

**С.Л. Шишигин, А.В. Черепанов, Д.С. Шишигин**

*Вологодский государственный университет, г. Вологда*

## **РАСЧЕТ ЗАЗЕМЛИТЕЛЕЙ МОЛНИЕЗАЩИТЫ С УЧЕТОМ ЧАСТОТНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ПРОВОДИМОСТИ ЗЕМЛИ**

### **Введение**

При расчете заземлителей молниезащиты удельное сопротивление земли обычно принимается постоянной величиной, не зависящей от частоты. В последнее время появилась серия публикаций [1-4], где на основе экспериментальных исследований и расчетов адекватность этой модели ставится под сомнение, поскольку с учетом частотной зависимости электрических параметров земли потенциал заземлителя снижается на 50% и более. Подобные результаты, безусловно, требуют изучения.

Электропроводность грунта вызвана наличием электролита (воды с растворенными солями). Частотная зависимость удельной проводимости и диэлектрической проницаемости электролитов была открыта П. Дебаем, Х. Фалькенхагеном еще в 1928 г. и уточнена К. S. Cole, R.H. Cole в 1941 г. Обзор современного состояния экспериментальных исследований по определению частотных характеристик удельной проводимости  $\epsilon(\omega)$  и диэлектрической проницаемости земли  $\sigma(\omega)$  представлен в работе [4]. Удельная проводимость грунта может увеличиться в несколько раз при изменении частоты от 100 Гц до 1 МГц. Величина относительной диэлектрической проницаемости на низких частотах измеряется сотнями и тысячами, что существенно отличается от привычных значений (10-30), измеренных на высокой частоте.

В задачах молниезащиты методы расчета заземлителей во временной области имеют преимущество по сравнению с частотным методом. Однако при переходе к модели грунта с частотно зависимыми параметрами исследователи отдают предпочтение частотному методу, что кажется естественным. Однако с этим выбором нельзя согласиться уже потому, что необходимо моделировать нелинейные элементы, например ОПН. Добавляются и новые проблемы. При переходе из частотной во временную область происходит нарушение принципа причинности, а именно – при нулевом токе в начальный момент времени потенциал заземлителя не равен нулю. В работе [5] на численных примерах показано, что нарушение принципа причинности вызывает ограничение частотного диапазона зависимостей  $\sigma(\omega)$ ,  $\epsilon(\omega)$ . Но подобное ограничение неизбежно для экспериментальных результатов. Итерационные методики [5], экстраполяция частотных характеристик [6] позволяют добиться выполнения принципа причинности, однако увеличивают трудоемкость решения.

Идея отказаться от частотного метода и проводить расчеты во временной области становится очевидной [2], однако отсутствие эффективной численной методики учета частотных зависимостей  $\sigma(\omega)$ ,  $\epsilon(\omega)$  во временной области является преградой на этом пути.

Разработать методы расчета заземлителей в грунте с частотно зависимыми параметрами во временной области и оценить погрешность расчета заземлителей молниезащиты, проводимых без учета частотных свойств земли, – **цель настоящей работы**.

### **1. Физические процессы, определяющие частотные свойства электропроводности грунта**

Физические процессы, определяющие электрические свойства грунта, изучены в электроразведке [7]. Проводимость грунта определяется наличием электролита. Ток в электролите представляет собой движение ионов, что приводит к перемещению вещества электролита. Под действием внешнего поля электролит поляризуется, возникает внутреннее электрическое поле, направленное встречно внешнему полю, что препятствует протеканию тока и снижает проводимость. Из-за инерционности процессов диффузии внешнее

и внутреннее поле смещены во времени, а при гармоническом воздействии сдвинуты по фазе, поэтому удельная проводимость  $\sigma = \sigma_R + j\sigma_I$  – комплексная величина. С увеличением частоты ионы не успевают переместиться вслед за внешним полем, поэтому процессы поляризации ослабеваются, а удельная проводимость увеличивается.

Плотность полного тока равна сумме плотностей тока проводимости и тока электрического смещения

$$J = \sigma E + j\omega\epsilon E,$$

Откуда

$$\sigma(j\omega) = \sigma + j\omega\epsilon = \sigma_R + j\omega\epsilon', \epsilon' = \epsilon + \sigma_I/\omega,$$

где  $\epsilon'$  – эквивалентная (кажущаяся) диэлектрическая проницаемость грунта, величина которой может быть весьма значительной на низких частотах за счет мнимой составляющей удельной проводимости.

