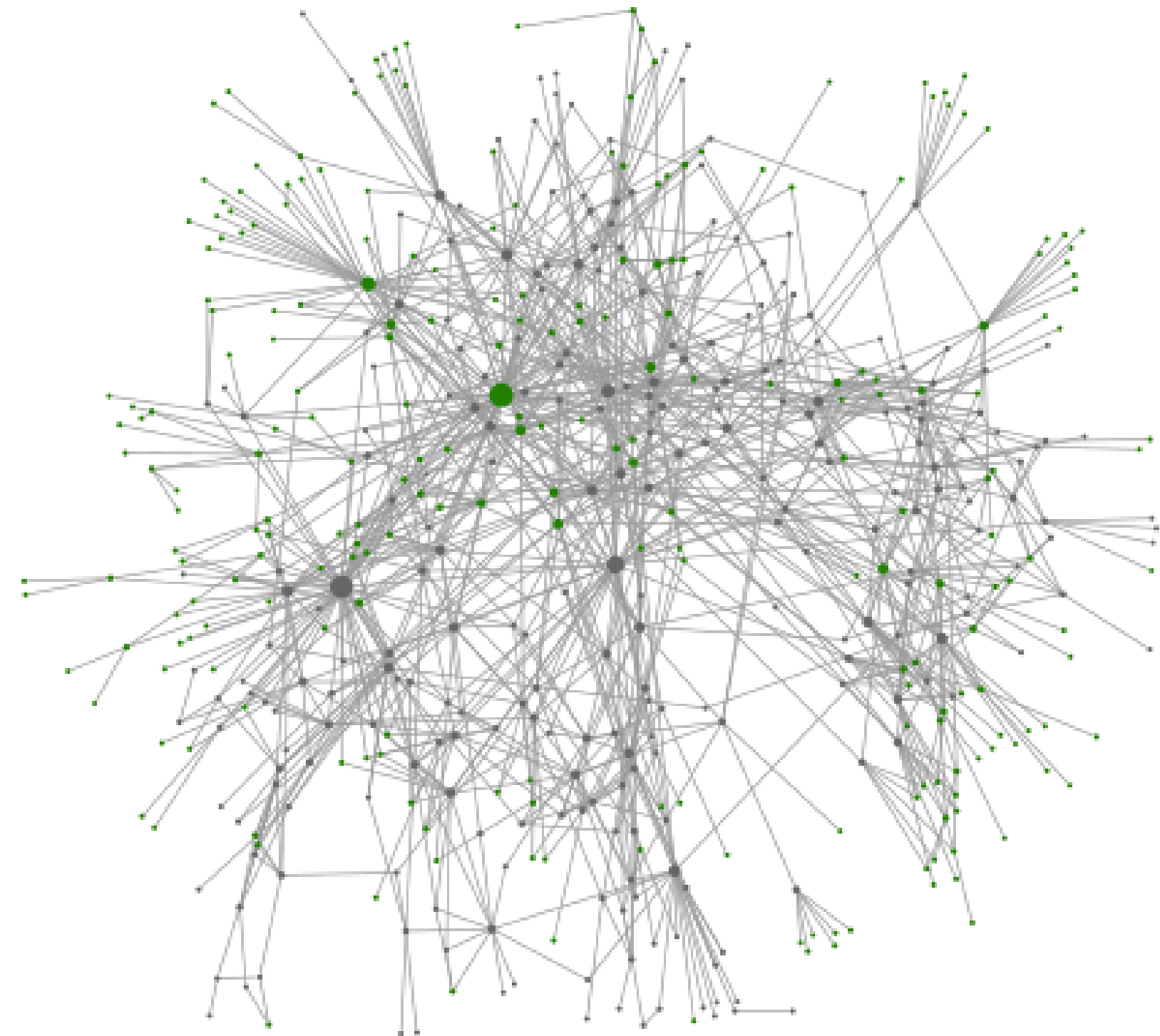
Aufrufgraph des seL4 Kernels. Knoten stellen Funktionen und Kanten Funktionsaufrufe dar.

Quelle:

Gerwin Klein et al.

*seL4: Formal Verification of an Operating-System Kernel.*

<https://doi.org/10.1145/1629575.1629596>



# Machbarkeit mit vertretbarem Aufwand

Der relativ kleine Funktionsumfang macht Verifikation überhaupt erst (mit vertretbarem Aufwand) möglich.

