

Gimballed EDF propelled VTVL vehicle design and control

Patricio Whittingslow
Luis Cretton

8 de abril de 2021

Resumen

En este documento se encuentran descriptas las secuencias del diseño, simulación, pruebas, y puesta en marcha de un vehículo autónomo VTVL (Vertical Take-off Vertical Landing). Se desarrolla la elección de un método de propulsión que lograra ensayar el sistema de control a baja escala para luego ser puesto en marcha en un sistema de mayor escala de uso sub-orbital o incluso orbital.

Índice

Glosario	2
Siglas	2
1. Introducción	3
2. Estudios	3
2.1. Agua como propelente	4
2.2. Turbina a reacción	4
2.3. Propulsión eléctrica	4
3. Diseño	6
3.1. Selección de propulsor	6
3.2. Diseño de la mecánica	7
3.3. Posición de baterías	7
3.4. Selección de servos	8
3.5. Tren de aterrizaje	8
3.6. Selección de controlador y sensores	9
3.7. Sistema anti rolido	9
3.8. Contexto de pandemia	9
4. Figuras del diseño mecánico	10
4.1. Diseños preliminares	10
4.2. Diseño final	14
5. Modelo 2D simplificado	18
5.1. Modelado matemático	18
5.2. Armado de sistema lineal	18
5.3. Representación en espacio de estados	19
6. Ecuaciones de movimiento de cuerpo rígido	20
6.1. Notación	21
6.2. Notación del álgebra a utilizar	22
6.3. Variables de estado	23
6.4. Ecuaciones diferenciales	23
6.5. Dinámica angular del vehículo	25
7. Simulación	27
7.1. Sistema no-lineal	27
7.2. Sistema de control	27
7.3. Resultados de simulación	27
8. Desarrollo de software	30
8.1. Flujo de control	30
8.2. Interfaz con hardware	31
8.3. Implementación	31
9. Comentarios finales	31
10. Dibujos	32

Glosario

Corrutina Una unidad de procesamiento que puede ejecutarse en simultaneo con otras corrutinas.

Electronic Speed Control Controlador de velocidad para motores brushless. Suelen tener DC a la entrada y trifásica a la salida.

Electronic ducted fan Turbina impulsada por un motor eléctrico brushless. Es eficiente a altas velocidades.

Linear Quadratic Regulator Regulador basado en control óptimo que busca reducir error cuadratico de una función costo.

System on a chip Integración de modulos conectados a un controlador en un único circuito impreso.

LIA Laboratorio de Investigaciones Aeroespaciales. Empresa para la cual se efectuó el desarrollo del vehículo.

Siglas

I²C Protocolo de comunicación de dos hilos que permite comunicar varios circuitos integrados en un bus.

GPIO Salida digital de uso genérico. Pueden estar en *high* (tensión de fuente) o *low* (puesto a tierra).

SPI Serial peripheral interface. Un protocolo de comunicación full-duplex de Motorola.

UART Protocolo de comunicación universal asincrono.

Nota del autor

Si el documento es abierto desde un lector PDF moderno (Chrome, Adobe Acrobat Reader, entre otros), se podrá navegar el mismo mediante las referencias (haciendo click derecho).

1. Introducción

El diseño, desarrollo, fabricación, armado, simulación y lanzamiento de cohetes, no es una tarea sencilla ni repetida en intervalos de cortos de tiempo, al contrario, suelen llevar décadas y una fuerte inversión para que sean posibles estos logros. El diseño y auge de vehículos VTVL viene a subsanar estos factores ya que una vez terminada la misión el vehículo se puede reutilizar, con mínimas intervenciones, y estaría listo para una nueva misión, atacando estos dos puntos principales anteriormente mencionados, el tiempo y el costo. Esto es a diferencia del método convencional donde el vehículo, luego de completar la misión, pasa a formar parte de basura espacial o, en el mejor de los casos, es recuperado del mar como el caso del Space Shuttle.

Un vehículo VTVL es aquel que despega verticalmente (como la mayoría de los cohetes convencionales) y aterriza verticalmente, por sí solo sin necesidad de ser tripulado, y con el objeto de completar una misión, esto supone una gran variante de ventajas, como ser una de las más destacadas el reutilizamiento del vehículo, con todo lo que ello implica, logrando una optimización de los costos, disminución de huella ecológica, y tiempo de desarrollo para las empresas interesadas.

Los vehículos VTVL son tan viejos como el primer alunizaje. Traen en si varias ventajas frente a otros vehículos voladores como la gran reducción de espacio necesario para despegar y aterrizar. Esto no es un detalle menor dado que la mayor parte de la superficie terrestre de la tierra no son pistas de aterrizaje si no más bien terreno formado naturalmente.

Este documento propone el diseño, simulación, control y fabricación de un vehículo con capacidades VTVL siendo un prototipo de baja escala. Este prototipo serviría como punta pie inicial para vehículos de escala mayor que puedan completar misiones espaciales. Existen varias ventajas de implementar este tipo de tecnología.

A baja escala, un vehículo que despega y aterriza por su cuenta, teniendo la capacidad de superar obstáculos que se presenten, puede ser de gran utilidad en ambientes hostiles para el ser humano, que esto se logre de manera rápida y efectiva podría ser la diferencia entre el éxito o no de la misión. Como ser el transporte de insumos médicos en tiempo real desde que un paciente lo requiere, en zonas de acceso limitado.

Últimamente hay un interés nuevo en imágenes espaciales. El vehículo podría ser utilizado para fines de sistemas de monitoreo y análisis geoespacial mediante el uso de estas imágenes, como hacen las empresas *Ceres Imaging* y *Satellogic*.

El vehículo una vez desarrollado y funcionando, puede servir de plataforma para diversos estudios de fenómenos de dinámica de fluidos, como ser, mediciones aerodinámicas, investigación del *fuel sloshing* en vehículos con tanques esbeltos.

Los sistemas de vehículos orbitales tienen sistemas complejos que deben ser testeados en una primera etapa mediante algún ensayo controlado. El vehículo que se desarrolla en el presente documento podría ser usado para tales fines como una plataforma para pruebas como ser el despliegue de una nariz o etapa, comprobación de sensores y actuadores a gran velocidad y con empuje variable.

2. Estudios

En lo que se refiere a la construcción del vehículo, el diseño propuesto paso por varias etapas y decisiones de ingeniería hasta su forma final. Desde su diseño en lápiz y papel hasta la simulación del CAD con el detalle del ultimo bulón del ensamblaje para poder recoger datos de momentos de inercia, centros de masa y la dinámica del vehículo.

2.1. Agua como propelente

El primer prototipo muy distante del diseño final perteneciente a este trabajo, consistía en un recipiente a presión con agua, aburonado a un chasis, con un gimbal y actuadores para poder redirigir el empuje.

La figura 1 muestra los resultados de una simulación de un vehículo pequeño de aluminio con un recipiente a presión lleno en parte de agua y aire a 200 bar. La simulación considera masa variable y una transición isoentrópica del gas en el recipiente. En el mejor de los casos se llegaba a un tiempo de vuelo cercano a los 4 segundos que no es suficiente para comprobar un sistema de control.

