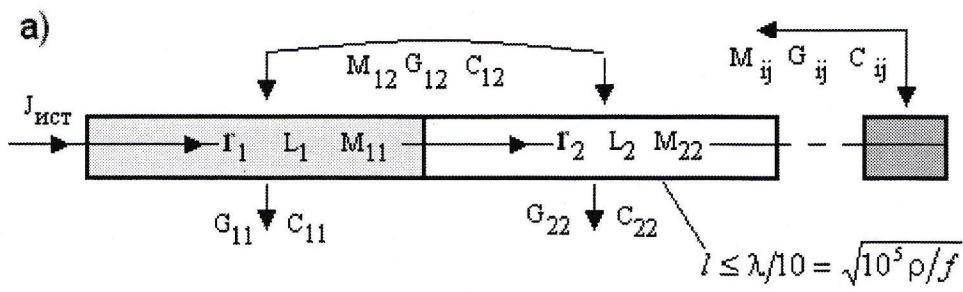


7. Балыгин И.Е. Защитное действие противовесов в грозоупорных линиях электропередачи. Электричество, 1937, № 4. С. 43-49.
8. Целебровский Ю.В., Нестеров С.В., Цилько В.А. Импульсные сопротивления заземления молниеотводов ОРУ подстанций // Первая Российская конференция по молниезащите. Сборник докладов / под ред. Ю.В.Целебровского – Новосибирск: Сибирская энергетическая академия, 2007. С. 243-248
9. Целебровский Ю.В., Костиков В.У. Определение электрического сопротивления верхних слоёв грунта // Электричество, 1974, № 12. С.60-62
10. Беляков А.П. Основания для проектирования заземления электрических установок. – Труды ВЭИ, 1938, вып. 35, 140 с.
11. Первая Российской конференция по заземляющим устройствам; Сборник докладов / под ред. Ю.В.Целебровского. – Новосибирск: Сибирская энергетическая академия, 2002. – 250 с.
12. Вторая Российской конференция по заземляющим устройствам; Сборник докладов / под ред. Ю.В.Целебровского. – Новосибирск: Сибирская энергетическая академия, 2005. – 248 с.
13. Третья Российской конференция по заземляющим устройствам; Сборник докладов / под ред Ю.В.Целебровского. – Новосибирск: Сибирская энергетическая академия, 2008. – 224 с.
14. Калякин Р.Н., Лосев В.Г. Удар молнии в протяжённый неоднородный заземлитель // Электричество, 2009, №4. С.12-18
15. Авербух М.А., Забузов В.В. Расчёт параметров заземлителей на базе теории нечётких множеств и нечёткой логики // Электричество, 2009, №7. С. 2-6
16. Анненков В.З. Аналитический расчёт импульсного сопротивления железобетонной стойки опоры ВЛ // Электричество. 2012, №7. С.72-73
17. Шишигин С.Л. Сопротивление заземлителя в многослойной земле с границами произвольной формы // Электричество, 2013, №4. С.18-23
18. Слысалов В.К., Киселёва Ю.А., Кандалов Ю.В. Методика оценки наведённых токов, протекающих в заземлителях при грозовых разрядах // Электричество, 2011, №8. С.23-29
19. Рябкова Е.Я. Заземления в установках высокого напряжения. – М.: Энергия, 1978. – 224 с.
20. Вайнер А.Л. Стекание тока с элементов железобетонных фундаментов опор линий электропередачи // Электричество, 1960, № 12. С. 34-40
21. Корсунцев А.В., Тёсов Н.И. Сопротивление заземления свайных фундаментов опор линий электропередачи в неоднородных грунтах // Электрические станции, 1973. - №4. С. 75-77
22. Целебровский Ю.В., Микитинский М.Ш. Измерение сопротивления заземления опор ВЛ. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 48 с.
23. Баранник М.Б., Колобов В.В. Разработка источника тока с индуктивным накопителем энергии для измерения импульсных сопротивлений заземляющих устройств // Труды КНЦ РАН. Энергетика. Выпуск 7. – Апатиты: Изд-во Кольского научного центра РАН, 2013. – 139 с. С. 101-107.