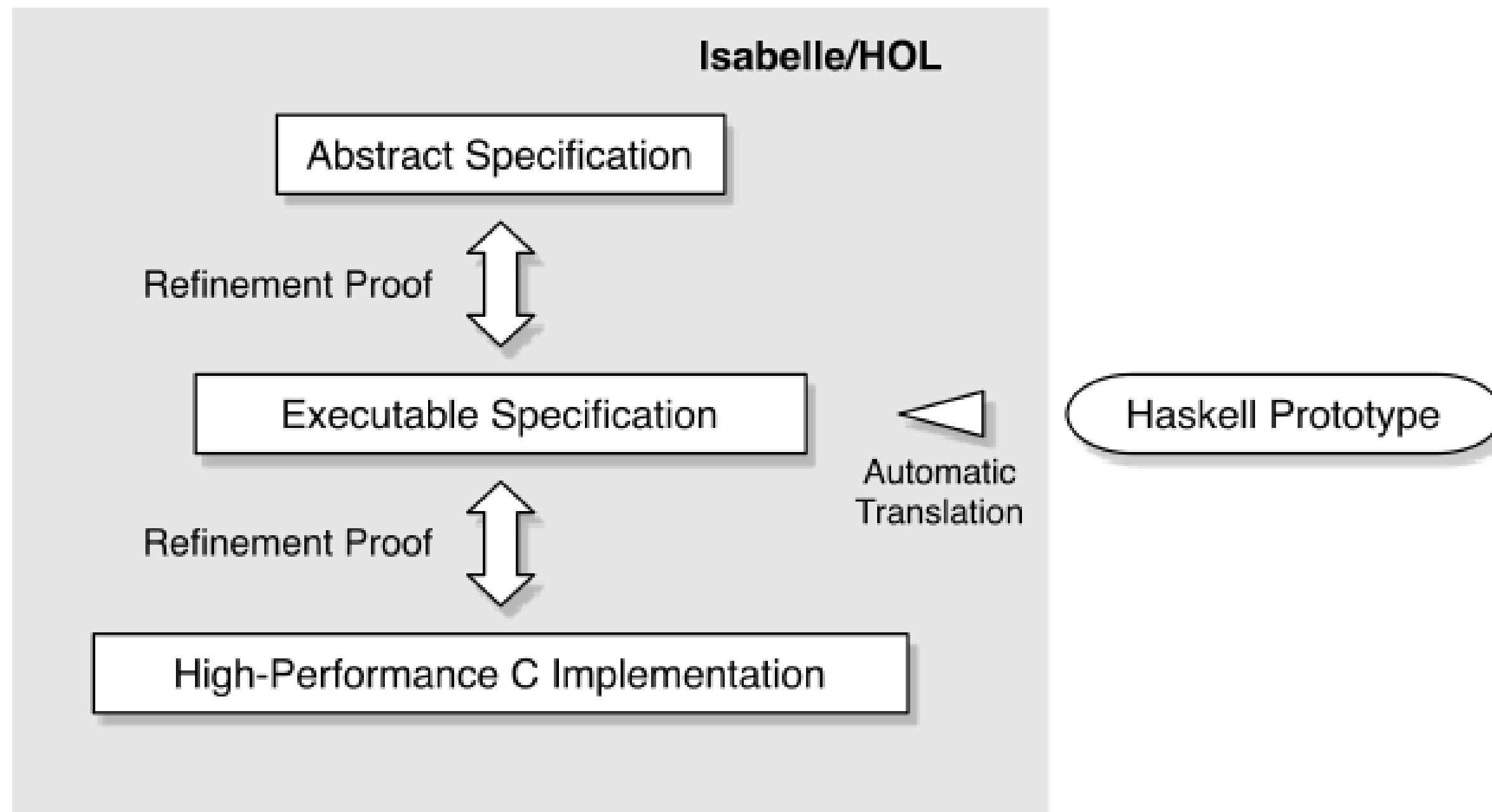
Die Verifikation erlaubt sehr starke Aussagen, insb. in Hinblick auf die Vertrauenswürdigkeit des Systems:

no code injection attacks, no buffer overflows, no null pointer access, no ill-typed pointer access, no memory leaks, no non-termination, no arithmetic or other exceptions, no unchecked user arguments, aligned objects, wellformed data structures, algorithmic invariants, correct book-keeping

