

規則與比賽資訊

本次競賽總共有 6 題，使用電腦自動評分，請上傳原始程式碼(*.cpp / *.c)。

1. 比賽時間為: 13:35 ~ 16:35，共 3 小時，競賽結束後將無法再上傳程式碼。
2. 若有比賽相關問題需要詢問，請使用 cms 內的問題訊問(question)系統提問。
3. 每題每次上傳需間隔 90 秒，主辦單位得依情況進行調整。
4. 排名方式以得到的總分排序，同分時依達到該分數時間早晚排序名次。
5. 請勿對比賽伺服器進行非物理或物理破壞，也請勿上傳妨礙伺服器正常運行的程式碼。
6. 若使用 C++ 撰寫程式，請在程式碼開頭加上 `#include <cstdio>`，並利用 `scanf` 讀入資料。使用 `cin` 讀入資料可能會因為讀入效率太差以致於程式執行時間超過限制。

`scanf` 常用的讀入方式如下表：

<p><code>scanf("%d",&x);</code>讀入一個有號整數至 <code>int</code> 型態變數 <code>x</code>。</p> <p><code>scanf("%lld",&y);</code>讀入一個有號整數至 <code>long long</code> 型態變數 <code>y</code>。</p> <p><code>scanf("%u",&x);</code>讀入一個無號整數至 <code>unsigned int</code> 型態變數 <code>x</code>。</p> <p><code>scanf("%llu",&y);</code> 讀入一個無號整數至 <code>unsigned long long</code> 型態變數 <code>y</code>。</p>
--

A.海綿寶寶的時鐘

[時限：1 秒]

[記憶體限制：512MiB]



爭奪蟹堡王本月最佳員工的這天又到了

由於最近蟹堡王改變了營業時段，蟹老闆藉此重新規劃蟹堡王員工們新的上班時間，他想表揚最守時的員工成為本月最佳員工。

蟹老闆規定要在時鐘的時針與分針的夾角恰好呈 x 度時上班，而且因為蟹老闆是慣老闆，一天上好幾次班是有可能的。

比奇堡賣的鬧鐘都有統一規格。只有時針與分針，沒有秒針，而且時針分針一分鐘才會跳轉一次，也就是時針每分鐘跳 0.5 度、分針每分鐘跳 6 度。

海綿寶寶需要你幫他設定鬧鐘，不然本月最佳員工就會被章魚哥搶走，不過為了方便，你只要告訴他一天(從 00:00 至 23:59)要上幾次班就好。

不用擔心，海綿寶寶已習得快快俠的快腿技能，從起床到蟹堡王上班不需要時間。

輸入格式說明

輸入僅一個浮點數 x ，代表蟹老闆規定要在時鐘的時針與分針的夾角恰好呈 x 度時上班。

保證 x 是 0.5 的整數倍，且 $0 \leq x < 360$ 。

即 $x = 0.5n$ ，其中 $0 \leq n < 720$ 且 n 為整數。

輸出格式說明

輸出一個整數代表海綿寶寶一天需要上幾次班。

範例輸入輸出

範例輸入	範例輸出
90	4
180	2
13.5	4
346.5	4

範例測試資料解釋

當 $x = 90^\circ$ ，有四個上班時間，分別是 03:00, 09:00, 15:00, 21:00。

當 $x = 180^\circ$ ，有 06:00, 18:00，兩個。

當 $x = 13.5^\circ$ 或 346.5° 時，答案皆相同：01:03, 10:57, 13:03, 22:57。

子任務

編號	估分	測資附加條件
1	19	x 為 0 或 90 的整數倍
2	30	x 為整數
3	51	題目範圍

備註

比奇堡的鬧鐘真的沒有秒針。



B. 海綿寶寶捉水母

[時限：1 秒]

[記憶體限制：512MiB]