**С.Л. Шишигин, В.Е. Мещеряков, Д.С.Шишигин**

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ ЗАЗЕМЛЕНИЯ И ЭМС**

Заземление и экранирование – основные средства обеспечения электробезопасности и ЭМС на электрических подстанциях. Расчет заземляющего устройства (ЗУ) при воздействии токов молнии, КЗ, переходных процессов заключается в определении входного сопротивления, токов и напряжений его элементов, а также распределения потенциала и напряженности с учетом экранирования. Электромагнитные экраны



б)

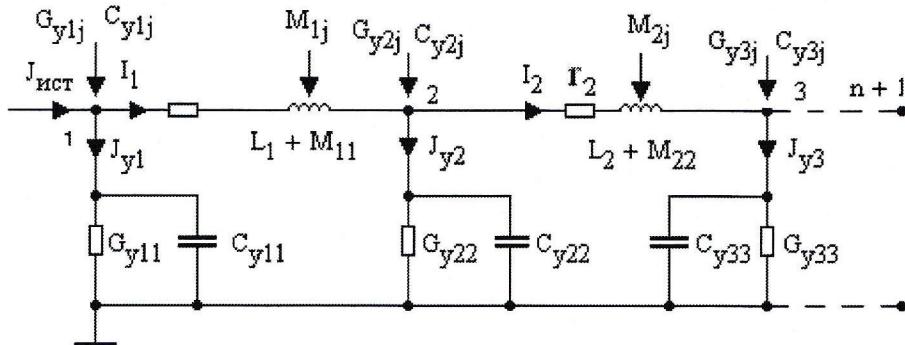


Рис. 1. Полевая (а) и цепная (б) модель стержневого заземлителя

моделируются сеточными моделями, поэтому рассчитываются аналогично ЗУ. Показать современный уровень расчетных моделей и методов в теории заземления – цель настоящей работы.

**Цепно-полевая модель ЗУ.** Задачи расчета ЗУ по постановке, методам и требуемым результатам являются цепно-полевыми, а для их решения требуются две взаимосвязанные модели – полевая и цепная (рис.1). Полевая модель служит для расчета электромагнитных параметров элементов, которые далее используются в цепной модели для расчета токов элементов. По найденным стекающим токам стержней в полевой модели определяется распределение потенциала и напряженности электрического поля, по найденным продольным токам определяется напряженность магнитного поля.

Заземлитель дробится на элементы длиной  $l \leq \lambda/10 = \sqrt{10^5 \rho/f}$ , где  $\lambda$  – длина электромагнитной волны частотой  $f$  в проводящей среде с удельным сопротивлением  $\rho$ , что позволяет проводить расчет электромагнитных параметров элементов в статическом приближении. Предполагается, что источники поля – электрические заряды и токи (стекающие и продольные) сосредоточены на осях проводников круглого сечения. Внутреннее активное сопротивление и индуктивность элементов определяются с учетом поверхностного эффекта и описываются диагональными матрицами  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{L}$ . Электрические и магнитные связи между элементами описываются квадратными, полностью заполненными матрицами собственных и взаимных проводимостей  $\mathbf{G}$ , емкостей  $\mathbf{C}$ , индуктивностей  $\mathbf{M}$ . Матрица проводимостей растекания тока получается обращением матрицы сопротивлений  $\mathbf{G} = \mathbf{R}^{-1}$ . Матрица емкостных коэффициентов получается обращением матрицы потенциальных коэффициентов  $\mathbf{C} = \alpha^{-1}$ , где элементы матрицы  $\alpha$  аналогичны (при замене  $\rho$  на  $1/\epsilon$ ) сопротивлениям элементов в однородной земле.

Расчет индуктивностей стержней требуется пояснения. Понятие индуктивность обычно связывают с магнитным потоком, который имеет смысл только для замкнутого контура. Для ЗУ этот способ контрпродуктивен, поскольку проследить путь за-

мыкания тока в земле невозможно. Опираться следует на стандарт МЭК 60050-121. Здесь взаимная индуктивность стержней  $M_{ij} = \Psi_{ij}/I_j$ , где  $\Psi_{ij} = \int \overline{A}_{ij} \cdot \overline{dl}_i \approx \overline{A}_{ij} \cdot \overline{l}_i$  – потокосцепление  $i$ -го стержня, создаваемое током  $j$ -го стержня, определяется интегрированием векторного потенциала по длине  $i$ -го элемента, что следует из закона электромагнитной индукции. Тогда взаимная индуктивность стержня аналогична его сопротивлению растекания в однородной среде.

