

Д. С. Шишигин, С. Л. Шишигин

ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет», г. Вологда

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНИЯХ ПРИ УДАРАХ МОЛНИИ

Удар молнии в грозозащитный трос, опору воздушной линии (ВЛ) с последующим перекрытием изоляции или прорыв молнии на провода создает волну перенапряжения, распространение которой может вызвать повреждения электрооборудования на электрической подстанции (ПС). Задача проектировщика – средствами компьютерного имитационного моделирования исследовать все опасные ситуации и выбрать средства защиты.

Наиболее часто задачи грозозащиты ВЛ решаются с помощью программы АТР-ЕМТР. Это мощная схемотехническая программа, достоинства которой хорошо известны. Опыт ее применения в задачах грозозащиты ВЛ и ПС можно найти в работе [1] и других работах этих авторов. К недостаткам АТР относят формулу трапеций, использование которой для интегрирования дифференциальных уравнений (ДУ) при быстрых изменениях напряжения и тока ВЛ приводит к осцилляции решений [2]. Понятно, что АТР имеет ограничения. Далеко не все электромагнитные задачи, например грозозащиты ВЛ при близком ударе молнии, удается свести к электрическим схемам замещения. Здесь применимы конечно-разностные методы теории электромагнитного поля с использованием программы FDTD [3], но из-за громоздкой сетки они избыточно трудоемки для данного класса задач, где линейные размеры системы на несколько порядков больше поперечных размеров проводников.

В задачах расчета заземляющих устройств и молниезащиты ПС хорошо зарекомендовали себя гибридные (цепно-полевые) модели проводников [4]. В программе ЗУМ [5], интегрированной с AutoCAD, от проектировщика требуется нарисовать 3D-модель ПС. Программа разобьет ее на стержневые элементы, найдет электромагнитные параметры (с учетом взаимных связей) интегральными методами теории поля. Каждому элементу ставится в соответствие П-четырехполюсник, что дает цепную схему, в которую могут быть включены нелинейные и частотно-зависимые сопротивления. Получается сложная электрическая схема, в которой напряжения и токи рассчитываются матричными методами теории цепей. Найденные токи позволяют найти распределение потенциала и напряженности в полевой модели. С использованием единой геометрической модели удается решить весь комплекс задач ЭМС на ПС.

Рассмотренные модели, методы, программа применимы и для расчета грозовых перенапряжений ВЛ. На первый план здесь выходит моделирование нелинейных элементов (импульсная корона, ОПН, линейная изоляции) и частотно-зависимого сопротивления земли. Наличие волн с короткими фронтами на протяжении длительного времени делает задачу трудоемкой. Стандартные методы интегрирования ДУ здесь неэффективны.

Цель настоящей работы: 1) показать возможности абсолютно устойчивых шаговых алгоритмов высокого порядка на основе операторного метода; 2) подтвердить, что многозвенная цепная схема (с сосредоточенными параметрами) является полноценным аналогом длинной линии, включая эффекты запаздывания, отражения и преломления волн; 3) продемонстрировать возможности программы ЗУМ в задачах грозозащиты ВЛ.

Методы интегрирования дифференциальных уравнений

Стандартные методы. Описание энергетического состояния цепи в виде систем обыкновенных ДУ сводит задачу расчета переходных процессов к задаче Коши, численные методы решения которой хорошо известны [6]. Альтернативный подход, не требующий записи дифференциальных уравнений, дает метод дискретных схем. Здесь каждой индуктивности и емкости ставится в соответствие дискретная резистивная схема на каждом временном шаге на основе неявной формулы Эйлера или трапеций. Проблема в том, эти формулы недоста-

точно точны, а формулы интегрирования высокого порядка не обладают абсолютной устойчивостью [6].

Операторный метод. Шаговые алгоритмы Влаха и Сингхала. Операторная схема замещения индуктивности — последовательное соединение операторного сопротивления sL и ЭДС $E=Li(0)$, учитывающей начальные условия. Операторная схема замещения емкости — параллельное соединение проводимости $G=sC$ и источника тока $J=Cu(0)$. Заменив все индуктивности и емкости их операторными моделями, получаем операторную схему замещения. При численных расчетах необходимо задать значение оператора s (его часто называют комплексной частотой), а для перехода к оригиналу применить теорему о вычетах. Обычно она записывается в виде

$$f(t) = \sum_i \operatorname{Res}_s F(s_i) \cdot e^{s_i t},$$

где находим вычеты операторной функции F в полюсах s_i . Нахождение полюсов — трудоемкая операция, которую приходится выполнять заново для каждой операторной функции, поэтому этот путь не эффективен.