Para optimizar este problema se modificaba

- Diámetro de la tobera – más empuje vs. menos tiempo de vuelo controlado
- Volumen de agua – más tiempo de vuelo vs. mayor peso de vehículo

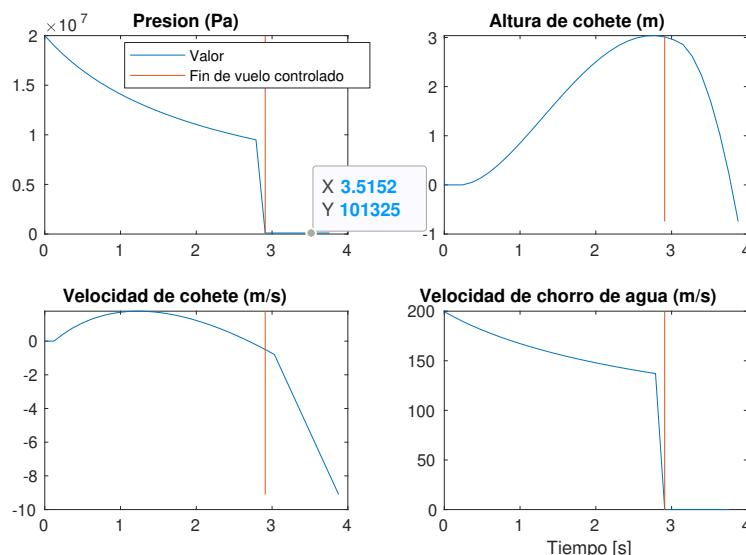


Figura 1: Análisis preliminar para un vehículo propulsado por agua a presión. La presión es la del tanque (absoluta). El peso estructural que se utilizó fue de 10kg.

2.2. Turbina a reacción

Se propuso la construcción de una turbina de combustible líquido, como método de propulsión del vehículo favorable debido al excelente cociente de peso-empuje.

Esta idea se vio descartada por la pandemia que estamos atravesando (COVID19) debido a que no teníamos acceso al taller de la institución para poder realizar en tiempo y forma el dispositivo mecánico, que era la primera tarea inmediata a tener en banco de pruebas asegurando su funcionamiento en óptimas condiciones, para luego proseguir con el desarrollo del vehículo y el sistema de control.

2.3. Propulsión eléctrica

Luego de descartar las ideas vistas en 2.1 y 2.2 se pasó al análisis de la incorporación de una turbina eléctrica que es un dispositivo ya existente en el mercado, no en nuestro país, pero que podría llegar a importarse mediante una inversión privada.¹ Dado el alcance de un

¹Agradecemos a LIA Aerospace por hacerse cargo de la compra de todos los elementos necesarios para la fabricación del cohete.



Figura 2: Dos vehículos VTOL eléctricos modernos. “VBat” (Izq.) y “Ikarus” (Der.).

proyecto de universidad se decidió por un diseño compuesto por elementos comercialmente disponibles.²

Para lograr estas tareas generalmente los vehículos VTOL de baja escala generalmente son propulsados por motores eléctricos.

Los vehículos VTOL eléctricos son propulsados por hélices en su mayoría y constan casi siempre de 3 o más propulsores en un arreglo simétrico y plano. Recientemente hay un interés por la construcción de vehículos de una sola hélice por la buena relación empuje-peso que tienen. Sin embargo, estos vehículos no vienen sin sus complicaciones:

- La rotación dada al aire por la hélice causa un momento en el eje de propulsión que es contrarrestado en vehículos multirrotores.
- Inclinar al rotor durante su funcionamiento causa una fuerza perpendicular a la dirección de inclinación conocido como el efecto giroscópico.

El primer punto es mitigado fácilmente agregando álabes a la salida del chorro para enderezar el flujo y contrarrestar la rotación. El segundo punto solo se resuelve conociendo las ecuaciones de momento angular y controlando actuadores con un sistema de control a lazo cerrado. Los sistemas vistos en la figura 2 tienen la particularidad de poder ser representados con relativa facilidad usando un solo marco de referencia inercial para el cálculo de las ecuaciones de momento angular.

Existen placas pre-programadas para vehículos multirrotores, pero en el caso de vehículos monorrotores de hélice fija se precisa re-programar la placa para compensar por el efecto giroscópico y agregar dinámica de álabes ya que no existe software disponible aún para esta configuración. En el caso de tener una hélice móvil se suma un nivel de complejidad agregada debido al despeje de las ecuaciones de momento angular (ver sección 6). Al momento de escribir este documento aún no hay desarrollo disponible de carácter público para esta configuración.

²*Commercial off the shelf* (COTS)

3. Diseño

En el marco de este proyecto, es de interés el diseño mecánico del mecanismo de control semejante un vehículo impulsado por combustión externa. Estos últimos suelen ser dirigidos por toberas montadas sobre un cardán. En el caso de un vehículo eléctrico de una hélice se tendría que montar el sistema de propulsión centrado en un gimbal para no obstruir el flujo.

3.1. Selección de propulsor

Los requerimientos para el propulsor son los siguientes

- Empuje que mantenga altura del vehículo para la máxima actuación del gimbal
- Disponible comercialmente
- Precio de propulsor y accesorios relevantes dentro de presupuesto
- Durabilidad ante pruebas físicas en cuanto a la duración del proyecto

Estos requerimientos fueron los primeros especificados para el diseño del vehículo. El diseño estructural y la selección de componentes electrónicos parten del propulsor seleccionado ya que este es la pieza central para lograr los objetivos propuestos y la que más puede variar en especificaciones técnicas.

Existen diversas maneras de impulsar un vehículo de forma eléctrica. Luego de un cuidadoso estudio y discusión de ingeniería se decidió optar por un [EDF](#), quien juega un rol central en el diseño pues es lo que se intenta controlar para llevar a cabo la navegación y guiado.

Se generó una lista de EDF's de diferentes diámetros disponibles comercialmente.

	70mm	90mm	120mm
Masa estructural [kg]	0,4	1	2
Masa batería [kg]	0,9	1,9	2
Masa electrónica [kg]	0,5	1	1
Empuje restante [kgf]	0,01	0,478	3,116
Tiempo vuelo [s]	252,972973	183,5294118	131,8309859
Precio baterías-propulsor [usd]	165,075	365,15	693,005
Costo total [ars]	23968,06463	53017,95425	101313,866

Tabla 1: Estudio de diferentes EDF's disponibles en el mercado. El requerimiento excluyente para la selección de batería fue que permita vuelo sostenido por 2 minutos.

El *empuje restante* de la tabla 1 es el empuje que sobra luego de restar el peso del vehículo al empuje nominal del EDF. Este empuje dará margen para maniobrar y recuperar la orientación luego de una perturbación externa.

Los EDF de aluminio solo se consiguen en el exterior y su precio es en dólares³. Esto trae varios inconvenientes en lo referente al presupuesto acotado, logística, compra y obtención. Los EDF disponibles de plástico tienen una relación de empuje-diámetro mucho menor con respecto a los de aluminio. Cabe destacar que el costo de un EDF de plástico y un EDF de aluminio son cercanos para diámetros similares.

Se decidió por el EDF de 120mm, motor brushless alimentado por una batería Li-Po 12s (48V) 5000mAh 50c/100c para la construcción del prototipo. Este EDF mantiene un empuje resultante positivo para un ángulo de actuación de aproximadamente 45°, el cual supera el ángulo actuado máximo de las simulaciones.

³El cambio de divisas es desfavorable para el lugar donde se desarrolla este proyecto.

