Cómputo científico para probabilidad y estadística. Tarea 4. Cálculo de eigenvalores

Juan Esaul González Rangel

Septiembre 2023

1. Dado el siguiente

   Teorema 1 (Gershgorin)**.** *Dada una matriz $A = a_{ij}$ de $m \times m$, cada eigenvalor de A está en al menos uno de los discos en el plano complejo con centro en a_{ii} y radio $\sum_{j \neq i} |a_{ij}|$. Además, si n de estos discos forman un dominio conexo, disjunto de los otros $m - n$ discos, entonces hay exactamente n eigenvalores en ese dominio.*

   Deduce estimaciones de los eigenvalores de

   $$A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & \varepsilon \\ 0 & \varepsilon & 1 \end{pmatrix}$$

   con $|\varepsilon| < 1$.

2. Implementa la iteración QR con shift. Aplícala a la matriz A del Ejercicio 1 con $\varepsilon = 10^{-N}$ para $N = 1, 3, 4, 5$.

3. Determina todos los eigenvalores y eigenvectores de una matriz de Householder.

4. Demuestra que no es posible construir la transformación de similaridad del teorema de Schur con un número finito de transformaciones de similaridad de Householder.

   Demostración. □

5. ¿Qué pasa si aplicas la iteración QR sin shift a una matriz ortogonal? o **hagan el que quieran**. Sea A una matriz de Hessenberg superior y sea $QR = A$ la factorización QR de A. Muestra que RQ es una matriz superior de Hessenberg.