海綿寶寶常常和派大星一起到水母田捉水母，捉了那麼多水母，他發現比奇堡的水母有一種有趣的現象。水母聚在一起時會傾向於排成階層狀，共三層，每隻水母下方會有若干隻水母，上方則只會有一隻。最上層只有一隻紅色水母，中間是一些藍色水母，最下方是一群帶有編號的透明水母，牠們遇到危險時，會用特殊的方式向上方傳遞危險的訊息。

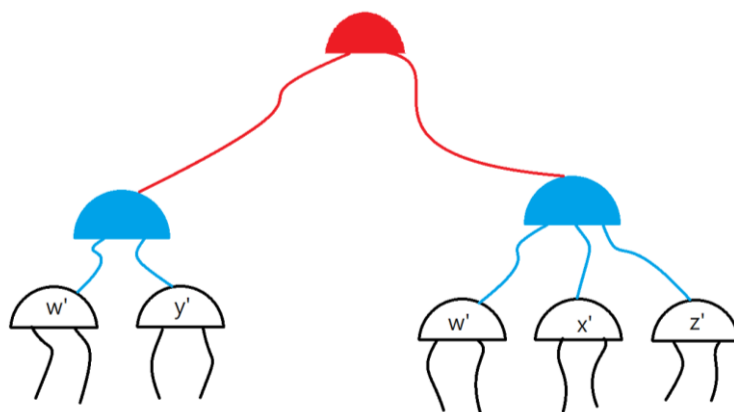
水母會放電，對於所有藍色的水母，若下方的幾隻水母全部同時放電，則會跟著放電，反之如果有任何一隻沒有放電的話，牠就不會放電；對於所有紅色的水母，只要下方的任一隻水母放電的話就會跟著放電。

這個放電現象會由下往上传遞，也就是最上方的水母是否接收到訊號取決於最下方的每隻水母是否發出訊號，以及中間紅色與藍色水母的排列方式。

海綿寶寶突發奇想，他跟派大星打賭，是否可以預測當最下方某些水母遇到危險時，最上方的水母是否會接收到危險訊號。他寫下了表格，範例如下方的表格， $w, w', x, x', y, y', z, z'$ 為最下方水母的編號，0 代表水母沒有發出訊號，1 代表有。同個編號的水母可能有很多隻，而且同樣編號的水母必會在同時間放出相同的訊號，編號帶有「'」(撇號)的水母的狀態會跟該字母沒有帶撇號的那些水母恰好相反(例如 x 為 0 時和 x' 必為 1)。• F 代表最上面的水母，0 代表沒有接收到危險訊號，1 代表有。

海綿寶寶發下豪語，說他這張表有 100% 的準確度。他和派大星賭上了一年份的美味蟹堡，但派大星沒有發現的是，海綿寶寶趁派大星不注意時，偷偷調換了水母的順序，讓水母可以滿足他預測的結果。

海綿寶寶相當愛護自然，在調換時會盡可能把水母放生，但藍紅任何一色水母不夠時，他會去捉一隻來交換。今天水母的編號有 $2L$ 種，故海綿寫的真值表中列了 2^L 種可能的結果，其中有 N 個結果為 1，假設藍紅及各種編號的水母供應量無限，請你幫海綿想一個使用最少水母贏得賭注的方法。



(水母示意圖)

比奇堡的水母是類似邏輯電路的架構，紅色水母是 OR 閘兼輸出端，藍色水母是 AND 閘，透明水母是輸入端。

邏輯電路一般用布林函數來描述。布林函數中，「+」代表 OR，「•」代表 AND (可省略， $x \cdot y = xy$)，「'」(撇號) 代表 NOT，如： $xy + z'$ 代表 $(x \text{ AND } y) \text{ OR } (\text{NOT } z)$ 。

海綿寶寶寫的是 L 個變數的真值表，其中有 N 個結果是 1，如下：(L=4, N=5)

	w	x	y	z	F
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

多個變數 AND 起來稱做項，每項以 OR 連接。上方的真值表可化成布林函數，也就是題目內提到的 F 值：

$$F(w, x, y, z) = \Sigma (0000, 0100, 0001, 0101, 0010) \\ = w' x' y' z' + w' xy' z' + w' x' y' z + w' xy' z + w' x' yz'$$

