4 Российская конференция
по молниезащите

СПб 28 мая 2014 г

при поддержке

ФОНД СОДЕЙСТВИЯ РАЗВИТИЮ
малых форм предприятий в научно-технической сфере

Математические модели и методы в задачах заземления и ЭМС

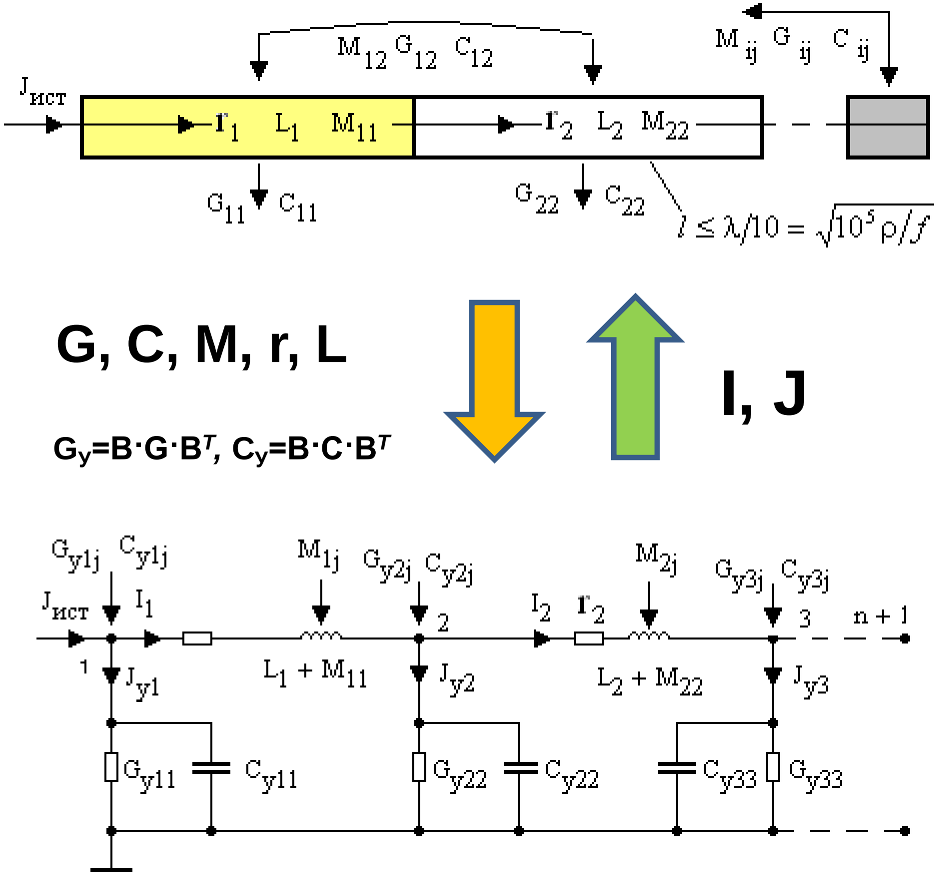
Шишигин С.Л. д.т.н., зав. кафедрой электротехники

Мещеряков В.Е, Шишигин Д.С. аспиранты

Вологодский государственный университет

ЦЕПНО-ПОЛЕВАЯ МОДЕЛЬ ЗАЗЕМЛЯЮЩЕГО УСТРОЙСТВА

Расчет ЗУ - нахождение ***z, U, I, J*** (цепная задача); **φ, *E, H*** (полевая задача)