## 2. Частотные зависимости удельной проводимости грунта

Согласно модели Cole-Cole комплексная удельная проводимость электролита

$$\sigma(j\omega) = \sigma_0 \frac{1 + (j\omega\tau)^c}{1 + (1 - \gamma)(j\omega\tau)^c} = \sigma_0 \frac{\gamma(j\omega\tau)^c}{1 + (1 - \gamma)(j\omega\tau)^c} \quad (1)$$

где  $\sigma_0$  – удельная проводимость при низкой частоте,  $\omega$  – угловая частота,  $\tau$  – время релаксации электролита,  $\gamma$  – поляризуемость электролита,  $c$  – показатель степени (при  $c = 1$  – модель Дебая). В задачах электроразведки параметры формулы (1) определяются в ходе интерпретации данных индукционного зондирования земли [7].

Другой подход заключается в подборе эмпирических выражений  $\sigma(f)$  и  $\epsilon(f)$  в виде некоторых полиномов на основе экспериментальных данных (Таблица 1).

Таблица 1

Модели частотно-зависимых параметров грунта по данным [4, 1]

	Авторы	Основание и результаты	Частотный диапазон																																								
1	Скот (Scott)	<p>Полевые и лабораторные измерения 105 образцов (с различным содержанием воды).</p> $\sigma(f) = 10^K \cdot 10^{-3}, \epsilon_r(f) = 10^D, \text{ где}$ $K = 0.028 + 1.098 \cdot \log(\sigma_0) - 0.068 \cdot \log(f) + 0.036 \cdot \log^2(\sigma_0) - 0.046 \cdot \log(f) \cdot \log(\sigma_0) + 0.018 \cdot \log^2(f),$ $D = 5.491 + 0.946 \cdot \log(\sigma_0) - 1.097 \cdot \log(f) + 0.069 \cdot \log^2(\sigma_0) - 0.114 \cdot \log(f) \cdot \log(\sigma_0) + 0.067 \cdot \log^2(f), \sigma_0 [\text{мСм}].$	100 Гц – 1 МГц																																								
2	Смит, Лонгмэр (Smith, Longmire)	<p>Полевые и лабораторные измерения. Данные Скотта (105 образцов) и Викенфельда (5 образцов).</p> $\sigma(f) = \sigma_0 + 2\pi\epsilon_0 \sum_{i=1}^{13} a_i F_i \frac{(f/F_i)^2}{1 + (f/F_i)^2},$ $\epsilon_r(f) = \epsilon_\infty + \sum_{i=1}^{13} \frac{a_i}{1 + (f/F_i)^2},$ $F_i = (125\sigma_0)^{0.8312} \cdot 10^{i-1},$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <th><math>i</math></th><th><math>a_i</math></th><th><math>i</math></th><th><math>a_i</math></th><th><math>i</math></th><th><math>a_i</math></th><th><math>i</math></th><th><math>a_i</math></th></tr> <tr> <td>1</td><td><math>3.4 \cdot 10^6</math></td><td>5</td><td>526</td><td>9</td><td>4.8</td><td>13</td><td>0.173</td></tr> <tr> <td>2</td><td><math>274 \cdot 10^3</math></td><td>6</td><td>133</td><td>10</td><td>2.17</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>3</td><td><math>25.8 \cdot 10^3</math></td><td>7</td><td>27.2</td><td>11</td><td>0.98</td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>4</td><td><math>3.38 \cdot 10^3</math></td><td>8</td><td>12.5</td><td>12</td><td>0.392</td><td></td><td></td></tr> </table>	$i$	$a_i$	$i$	$a_i$	$i$	$a_i$	$i$	$a_i$	1	$3.4 \cdot 10^6$	5	526	9	4.8	13	0.173	2	$274 \cdot 10^3$	6	133	10	2.17			3	$25.8 \cdot 10^3$	7	27.2	11	0.98			4	$3.38 \cdot 10^3$	8	12.5	12	0.392			100 Гц – 200 МГц
$i$	$a_i$	$i$	$a_i$	$i$	$a_i$	$i$	$a_i$																																				
1	$3.4 \cdot 10^6$	5	526	9	4.8	13	0.173																																				
2	$274 \cdot 10^3$	6	133	10	2.17																																						
3	$25.8 \cdot 10^3$	7	27.2	11	0.98																																						
4	$3.38 \cdot 10^3$	8	12.5	12	0.392																																						