3.2. Diseño de la mecánica

Para el diseño del gimbal se propuso una distribución de los mecanismos de actuación con servos concéntricos a los ejes de rotación. Para evitar de esta manera complejidad de mecanismos, cantidad de piezas de conexión entre servo y ejes, manufactura de mecanismos, uniones rotoïdes, y obtener así un mapeo lineal del ángulo de actuación. El único intermediario es el rodamiento que como se dispuso en la configuración ocupa el mínimo lugar posible justo por encima de la estría del servo y se lleva las cargas. Este mecanismo viene con la desventaja de una reducción de la resolución del ángulo de actuación comparado a un sistema actuado por un mecanismo biela-manivela.

El material seleccionado para la fabricación del gimbal fue aluminio serie siete mil calidad aeroespacial. Esta construido de una sola pieza, siendo el elemento que se lleva las tensiones en todo momento en variabilidad de ángulos hacia el fuselaje, por ello la decisión de ser de la serie de mayor resistencia mecánica de los aluminios comerciales.

Los rodamientos seleccionados son de dimensiones 18mm exterior, 10mm interior y 7mm de espesor, elegidos de esta manera por una cuestión de espacio para poder pasar la estría de los servomotores por dentro, dejando un espesor de la pared del estriado de 2.5mm, para evitar fisuras y hacer posible la manufactura de la pieza. La forma de generar el estriado interno, es la de indentar con un patrón sobre un agujero previo de diámetro medio a los valores máximos y mínimos de las crestas y valles de la estría. Esta operación debe hacerse con el material en bruto para no arruinar las tolerancias que necesitan los rodamientos. Los rodamientos se montarían clavados, minimizando el peso al no agregar anillos seguros ni tapas con bulones.

Los ejes del gimbal estarían en disposición simplemente apoyada y de forma axisimétrica para prevenir perturbaciones dinámicas por desbalanceo.

Con respecto al fuselaje, al inicio se pensó una envolvente cilíndrica para el anillo externo del gimbal. Luego se diseñó un desarrollo reticulado optimizado, se pasó por diferentes modelos e ideas, hasta que se combinaron varios puntos fuertes de cada idea. La envolvente del gimbal se fabrica de forma rolada y optimizada en peso a raíz de una planchuela de aluminio vaciada y luego generando su forma cilíndrica.⁴ Esto distribuye las masas de manera más favorable con menos espacio ocupado (dinámica-peso). Aguas arriba del gimbal se optó por un chasis tubular, con diversos vaciados, que mediante flejes puede soportar cada elemento que se acopla al cohete por medio de uniones abulonadas. Permitiendo mediante sus aberturas el acceso a cada componente del vehículo, proporcionando, además, una renovación del aire para una evacuación del calor generado, y un flujo abundante hacia la admisión del EDF.

De la manera que se construye el gimbal puede entregar una rotación entera sin hacer contacto con la estructura. Se elige esta configuración por posibles desviaciones del proyecto en el futuro, calculamos que utilizaremos menos de 20° de rotación de cada eje de gimbal ($\pm 10^\circ$).

3.3. Posición de baterías

La la decisión de donde posicionar las baterías surgía de querer simular un vehículo semejante a los VTVL con motores a reacción y también la posibilidad de tener una inercia favorable para los margenes de estabilidad. Estos dos últimos puntos sugieren que la posición ideal para las baterías es arriba de todo. Esto haría que el punto alrededor del cual se linealizó las ecuaciones de movimiento sea más estable. Luego de una conversación con Pablo Cossutta, un ingeniero electrónico especialista en sistemas de potencia, se optó por la configuración encontrada en el documento. Las baterías se encuentran cerca del EDF para alejar las líneas de potencia trifásica correspondientes al motor brushless de lo que

⁴Contiene al anillo del gimbal.

es la electrónica digital. Al inestabilizar el punto de operación se obtiene una mejora en la respuesta ante actuaciones permitiendo una corrección de trayectoria más rápida.⁵

3.4. Selección de servos

Para obtener una buena respuesta del vehículo ante actuaciones se debe acotar la resolución necesaria. Según [Castillo-Martínez et al. \[2018\]](#), la resolución angular de un servo analógico está dada por

$$R_p = \frac{\theta \cdot T_D}{PW}$$

donde θ es el angulo de barrido del servo (especificado por el fabricante), T_D es el tiempo muerto y PW es el ancho de pulso operativo.

El servo seleccionado es el SC1258TG. Tiene las siguientes especificaciones

- Tiempo muerto (*deadband*) $3\mu s$
- Rango de ancho de pulso mínimo y máximo $800-2100\mu s$
- Posición neutra $1500\mu s$
- Ángulo de barrido operativo 100° (para $1000-2000\mu s$)
- Velocidad $1,05$ rad/s
- Controlador digital

Se tiene entonces una resolución mínima de $0,3^\circ$ con un ancho de pulso de $2000\mu s$. Esta cuenta cede la resolución para un servo analógico, en el caso de tener un servo digital se toma el límite superior entre este valor y la resolución del controlador digital. Como el fabricante no especifica el controlador utilizado, se supone el peor de los casos: un controlador de 8 bits. Este caso tiene una resolución de $0,4^\circ$.

Esta resolución es alimentada como parámetro de actuación en las simulaciones.

3.5. Tren de aterrizaje

Se definen algunos requerimientos para el tren de aterrizaje

- Las patas se dimensionaron para soportar 10 veces el peso del vehículo. Este factor de seguridad toma en cuenta la posibilidad de aterrizaje desparejo y el factor dinámico de un impacto.
- Facilidad de fabricación y armado.
- Permitir funcionamiento del vehículo sin interferir con partes móviles.
- Permitir flujo libre al EDF.
- Buena relación peso-rigidez.
- Posibilidad de acople de mecanismo de suspensión.
- Mantenga una distancia prudente entre el EDF y la superficie de apoyo para mitigar el efecto suelo.

⁵Este resultado es deseado cuando se desea tener mejor rendimiento por ángulo de actuación, como sucede con los *aviones caza* que utilizan este fenómeno a conveniencia.

El primer diseño consistía en una estructura reticulada, la cual se decidió abandonar por la dificultad del armado y sucesivas soldaduras, consecuentes alineaciones por las dilataciones térmicas.

El diseño seleccionado consiste en unas patas compuestas de una placa de aluminio vaciada y soldada a la estructura principal del fuselaje. Otorga rigidez a expensas de bajo peso y facilidad de construcción.

3.6. Selección de controlador y sensores

Se pasó por dos etapas hasta llegar a la decisión final del controlador. Se empezó planteando la utilización de una Raspberry Pi 4B+ para controlar los actuadores con PWM. Esta configuración requeriría el diseño de una placa ad-hoc para desacoplar galvánicamente la Raspberry del controlador de velocidad del EDF ([ESC](#)). Se descartó esta idea a favor de usar una combinación de Raspberry Pi y una placa propia de LIA Aerospace.

El **controlador** a usar es el ARM Cortex-A72 que sería comprado en el paquete comercial ([SoC](#)) conocido como *Raspberry Pi 4B+*. El producto provee salidas para los siguientes usos

- [UART](#)
- [SPI](#)
- [I²C](#)
- [GPIO](#)

El controlador irá montado sobre una placa cuyo desarrollo pertenece a LIA Aerospace denominada **LIA-Board**. Esta placa hace interfaz con el controlador mediante el GPIO header del [SoC](#). Esto le permite al controlador acceder a los periféricos y salidas disponibles del LIA-Board que controlaran los actuadores y leerán los sensores.

3.7. Sistema anti rolido

Para contrarestar el torque generado por la energía rotacional otorgado al flujo de salida se tiene que implementar un sistema *anti-roll*.