Канадские ученые И. Влах и К. Сингхал [7] предложили в теореме о вычетах вместо полюсов операторной функции использовать полюса экспоненты

$$f(t) = \sum_i \operatorname{Res}_{z_i} F(z_i / t) \cdot e^{z_i t}, \quad z = st.$$

Достоинство этой записи в том, что полюса экспоненты вычисляются аналитически один раз, а затем применимы для любой операторной функции.

Аппроксимируем экспоненту дробно-рациональной функцией, коэффициенты которой найдем из сопоставления с разложением экспоненты в ряд Тейлора, и вначале ограничимся аппроксимацией 1–3 порядка

$$e^z \approx \frac{a_0 + a_1 \cdot z + \dots + a_n \cdot z^n}{1 + b_1 \cdot z + \dots + b_m \cdot z^m} = \begin{cases} 1/(1-z), & n=0, m=1, \\ 1/(1-z+z^2/2), & n=0, m=2, \\ (1+z/3)/(1-2z/3+z^2/6), & n=1, m=2. \end{cases} \quad (1)$$

Определив полюса экспоненты, теорема вычетов принимает вид

$$f_1(t) = F(s) / t, \quad s = 1/t, \quad (2a)$$

$$f_2(t) = \operatorname{Re}(2j \cdot F(s)) / t, \quad s = (1+j) / t, \quad (2b)$$

$$f(t) = \operatorname{Re}((5\sqrt{2}j - 2) \cdot F(s)) / t, \quad s = (2 + \sqrt{2}j) / t, \quad t > 0. \quad (2b)$$

Формулы (2) приводят к дискретным схемам. Формула (2a) аналогична неявной формуле Эйлера, формула (2b) — формуле трапеций, формула (2b) — Рунге-Кутты 3 порядка. Увеличивая число членов ряда (1), получаем формулы высших порядков (вплоть до 23 при тестировании метода на устойчивость). Доказано [7], что формулы (2) и более высокого порядка устойчивы при интегрировании тестового дифференциального уравнения $x' = x$ при $x < 0$ (абсолютная устойчивость).

Расчеты переходных процессов проводятся шаговым алгоритмом. Временной интервал разбивается на n равных шагов длиной h . На каждом шаге рассчитывается дискретная схема, где индуктивности и емкости моделируются комплексными схемами. При фиксированном шаге матрица узловых проводимостей схемы вычисляется один раз, что обеспечивает высокую производительность. Переменными являются источники ЭДС и тока, учитывающие начальные условия шага. Для моделирования волновых процессов рекомендуется формула третьего порядка (2b), но для волн с коротким фронтом (до 1 мкс) можно уменьшить число шагов за счет повышения порядка формулы интегрирования. Тогда используется формула 7 порядка, имеющая два полюса s_1, s_2 на каждом шаге.

Тестирование формул интегрирования ДУ. Рассчитаем волновые процессы в линии без потерь длиной 300 м, при воздействии импульса тока амплитудой 1 А, с линейным фронтом 0.1 мкс (рис. 1а).

Будем рассматривать ток в конце линии в режиме КЗ. Точное решение дает теория длинных линий. В течение 1 мкс, что равно времени пробега (запаздывания) электромагнитной волны от начала до конца линии, ток равен нулю (рис. 1б). Затем возникает отраженная волна, равная падающей волне, и ток удваивается, что продолжается 2 мкс. За это время отраженная волна распространяется к началу линии и возвращается обратно с изменением знака (режим холостого хода для идеального источника тока). Теперь отраженная волна противоположна падающей волне, и результирующий ток равен нулю. Процесс повторяется с периодом 4 мкс.

Выполним численные расчеты шаговыми алгоритмами с разными формулами интегрирования. Использование формулы Эйлера (рис. 1б) приводит к заметной погрешности так, что скорость волны превышает скорость света. Формула трапеций правильно моделирует запаздывание волны, но приводит к локальным затухающим колебаниям и большой погрешности. Подобные осцилляции отмечаются и в программе ATP, где также используется формула трапеций [2]. Эти проблемы исчезают при переходе к формуле (2в) третьего порядка, которая моделирует процессы с точностью (2 %). Формула 7 порядка снижает погрешность лишь до 1.5 %, поэтому она кажется избыточной. Однако она сохраняет высокую точность расчета и при значительном увеличении шага интегрирования, когда погрешность остальных формул заметно возрастает.

