Matematicas para Machine Learning

Marc Peter Deisenroth, A. Aldo Faisal, Cheng Soon Ong

Resolución de problemas por FODE

Índice general

1

Álgebra lineal

1.1. Matrices

Definición 1.1 (Matriz) *Con $m, n \in \mathbb{N}$, una matriz A de valor real (m, n) es una $m \cdot n -$ tupla de elementos $a_i j$, $i = 1, ..., m$, $j = 1, ..., n$, que se ordena de acuerdo con un esquema rectangular que consta de m filas y n columnas:*

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & ... & a_{in} \\ a_{21} & a_{22} & ... & a_{2n} \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ a_{m1} & a_{m2} & ... & \end{bmatrix}, \quad a_{ij} \in \mathbb{R}$$

1.1.1. Suma y multiplicación de matrices

Definición 1.2 *La suma de dos matrices $A \in \mathbb{R}^{m \cdot n}$, $B \in \mathbb{R}^{m \cdot n}$ se define como la suma de elementos, es decir,*

$$A + B := \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & ... & a_{1n} + b_{1n} \\ . & & . \\ . & & . \\ . & & . \\ a_{m1} + b_{m1} & ... & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \cdot n}$$

Definición 1.3 *Para las matrices $A \in \mathbb{R}^{m \cdot n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \cdot k}$, los elementos c_{ij} del producto $C = AB \in \mathbb{R}^{m \cdot k}$ son calculados como:*

$$c_{ij} = \sum_{l=1}^{n} a_{il} b_{lj}, \qquad i = 1, ..., m \qquad j = 1, ..., k.$$

Definición 1.4 (Matriz Identidad) *En $\mathbb{R}^{n \cdot n}$, definimos la matriz identidad como:*

$$I_n := \begin{bmatrix} 1 & 0 & ... & 0 & ... & 0 \\ 0 & 1 & ... & 0 & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & ... & 1 & ... & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & ... & 0 & ... & 1 \end{bmatrix} \in \ltimes \cdot \ltimes$$

- Asociativa:
$$\forall A \in \mathbb{R}^{m \cdot n}, B \in \mathbb{R}^{n \cdot p}, C \in \mathbb{R}^{p \cdot q} : (AB)C = A(BC)$$

- Distributiva:
$$\forall A, B \in \mathbb{R}^{m \cdot n}, C, D \in \ltimes \cdot \imath : (A + B)C = AC + BC \qquad A(C + D) = AC + AD$$

- Multiplicación con la matriz identidad:
$$\forall A \in \mathbb{R}^{m \cdot n} : I_m A = A I_n = A$$

  Note que $I_m \neq I_n$ para $m \neq n$