Se diseño un sistema anti rolido, controlando el movimiento en el eje z del cohete. El mismo está compuesto de dos servomotores de actuación espejada. Estos están ubicados por debajo del EDF para utilizar la energía del flujo saliente mitigando este efecto. Los álabe son actuados de forma directa por dos servos. Un anillo ensamblado al EDF desarmable hace que el accionar de los álabe se encuentre en una disposición simplemente apoyada. La extensión de las dos piezas de aluminio que son los soportes del EDF hacen posible la fijación de los micro servos para el comando de los flaps.

3.8. Contexto de pandemia

Las medidas tomadas durante la pandemia por el gobierno fueron muy estrictas e influenció a todo tipo de acción que se quiso tomar. Durante el primer año de pandemia no nos pudimos reunir físicamente para discutir ideas de diseño, lo cual dificultó el avance físico del proyecto como así también la toma de decisiones y la comunicación entre partes, crucial en el inicio de todos proyectos de ingeniería.

Una de las mayores complicaciones que se tuvo fue la compra de componentes, además de la fabricación, que se vio afectada, por las políticas cambiantes de nuestro país con respecto a la compra y la entrada de productos importados a suelo argentino. Incluso la compra y llegada de los productos fue un motivo de festejo luego de un tortuoso trayecto.

4. Figuras del diseño mecánico

4.1. Diseños preliminares

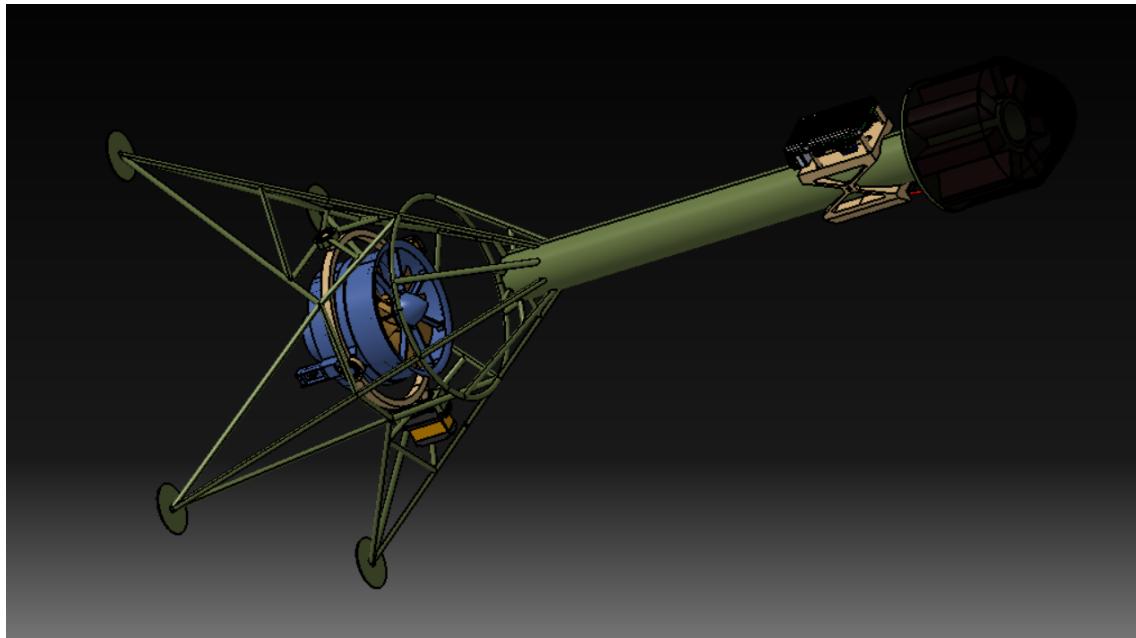


Figura 3: Prototipo de fuselaje con patas reticuladas integro en aluminio, baterías en la nariz, aviónica debajo de la nariz, sin sistema anti rolido.

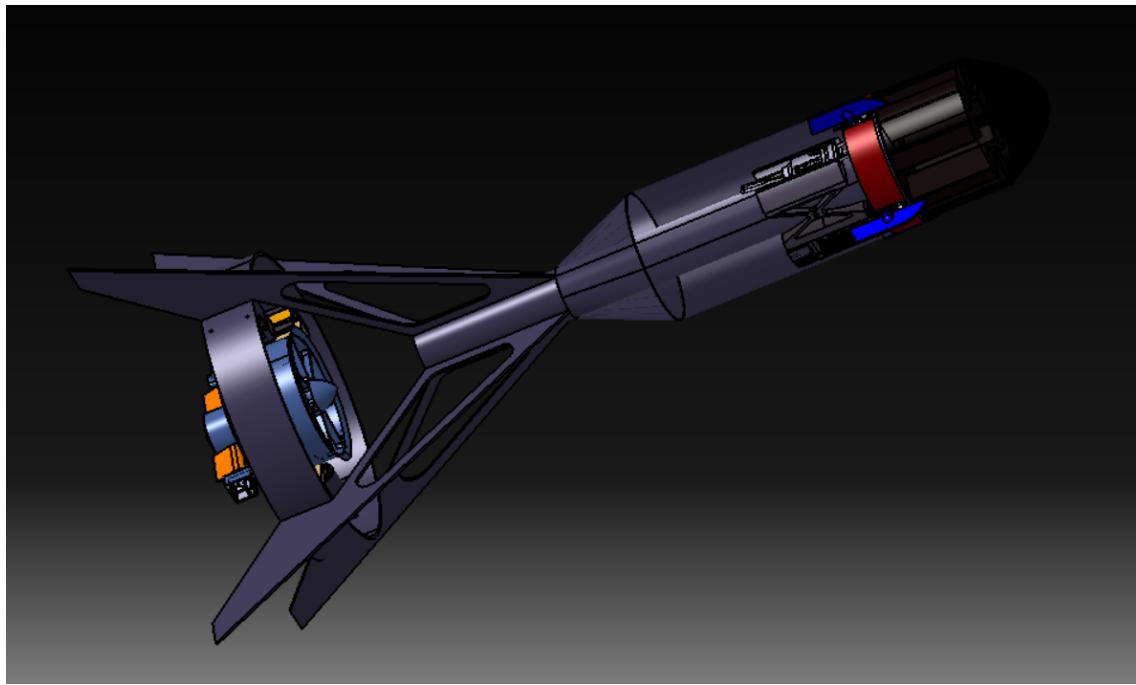


Figura 4: Prototipo evolución al fuselaje de aluminio tubular, baterías en la nariz, sistema anti rolido en la parte superior, aviónica debajo de las baterías.