	Авторы	Основание и результаты	Частотный диапазон
3	Мессир (Messier)	Полевые и лабораторные измерения. Данные Скотта (105 образцов). $\sigma(f) = \sigma_0 \left( 1 + \sqrt{\frac{4\pi \cdot f \cdot \epsilon_\infty}{\sigma_0}} \right), \quad \epsilon_r(f) = \frac{\epsilon_\infty}{\epsilon_0} \left( 1 + \sqrt{\frac{\sigma_0}{\pi \cdot f \cdot \epsilon_\infty}} \right)$	100 Гц – 1 МГц
4	Висакро, Портела (Visacro-Portela)	Лабораторные измерения (количество образцов неизвестно). $\sigma(f) = \sigma_0 \cdot (f/100)^{0.072},$ $\epsilon_r(f) = 2.34 \cdot 10^6 \cdot (1/\sigma_0) - 0.535f - 0.597.$	40 Гц – 2 МГц
5	Висакро, Алипио (Visacro-Alipio), вариант [1]	Полевые измерения (31 образец почвы). $\sigma(f) = \sigma_0 + K \cdot f^\alpha,$ $\epsilon_r(f) = \frac{\epsilon_\infty}{\epsilon_0} + \frac{\tan(\alpha \cdot \pi / 2) \cdot 10^{-3}}{2\pi\epsilon_0} K \cdot f^{\alpha-1},$ $\alpha = 0.54, \quad h(\sigma) = 1.26\sigma^{-0.73}, \quad K = \sigma_0 h(\sigma_0) \cdot 10^{-6\alpha}.$ где $\sigma$ в [мСм/м]	100 Гц – 4 МГц

где  $\sigma_0$  – удельная проводимость при частоте 100 Гц,  $\epsilon_\infty$  – диэлектрическая проницаемость на высокой частоте

Анализ моделей (рис. 1-3) показывает, что удельная проводимость грунта на частоте 1 МГц может быть в несколько раз больше, чем на низких частотах, а кажущаяся относительная диэлектрическая проницаемость достигать сотен и тысяч единиц на низких частотах.

Сопоставляя разные модели, видим (рис.1), что модель №4 сильно отличается от остальных, а в моделях №1,2 начальное значение отличается от  $\sigma_0$ . Далее используем модели №3 (Мессира) и №5 (Висакро-Алипио), которые дают близкие результаты и удовлет-

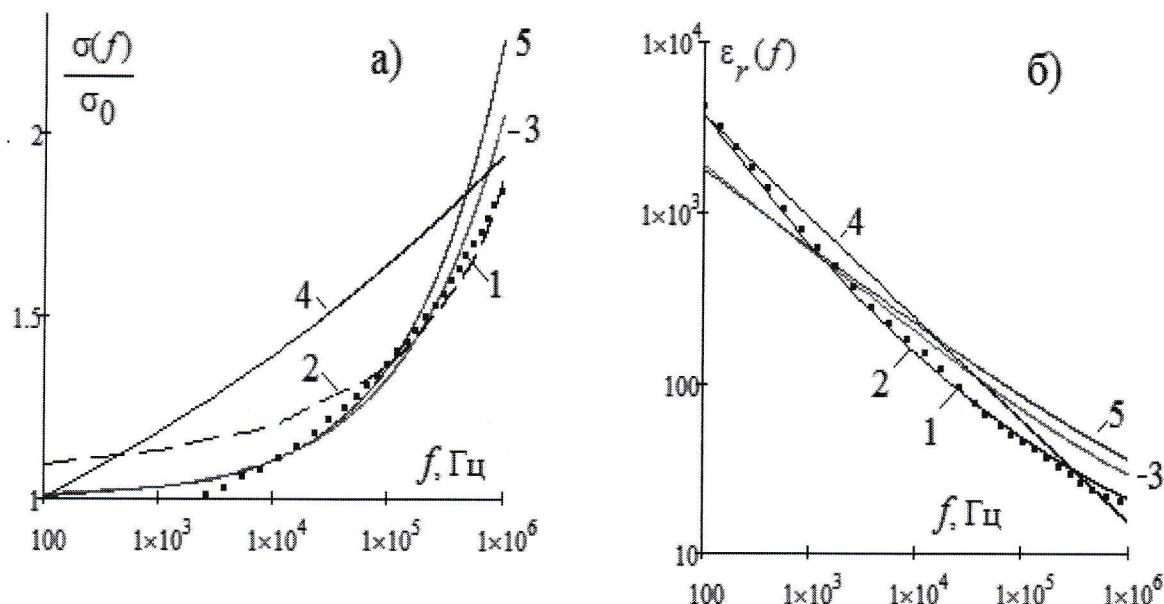


Рис. 1. Частотная зависимость относительной удельной проводимости (а) и относительной диэлектрической проницаемости (б) по модели грунта: 1– Скота, 2– Смита-Лонгмаера, 3– Мессира, 4– Висакро-Портела, 5– Висакро-Алипио при  $\sigma_0=1$  мСм/м