От полевой модели переходим к цепной модели, где каждый элемент ЗУ моделируется П-схемой. Для этого выполняется преобразование матриц  $G$  и  $C$ , определенных в средних точках элементов, в узловые матрицы  $G_y$  и  $C_y$  из условия неизменности стекающего тока элементов. Топология продольных ветвей схемы (рис.2б) описывается стандартной (в теории цепей) матрицей соединений  $A$  и вводится матрица  $B$  ( $b_{i,j} = |a_{i,j}|/2$ ). Тогда [1] искомые узловые матрицы  $G_y = B \cdot G \cdot B^T$ ,  $C_y = B \cdot C \cdot B^T$ .

**Математическая модель земли.** Двухслойная модель земли, разработанная в прошлом веке, представляет удачный компромисс между точностью и производительностью, поэтому востребована и сегодня. Конечно, она претерпела изменения. В классической теории [2] точечный источник вначале отражается от границ слоев (в методе зеркальных изображений), а затем интегрируется по длине стержня, что приводит к громоздким аналитическим выражениям или требует численных расчетов. Использование стержня в качестве первичного элемента приводит к более простым аналитическим выражениям и допускает векторную форму записи, ориентированную на современные компьютеры [1]. Сопротивление стержня имеет вид бесконечного ряда, для которого известен мажорирующий ряд (его сумма рассчитывается аналитически). Стандартные математические методы ускорения сходимости подобных бесконечных рядов существенно повышают быстродействие расчетов, что особенно важно для расчетов в грунте со скальным основанием, где величина  $k = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_2 + \rho_1)$  близка к 1.

Многослойная горизонтально-слоистая модель земли, также разработанная давно [2], пока не нашла широкого распространения из-за высокой трудоемкости расчетов. В отличие от двухслойной земли здесь применяются рекуррентные формулы, не позволяющие добиться высокой производительности расчетов в случае резкого различия проводимости слоев, особенно в грунте со скальным основанием. Задача повышения эффективности многослойной горизонтально-слоистой модели еще ждет решения.

Дальнейшее развитие модели земли связано с учетом слоев с наклонными горизонтами, локальными неоднородностями, трещинами в горных породах и т.д. Эта модель может быть реализована в программе FDTD, но производительность будет низкой из-за громоздкой сетки. Покажем существенно более эффективную методику моделирования границ произвольной формы методом интегральных уравнений [3].

Кусочно-неоднородная среда приводится к однородной среде при размещении на границах раздела сред  $S$  наведенных (вторичных) токов, удовлетворяющих интегральному уравнению

$$\frac{J(P)}{2} - k \int_S J(Q) \frac{dG(P,Q)}{dn} dS_Q = 0,$$

где  $G(P,Q)$  – ядро уравнения, имеющее смысл потенциала в расчетной точке  $P$  на поверхности  $S$  от единичного точечного источника в точке  $Q$ ;  $dG(P,Q)/dn$  – производная ядра в направлении нормали к границе в точке  $P$ , имеющая смысл напряженности;  $J$  – плотность стекающего тока;  $k$  – коэффициент отражения. Или в матричной форме

$$\mathbf{D}_{12}\mathbf{I}_1 + \mathbf{D}_{22}\mathbf{I}_2 = 0,$$

где индекс 1 относится к заземлителю, индекс 2 к поверхности  $S$ . Отсюда получим связь между вторичными и первичными токами

$$I_2 = -D_{22}^{-1} D_{12} I_1.$$

Потенциал элементов ЗУ с учетом вторичных токов равен

$$\varphi_1 = R_{11} I_1 + R_{12} I_2 = (R_{11} + \Delta R) I_1,$$

где  $R_{11}$  – матрица сопротивлений элементов заземлителя,  $R_{12}$  – матрица взаимных сопротивлений заземлителя и поверхности  $S$ ,

$$\Delta R = -R_{12} D_{22}^{-1} D_{12}$$

– матрица вносимого сопротивления заземлителя.

Таким образом, влияние наведенных токов на границах раздела сред сведено к вносимому сопротивлению ЗУ, расчет которого не требует увеличения размерности геометрической модели. Использование данного метода совместно с методом зеркальных изображений, традиционным для теории заземления, позволяет эффективно решать задачи по расчету заземлителей в многослойной горизонтально-слоистой земле при наличии границ произвольной формы.