# Kernel Design for Verification

- Kernel-Entwicklung from scratch
- Kernel/Proof Co-Design  
Iteratives Kernel-Design mit Haskell als *intermediate target*.  
OS-Entwickler konnten die Funktionalitäten des Systems ohne Einschränkungen entwickeln. Gleichzeitig stand ein verifikationsfreundliches Artefakt zur Verfügung, das in den Beweisassistenten importiert werden konnte und dort als *intermediate executable specification* diente.
- Verifikationsfreundliche Entwurfsentscheidungen  
Umgang mit globalen Variablen und Seiteneffekten (nur explizit; vereinfacht durch die Verwendung von Haskell); Kernel-Speicher-Management in authorisierte Anwendung ausgelagert (primär entwicklungstechnisch sinnvoll – Buchhaltung – aber auch für die Verifikation günstig); Vermeidung von Nebenläufigkeit und Nicht-Determinismus und Beschränkung der Verifikation auf die Single-Prozessor-Variante von seL4; Übersetzung von I/O-Interrupts von Treibern in Messages zur Reduktion von Komplexität

# Drei Refinement-Layers



1. Abstract Specification:  
Was tut das System?
2. Executable Specification  
Wie arbeitet das System?  
(ohne Optimierungsaspekte)
3. High-Performance C Implementation  
Manuell erstellter C-Code  
präzise Modellierung der C-Semantik *from first principles*

Quelle:  
Gerwin Klein et al.  
*seL4: Formal Verification of an Operating-System Kernel*.  
<https://doi.org/10.1145/1629575.1629596>



# Zu guter Letzt ein paar Zahlen

	Haskell/C	Isabelle	Invariants	Proof
	pm / kloc	kloc		py / klop
abst.	4 / --	4.9	~ 75	8 / 110
exec.	24 / 5.7	13	~ 80	3 / 55
impl.	2 / 8.7	15	0	

- Die Formalisierung umfasst insgesamt 200 000 Zeilen Isabelle-Skript-Code.
- Ca. 30 Personenmonate (pm) wurden für die abstrakte Spezifikation, den Haskell Prototypen und die C-Implementierung aufgewendet.  
Inklusive Design, Dokumentation, Entwicklung und Testing.
- Zu den oben aufgeführten 11 Personenjahren (py) für die Beweisentwicklung kamen noch 9 py an Forschung und Vorbereitung  
Formale Sprachframeworks, Beweiswerkzeuge, Beweisautomatisierung, Theorembeweisererweiterungen und -bibliotheken
- Schätzung für eine Wiederholung nach dem gleichen Schema: 6 py bzw. 8 py für Kernelentwicklung und Beweise

# Verifikation mit Isabelle/HOL

Joachim Breitner: Verifikation mit Isabelle – BobKonf 2016



# Was ist Isabelle?

Isabelle ist...

- ein interaktiver Theorembeweiser
- eine funktionale Programmiersprache  
mit algebraischen Datentypen, rekursiven Funktionen, Typklassen...  
aus der man Code in Haskell, Scala, Standard ML, OCaml generieren kann.
- eine Entwicklungsumgebung für Programme *und* Beweise  
basierend auf jEdit.