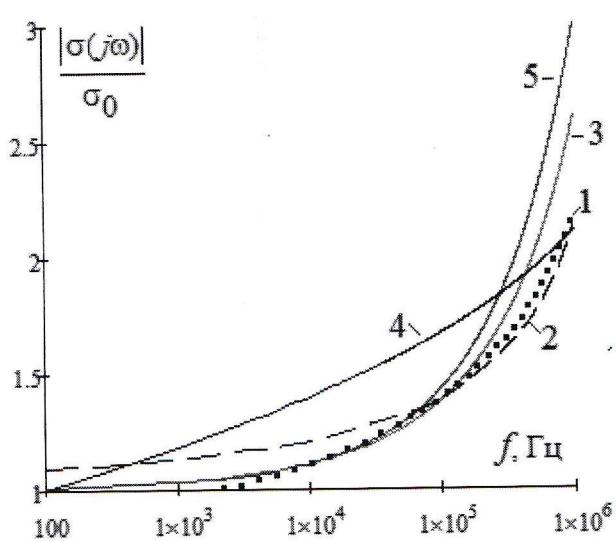


Рис. 2. Частотная зависимость модуля удельной проводимости грунта по модели: 1 – Скота, 2 – Смита-Лонгмаера, 3 – Мессира, 4 – Висакро-Портела, 5 – Висакро-Алипио при  $\sigma_0 = 1 \text{ мСм}/\text{м}$

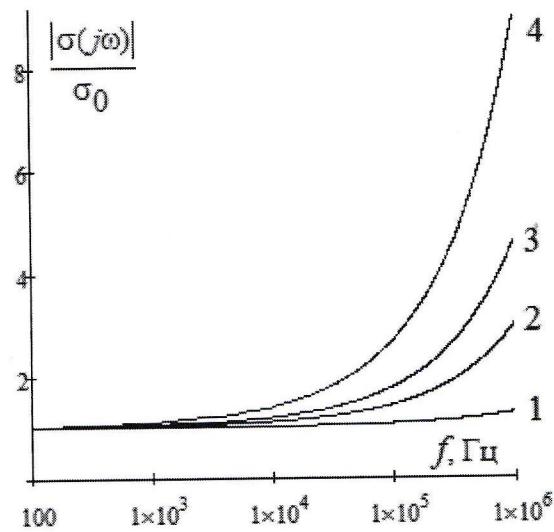


Рис. 3. Частотная зависимость модуля удельной проводимости грунта по модели Висакро-Алипио при: 1 –  $\sigma_0 = 10 \text{ мСм}/\text{м}$ , 2 –  $\sigma_0 = 1 \text{ мСм}/\text{м}$ , 3 –  $\sigma_0 = 0.5 \text{ См}/\text{м}$ , 4 –  $\sigma_0 = 0.2 \text{ мСм}/\text{м}$

воряют соотношениям Крамерса-Кронинга (необходимое условие выполнения принципа причинности).

### 3. Методы расчета заземлителей при импульсных токах

**Частотный метод.** Методика применения частотного метода на основе дискретных преобразований Фурье хорошо известна:

- 1) импульс искусственно периодизируется (детали в [8]);
- 2) полученная периодическая функция раскладывается в спектр прямым преобразованием Фурье (стандартная функция FFT);
- 3) для каждой гармоники производится расчет в частотной области с учетом частотной зависимости параметров грунта (Таблица 1);
- 4) к решению во временной области приводит обратное преобразование Фурье (стандартная функция IFFT).

**Методы расчета во временной области** – это метод дискретных схем и метод Влаха (численный вариант операторного метода) [9]. В обоих методах используются шаговые алгоритмы с заменой индуктивностей и емкостей дискретными резистивными или комплексными (для метода Влаха) моделями (рис.4).