**Методы расчета импульсных процессов ЗУ.** Используются два основных метода: частотный метод (ЧМ) и метод дискретных схем (МДС).

Реализация ЧМ для импульсных режимов на основе ряда Фурье (вместо интеграла Фурье) возможна после искусственной периодизации сигнала. Ограничим длительность наблюдения за переходным процессом величиной  $t_{\text{пп}} = (3-10) T_1$ , где  $T_1$  – длительность переднего фронта волны. Продолжим импульс тока  $J(t)$  вне расчетного интервала ( $t > t_{\text{пп}}$ ) этой же функцией, но с обращением знака (рис.2). Получим периодическую функцию  $f(t)$  с периодом  $2t_{\text{пп}}$ , обладающую нечетной симметрией

$$f(t) = \begin{cases} J(t), & 0 \leq t \leq t_{\text{пп}}, \\ J(t_{\text{пп}}) - J(t - t_{\text{пп}}), & t_{\text{пп}} < t \leq 2t_{\text{пп}}, \end{cases}$$

что позволяет исключить из ряда Фурье четные гармоники

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1,3,5,\dots} A_k \cos(k\omega_1 t + \phi_k), \quad \omega_1 = \pi/t_{\text{пп}}.$$

Расчет коэффициентов ряда проводится с помощью быстрого преобразования Фурье.

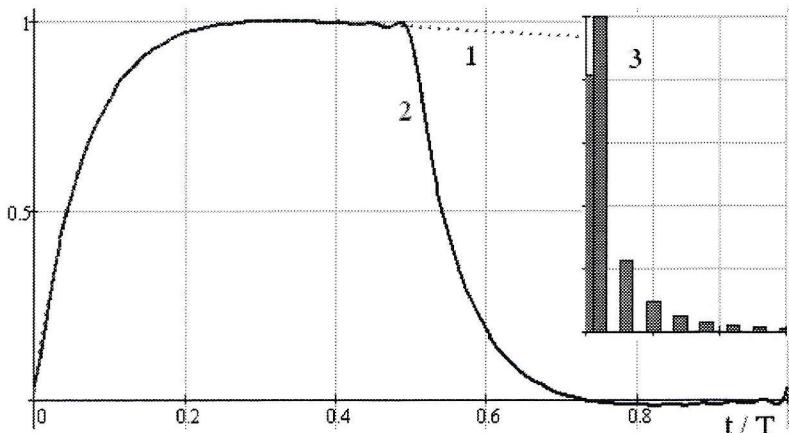


Рис. 2. Импульс тока (1), периодизация (2), АЧХ (3)

МДС предусматривает замену индуктивности и емкости резистивными моделями на каждом временном шаге на основе неявной формулы Эйлера или трапеций. В развитие работы [4] вместо резистивных схем предлагаются комплексных схемы, обладающие более высокой точностью при равном шаге. Индуктивность моделируется сопротивлением  $sL$ , конденсатор – проводимостью  $sC$ , где  $s = (2 + \sqrt{2}j) / h$ ,  $h$  – длина шага по времени. Начальные условия  $n$ -шага учитываются источниками  $E_n = Li_n$  для катушки и  $J_n = Ci_n$  для конденсатора. Проводим расчет комплексной схемы, аналогично синусоидальным процессам. Переход от изображения к оригиналу проводится по формуле  $f(t) = \operatorname{Re}( (5\sqrt{2}j - 2)F(s) ) / h$ .

Совместное применение рассмотренных методов позволяет анализировать импульсные процессы с учетом частотных и нелинейных свойств элементов и земли. В большинстве задач МДС существенно проще и допускает нелинейные элементы, но для учета частотно-зависимых элементов ЗУ и характеристик земли приходилось прибегать к ЧМ. Однако с разработкой эффективных средств учета частотно-зависимых элементов [1] применение МДС становится безальтернативным.