即有出現的值結果為 1，其餘結果為 0，故共有 N 項

為了使用最少的水母(邏輯閘)，必須化簡布林函數。

化簡布林函數的第一步，是找到兩個只差一個 bit 的項並合併，如 0000 和 0100 只差一個 bit，可以合併成 0-00 (以減號表示可能是 0 或 1)，同理 0001 和 0101 併成 0-01，則 0-00 和 0-01 又能合併成 0-0- (共四項的合併)

最後 0010 和 0000 又可合併成 00-0 (此時 0000 再次出現，每項重複次數不限)

故每 2 個合併的項為：(冒號右邊為其涵蓋的項)

0-00: 0000, 0100

0-01: 0001, 0101

000-: 0000, 0001

00-0: 0000, 0010

010-: 0100, 0101

每 4 個合併的項為：

0-0-: 0000, 0001, 0100, 0101

第二步，如果選擇了 0-0-，則 0-00, 0-01, 000-, 010- 這些項已被涵蓋，再選一個 00-0 即可涵蓋全部布林函數的項。目標是選最少的項(合併項或原本布林函數的項都可)，使布林函數的 N 項都被涵蓋到。可以重複涵蓋。

故此布林函數可化簡為： $F = \Sigma(0-0-, 00-0) = w'y' + w'x'z'$ (共兩項)

輸入格式說明

第一行分別是 N, L, Q ($1 \leq L \leq 20, N \leq 2^L, 1 \leq Q \leq 2$)

第二行有 N 項長度為 L 的二進位字串，代表海綿寶寶寫的表格中，預測結果為 1 的組合 (沒出現的 $2^L - N$ 個組合結果為 0)

輸出格式說明

Q=1 時，輸出一行，為第一步的結果，依序是：原本的項數、每 2 個、4 個、8 個... 2^k 個合併的項數(k 為非負整數)以空白隔開，輸出到不能再合併為止(即不存在 2^{k+1} 或更多的合併項)

Q=2 時，除上述以外，還要在第二行輸出紅色水母下方最少有幾隻藍色水母 (第二步的結果，即最少能化簡成幾項)。

範例輸入輸出

範例輸入	範例輸出
5 4 2 0000 0001 0010 0100 0101	5 5 1 2
5 3 1 001 010 011 100 111	5 3

子任務

編號	佔分	測資附加條件
1	17	$L \leq 4, N \leq 10$
2	10	$L \leq 10, N \leq 1000, Q=1$
3	26	$L \leq 14, N \leq 10000, Q=1$
4	18	$L \leq 7, N \leq 20$
5	29	$L \leq 20, N \leq 20$

C. 我的酸黃瓜呢

[時限：1 秒]

[記憶體限制：512MiB]



包老大，比奇堡中對食物非常挑剔的男人。

包老大與生俱來就擁有強大的封印能力，他的逐閤舌與闡釋臀便是他封印能力施展的媒介；舉例來說，他可以將酸黃瓜、車鑰匙束縛於舌頭下，而他的屁股也可以對浮游生物、手機設下無法穿越的屏障。

一天，包老大來到了蟹堡王餐廳。當他一走進店裡，就看到眾多的客人都在用餐，剎那間，他的血液開始沸騰，強大的慾望刺激著包老大的大腦，身為一個酸黃瓜控，包老大對於眼前那大量被漢堡包覆的酸黃瓜感到興奮不已，他恨不得自己就是那些漢堡，能夠好好地將酸黃瓜封印於自己體內，細心照顧一番.....