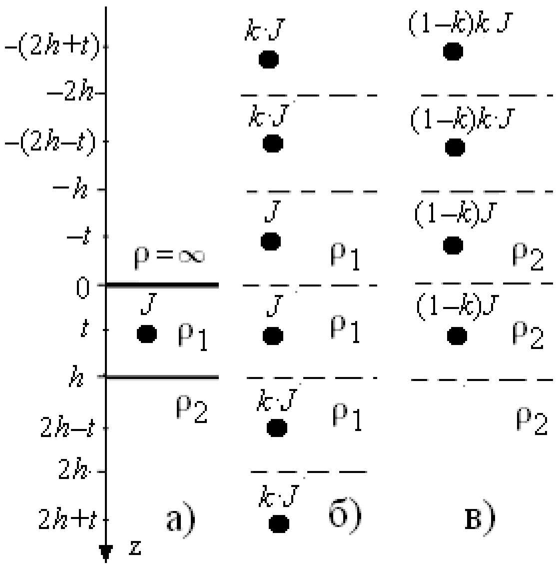
МЕТОДИКА

1. Дробление на элементы
2. Расчет интегральных параметров: проводимости растекания **G,** индуктивности **M,** емкости **C,** внутреннего сопротивления **r** и индуктивности стержней **L**
3. Перенос матриц **G,C** в узлы схемы замещения **G_y=B·G·B^T, C_y=B·C·B^T**, *где* $b_{i,j}$ = 0.5|$a_{i,j}$|, A – матрица соединений продольных ветвей
4. Расчет продольных токов **I,** стекающих токов **J** токов, напряжений ветвей и входного сопротивления
5. Расчет потенциала **φ**, напряженности **E, H**

Вывод: Простая и адекватная математическая модель

ДВУХСЛОЙНАЯ 1D-МОДЕЛЬ ЗЕМЛИ

Метод зеркальных отображений стержня от двух плоских границ



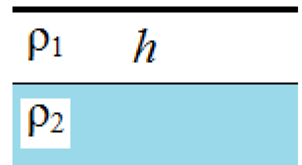
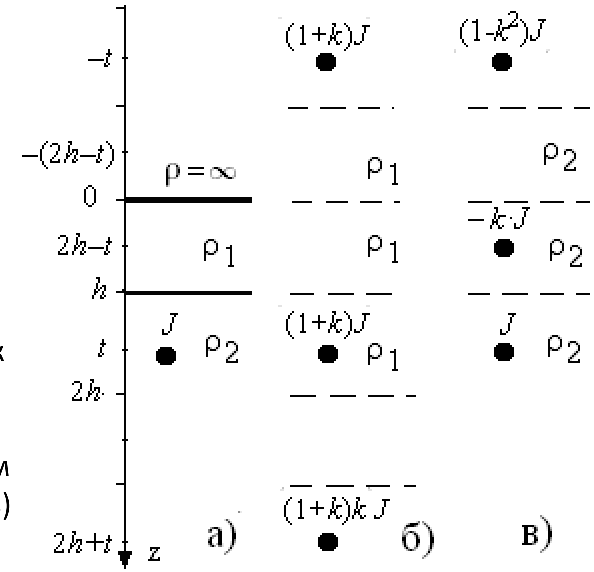


Рис.1. Источник в верхнем слое (а), расчетная точка в верхнем (б) и нижнем (в) слое земли

Рис.2. Источник в нижнем слое (а), расчетная точка в верхнем (б) и нижнем (в) слое земли



$$
R_{ij}=\begin{cases}
R'(p,q,l)+\sum\limits_{n=1}^{\infty}k^n\left(R'(p,q+2nh,l)+R'(p,q'+2nh,l')\right), \text{ Рис.1б}\\
(1-k)\sum\limits_{n=0}^{\infty}k^n\left(R(p,q-2nh,l)+R(p,q'-2nh,l')\right), \text{ Рис.1в}\\
(1+k)\sum\limits_{n=0}^{\infty}k^n\cdot R'(p,q+2nh,l), \text{ Рис.2б}\\
R(p,q,l)-k\cdot R(p,q'+2h,l')+(1-k^2)\sum\limits_{n=0}^{\infty}k^n\cdot R(p,q'-2nh,l'), \text{ Рис.2в}
\end{cases}
$$

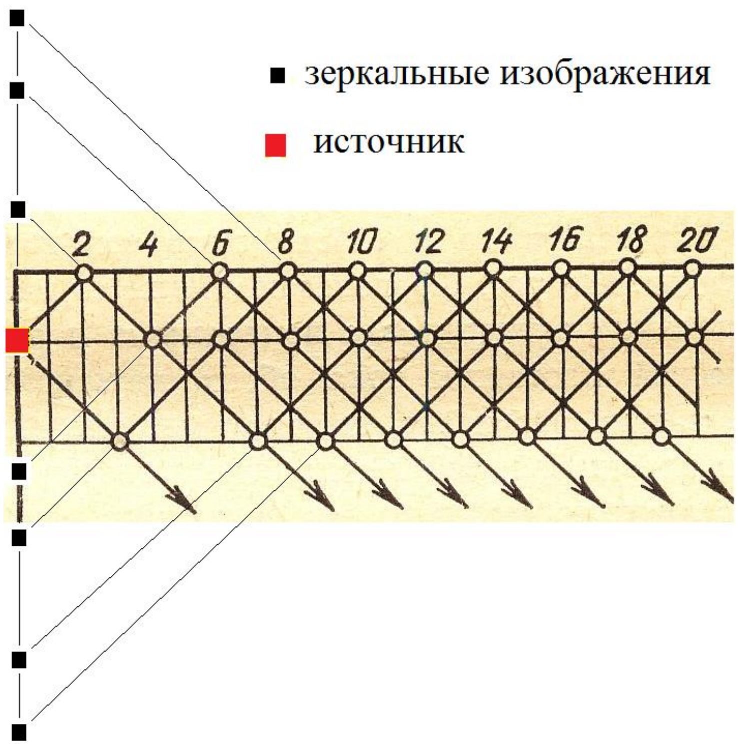
- **Векторная форма записи**
- **Ускорение сходимости** бесконечных рядов методом выделения на основе мажоранты рядов