Трудности вызывает учет частотно зависимых сопротивлений и проводимостей. Обычно сопротивление  $z(j\omega)$  заменяется предварительно подобранный схемой замещения из  $n$  элементов (не менее 5) с близкими частотными свойствами. Однако если заменить каждый собственное и взаимное сопротивление элементов заземлителя, то число элементов возрастает в  $n$  раз, что недопустимо. Этот недостаток устранен в работе [9], где предложена методика, позволяющая свести частотно зависимое сопротивление  $z(j\omega)$  к дискретной схеме (рис.4а), а частотно зависимую проводимость  $y(j\omega)$  к дискретной модели (рис.4б).

Пусть задана проводимость  $y(j\omega)$ . Перейдем к ее операторному изображению  $Y(s)$ , дважды проинтегрируем в пространстве изображений и, перейдя к оригинал, получим переходную проводимость  $y(t) = \mathbf{L}^{-1}[Y(s)/s^2]$ . Величина  $y(t)$  численно равна току переходного процесса при включении цепи под напряжение единичного наклона  $u(t) = t$ .

Разобъем временной интервал на  $N$ -равных шагов длиной  $h$  и найдем дискретную переходную проводимость каждого  $k$ -шага

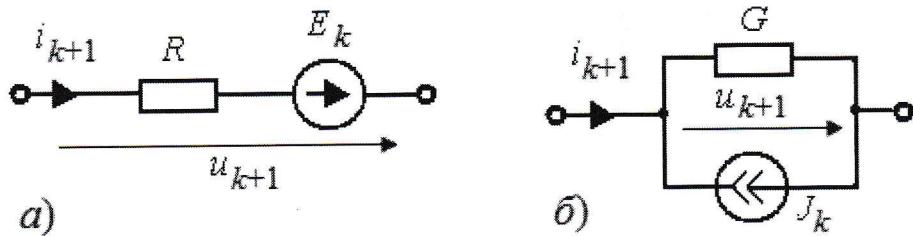


Рис. 4. Дискретная модель индуктивности (а) и емкости (б) на  $k$ -временном шаге

$$Y_k = \frac{y(kh + h) - y(kh)}{h}, \quad k = 0 \dots N-1.$$

Тогда искомые параметры схемы (рис. 4б) равны

$$G = Y_0, J_0 = 0, J_{k+1} = Y_0 \cdot u_{k+1} - \sum_{m=1}^k (Y_{k-m} - Y_{k-m+1}) um, \quad k = 0 \dots N-1. \quad (2)$$

Таким образом, проводимость  $y(j\omega)$ , которая в данной задаче вызвана частотной зависимостью удельной проводимости грунта, моделируется дискретной схемой (рис. 4б). Схема (рис. 4б) – это не только дискретная (во времени) модель емкости, но и произвольной частотно-зависимой проводимости  $y(j\omega)$ . Схема (рис. 4а) – это не только дискретная модель индуктивности, но и произвольного частотно зависимого сопротивления  $z(j\omega)$ . Частотный метод, который в настоящее время считается безальтернативным для расчета заземлителей в грунте с частотно зависимыми параметрами, таковым не является.

#### 4. Дискретная модель заземлителя в грунте с частотно зависимой проводимостью

Для реализации описанной методики удельная проводимость грунта должна быть записана в комплексной форме  $\sigma(j\omega)$ , как в модели Cole-Cole (1).

Для модели Мессира (Таблица 1)

$$\begin{aligned} \sigma(j\omega) &= \sigma(f) + j\omega\epsilon_0\epsilon_r(f) = \sigma_0 \left( 1 + \sqrt{\frac{4\pi f \cdot \epsilon}{\sigma_0}} \right) + j\omega\epsilon_0 \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left( 1 + \sqrt{\frac{\sigma_0}{\pi f \cdot \epsilon}} \right), \\ \sigma(j\omega) &= \sigma_0 + j\omega\epsilon + 2\sqrt{j\omega\epsilon\sigma_0}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\sigma_0$  – удельная проводимость на низкой частоте.

Таким образом, модель Мессира – частный случай модели Cole-Cole (1) при  $c = 0,5$ ,  $\eta = 1$ ,  $\tau = 4\epsilon/\sigma_0$  (заметим, что постоянная релаксации электролита  $\tau$  хорошо согласуется с постоянной времени  $RC$  цепи).

Проводимость заземлителя в грунте с удельной проводимостью (3) равна

$$Y(j\omega) = G + j\omega C + 2k_g \cdot \sqrt{j\omega\epsilon\sigma_0}, \quad (4)$$

где  $k_g$  – геометрический коэффициент.