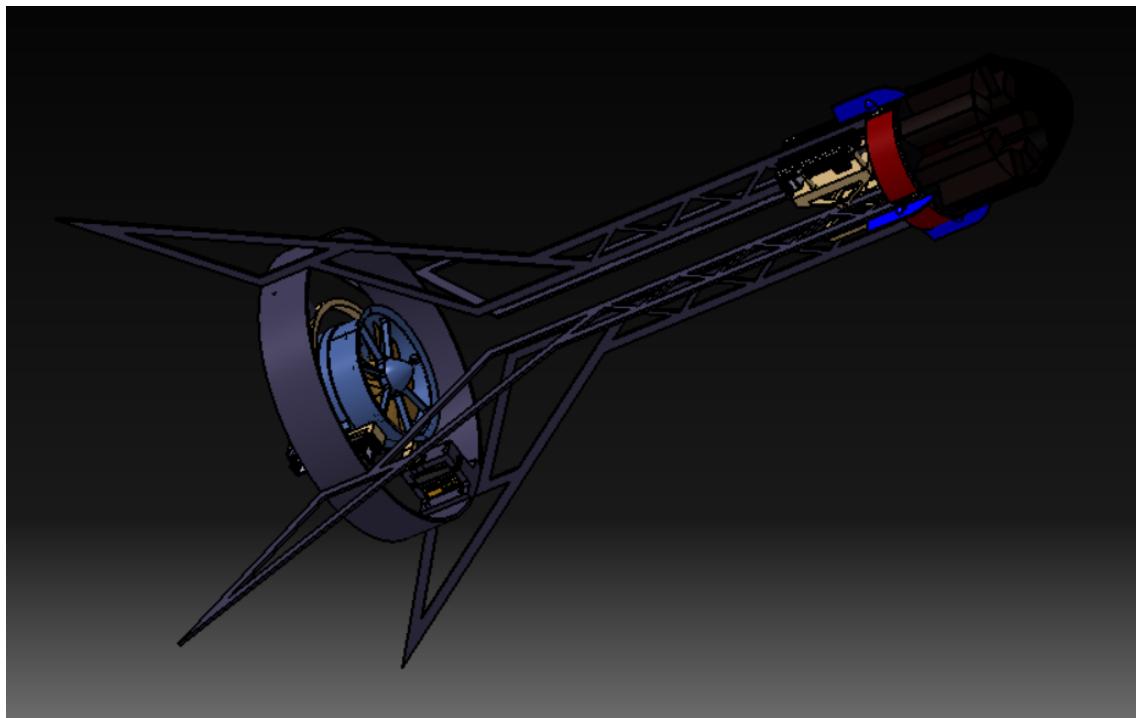


Figura 5: Prototipo fuselaje reticulado de aluminio en forma de placas, baterías en la nariz, sistema anti rolido en la parte superior, aviónica debajo de las baterías.

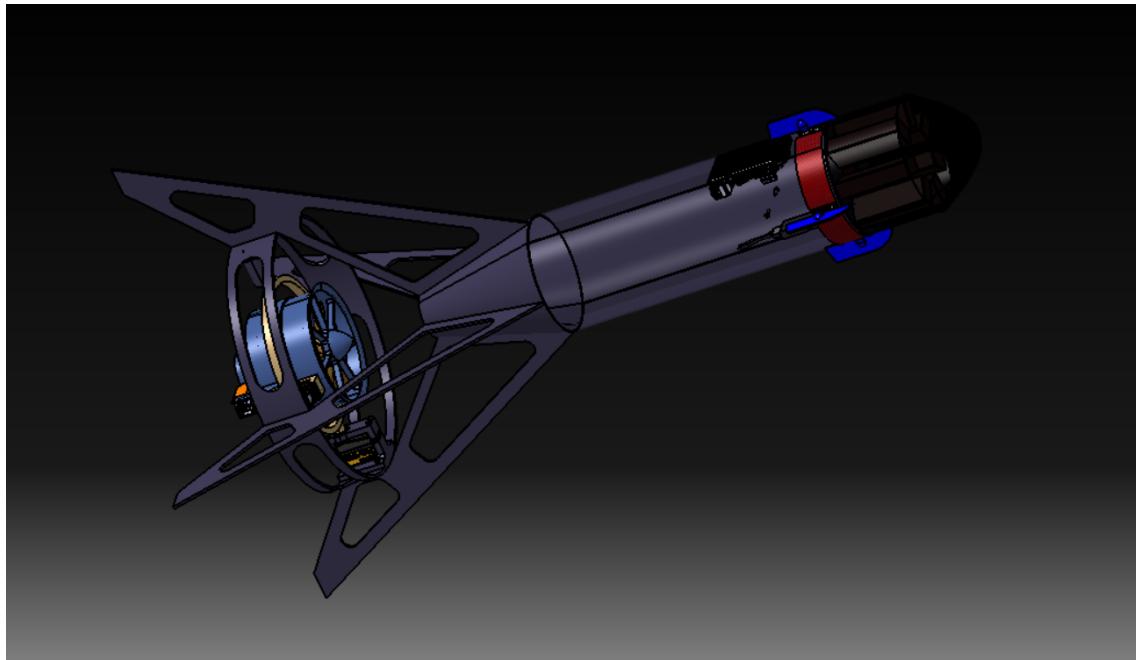


Figura 6: Prototipo fuselaje reticulado de aluminio en forma de placas, baterías en la nariz, sistema anti rolido en la parte superior, aviónica debajo de las baterías.

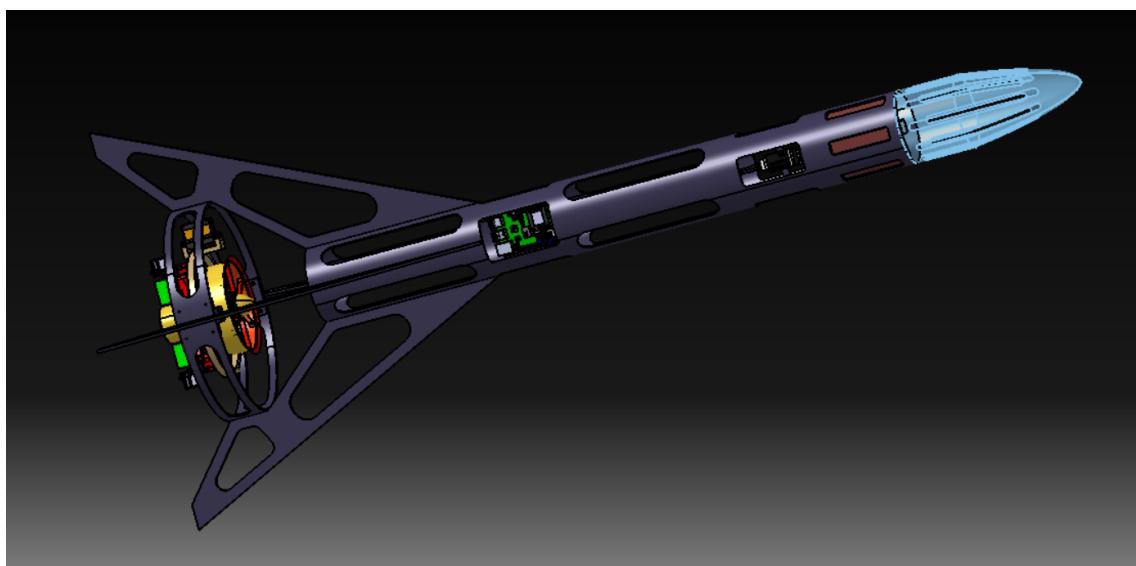


Figura 7: Prototipo fuselaje de aluminio tubular vaciado, baterías en el cuerpo, en la parte superior, nariz aerodinámica, patas optimizadas, aviónica en la parte inferior, sistema antirolido en la parte inferior del EDF por derivación del flujo.

