# ЦЕПНО-ПОЛЕВЫЕ МОДЕЛИ ЗАЗЕМЛЯЮЩИХ УСТРОЙСТВ В ЗАДАЧАХ ЭМС

## С. Л. Шишигин, Россия

Вологодский государственный технический университет, e-mail:ctod28@vologda.ru

**Аннотация.** Расчет заземляющего устройства (ЗУ) формулируется как цепно-полевая задача. Разработана цепно-полевая модель ЗУ, определены ее параметры, показана возможность применения для практических задач. В качестве примера выполнен расчет распределения потенциала ЗУ подстанции при ударе молнии.

**Abstract.** Calculation of the grounding device is formulated as a field–circuit problem. The field–circuit model of the grounding device is developed, its parameters are defined and the possibility of application for practical problems is shown. As an example the potential distribution of the grounding device of substation after lightning strokes is obtained.

#### Введение

Токи молнии, короткого замыкания или переходного процесса при коммутациях силового электрооборудования, растекающиеся через заземляющее устройство (ЗУ), создают электромагнитные помехи, способные нарушить работу микропроцессорных систем автоматики, контроля, связи и т.д. электрических подстанций, железнодорожного транспорта и аналогичных объектов. Для анализа ЭМО и обоснованного выбора микропроцессорных систем необходимо рассчитать характеристики электромагнитного поля в нормальных и аварийных режимах. Задача сводится к численному решению уравнений Максвелла, например, с помощью программы FDTD. Но при линейных размерах ЗУ в сотни метров, на 3-5 порядков превышающих сечение проводников, дискретизация расчетного объема требует огромного числа элементов. Кроме того, приходится искусственно замыкать расчетную область для задания граничных условий. Цепные модели существенно проще, но адекватные результаты на высоких частотах, например в программе ЕМТР, могут быть получены только при учете взаимных RLC параметров, которые рассчитываются методами теории поля. Кроме того, результатом расчета являются сопротивление ЗУ, напряжения и токи элементов, но не напряженности электромагнитного поля, необходимые в задачах ЭМС. Таким образом, в задачах ЭМС расчеты ЗУ являются комбинированными цепно-полевыми задачами, где одновременно присутствуют две модели полевая и цепная. Полевая модель позволяет рассчитать электромагнитные параметры элементов, которые далее используются в цепной модели для расчета токов элементов. По найденным токам (продольным и стекающим) для расчета характеристик электромагнитного поля вновь используется полевая модель.

#### Цепно-полевая модель ЗУ

Заземлитель дробится на элементы длиной  $l \le \lambda/10 = \sqrt{10^5 \rho/f}$ , где  $\lambda$  длина электромагнитной волны частотой f в проводящей среде с удельным

сопротивлением  $\rho$ , что позволяет проводить расчет электромагнитных параметров элементов в статическом приближении. Предполагается, что источники поля – электрические заряды, стекающие и продольные токи сосредоточены на осях проводников круглого сечения. Внутреннее активное сопротивление и индуктивность элементов определяются с учетом поверхностного эффекта и описываются диагональными матрицами  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{L}$ . Электрические и магнитные связи между элементами описываются квадратными, полностью заполненными матрицами собственных и взаимных проводимостей  $\mathbf{G}$ , емкостей  $\mathbf{C}$ , индуктивностей  $\mathbf{M}$ . Матрица проводимостей растекания тока получается обращением матрицы сопротивлений  $\mathbf{G} = \mathbf{R}^{-1}$ .

Взаимное сопротивление  $R_{ij}$  в однородной среде с удельным сопротивлением  $\rho$  определяется как отношение потенциала в средней точке i-ого элемента к току j-ого элемента (рис. 1)

$$R_{ij} = R(p,q,l) = \frac{\rho}{4\pi \cdot |l|} \cdot \ln \frac{(q+l-p) \cdot l + |q+l-p| \cdot |l|}{(q-p) \cdot l + |q-p| \cdot |l|}.$$

Векторная форма записи позволяет применять формулу при любом расположении стержней относительно поверхности земли. Собственное сопротивление стержня диаметром d определяется как