Последнее слагаемое (4) моделируется схемой (рис. 4б). Параметры этой схемы (2) выражены через дискретную переходную проводимость  $Y_k$ . Она находится следующим образом

$$\begin{aligned} y(j\omega) &= 2k_g \cdot \sqrt{j\omega\epsilon\sigma_0}, \quad y(s) = 2k_g \cdot \sqrt{s\epsilon\sigma_0}, \quad y(t) = L^{-1}[y(s)/s^2] = 4k_g \cdot \sqrt{\frac{\epsilon\sigma_0 t}{\pi}}, \\ Y_k &= 4k_g \cdot \sqrt{\frac{\epsilon\sigma_0}{\pi h}} \left( \sqrt{k+1} - \sqrt{k} \right). \end{aligned}$$

Тогда схема замещения заземлителя с комплексной проводимостью (4) состоит из активной проводимости  $G$ , схемы (рис.4б) для моделирования емкости (с известными параметрами) и той же схемы (с найденными параметрами) для моделирования третьего слагаемого (4). Все элементы включены параллельно, поэтому их проводимости и источники тока суммируются, что в окончательном виде дает схему (рис.4б).

Аналогичные преобразования выполняются для модели Висакро-Алипио (Таблица 1).

Таким образом, переход к модели земли с частотно зависимыми параметрами не меняет топологию и число элементов схемы замещения заземлителя при расчете во временной области методом дискретных схем или методом Влаха.

## 5. Влияние частотной зависимости грунта на сопротивление заземлителя

Рассчитаем потенциал заземлителя при воздействии импульса тока в грунте с постоянной и частотно зависимой проводимостью (рис. 5). В низкоомном грунте (при  $\rho = 100 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ )

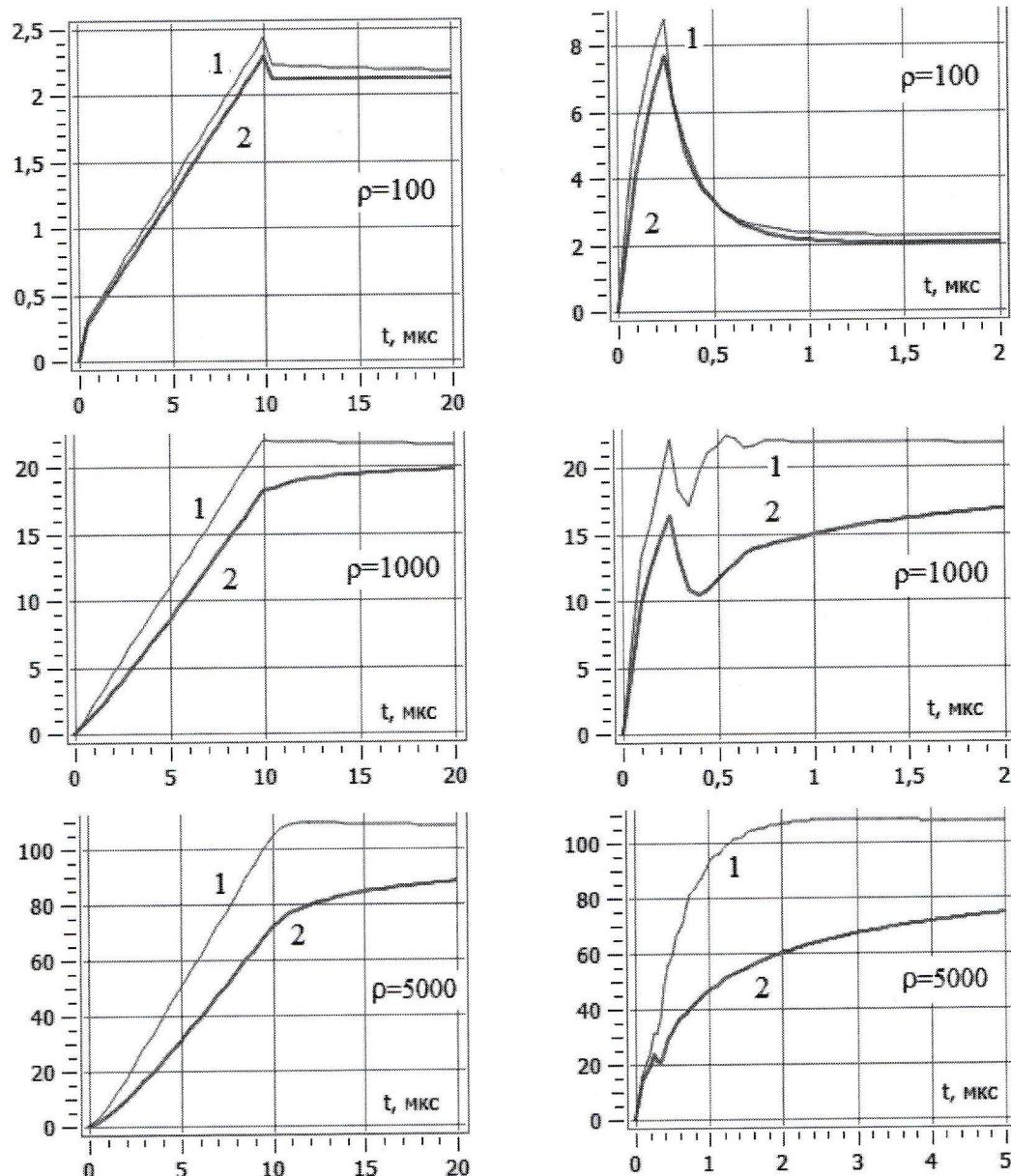


Рис. 5. Потенциал в центре заземлителя ( $20 \times 20 \text{ м}$ , шаг сетки  $5 \text{ м}$ , стержни стальные,  $\mu_r = 200$ , диаметр  $20 \text{ мм}$ , глубина погружения  $1 \text{ м}$ ) при вводе импульса тока амплитудой  $1 \text{ А}$  с линейным фронтом, длительностью:  $10/350 \text{ мкс}$  (графики слева) и  $0.25/100 \text{ мкс}$  (графики справа) в грунте с удельной проводимостью: 1 –  $\sigma = \text{const}$ , 2 –  $\sigma(j\omega)$  по Мессириу,  $\epsilon_r = 10$ .

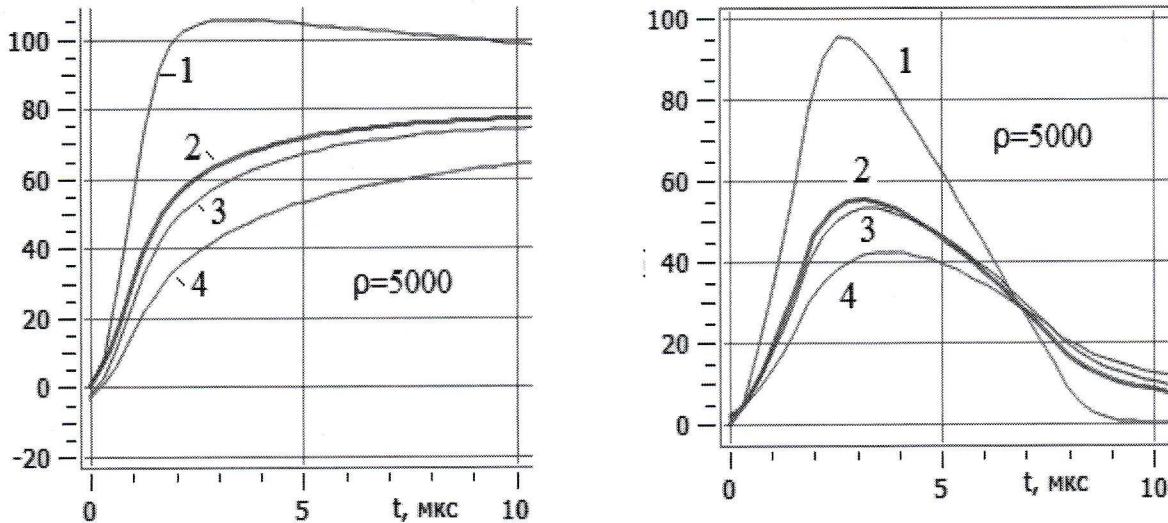


Рис. 6. Потенциал в центре заземлителя (описание рис. 5) при вводе импульса тока амплитудой 1 А с линейным фронтом, длительностью 1.2/50 мкс в грунте с удельной проводимостью: 1 –  $\sigma=\text{const}$ ; 2 –  $\sigma(j\omega)$  по Мессириу, расчет по методу Влаха, 3 –  $\sigma(j\omega)$  по Мессириу, расчет частотным методом, 4 –  $\sigma(j\omega)$  по Висакро-Алипио, расчет частотным методом;  $\epsilon_r = 10$

частотной зависимостью проводимости можно пренебречь. С увеличением сопротивления грунта (при  $\rho = 1000 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ ) влияние частотной зависимости  $\sigma(j\omega)$  становится заметным, особенно для второго импульса тока молнии. В высокоомном грунте (скальном, мерзлом) учет частотной зависимости  $\sigma(j\omega)$  обязателен для получения адекватных результатов.