「System Call...」

最終，包老大還是抑制不住自己的衝動，決定搶走眼前這些酸黃瓜。

包老大在口中念念有詞，他準備施展武裝完全支配術(Enhance Armament)，解放舌頭與屁股的部分記憶；當包老大使用武裝完全支配術後，他可以將一定數量的酸黃瓜，分別吸入舌頭與屁股下，每個酸黃瓜封印在舌頭、封印在屁股，各可以帶給包老大一些飽足值，而包老大希望吸收的飽足值總和越多越好。

你的任務是，幫忙包老大計算出他可以吸收的最大飽足值總和，以免包老大將海綿寶寶上次贏來的一年份的美味蟹堡都封印起來。

每個酸黃瓜最多被一個部位（舌頭或屁股）吸收。

輸入格式說明

第一行有兩個整數 n 與 k ($2 \leq n \leq 10^5, 1 \leq k \leq 200, 1 \leq 2k \leq n$)，表示餐廳裡有 n 個酸黃瓜，及包老大的舌頭跟屁股各可以吸收 k 個酸黃瓜。

接下來有 n 行，每行有兩個整數 x_i 和 y_i ($0 \leq x_i, y_i \leq 10^7$)，表示這個酸黃瓜被封印在舌頭跟被封印在屁股分別可以為包老大帶來的滿足值。

輸出格式說明

輸出一個整數表示包老大可以吸收的最大飽足值總和。

範例輸入輸出

範例輸入	範例輸出
7 2 3 5 2 7 4 4 3 1 6 6 2 6 0 1	23

範例測試資料解釋

包老大應該選擇 (4,4)與(6,6)的酸黃瓜封印在舌頭下，然後將(2,7)與(2,6)的酸黃瓜封印在屁股下；這樣飽足值為 $4+6+7+6=23$ 。

子任務

編號	佔分	測資附加條件
1	5	每個酸黃瓜放入兩部位的飽足值相等，即 $x_i = y_i (1 \leq i \leq n)$
2	5	$k=1$
3	13	$k=2$
4	8	$n \leq 15$
5	32	$n \leq 1000$
6	37	無限制

D. 找樂子就是要燒掉整個城製造出大大的炸彈

[時限：2 秒]

[記憶體限制：512MiB]



找樂子就是和朋友一起，你和我在一起
玩在一起，快樂無比，快快樂樂活在海底
找樂子就是要燒掉整個城，製造出大大的...炸彈！

為了讓皮老闆變善良而不再偷美味蟹堡的祕方，海綿寶寶決定跟他到水母田一起找樂子，未料皮老闆只想燒掉整個城，製造出大大的炸彈。

但這次海綿寶寶心軟了，決定依順著皮老闆一起來燒掉整個城。

要燒掉整個城，當然就得要一間間房子去放火，又或許，只要在幾間特別的房子放火，就能讓火勢蔓延並足以燒掉整個城。

根據海綿寶寶的調查，深海裡的城都具有一些特性，假設城內有 N 間房子(編號 $1 \sim N$)，那這些房屋會滿足以下性質：

- N 間房子的海拔高度皆不相同，其中編號 1 的房子是城內所有房子裡最高的。
- 城內恰有 $N-1$ 條小徑連接這 N 個房子
- 除了最高的房子(編號 1)，每個房子**恰有一條**小徑會連到高度比自己高的房子

而現在皮老闆有 K 單位的火力，一單位的火力可以對一間房子放火，由於海底奇妙的洋流，你必須決定每間放火的房子，要讓火**往高處燒**，或**往低處燒**，決定後不能反悔。

配置好要燒哪些房子後，皮老闆就會開始放火，放火的第一分鐘，選定的房子就會起火，接下來每分鐘所有**起火的房子**火勢都會蔓延，使得經過一條小徑所連接到的房子中，所有比自己高或比自己低的房子都起火(依據該起火的房子是被設定為往高處燒或往低處燒)。

由於海綿寶寶一天要上很多次班，他希望愈早燒掉整座城愈好，避免上班遲到。給你整座城的房屋配置與皮老闆擁有的火力單位數，請算出最少幾分鐘可以讓整座城起火，以讓皮老闆和海綿寶寶成功燒掉整座城。