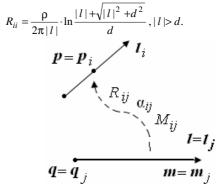


Рис. 1. Определение взаимных параметров i, j—ого элементов с координатами:  $q=q_j=(x_q\ ,\ \mathbf{y}_q\ ,\ \mathbf{z}_q)^T,\ m=m_j=(x_m\ ,\ \mathbf{y}_m\ ,\ \mathbf{z}_m)^T,\ l=l_j=m-q,$   $p=p_i=(x_p\ ,\ \mathbf{y}_p\ ,\ \mathbf{z}_p)^T.$ 

Формулы для расчета сопротивлений элементов в двухслойной земле приведены в [1]. Матрица емкостей элементов получается обращением матрицы потенциальных коэффициентов  $\mathbf{C} = \boldsymbol{\alpha}^{-1}$ , где элементы матрицы  $\boldsymbol{\alpha}$  аналогичны (при замене  $\boldsymbol{\rho}$  на  $1/\epsilon$ ) сопротивлениям элементов  $R'_{ij}$  в однородной земле.

Согласно стандарту МЭК 60050-121 взаимная индуктивность элементов равна  $M_{ij} = \Psi_{ij}/I_j$ , где  $\Psi_{ij} = \int \overline{A_{ij}} \cdot \overline{dl_i} \approx \overline{A_{ij}} \cdot \overline{l_i}$  — потокосцепление i—ого стержня, создаваемое током j—ого стержня, определяется интегрированием векторного потенциала по длине i—ого элемента. Используя обозначения (рис.1) получим

$$M_{ij} = \frac{\mu_0 \cdot l_i \cdot l_j}{4\pi \cdot \left| l_j \right|} \ln \frac{(q + l_j - p) \cdot l_j + \left| q + l_j - p \right| \cdot \left| l_j \right|}{(q - p) \cdot l_j + \left| q - p \right| \cdot \left| l_j \right|}.$$

Для перехода к цепной схеме ЗУ (рис.2б) выполняется преобразование матриц  $\mathbf{G}$  и  $\mathbf{C}$ , определенных в средних точках элементов (рис.2а), в узловые матрицы  $\mathbf{G}_{\mathbf{Y}}$  и  $\mathbf{C}_{\mathbf{V}}$  (рис.2б) из условия неизменности стекающего тока элементов. Топология продольных ветвей схемы (рис.2б) описывается стандартной матрицей соединений  $\mathbf{A}$  и вводится матрица  $\mathbf{B}$  ( $b_{i,j}$ = $|a_{i,j}|/2$ ). Тогда [1] искомые узловые матрицы  $\mathbf{G}_{\mathbf{Y}}$ = $\mathbf{B} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{B}^T$ ,  $\mathbf{C}_{\mathbf{Y}}$ = $\mathbf{B} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{B}^T$ .

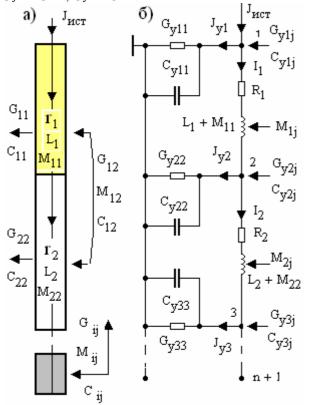


Рис.2. Цепно-полевая модель стержневого заземлителя.

Расчет цепной модели ЗУ позволяет определить потенциалы и токи (стекающие и продольные) элементов методами теории цепей. При гармонических воздействиях используется метод узловых потенциалов. Переходные процессы, возникающие при им-

пульсных воздействиях, рассчитываются методом дискретных схем или операторным методом [1,2]. По найденным стекающим токам стержней в модели (2a) определяется распределение потенциала и напряженности электрического поля, по найденным продольным токам определяется напряженность магнитного поля.