Учет частотно зависимых сопротивлений в МДС. Пусть задано сопротивление частотно зависимого элемента  $z(j\omega)$  или его операторный аналог  $Z(s)$ . Проинтегрируем  $Z(s)$  в пространстве изображений и, перейдя к оригиналу, получим переходное сопротивление  $z(t) = L^{-1}[Z(s)/s]$ , связывающее между собой напряжение и ток в интеграле Диоамеля

$$u(t) = z(t)i(0) + \int_0^t z(t-x) \cdot i'(x) dx, \quad i(0) = 0.$$

Дискретная форма записи этого интеграла на сетке с узлами  $t_n = (n-1)h$ ,  $n = 1..N+1$ , при кусочно-постоянной аппроксимации производной тока  $i_n' = \text{const}$  дает

$$u_{n+1} = \sum_{m=1}^n \frac{i_{m+1} - i_m}{h} \int_{t_m}^{t_{m+1}} z(t_{n+1} - x) dx = \sum_{m=1}^n (i_{m+1} - i_m) R_{n-m+1},$$

где (с учетом обозначения  $k = n-m+1$  и подстановки  $y = t_{n+1}-x$ ) дискретное переходное сопротивление  $k$ -ого интервала равно

$$R_k = \frac{1}{h} \int_{(k-1)h}^{kh} z(y) dy, \quad k = 1..N.$$

Выделяя первое слагаемое  $u_{n+1}$ , окончательно получим соотношение

$$u_{n+1} = R_1 \cdot i_{n+1} - \sum_{m=2}^n (R_{n-m+1} - R_{n-m+2}) i_m = R_1 \cdot i_{n+1} - E_n,$$

которому соответствует схема (рис. 3).

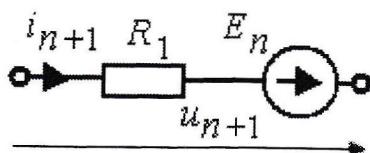


Рис. 3. Дискретная модель сопротивления  $z(j\omega)$

Таким образом, сопротивление  $z(j\omega)$  полностью описывается дискретными переходными сопротивлениями в шаговых алгоритмах.

В качестве примера найдем дискретное переходное сопротивление стального стержня с операторным сопротивлением  $Z(s) = (l/2\pi a) \cdot \sqrt{s\mu/\gamma}$ , где  $l$  – длина,  $a$  – радиус стержня. Переходное сопротивление стержня  $z(t) = L^{-1}[Z(s)/s] = (l/2\pi a) \sqrt{\mu/\gamma} t$ . Тогда дискретные переходные сопротивления

$$R_n = \frac{1}{h} \int_{(n-1)h}^{nh} z(y) dy = \frac{l}{a} \frac{\sqrt{\mu/\gamma}}{\pi \sqrt{\pi h}} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1}), \quad n=1..N$$

зависят лишь от номера шага  $n$ .

**Сопротивление заземлителя при импульсных воздействиях.** Будем рассматривать ЗУ как пассивный двухполюсник с известным входным напряжением  $u(t)$  и током  $i(t)$ . Требуется найти входное сопротивление.

Эта задача имеет простое решение в виде активного  $R$  или комплексного сопротивлений  $Z$  при постоянном или синусоидальном токе. Сопротивление импульсного заземлителя – функция времени. Тем не менее, широкое распространение получило импульсное сопротивление заземлителя, равное отношению максимума напряжения к максимуму тока  $z_i = \max(u)/\max(i)$ . Его используют для расчета перенапряжений и сравнения сопротивлений ЗУ, если они определены при одинаковых импульсах тока. Существует и критическое отношение ряда исследователей к этому параметру (действительно, взяли и поделили два значения импульсных функций, причем для разных моментов времени).

Исследуем понятие импульсного сопротивления заземлителя методами теоретической электротехники. Заменим импульсы тока и напряжения эквивалентными синусоидами частотой  $f=0.25/T_1$  (эквивалентная частота) при неизменной амплитуде и ограничимся расчетным интервалом  $t < T_1$ . Тогда комплексное сопротивление заземлителя равно  $Z = U/I = |Z|e^{j\varphi}$ , а модуль сопротивления  $|Z(T_1)| = U_m/I_m$  полностью совпадает с импульсным сопротивлением заземлителя  $z_i = |Z(T_1)|$ . Таким образом, импульсное сопротивление имеет смысл модуля сопротивления (импеданса) на эквивалентной частоте импульса, поэтому является функцией длительности фронта волны. Тогда зависимость  $z_i(T_1)$  аналогична частотной характеристике модуля сопротивления  $|Z(f)|$ , где  $f=0.25/T_1$ . Импульсное сопротивление не следует применять при  $t > T_1$  или существенном искажении фронта импульса.