輸入格式說明

輸入共有兩行，第一行有兩個正整數 N 、 K ($1 \leq N \leq 2 * 10^5, 1 \leq K \leq N$)，以空白分隔，代表整座城有 N 間房子、皮老闆擁有 K 單位的火力。

第二行有 $N-1$ 個正整數，依序代表編號 $2 \sim N$ 的房子連到比自己高的房子之編號為何。房子的編號為 $1 \sim N$ ，保證城內編號為 1 的房子最高。

輸出格式說明

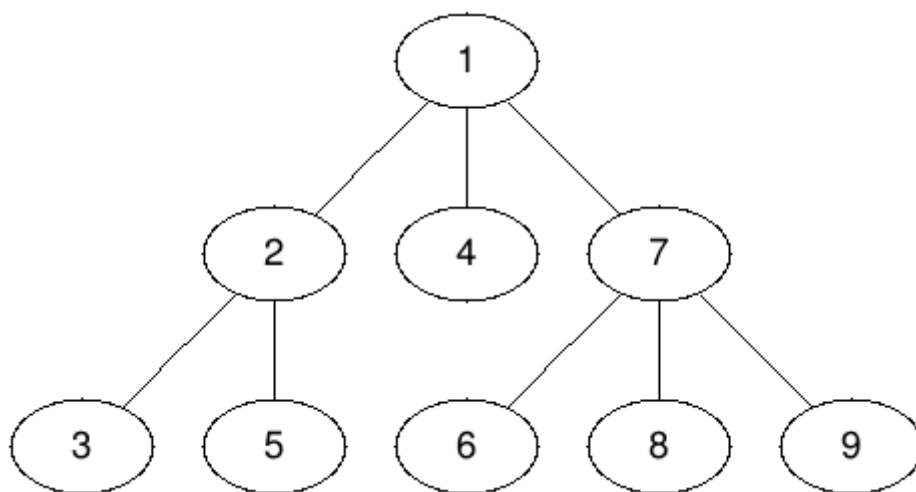
輸出一個正整數，代表最佳選法可以在最少幾分鐘讓整座城起火。

範例輸入輸出

範例輸入	範例輸出
9 3 1 2 1 2 7 1 7 7	2
4 2 1 2 3	2

範例測試資料解釋

第一筆範例中，我們可以將 1 單位的火力放在 4 並往上燒、1 單位的火力放在 2 並往下燒、1 單位的火力放在 7 並往下燒，則可僅花兩分鐘使得所有房子起火，燒掉整個城。



(第一筆範例測試資料示意圖)

子任務

編號	估分	測資附加條件
1	10	$K=1$
2	5	所有房子連結的小徑數 ≤ 2 ，且編號 1 的房子僅連結 1 條小徑
3	12	$1 \leq N \leq 20, K = 3$
4	24	$1 \leq N \leq 2000$
5	49	無限制

備註

在海裡縱火為高端技巧，請勿模仿。



E. 打屁屁大隊

[時限：2 秒]

[記憶體限制：512MiB]

比奇堡因為不明人士的縱火，整個城都被燒掉了，為了調查此事件，很多的魚聚在一起討論，希望能集思廣益，統合線索，找出案件後的真相。

「各位，我們聚集了這麼多人，一定可以解決這個問題的」

「沒錯！」

「說的對！」

「有沒有有什麼線索可以提供，例如可疑人士之類的.....」

「這麼說來，好像有聽到有人說要找樂子燒掉整.....」

「我們好像有足夠的人排成七公里的打屁屁大隊了」

「.....」



總之，因為這樣，比奇堡最近流行起來了打屁屁大隊遊戲，具體而言就是一群人當關主排成一個隊列，挑戰者從腳下依序鑽過每個人，每當鑽過一個人，那個人就打一下挑戰者的屁股。