$$S=\sum_{n=1}^{\infty}k^n/n=-\ln(1-k),\ |k|<1$$

Вывод: Эффективная расчетная модель, но только 2 слоя

МНОГОСЛОЙНАЯ 1D-МОДЕЛЬ ЗЕМЛИ

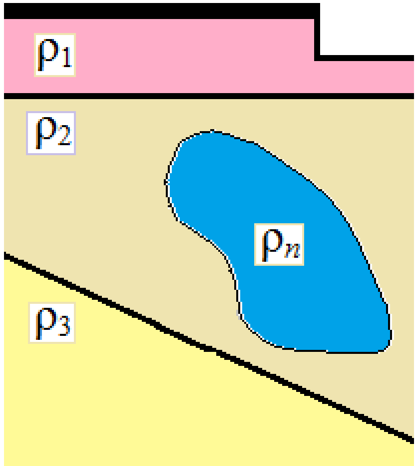
Метод оптической аналогии. Модель разработана В.В. Бургсдорфом, улучшена С.В. Нестеровым.



- Рекуррентные формулы для зеркальных изображений
- Огромное число отражений при резком различии удельных сопротивлений слоев
- Отсутствие средств ускорения сходимости

Вывод: Трудоемкая модель. Задача повышения ее производительности ждет решения

3D-МОДЕЛЬ ЗЕМЛИ



ИДЕЯ 1. Метод интегральных уравнений.
Влияние границ раздела сред выражается в виде матрицы вносимого сопротивления заземлителя **ΔR**, определяемой

$$\frac{J(P)}{2} - k\int_S J(Q)\frac{dG(P,Q)}{dn}dS_Q = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{M}\frac{dR_{pi}}{dn}I_i + \sum_{j=M+1}^{M+N}\frac{dR_{pj}}{dn}I_j - \frac{I_p}{2kS_p} = 0 \Rightarrow \mathbf{D}_{12}\mathbf{I}_1 + \mathbf{D}_{22}\mathbf{I}_2 = 0$$

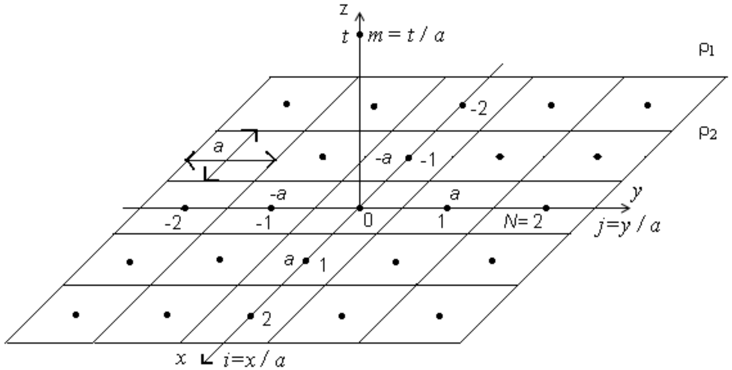
$$\Rightarrow \mathbf{I}_2 = -\mathbf{D}_{22}{}^{-1}\mathbf{D}_{12}\mathbf{I}_1 \Rightarrow \varphi_1 = \mathbf{R}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{R}_{12}\mathbf{I}_2 = (\mathbf{R}_{11} - \mathbf{R}_{12}\mathbf{D}_{22}^{-1}\mathbf{D}_{12})\mathbf{I}_1 = (\mathbf{R}_{11} + \Delta\mathbf{R})\mathbf{I}_1 \Rightarrow$$