Точное решение, связывающее временные функции напряжения  $u(t)$  и тока  $i(t)$ , дает интеграл Диамеля

$$u(t) = z(t)i(0) + \int_0^t z(t-x) \cdot i'(x) dx,$$

где  $z(t)$  – переходное сопротивление заземлителя. Оно численно равно напряжению двухполюсника при включении единичного тока, поэтому является функцией времени и не зависит от длительности фронта волны.

Для нахождения  $z(t)$  воспользуемся дискретной формой записи интеграла Диамеля на временной сетке с узлами  $t_n = (n-1)h$ ,  $n=1..N+1$ , где  $N$  – число интервалов длиной  $h$ . Примем, что производная тока в пределах каждого интервала  $i'_n = \text{const}$ , начальные условия нулевые. Тогда

$$u_{n+1} = \sum_{m=1}^n \frac{i_{m+1} - i_m}{h} \int_{t_m}^{t_{m+1}} z(t_{n+1} - x) dx = \sum_{m=1}^n (i_{m+1} - i_m) z_{n-m+1} = z_n i_2 + \sum_{m=2}^n (i_{m+1} - i_m) z_{n-m+1},$$

откуда получим рекуррентную формулу для определения дискретных значений переходного сопротивления  $z_n = z(t_n)$

$$z_1 = u_2 / i_2, \quad z_n = \left[ u_{n+1} - \sum_{m=2}^n z_{n-m+1} (i_{m+1} - i_m) \right] / i_2, \quad n = 2..N, \quad i_1 = u_1 = 0.$$

Таким образом, переходное сопротивление  $z(t)$  получено. С его помощью имеем точное решение при любом импульсном воздействии, а импульсные характеристики, полученные на произвольном испытательном импульсе, пересчитываются к стандартизованным воздействиям. Последнее существенно облегчает требования к испытательному оборудованию и позволяет повысить точность результатов за счет увеличения числа испытаний на различных импульсах. Величина  $\max z(t)$  может использоваться для сравнения ЗУ. Активное сопротивление ЗУ  $R = z(\infty)$ . Волновое сопротивление равно  $z(0)$ . Функции  $z(t)$  можно поставить в соответствие схему замещения (методами синтеза электрических цепей). Таким образом, есть все основания использовать переходное сопротивление как общую характеристику ЗУ при импульсных токах.

**Расчет электромагнитных экранов.** Все металлоконструкции подстанции играют роль электромагнитных экранов (сеточных и сплошных), ослабляющих помехи токов молнии и КЗ. Конструкция сеточного экрана аналогична конструкции заземляющих сеток, поэтому расчеты сеточных экранов проводятся совместно с ЗУ. Подобную методику хотелось бы применить и для сплошных экранов, заменяя их сеточными моделями, однако, замена должна быть корректной.

Принцип действия сеточного экрана связан с вихревыми токами, компенсирующими внешнее поле. Поэтому медный сеточный экран, обладающим меньшим сопротивлением вихревым токам, значительно эффективнее стального. Принцип действия сплошного экрана связан не только с отражением волн из-за вихревых токов, но и затуханием волны в металле (в сеточных экранах затухания нет). Именно поэтому сплошной стальной экран миллиметровой толщины значительно эффективнее медного уже в килогерцовом диапазоне частот. Таким образом, сплошные и сеточные экраны имеют принципиальные

