

# Elementos de probabilidad y estadística. Ayudantía 1.

2 de febrero de 2024

1. Sean  $E, F, G$ . Encuentra expresiones en términos de  $E, F$  y  $G$  para los siguientes eventos,
  - a) sólo  $F$  ocurre,
  - b) tanto  $E$  como  $F$  ocurren, pero no  $G$ ,
  - c) por lo menos uno de los eventos ocurre,
  - d) por lo menos dos eventos ocurren,
  - e) los tres eventos ocurren,
  - f) ningún evento ocurre,
  - g) ocurre a lo sumo un evento,
  - h) a lo sumo ocurren dos eventos.
2. Una caja contiene tres canicas: una roja, una verde y una azul. Considera un experimento que consiste en tomar una canica de la caja, volverla a meter y tomar otra canica de la caja.
  - a) ¿Cuál es el espacio muestral?
  - b) Si en todo momento, cada canica tiene la misma probabilidad de ser seleccionada, ¿cuál es la probabilidad de cada elemento en el espacio muestral?
3. En el contexto del ejercicio anterior, ¿cómo cambian las respuestas cuando la primera canica que se toma no es devuelta a la caja?
4. (Desigualdad de Bonferroni) Si  $\mathbb{P}(E) = 0.9$  y  $\mathbb{P}(F) = 0.8$ , muestra que  $\mathbb{P}(E \cap F) \geq 0.7$ . En general, muestra que

$$\mathbb{P}(E \cap F) \geq \mathbb{P}(E) + \mathbb{P}(F) - 1.$$

5. Prueba la siguiente desigualdad

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) \geq \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i) - n + 1$$

6. (Desigualdad de Boole) Muestra que

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^n E_i\right) \leq \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(E_i).$$

7. Sean  $E$  y  $F$  dos eventos disjuntos ( $E \cap F = \emptyset$ ) en el espacio muestral de un experimento. Suponga que el experimento se repite hasta que ocurra alguno de  $E$  o  $F$ . ¿Cuál es el espacio muestral de este nuevo experimento?
8. Una moneda es lanzada hasta que aparecen dos caras seguidas. ¿Cuál es el espacio muestral del experimento? Si la moneda es justa (la probabilidad de ver una cara es  $1/2$  al igual que la de ver un sol), ¿cuál es la probabilidad de que la moneda será lanzada exactamente cuatro veces?