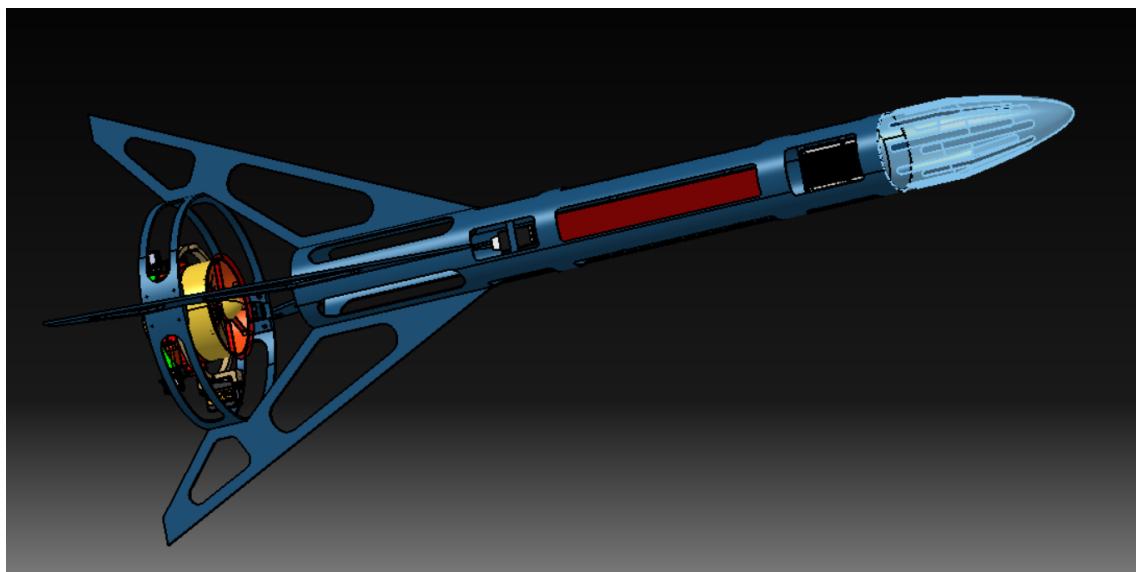


Figura 8: Prototipo fuselaje de aluminio tubular vaciado, baterías en el cuerpo, en el núcleo, nariz aerodinámica, patas optimizadas, aviónica en la parte superior, sistema anti-rolido en la parte inferior del EDF por derivación del flujo.

4.2. Diseño final

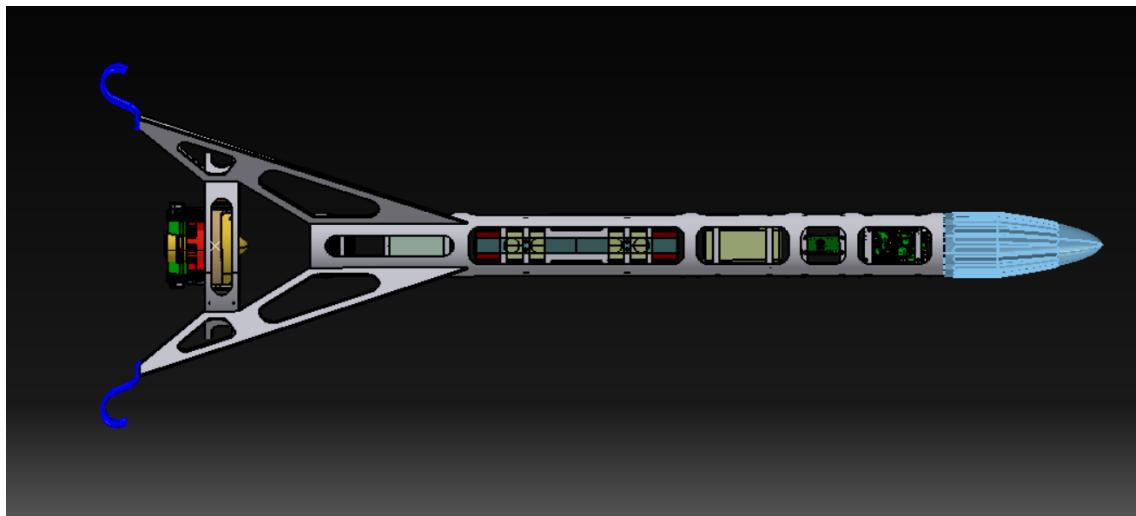


Figura 9: Prototipo final, vista de frente, batería principal en el núcleo, incorporación de batería secundaria, aviónica en la parte superior, nariz aerodinámica, sistema anti-rolido en la parte inferior por derivación del flujo, patas y fuselaje vaciado, sistema de suspensión elástico.

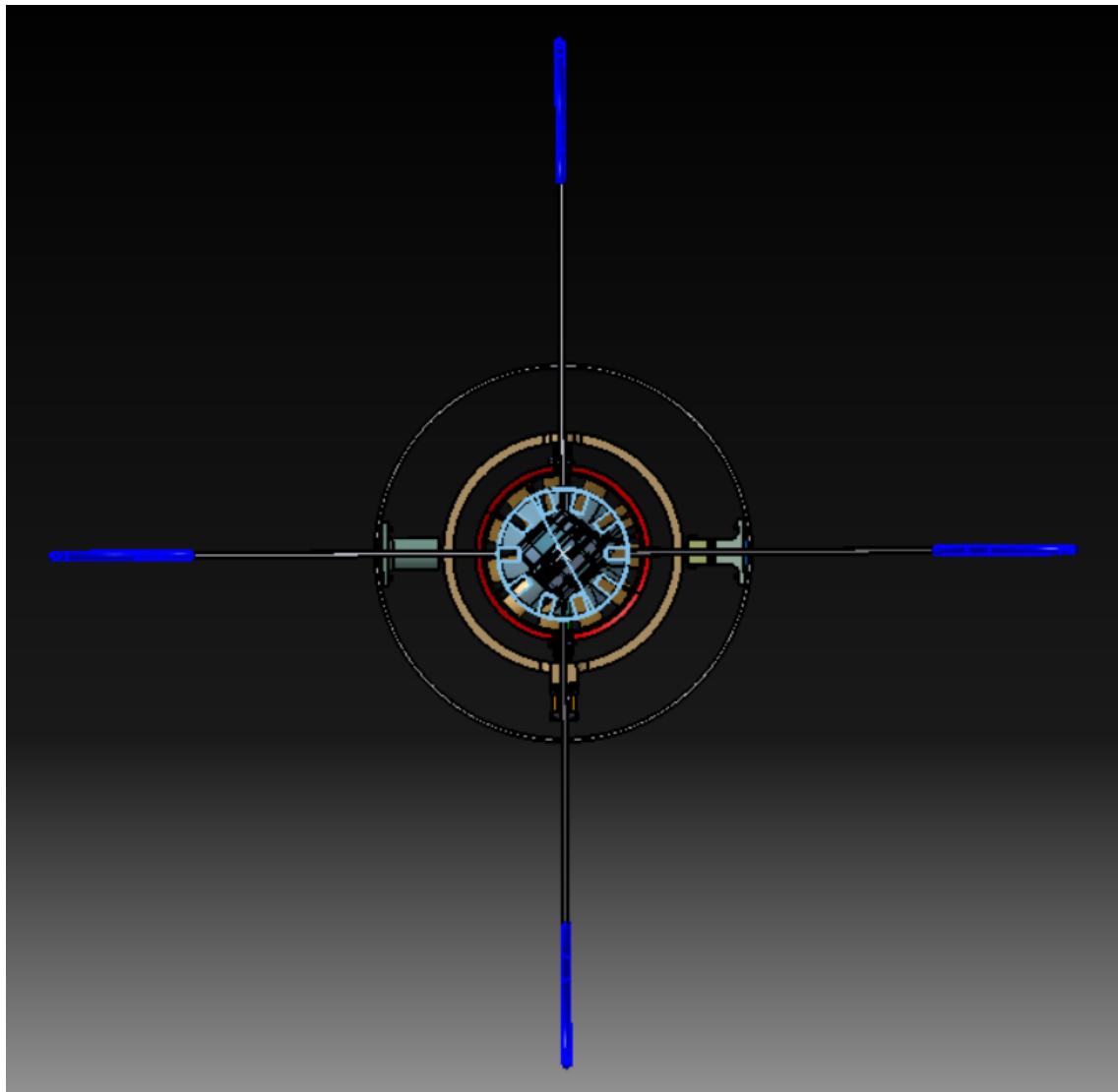


Figura 10: Prototipo final, vista superior.