## Стержневые модели конструкций ЗУ

Параметры рассматриваемой модели рассчитаны для стержней, однако конструкции ЗУ включают проводники некруглого сечения. Для них выполнены расчеты методом интегральных уравнений (МИУ) и найдены эквивалентные диаметры (из условия неизменности погонного сопротивления растеканию тока для проводников в земле и внешней погонной индуктивности для проводников в воздухе). Для шин со стороной а конечной толщины (40х4, 50х5 и т.д.) расчетный диаметр равен d=0.6a (в настоящее время принято d=0.5a как для бесконечно тонкой полосы), для равносторонних уголков d=0.93a; для проводников квадратного сечения (колонн, балок, свай) d=1.18a; для металлических лотков контрольных кабелей d=(0.41-0.46)(a+2b), где a –ширина, b – высота. Короба рассматриваются как шины при a>>b, иначе как проводники квадратного сечения со стороной  $(a \cdot b)^{1/2}$ . Кабельные линии замещаются стержнями аналогично расщепленной фазе. Эквивалентный диаметр опоры башенного типа, равен диаметру вписанной окружности на высоте половины опоры. Железобетонные фундаменты рассматриваются как объемные проводники с размерами, совпадающими с их внешними габаритами. Для них разработаны стержневые модели, адекватные данным физического моделирования (А. В. Корсунцев) и расчетам МИУ. Грозозащитные тросы рассматриваются как сплошные цилиндры с существенно пониженной магнитной проницаемостью (В. К. Аркадьев, Л. Р. Нейман). Таким образом, все характерные элементы ЗУ могут быть учтены в цепно-полевой модели ЗУ.

#### Учет частотно зависимых сопротивлений

При расчете переходных процессов шаговыми алгоритмами на основе метода дискретных схем или операторного метода необходимо учитывать зависимость внутреннего сопротивления стержня или обратного земляного провода ВЛ от частоты. В этих целях обычно используются эквивалентные схемы с близкими частотными характеристиками, но можно предложить более эффективный способ [1].

Пусть задано сопротивление частотно зависимого элемента  $z(j\omega)$  или его операторный аналог Z(s). Проинтегрируем Z(s) в пространстве изображений и, перейдя к оригиналу, получим переходное сопротивление  $z(t) = L^{-1}[Z(s)/s]$ , связывающее между собой напряжение и ток в интеграле Дюамеля

$$u(t) = z(t)i(0) + \int_{0}^{t} z(t-x) \cdot i'(x) \, dx, \ i(0) = 0.$$

Дискретная форма записи этого интеграла на сетке с узлами  $t_n = (n-1)h$ , n = 1..N + 1, при кусочнопостоянной аппроксимации производной тока  $i_n' = \text{const дает}$ 

$$u_{n+1} = \sum_{m=1}^{n} \frac{i_{m+1} - i_{m}}{h} \int_{t_{m}}^{t_{m+1}} z(t_{n+1} - x) dx = \sum_{m=1}^{n} (i_{m+1} - i_{m}) R_{n-m+1},$$

где (с учетом обозначения k = n - m + 1 и подстановки у  $= t_{n+1} - x$ ) дискретное переходное сопротивление k-ого интервала равно

$$R_k = \frac{1}{h} \int_{(k-1)h}^{k-h} z(y) \, dy, \ k = 1..N$$

Интегрируя в пространстве изображений, вместо z(t) имеем  $z_1(t) = L^{-1}[Z(s)/s^2]$ , тогда

$$R_k = [z_1(kh) - z_1(kh - h)]/h, k = 1..N,$$

где  $z_1(t)$  — реакция цепи на воздействие тока единичного наклона i(t) = t. Выделяя первое слагаемое  $u_{n+1}$ , окончательно получим соотношение

$$u_{n+1} = R_1 \cdot i_{n+1} - \sum_{m=2}^{n} (R_{n-m+1} - R_{n-m+2}) i_m = R_1 \cdot i_{n+1} - E_n,$$



Рис. 3. Дискретная модель сопротивления  $z(j\omega)$ 

Таким образом, сопротивление  $z(j\omega)$  полностью описывается дискретными переходными сопротивлениями в шаговых алгоритмах.

В качестве примера найдем дискретное переходное сопротивление стального стержня с операторным сопротивлением  $Z(s) = (l/2\pi a) \cdot \sqrt{s\mu/\gamma}$ , где lдлина, а – радиус стержня. Переходное сопротивление стержня  $z(t) = \mathbf{L}^{-1}[Z(s)/s] = (l/2\pi a)\sqrt{\mu/\gamma\pi t}$ . Тогда дискретные переходные сопротивления

$$R_n = \frac{1}{h} \int_{(n-1)h}^{n-h} z(y) \, dy = \frac{l}{a} \frac{\sqrt{\mu/\gamma}}{\pi \sqrt{\pi h}} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1}), \ n = 1..N$$

зависят лишь от номера шага n.