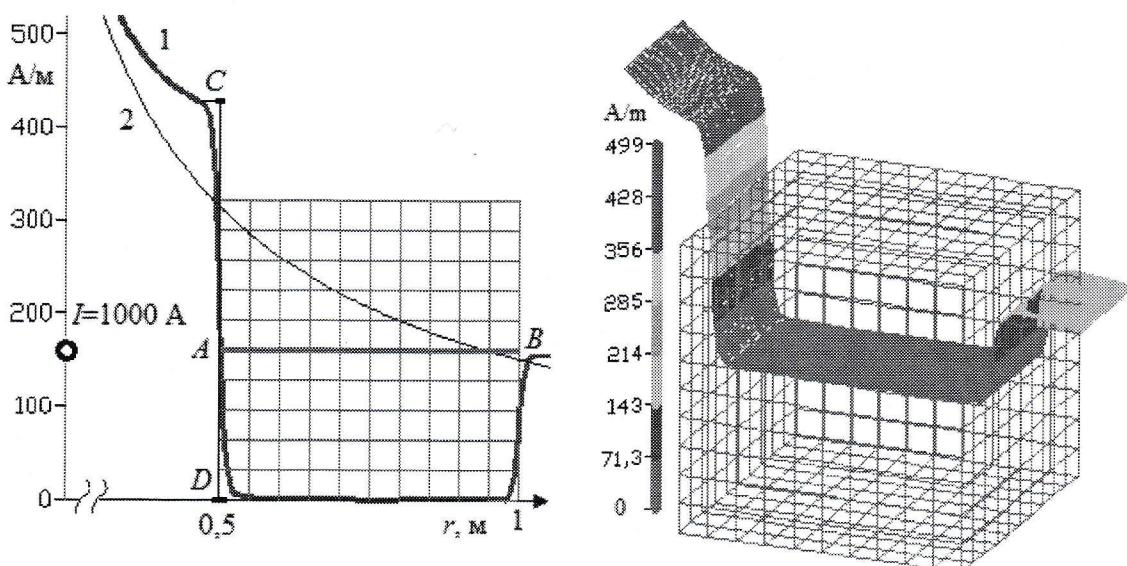


Рис.4. Распределение напряженности магнитного поля провода с током 1000 А, частотой 25 кГц: (1) без экрана; (2) снаружи и внутри сеточной модели кубического сплошного экрана

различия. Тем не менее, корректное моделирование сплошного экрана сеточной моделью возможно.

Сплошной экран конечной толщины может быть приближенно заменен моделью тонкого экрана (без затухания волны) с эквивалентной проводимостью, найденной из условия неизменности коэффициента экранирования (плоской волны). В диапазоне частот молнии (25 кГц и выше) проводимость модели принимается бесконечно большой (идеальный экран), внутреннее сопротивление экрана равно нулю, емкостными токами пренебрегаем. Экран заменяется сеткой стержней. Диаметр стержня выбирается из условия неизменности внешней индуктивности пластины  $d=0.36a$ , где  $a$  – ширина пластины (расстояние между стержнями в сеточной модели). Тестирование показало адекватность сеточных моделей сплошных экранов в рассматриваемом диапазоне частот на уровне точности до 5% (рис.4). Таким образом, сплошные экраны также моделируются сетками, что позволяет проводить их расчеты по единым с ЗУ моделям, методам, программам.

**Выводы.** Современные задачи расчета ЗУ по постановке, методам и требуемым результатам являются цепно-полевыми, а для их решения требуются две взаимосвязанные модели – полевая и цепная. Полевая модель предназначена для расчета электромагнитных параметров элементов и анализа электромагнитной обстановки. Цепная модель обеспечивает наиболее эффективный способ расчета токов элементов (продольных и стекающих) при гармонических и импульсных воздействиях. Расчет переходных процессов проводится методом дискретных схем, позволяющим учесть нелинейные и частотно-зависимые сопротивления. Использование переходного сопротивления расширяет возможности нормировки и сравнения характеристик ЗУ при импульсных воздействиях. Многослойная модель земли с границами произвольной формы расширяет класс решаемых задач. Сеточные модели электромагнитных экранов позволяют решать задачи электромагнитного экранирования совместно с расчетами ЗУ.

### Литература

1. Шишигин С.Л. Математические модели и методы расчета заземляющих устройств. Электричество. – 2010. – № 1. – С. 16 – 23.
2. Бургдорф В.В., Якобс А.И Заземляющие устройства электроустановок.– М.: Энергоатомиздат, 1987.
3. Шишигин С.Л. Сопротивление заземлителя в многослойной земле с границами произвольной формы. Электричество. – 2013. – № 4. – С. 18 – 23.
4. Влах И., Сингхал К. Машины методы анализа и проектирования электронных схем: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1988. – 560 с.

Шишигин Д.С., Шишигин С.Л.

## РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА МОЛНИЕЗАЩИТЫ, ЗАЗЕМЛЕНИЯ И ЭМС, ИНТЕГРИРОВАННОГО В AUTOCAD

При проектировании электрических подстанций производится компьютерное моделирование аварийных ситуаций при ударах молнии, коротких замыканиях, коммутации электрооборудования. Проектировщик обязан найти технические решения, обеспечивающие надежность работы объекта, требования ЭМС и