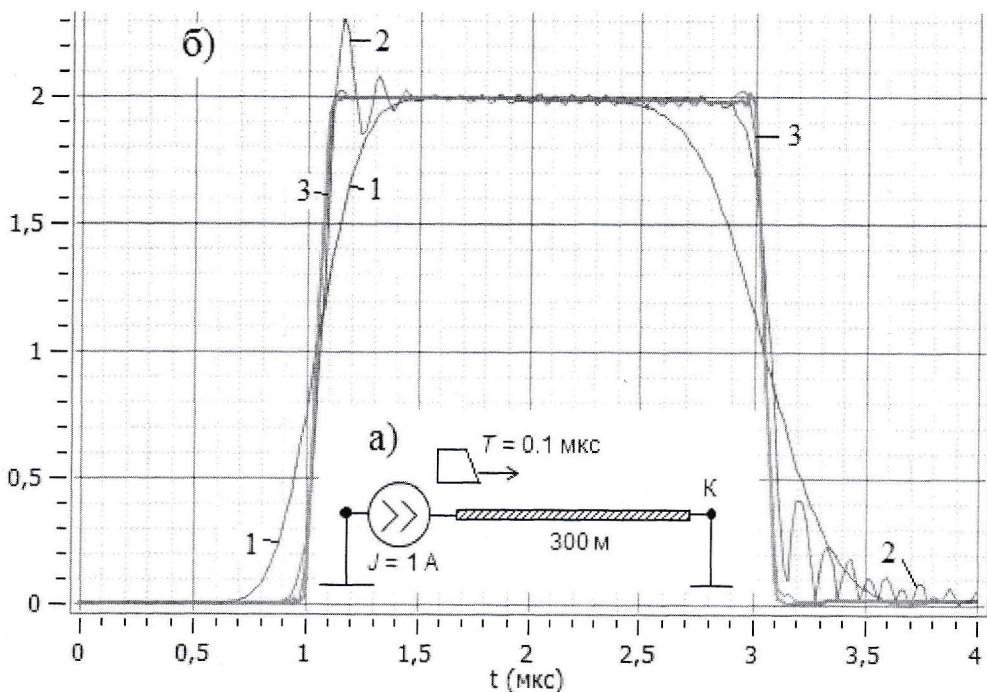


Рис. 1. Линия в режиме КЗ:

схема замещения (а), ток в конце линии (б), рассчитанный по формулам 1 – Эйлера, 2 – трапеций, 3 – (2в) операторного метода 3 порядка

С целью исследования устойчивости шаговых алгоритмов проводились расчеты с использованием формул высокого порядка (до 23 включительно), полученных с использованием (1). Расчеты подтверждают теоретические положения [7] об абсолютной устойчивости формул интегрирования, полученных на базе операторного метода.

Модели нелинейных и частотно-зависимых сопротивлений

Модель коронного разряда состоит из емкости C_c и проводимости G_c , которые вклю-

чаются параллельно геометрической емкости C_0 каждого элемента провода [8]

$$C_c(u) = 2\sigma_c \sqrt{\frac{r}{2h}} \left(1 - \frac{U_0}{u}\right) l \cdot 10^{-11}, G_c(u) = 2\sigma_g \sqrt{\frac{r}{2h}} \left(1 - \frac{U_0}{u}\right)^2 l \cdot 10^{-11}, u > U_0, du/dt > 0,$$

где u – напряжение провода, U_0 – начальное напряжение коронного разряда, r – радиус провода, h – высота подвеса провода, l – длина элемента провода, σ_c – эмпирический коэффициент ($\sigma_c=30$, $\sigma_g=10^7$ для одиночного провода). Увеличение емкости моделируется увеличением радиуса проводника. Проводимость G_c короны включается в узлы каждого элемента коронирующего провода.

Модель ОПН представляет собой резистор с переменным сопротивлением, величина которого определяется на каждом временном шаге по его вольтамперной характеристике (ВАХ), задаваемой пользователем в табличной форме в текстовом файле. На каждом временном шаге проводится два расчета: с текущим и прогнозируемым значением сопротивления. Через полученные точки проводится прямая, пересечение которой с ВАХ определяет текущее сопротивление ОПН.

Модель гирлянды изоляторов. Вольт-секундная характеристика (ВСХ) гирлянды изоляторов (при расчете обратных перекрытий) принята согласно РД 153-34.3-35.125-99

$$U_{разр}(t) = 340l \left(1 + \frac{15}{t+9.5}\right) [\text{kV}], t[\text{мкс}],$$

где l – длина разрядного пути по гирлянде изоляторов, но пользователь может ввести свой вариант ВСХ в текстовом файле. Гирлянда моделируется стержнем длиной l , который работает в режиме ключа. Вначале его проводимость нулевая. В момент времени t , когда напряжение на стержне превысит $U_{разр}(t)$, стержень становится идеальным проводником (в программе – медным проводником большого сечения). Таким образом, моделируется обратное перекрытие изоляции, далее волна перенапряжения распространяется по проводу.