# Programmverifikation mit Isabelle – mehrere Ansätze

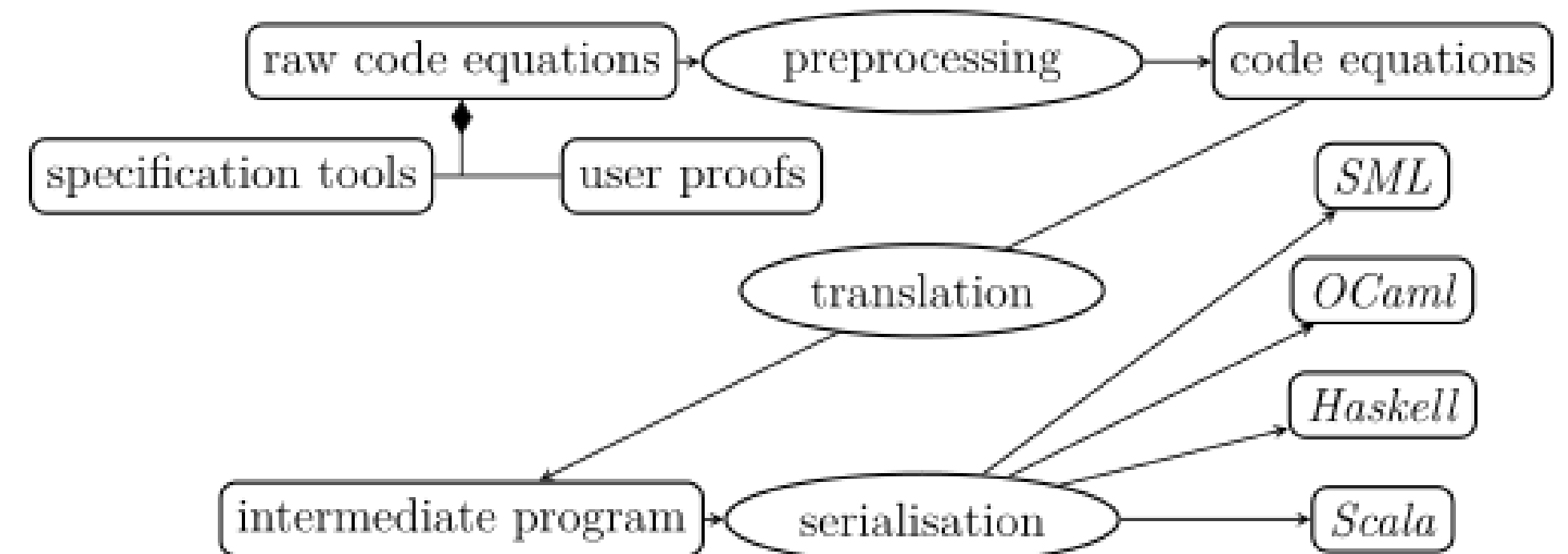
Haskell (o.ä.)  $\rightarrow$  Isabelle

... als *shallow embedding*:  
Haskell-Funktionen werden  
Isabelle-Funktionen

... als *deep embedding*:  
Haskell-Syntax wird über einen  
Isabelle-Datentyp dargestellt.

Isabelle  $\rightarrow$  Haskell (o.ä.)

per Code-Generator



Quelle:  
Florian Haftmann, Lukas Bulwahn.  
*Code generation from Isabelle/HOL theories.*

# Unser Plan

1. Einen einfachen Datentypen definieren (Listen)
2. Einfache Funktionen darüber definieren:  
`app` und `reverse`
3. Daraus Haskell-Code generieren
4. Etwas über unseren Code beweisen:  
`reverse (reverse xs) = xs`
5. Eine komplexere Datenstruktur implementieren (Queues)
6. Mit *program refinement* die Implementierung verbessern
7. Falls noch Zeit ist: Die Datenstruktur verifizieren

# Die ersten Schritte

Als Erstes legen wir eine neue Datei `Queue.thy` an.

Grundgerüst:

```
theory Queue
imports Main
begin

end
```

# Funktionales Programmieren in Isabelle/HOL

Wir setzen folgendes Haskell-Programm in Isabelle um:

```
data List a = N | C a (List a)
```

```
app :: List a -> List a -> List a
```

```
app N ys = ys
```

```
app (C x xs) ys = C x (app xs ys)
```

```
reverse :: List a -> List a
```

```
reverse N = N
```

```
reverse (C x xs) = app (reverse xs) (C x N)
```

# Code-Generierung in Isabelle

Um Haskell-Code zu generieren, schreiben wir

```
| export_code reverse in Haskell file "out/"
```

ans Ende der Datei.

Die Listen-Definition und `app` werden als Abhängigkeiten automatisch exportiert.

Im Verzeichnis `out/` sollte nun eine Datei `Queue.hs` liegen, die man bspw. mit `ghci` laden kann.

Hinweis: Wir verwenden hier ein Legacy-Feature (`... file "path"`). Ohne den `file`-Zusatz wird der Code erst einmal nur ins logische File-System innerhalb des Theorie-Kontextes geschrieben. Nach dem Kompilieren der Theorie kann er extrahiert werden.

# Unser erster Beweis

Beweismethode: Induktion + Simplifikation

Struktur (in unseren Fällen):

```
lemma name[simp]: "ausdruck1 = ausdruck2"  
  apply (induction xs)  
  apply auto  
  done
```

Was wollen wir zeigen?

```
lemma reverse_reverse[simp]: "reverse (reverse xs) = xs"
```

Hierfür werden wir weitere Hilfslemmas benötigen. Welche?