$$\Delta\mathbf{R} = -\mathbf{R}_{12}\mathbf{D}_{22}{}^{-1}\mathbf{D}_{12}$$

<u>Алгоритм исследован аналитически</u>: быстрое затухание влияния соседних ячеек ($1/r^4$)

$$\Delta R = \sum_{i=-N}^{N}\sum_{j=-N}^{N}\frac{R_{12}(i,j)D_{21}(i,j)}{D_{22}(i,j)} = \frac{\rho_1 k}{4\pi a}\frac{m}{2\pi}\sum_{i=-N}^{N}\sum_{j=-N}^{N}\frac{1}{(i^2+j^2+m^2)^2}$$

$$R_{12}(i,j) = \frac{\rho_1}{4\pi a}\frac{1}{\sqrt{i^2+j^2+m^2}},\quad D_{21}(i,j) = \frac{1}{4\pi a^2}\frac{m}{(i^2+j^2+m^2)^{3/2}},\quad D_{22}(i,j) = -1/2ka^2$$



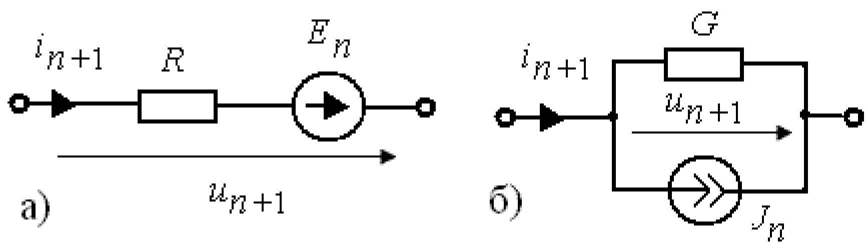
ИДЕЯ 2. Метод интегральных уравнений совместно с методом зеркальных изображений. Вторичные токи на криволинейных границах отображаются от прямолинейных, что обеспечивает эффективность расчета.

Вывод: Перспективная модель

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЗУ ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

1. Частотный метод. Трудоемкий, неточный. Применение нецелесообразно.
2. **МЕТОД ДИСКРЕТНЫЙ СХЕМ. Шаговые алгоритмы**

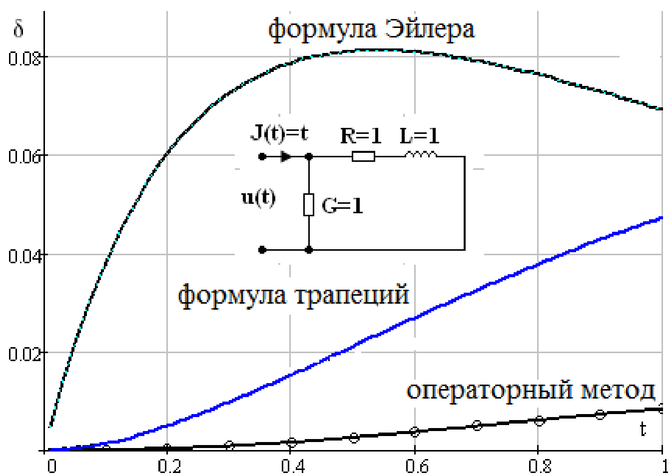
Схемы индуктивности (а) и емкости (б) на *n*- шаге



Формула Эйлера:	*R=L/h, G=C/h,* $E_n=Ri_n$ *,* $J_n=Gu_n$
Формула трапеций	*R=2L/h, G=2C/h,* $E_n=Ri_n+u_n$*,* $J_n=Gu_n+i_n$
Операторный метод	*R=sL, G=sC,* $E_n=Li_n$ *,* $J_n=Cu_n$

<u>Тестовая задача.</u> Найти входное напряжение при входном токе *J*(*t*)=*t*

$$s=(2+\sqrt{2}j)/h, \quad f(t)=\mathrm{Re}(\,(5\sqrt{2}j-2)\cdot F(s)\,)/h$$



$$u_E(h)=h\cdot\frac{1+1/h}{2+1/h}=0{,}25\left(1+2h-\frac{1}{1+2h}\right)=h+\ldots$$

$$u_T(h)=h\cdot\frac{1+2/h}{2+2/h}=0{,}5\left(1+h-\frac{1}{1+h}\right)=h-\frac{h^2}{2}+\ldots$$

$$u_3(h)=\frac{1}{h}\mathrm{Re}\left[(5\sqrt{2}j-2)\cdot\frac{(2+\sqrt{2}j)/h+1}{(2+\sqrt{2}j)^2/h^2\cdot((2+\sqrt{2}j)/h+2)}\right]=$$