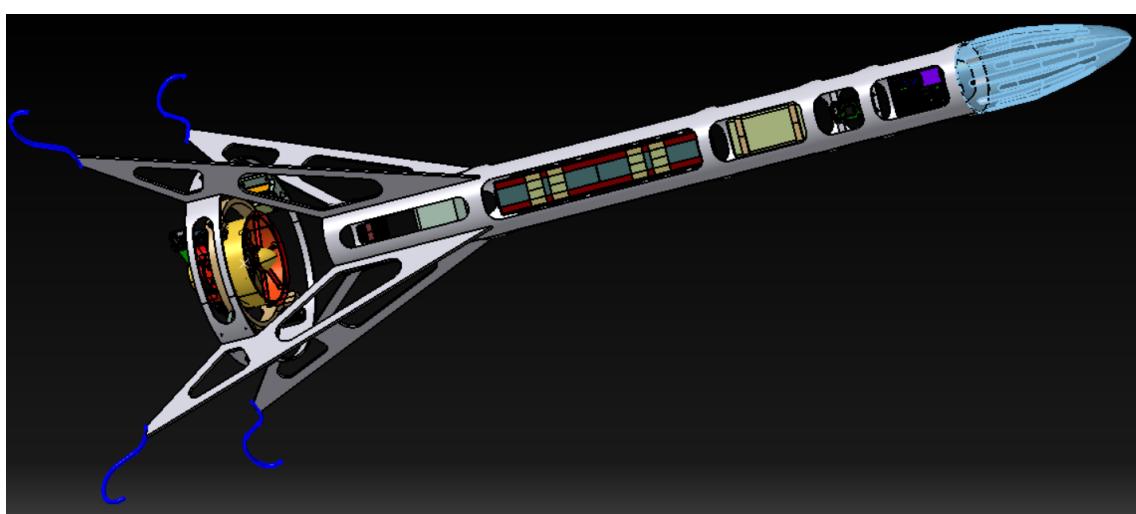


Figura 11: Prototipo final vista isométrica axonométrica.

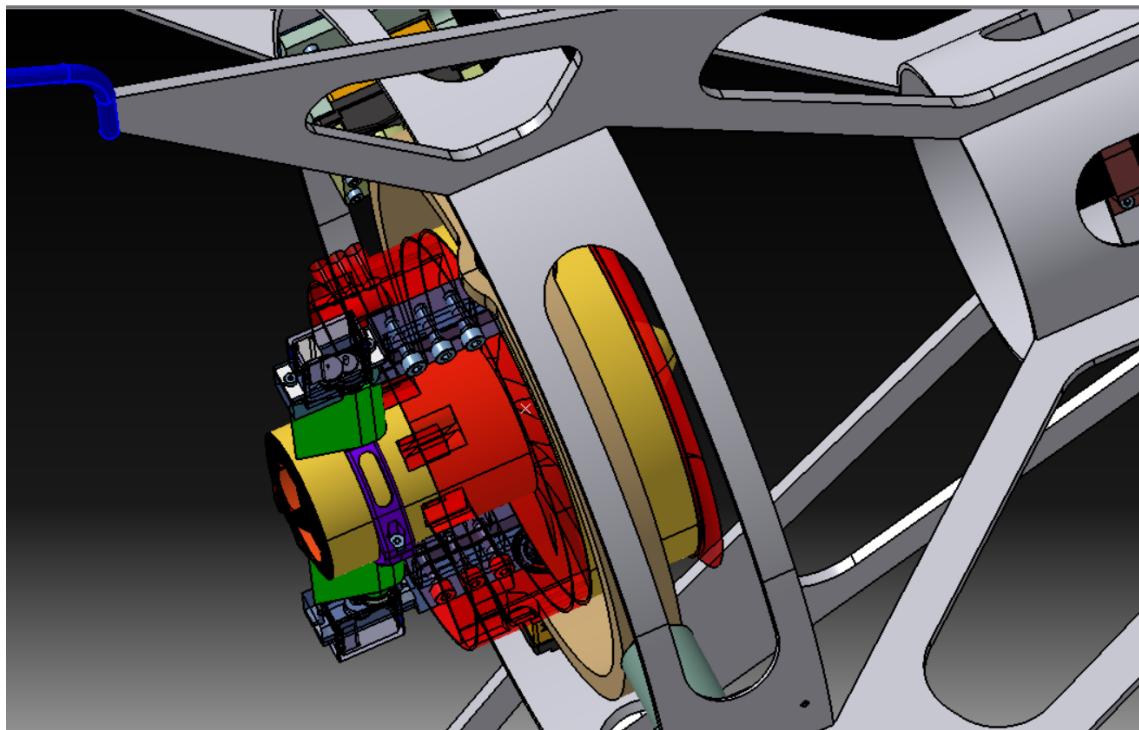


Figura 12: Prototipo final detalle EDF.

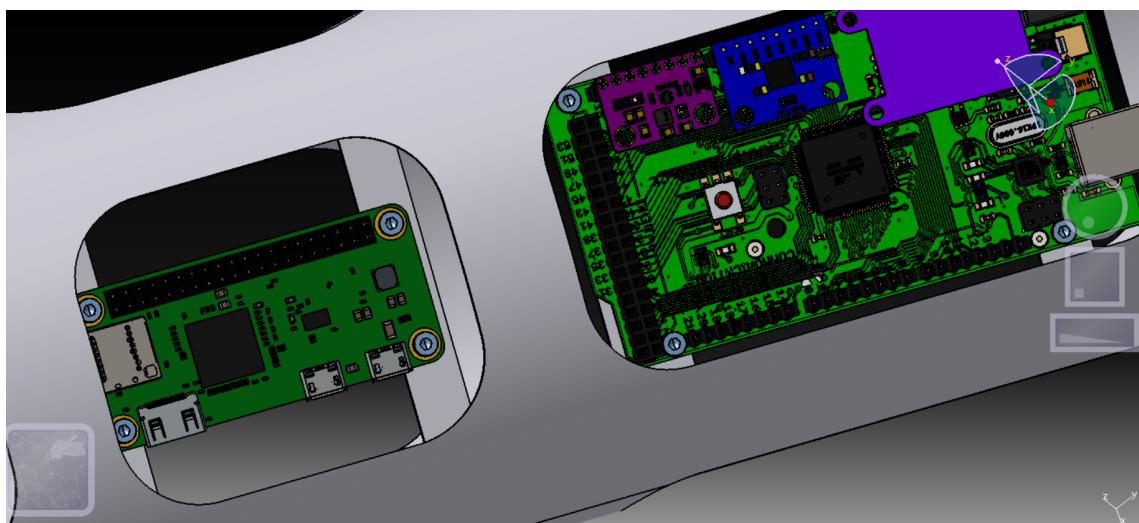


Figura 13: Prototipo final, detalle aviónica.