海綿寶寶聽聞這事後，也想挑戰這個自己以前錯過的遊戲，派大星和你都希望海綿寶寶不要去接受挑戰，以免最後重傷，被迫裝上鐵屁屁。愛玩的海綿寶寶當然不聽勸，經過一番協商，你們達成了協議，海綿寶寶每次挑戰只能玩不會受傷的連續段，即玩完該段後屁股不會重傷，休息後再繼續遊玩；為了增加趣味性，海綿寶寶同次挑戰中，不會重複遊玩相同的一段(如果玩的一段起點與終點與同次挑戰的某次遊玩起點終點一樣，我們說這兩段是相同的一段)。

隊列中的關主也可能會玩膩，一旦玩膩他們就會離開，並且會來一個新加入的人頂替他的位置，成為該位置新的關主。

而當然這遊戲不會只有海綿寶寶當挑戰者遊玩，所以海綿寶寶每次挑戰時，只能在限定的一個範圍內玩。

現在，請你幫忙計算海綿寶寶每次挑戰時，最多可以遊玩的次數。

每個關主打屁股的力道都是固定的一個非負整數值，只要海綿寶寶每次遊玩某段時，該段所有關主的力道乘積沒有超過海綿寶寶的屁股防禦力，海綿寶寶就不會重傷。特別的，有些關主的力道會超級大，不管防禦力多少，只要被他打到就會重傷。

如果你不太能理解題目要求，可以參考範例測試資料與範例測試資料解釋。

輸入格式說明

第一行有三個整數 n 、 q 、 k ($1 \leq n, q \leq 10^5, 0 \leq k \leq 10^9$)，表示打屁屁大隊裡有 n 個關主，有 q 次事件(事件的說明稍後會解釋)，及海綿寶寶的屁股防禦力為 k 。

第二行有 n 個非負整數 $a_1 a_2 a_3 \dots a_n$ ，以空白間隔，表示位置 i 的關主的打屁股力道為 a_i ($0 \leq a_i \leq 5$)，若 a_i 為 0 表示關主 i 打屁股力道超級大，被他打到就必重傷。

接下來有 q 行，代表 q 個事件，每行一開始有個整數 t ($1 \leq t \leq 2$)；若 $t=1$ ，接下來有兩個整數 p 、 v ($1 \leq p \leq n, 0 \leq v \leq 10^5$)，表示第 p 個位置的關主離開，且來了一個打屁股力道為 v 個關主頂替原關主的位置；若 $t=2$ ，接下來有兩個整數 l 、 r ($1 \leq l \leq r \leq n$)，表示海綿寶寶去挑戰打屁屁大隊，而他可以遊玩的範圍為位置 l 到位置 r ，請你回答海綿寶寶在這次挑戰中最多可以遊玩幾次，滿足屁股不會重傷且沒有重複遊玩同段。

輸出格式說明

對每次海綿寶寶的挑戰，輸出一個整數表示該次挑戰他可以遊玩的最大次數。

範例輸入輸出

範例輸入	範例輸出
5 5 10	8
1 5 3 2 4	10
2 1 5	6
1 3 2	
2 1 5	
1 2 11	
2 1 5	

範例測試資料解釋

首先，定義 $[l, r]$ 表示位置 l , 位置 $l+1$, 位置 $l+2$, 位置 r ，即位置 l 到位置 r 。

下表分別解釋五次事件。

第一次事件	海綿寶寶挑戰遊戲，遊玩範圍為 $[1, 5]$ ， 本次挑戰中最多可遊玩 8 次，滿足不會重傷且沒有重複， 這 8 段分別是： $[1, 1], [1, 2], [2, 2], [3, 3], [3, 4], [4, 4], [4, 5], [5, 5]$
第二次事件	位置 3 的關主離開遊戲，打屁股力道為 2 的人加入成為位置 3 的關主。 現在各位置關主打屁股力道依序為 1, 5, 2, 2, 4
第三次事件	海綿寶寶挑戰遊戲，遊玩範圍為 $[1, 5]$ ， 本次挑戰中最多可遊玩 10 次，滿足不會重傷且沒有重複， 這 10 段分別是： $[1, 1], [1, 2], [1, 3], [2, 2], [2, 3], [3, 3], [3, 4], [4, 4], [4, 5], [5, 5]$