# Amortized Queue

Wir ergänzen den folgenden Code:

```
data AQueue a = AQueue (List a) (List a)

emptyQ :: AQueue a
emptyQ = AQueue N N

enqueue :: a -> AQueue a -> AQueue a
enqueue x (AQueue xs ys) = AQueue (C x xs) ys

dequeue :: AQueue a -> (Maybe a, AQueue a)
dequeue (AQueue N N) = (Nothing, AQueue N N)
dequeue (AQueue xs (C y ys)) = (Just x, AQueue xs ys)
dequeue (AQueue xs N) =
  case reverse xs of C y ys -> (Just y, AQueue N ys)
```



# Der Code ist zu lahm

Unsere Definition von `reverse` ist zwar verifikations-freundlich, aber nicht performant ( $O(n^2)$ ).

Besser ist:

```
fast_rev :: List a -> List a -> List a
fast_rev N ys = ys
fast_rev (C x xs) ys = fast_rev xs (C x ys)
```

Dies könnten wir wie folgt nutzen:

```
reverse :: List a -> List a
reverse xs = fast_rev xs N
```

# Schnellerer Code

Aber wir wollen unsere Beweise zu `reverse` nicht ändern, sondern nur die Implementierung von `reverse` in `dequeue`!

Wir beweisen zuerst, wie sich `fast_rev` verhält:

```
lemma fast_rev_reverse[simp]: "fast_rev xs ys = app (reverse xs) ys"  
  <proof>
```

Achtung: Induktionsbeweis geht nicht ohne Weiteres durch.

Dann lassen wir den Code-Generator `reverse` durch `fast_rev` ersetzen:

```
lemma [code_unfold]: "reverse xs = fast_rev xs N"  
  <proof>
```

Wie beeinflusst das den generierten Code?

# Queue verifizieren

Um die Queue selbst zu verifizieren suchen wir nach einem äquivalenten, aber einfacheren Datentypen (Performance ist egal).

## Listen!

Wir implementieren `emptyQ`, `enqueue` und `dequeue` auf `'a List`, so dass sie "offensichtlich korrekt" sind.

Und beschreiben eine Queue als Liste:

```
| fun list_of :: "'a AQueue -> 'a List" where ...
```

Schließlich zeigen wir: Die alten Methoden machen "dasselbe" wie die neuen. Die Beweise über die Queue werden ggf. komplizierter:

```
| apply (induction q rule: dequeue.induct)  
| apply (auto split: List.split)  
| done
```

Tipp: Wir brauchen hier ein Hilfslemma der Form  $(\text{app } xs \text{ } ys = N) = (\dots)$ .

# Wie geht es weiter?

- Isabelle kennenlernen, z.B. mit Nipkow, Klein: *Concrete Semantics*
- Den Code-Generator kennenlernen, z.B. mit Florian Haftmann, Lukas Bulwahn: *Code generation from Isabelle/HOL theories*
- Mehr auf:  
<https://isabelle.in.tum.de/documentation.html>
- Das Archive of Formal Proofs durchstöbern  
<https://www.isa-afp.org>
- Auf das iSAQB-Modul "Formale Methoden" warten  
Das Curriculum entwickeln wir bei der Active Group gerade. Neuigkeiten dazu werden wir in unserem Blog ankündigen (siehe nächste Folie).

# Active Group GmbH



- Projektentwicklung mit funktionaler Programmierung
- Scala, Clojure, F#, Haskell, OCaml, Erlang, Elixir, Swift
- **Schulungen und Coaching**

Blog: <https://funktionale-programmierung.de>

# Referenzen und Dank

Danke für die Aufmerksamkeit 😊

# Happy proving!

---

Den Workshop-Inhalt verdanke ich Joachim Breitner 🙏

Joachim Breitner: *Verifikation mit Isabelle* – BobKonf 2016

[https://www.joachim-breitner.de/publications/Isabelle\\_BobKonf2016\\_2016-02-19-slides.pdf](https://www.joachim-breitner.de/publications/Isabelle_BobKonf2016_2016-02-19-slides.pdf)

Die Code-Beispiele sind inspiriert von:

Florian Haftmann, Lukas Bulwahn: *Code generation from Isabelle/HOL theories*.

Tobias Nipkow: *Programming and Proving in Isabelle/HOL*.