#### Учет нелинейных элементов

К ним относится собственная проводимость элемента ЗУ с учетом искрообразования в земле (в работе используется модель Е.Я. Рябковой) и с учетом намагничивания железа (используется универсальная кривая Л.Р. Неймана). Нелинейность не вносить принципиальных изменений в работу шаговых алгоритмов - параметры нелинейных элементов при расчете переходных процессов принимаются кусочно-постоянными и равными значению в начале каждого шага. В большинстве случаев насыщение стальных стержней заземлителя мало сказывается на результатах расчета, поэтому рекомендуется выбирать постоянное значение µ/у стержней по универсальной кривой Л.Р. Неймана, а для оценки погрешности проводить расчет дважды: с минимальным и максимальным значениями μ/γ.

#### Синтез упрощенных моделей ЗУ

В расчетных моделях ЗУ обычно содержатся конструкции, например молниеотвод, опора, ВЛ, КЛ, которые можно представить как пассивные двухполюсники и снизить размерность модели. Будем описывать двухполюсник переходным сопротивлением z(t), численно равным его входному напряжению при включении единичного тока. Для нахождения z(t)проводим отдельный расчет и при заданном токе на дискретной временной сетке  $t_n = (n-1)h$ , n = 1..N+1 с шагом h, при нулевых начальных условиях находим входное напряжение. Тогда [1]

$$z_1 = u_2/i_2$$
,  $z_n = \left[u_{n+1} - \sum_{m=2}^{n} z_{n-m+1}(i_{m+1} - i_m)\right]/i_2$ ,  $n = 2..N$ .

Найденная дискретная функция  $z_n$  аппроксимируется непрерывной функцией z(t), для которой находим операторное сопротивление Z(s). Тогда при расчете переходных процессов двухполюснику соответствует дискретная модель (рис.3). Другой путь связан со схемной реализацией Z(s) стандартными методами синтеза электрических цепей. Например для ЗУ опоры, достаточно аппроксимировать  $z_n$  экспонентой  $z(t) = R + (R_0 - R)e^{-t/\tau}$ , что дает  $Z(s) = (s\tau R_0 + R)/(s\tau + 1)$  и приводит к RL схеме замещения (рис.4a), характерной для ЗУ с высокой проводимостью грунта, или RC схеме (рис.4б), типичной для ЗУ малых размеров в грунте с низкой проводимостью.

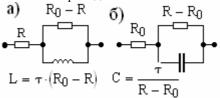


Рис. 4. Схемы замешения ЗУ

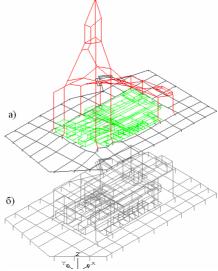


Рис. 5. Распределение потенциала ЗРУ при ударе молнии (а); расчетная модель в виде подложки (б).

Рассмотренная математическая модель и методы расчета ЗУ реализованы в программе ЗУМ. Первая версия программы разработана как Маthcadприложение [2], вторая версия разработана (совместно с Д. С. Шишигиным) как AutoCADприложение. Построенная с использованием свойств и методов объектной модели AutoCAD, она позволяет считывать сложные геометрические модели, проводить расчеты и представлять результаты расчета в AutoCAD (рис.5). Динамические режимы анимируются. Программа позволяет выполнять расчеты в соответствии с действующими требованиями ЭМС (стандарт «ФСК ЕЭС» СТО 56947007-29.240.044-2010) при проектировании электрических подстанций. Имеется демонстрационная версия программы.

#### Выволы

Расчеты ЗУ в задачах ЭМС формулируются как цепно-полевые задачи и для эффективного решения требуют совместного использования полевой и цепной модели. Полевая модель, основанная на методе эквивалентных зарядов, предназначена для расчета электромагнитных параметров цепной схемы и анализа электромагнитной обстановки.

Цепная модель обеспечивает наиболее эффективный способ расчета токов элементов (продольных и стекающих) при гармонических и импульсных воздействиях. Расчет переходных процессов проводится шаговыми алгоритмами, позволяющими учесть нелинейные и частотно-зависимые сопротивления. Разработанные математические модели, методы и программы расчета ЗУ позволяют решать задачи ЭМС, возникающие в электроэнергетике и других отраслях.

### Литература

- 1. Шишигин С.Л. Математические модели и методы расчета заземляющих устройств // Электричество. -2010. -№ 1. C. 16 23.
- 2. Шишигин С.Л. Математические модели и методы расчета заземляющих устройств // Третья Российская конф. по заземляющим устройствам: Сб. докл. Новосибирск: Сибирск.энерг.академия, 2008. С. 29 38.