Проанализируем напряжение заземлителя в частотно зависимой земле при воздействии длинных и коротких импульсов тока (рис.6). У длинного импульса происходит существенное сглаживание фронта при небольшом уменьшении амплитуды (рис.6а). Причина в том, что в течение переходного процесса удельное сопротивление уменьшается, поэтому максимум потенциала смещается за фронт волны, но если ток к этому моменту затухает мало, то и затухание амплитуды потенциала незначительно. При коротком импульсе тока (рис.6б) происходит существенное снижение амплитуды потенциала (в данном случае в два и более раза), поскольку в момент максимума

напряжения ток существенно затухает. Аналогичные эффекты вызывает импульсная корона проводов ВЛ. Таким образом, частотная зависимость проводимости грунта – новый фактор, исключающий распространение волн с крутым фронтом в воздушных линиях при высокоомном грунте.

Модель Висакро-Алипио (рис. 6 – график 4) приводит к большему снижению напряжения, чем модель Мессира (рис. 6 – график 3).

При использовании частотного метода наблюдается нарушение принципа причинности (рис. 6 – графики 3,4) – при нулевом токе в начальный момент времени потенциал не равен нулю. Ослабить этот эффект позволяет увеличение длительности наблюдения, но при этом возрастает число гармоник (отсчетов) для описания импульса тока, а значит и трудоемкость решения. При расчетах во временной области подобных проблем не возникает.

Достоверность разработанной методики расчета заземлителей в грунте с частотно зависимыми параметрами подтверждается совпадением результатов, полученных по методу Влаха и частотным методом (рис.6 – графики 2,3).

## Выводы

Удельная проводимость грунта комплексная величина, зависящая от частоты, что следует учитывать при расчете заземлителей молниезащиты в грунте с удельным сопротивлением от 500-1000  $\text{Ом}\cdot\text{м}$  и выше. Результатом является уменьшение амплитуды и сглажи-

вание фронта импульса, подобно импульсной короне или затуханию волны в земле, что облегчает выбор средств защиты от грозовых перенапряжений.

Дискретная модель заземлителя в частотно зависимой земле позволяет проводить расчеты импульсных процессов во временной области методами дискретных схем и Влаха, которые более эффективны и универсальны, чем частотный метод.

### **Список литературы**

1. R. Alipio and S. Visacro, "Modeling the frequency dependence of electrical parameters of soil," IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, vol. 56, no. 5, pp. 1163–1171, Oct. 2014
2. R. Alipio and S. Visacro, "Time-domain analysis of frequency-dependent electrical parameters of soil," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. 59, no. 3, pp. 873–878, Jun. 2017.
3. M. Akbari, K. Sheshyekani, and M. R. Alemi, "The effect of frequency dependence of soil electrical parameters on the lightning performance of grounding systems," IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, vol. 55, no. 4, pp. 739–746, Aug. 2013.
4. D. Cavka, N. Mora, F. Rachidi. A comparison of frequency-dependent soil models: application to the analysis of grounding systems. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 56, no.2, pp. 177-187, Feb. 2014.
5. S. Luo, Z. Chen. Iterative methods for extracting causal time-domain parameters. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2005, Vol. 53, Issue: 3, pp. 969–976.
6. J. Becerra, F. Vega, F. Rachidi. Extrapolation of a truncated spectrum with Hilbert transform for obtaining causal impulse responses. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. 2017, Vol. 59, Issue: 2, pp. 454 – 460.
7. Матвеев Б.К. Электроразведка. – М.: Недра, 1990.
8. Шишигин Д.С., Шишигин С.Л., Коровкин Н.В. Расчет магнитного поля сеточного экрана при ударам молний в цепных моделях частотным методом // Вестник ИГЭУ. – 2018. – №. 1. – С. 49-58.
- 9.Шишигин С.Л. Математические модели и методы расчета заземляющих устройств. Электричество. 2010. № 1. С. 16 – 23.