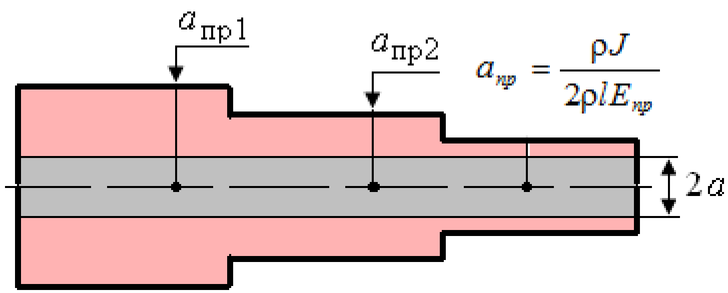
$$=0{,}25\left(1+2h-\frac{2h-3}{3+4h+2h^2}\right)=h-\frac{h^2}{2}+\frac{h^3}{3}+\ldots,$$

Вывод: Метод дискретных схем с шаговыми алгоритмами 1,3 порядка – **эффективный метод** расчета переходных процессов

МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ШАГОВЫХ АЛГОРИТМАХ

МЕТОДИКА. Параметры НЭ определяются в начале шага и принимаются постоянными в течение шага

1. Нелинейность G. Искрообразование в земле по модели Е.Я. Рябковой: изменение радиуса стержня



2. Нелинейность R:
ВАХ ОПН по справочным данным

$$U(I) = A \cdot I^{\alpha}$$

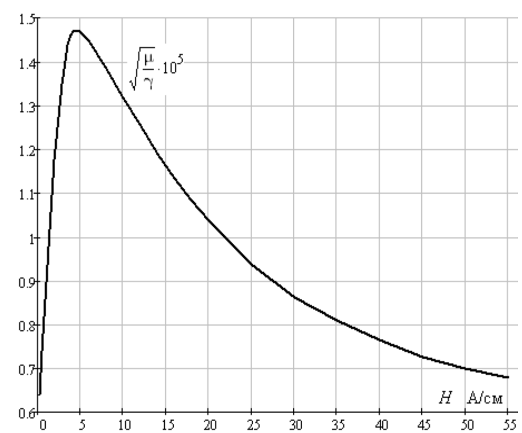
ВСХ изоляции по РД 153-34.3-35.125-99

$$U(t) = 340 \cdot l\left(1 + \frac{15}{t + 9.5}\right)$$

3. Нелинейность C. Емкость короны на проводах ВЛ по данным кафедры ЭиТВН СПбГПУ

$$\Delta C(U)/C = 0.625(U/U_н - 1)^{2/3}$$

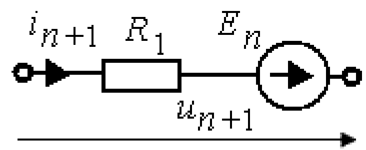
4. Нелинейность μ(*H*). Универсальная характеристика Л.Р. Неймана



Вывод: Нелинейные элементы легко учесть в шаговых алгоритмах

ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ ЧАСТОТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

ПРОБЛЕМА. Внутреннее сопротивление стержней ***Z(jω)***, параметры земли ***ρ(ω), ε(ω)*** зависят от частоты. Расчеты импульсных процессов на эквивалентной частоте не точны.
РЕШЕНИЕ: Сопротивлению ***Z(jω)*** соответствует дискретная модель на *n*-шаге



Доказательство

Переходное сопротивление ***z(t)***
Z(jω) →*Z*(*s*) →*z*(*t*)=L^{-1}[*Z*(*s*)/*s*]
Подставляя *z*(*t*) в интеграл Дюамеля:

$$u(t) = z(t)i(0) + \int_0^t z(t-x)\cdot i'(x)\,dx,\ \ i(0)=0$$

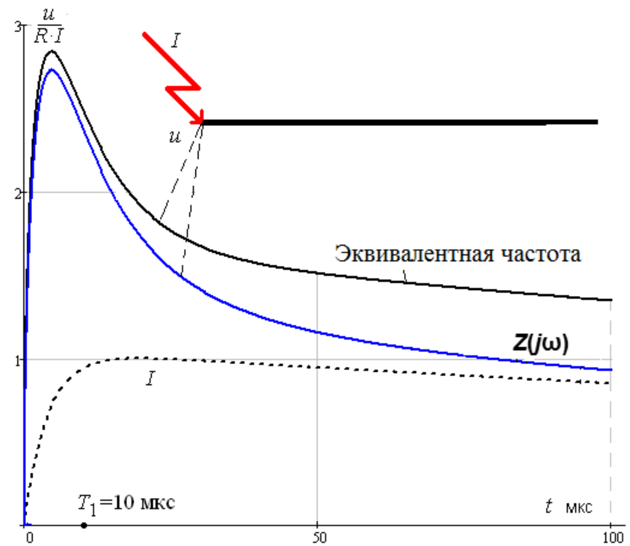
$$u_{n+1} = \sum_{m=1}^{n} \frac{i_{m+1}-i_m}{h} \int_{t_m}^{t_{m+1}} z(t_{n+1}-x)\,dx = \sum_{m=1}^{n} (i_{m+1}-i_m)\,R_{n-m+1}$$

$$R_k = \frac{1}{h}\int_{(k-1)\,h}^{k\cdot h} z(y)\,dy,\ \ k=1..N$$

$$u_{n+1} = R_1\cdot i_{n+1} - \sum_{m=2}^{n}(R_{n-m+1}-R_{n-m+2})\,i_m = R_1\cdot i_{n+1} - E_n$$

Пример. Учет поверхностного эффекта стального стержня

$$Z(s) = \frac{l\cdot\sqrt{s\mu/\gamma}}{2\pi a}$$



$$R_1 = \frac{l}{a}\frac{\sqrt{\mu/\gamma}}{\pi\sqrt{\pi h}}$$

$$R_n = \frac{l}{a}\frac{\sqrt{\mu/\gamma}}{\pi\sqrt{\pi h}}(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})$$

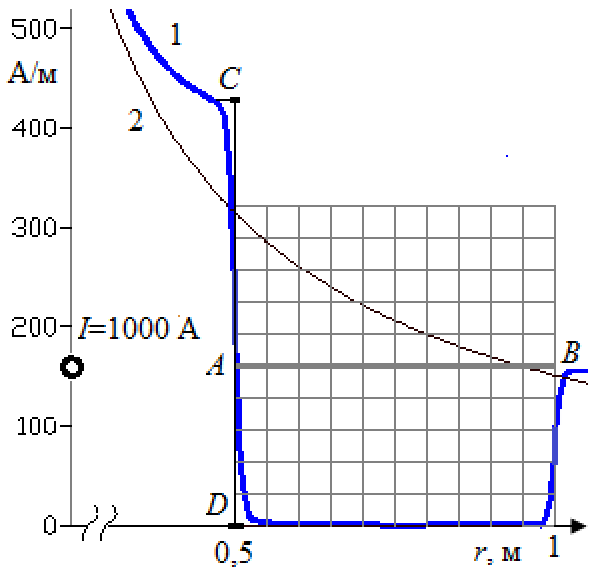
$$E_n = \sum_{m=2}^{n}(R_{n-m+1}-R_{n-m+2})\,i_m$$

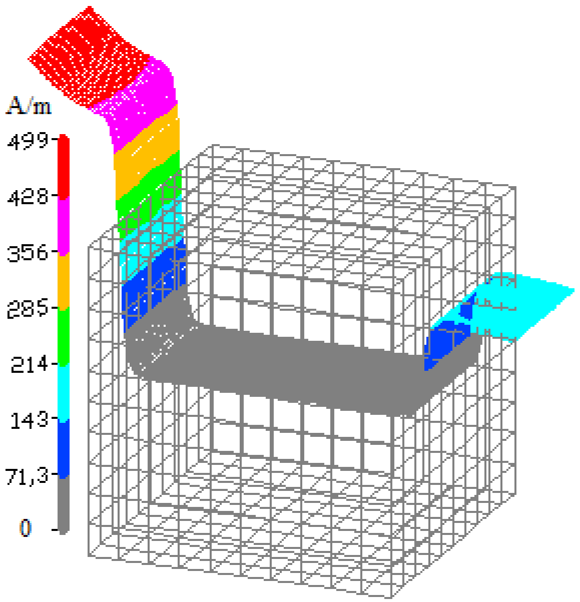
Вывод: Дискретная модель – эффективный способ учета сопротивлений ***Z(jω)*** в шаговых алгоритмах

СЕТОЧНЫЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЭКРАНОВ

Проблема. Сеточная модель не учитывает затухание волны в сплошном экране
Допущение. Стальной экран идеальный (проникновение ЭМП только через отверстия), емкостью пренебрегаем.
Магнитостатическая задача с г.у. H_2=0.
Метод интегральных уравнений с дискретизацией стержнями.
Формулы, аналогичные с 3D-моделью земли

Пример. Кубический экран

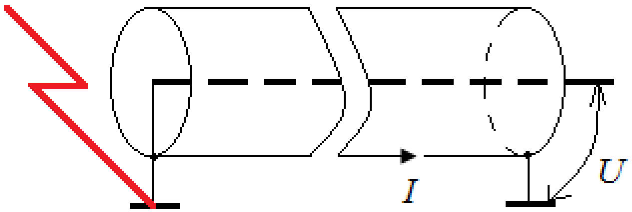


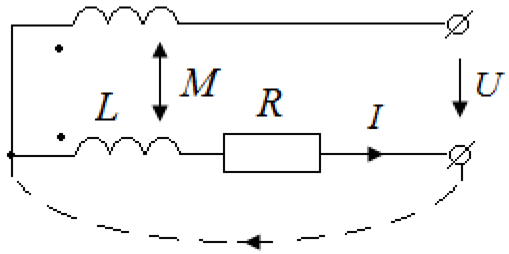


Вывод: Сеточные модели электромагнитных экранов позволяет проводить их расчеты совместно с ЗУ

МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА КОНДУКТИВНЫХ ПОМЕХ

1. Коэффициенты экранирования: k=const – неточны, трудно обобщить
2. **Передаточное сопротивление Z_T**

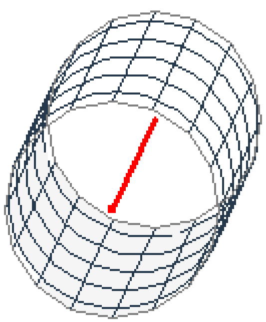


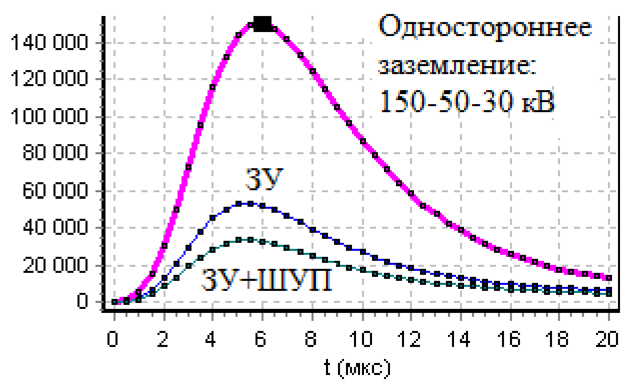


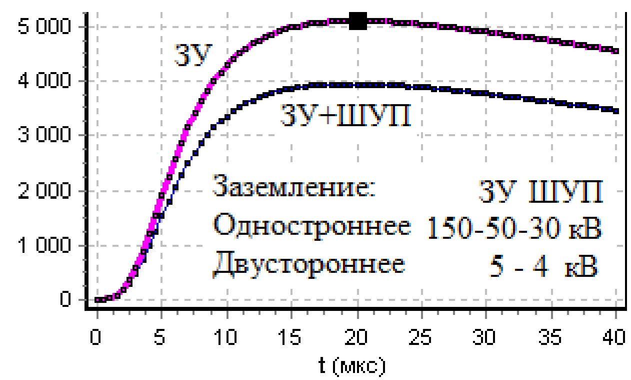
Напряжение помехи
$U = RI + j\omega(L-M)I = Z_T \cdot I$
идеальный экран $L=M$
$U = RI$

Для снижения помехи следует уменьшить ток экрана (ШУП, ЗУ, прокладка)

3. **Сеточная модель** экрана контрольного кабеля







Вывод: Идеальный экран с передаточным сопротивлением R – простая и адекватная модель кабеля с двусторонним заземлением .Сеточная модель экрана универсальна.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. Рассмотрен комплекс моделей и методов, позволяющих проводить расчеты заземляющих устройств в задачах молниезащиты и ЭМС

Спасибо за внимание