Модель обратного (земляного) провода. Электромагнитная волна распространяется вдоль ВЛ не только в воздухе, но и в земле, что вызывает потери. Их можно учесть введением обратного провода с сопротивлением $Z(j\omega)$, которое включается последовательно с собственным продольным сопротивлением провода. Значения $Z(j\omega)$ дает интеграл Карсона. Простую (и более точную, чем формула Рюденберга) аппроксимацию интеграла Карсона находим в работе [9, стр.167]. Здесь предложено опустить плоскость нулевого потенциала на глубину

$$H = \sqrt{\rho/j\omega\mu_0},$$

где ρ – удельное сопротивление грунта.

Тогда сопротивление провода с высотой подвеса h , радиусом r

$$Z(j\omega) = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2(h+H)}{r},$$

и если исключить сопротивление провода над идеальной землей, то интересующая нас аппроксимация интеграла Карсона

$$Z(j\omega) = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2(h+H)}{r} - \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h}{r} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{h+H}{h}.$$

Для учета $Z(j\omega)$ обычно подбирается схема с близким сопротивлением, состоящая из нескольких RL-звеньев [1]. Но для каждого значения h и ρ параметры схемы приходится пересчитывать.

Более эффективная модель сопротивления $Z(j\omega)$ во временной области, которая использована в данной работе, состоит из активного сопротивления и последовательно включенной ЭДС, изменяющейся на каждом временном шагу [4].

Результаты расчета волновых процессов ВЛ при ударах молнии с учетом импульсной короны, потерь в земле, которые в докладе представлены в виде анимированных графиков,

имеют качественное совпадение с известными данными, что подтверждает достоверность используемых моделей и методов.

Выводы

Моделирование волновых процессов в задачах грозозащиты ВЛ, которое обычно проводится на схемных моделях (программа ATP) или на сеточных моделях электромагнитных полей (программа FDTD) может быть выполнено с использованием гибридной (цепно-половой) модели ВЛ (программа ЗУМ). Более того, гибридный подход имеет достоинства: 1) удобство ввода исходных данных — пользователь рисует 3D геометрическую модель реального объекта (программа установить все электромагнитные параметры) вместо упрощенной ATP-схемы замещения с исходными данными, вводимыми вручную; 2) общность решения — по единой геометрической модели ВЛ и ПС решается комплекс задач — грозозащиты, ЭМС, заземления, электробезопасности (включая наведенные напряжения ВЛ), электромагнитной экологии.

Литература

1. Гумерова Н. И., Ефимов Б. В., Селиванов В. Н. Оптимизация схем замещения линий и подстанций для задач анализа показателей надежности грозозащиты подстанций. IV Межд. конф. по молниезащите. СПб. 2014. С. 171–182.
2. T. J. Gallagher and I. M. Dudurich. Model of corona for an EMTP study of surge propagation along HV transmission lines. IEE Proc. – Gener. Transm. Distrib., Vol. 151, No. 1, January 2004. doi:10.1049/ip-gtd:20030927.
3. T. H. Thang, Y. Baba, N. Nagaoka, A. Ametani, N. Itamoto, V. A. Rakov. FDTD Simulations of Corona Effecton Lightning-Induced Voltages. IEEE Trans. on electromagnetic compatibility, vol. 56, no. 1, February 2014. PP. 168–176.
4. Шишигин, С.Л., Мещеряков В. Е., Шишигин Д. С.. Математические модели и методы в задачах заземления и ЭМС. IV Межд. конф. по молниезащите: материалы конф. — Санкт-Петербург, 2014. — С. 128–135.
5. Шишигин Д. С. AUTOCAD приложение для расчета молниезащиты и заземления объектов электроэнергетики. Автоматизация в промышленности. 2014. № 9. С. 28–32
6. Вербжицкий, В. М. Основы численных методов. — М.: Высш.шк., 2002. — 840 с.
7. Влах И., Сингхал К. Машины методы анализа и проектирования электронных схем. М.: Радио и связь, 1988. — 560 с.
8. K. C. Lee, B. C. Hydro. Non-linear corona models in an electromagnetic transients program (EMTP). IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. — PAS-102, No. 9, September 1983. PP. 2936–2942.
9. В. В. Базуткин, К. П. Кадомская, М. И. Костенко, Ю. А. Михайлов. Перенапряжения в электрических системах и защита от них. СПб.: Энергоатомиздат. 1995. — 320 с.