第四次事件	位置 2 的關主離開遊戲，打屁股力道為 11 的人加入成為位置 2 的關主。 現在各位置關主打屁股力道依序為 1,11,2,2,4
第五次事件	海綿寶寶挑戰遊戲，遊玩範圍為[1,5]， 本次挑戰中最多可遊玩 6 次，滿足不會重傷且沒有重複， 這 10 段分別是：[1,1],[3,3],[3,4],[4,4],[4,5],[5,5]

子任務

編號	佔分	測資附加條件
1	8	$1 \leq n, q \leq 100$
2	20	不會有關主退出遊戲且 $1 \leq n \leq 3000$
3	17	不會有關主退出遊戲且 $q=1$
4	26	所有關主的打屁股力道 > 2 且打屁股力道不會超級大
5	29	無限制

備註



F. 升天電梯

[時限：1 秒]

[記憶體限制：512MiB]



一如往常的休假日，派大星又來海綿寶寶家玩升天電梯。

升天電梯的規則很簡單，有一個骰子上面有升天電梯和電鰻的圖案，只要一直骰出升天電梯，獲勝的機率就會很大；如果一直骰出電鰻，那你有很大的機率會輸

手氣不好的海綿寶寶，繼上一場連續骰出 10 個電鰻大爆輸後，決定要以他的智慧來改編這個遊戲，由於海綿寶寶剛修完線性代數，他覺得上三角矩陣長得很像升天電梯，於是他改編出了新的一款升天電梯.....

有一個大方格，由 $N \times N$ 個小方格組成

每個小方格裡都有一個整數

你可以進行以下三種操作

1. 交換第 i, j 列

2. 第 i 列全部乘以 k

3. 第 i 列加上 k 倍的第 j 列

($1 \leq i, j \leq N, k$ 為實數)

然後你要在最短的時間內答出經過一連串的操作後，這個大方格能不能變成像升天電梯的樣子，也可以說是上三角矩陣，且主對角線上沒有 0。

操作1

1	2	3
4	5	6
7	8	9

↓ (交換1,3列)

7	8	9
4	5	6
1	2	3

操作2

1	2	3
4	5	6
7	8	9

↓ (第2列乘上-1)

1	2	3
-4	-5	-6
7	8	9

操作3

1	2	3
4	5	6
7	8	9

↓ (第2列加上-1倍的第1列)

1	2	3
3	3	3
7	8	9

(三種操作的示意圖)

為了不要再次大爆輸給派大星，海綿寶寶需要你幫他寫出一個程式，能夠幫他算出是否能將原本的方格變成上述的升天電梯的樣子

輸入格式說明

第一行一個整數 T 代表接下來有 T ($T \leq 10$) 筆資料。

每筆資料第一行輸入一個整數 n ($1 \leq n \leq 14$)，接下來有 n 行，每行有 n 個整數 M_{ij} (以空白隔開)，表示第 i 列第 j 行的方格為 M_{ij} ($|M_{i,j}| \leq 10$)。

輸出格式說明

對於每筆資料，若符合題目要求 輸出“YES”，否則輸出“NO”（無夾注號）。

範例輸入輸出

範例輸入	範例輸出
2	YES
2	NO
1 4	
2 9	
3	
1 2 3	
2 4 6	
3 8 9	

提示

- 主對角線的定義為所有 $i=j$ 的格子 (i,j) 們
- 上三角矩陣為主對角線下方所有格子皆為 0 的矩陣
- 上三角矩陣的主對角線乘積即為上三角矩陣的行列式

子任務

編號	佔分	測資附加條件
1	7	給定大方格為上三角矩陣
2	8	大方格其中一列(row)可由其他列線性組合而成
3	7	$1 \leq n \leq 2$
4	10	$1 \leq n \leq 3$
5	25	$1 \leq n \leq 8$
6	43	無限制

備註

再骰到一次電鰻你就要輸了喔