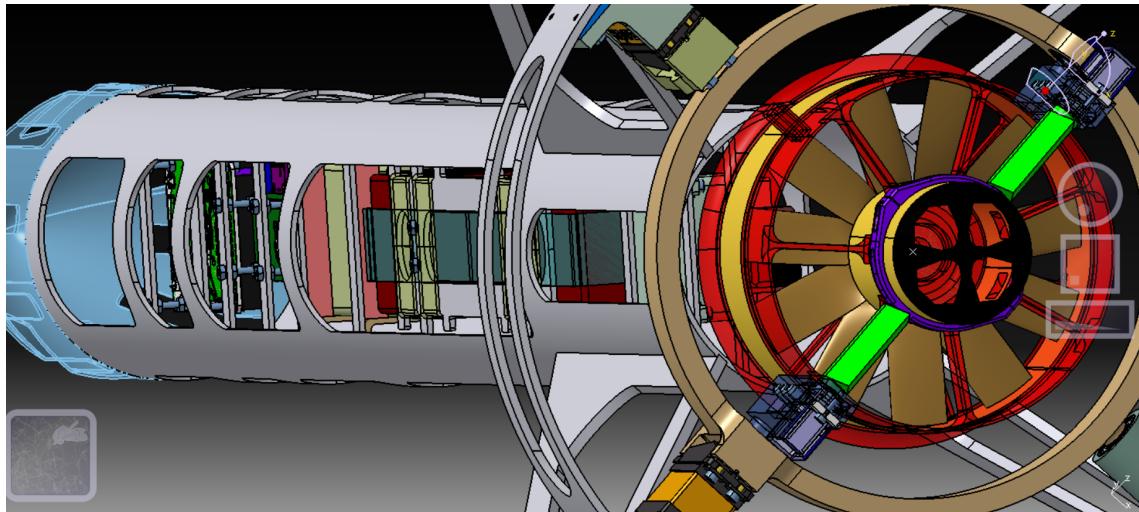


Figura 14: Prototipo final vista inferior detalle constructivo.

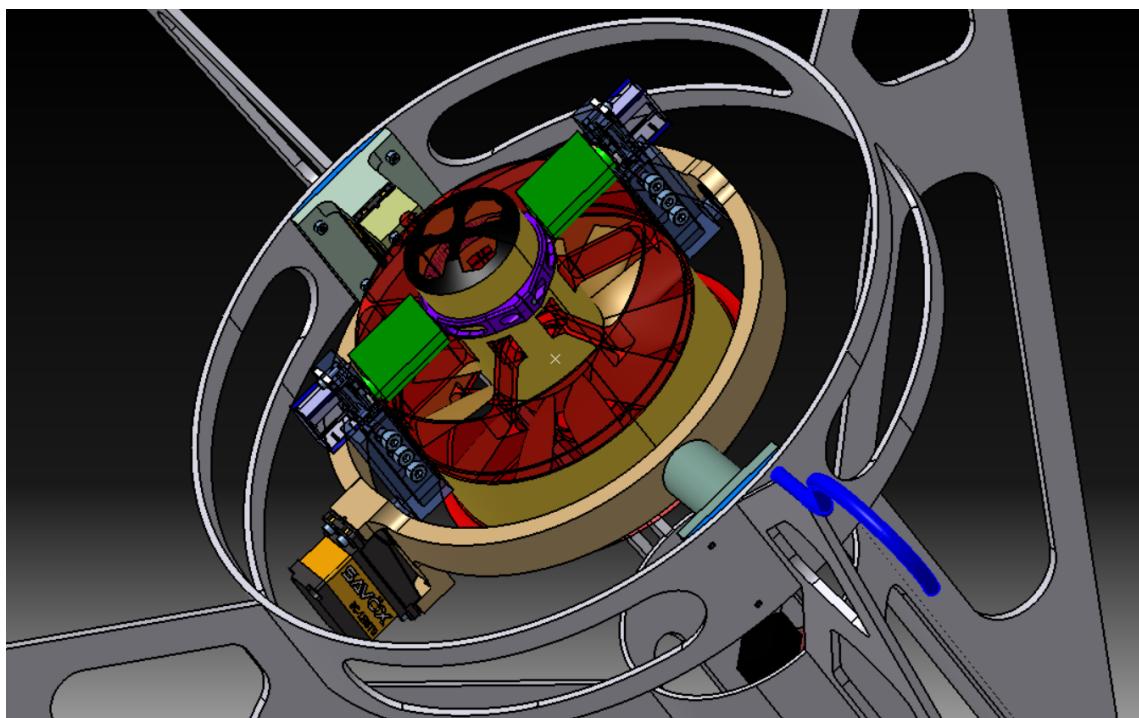


Figura 15: Prototipo final detalle de componentes.

5. Modelo 2D simplificado

Esta siguiente sección detallará el tratamiento matemático efectuado para controlar un vehículo con propulsión vectorizada en el plano. El propósito es ilustrar a un nivel simple las herramientas que serán aplicadas para controlar el vehículo diseñado.

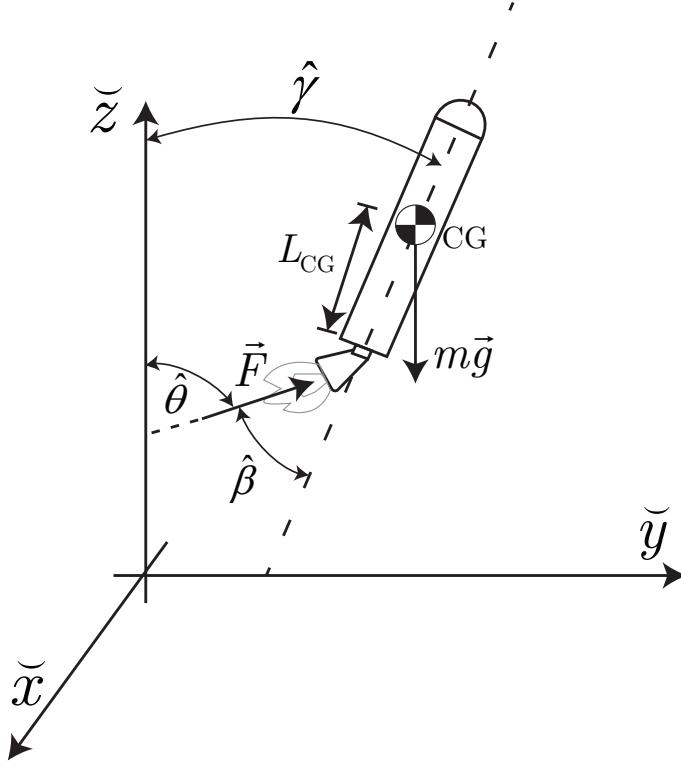


Figura 16: Diagrama de cuerpo libre de un vehículo con propulsión vectorizada 2D.

5.1. Modelado matemático

Comenzamos con las ecuaciones dinámicas de un vehículo en el plano con control de propulsión vectorizada (por ángulo)

$$\begin{cases} \ddot{y} = \frac{F}{m} \sin(\gamma + \beta) \\ \ddot{z} = \frac{F}{m} \cos(\gamma + \beta) - g \\ \ddot{\gamma} = \frac{L_{CG} F}{I_{xx}} \sin \beta \end{cases}$$

donde L_{CG} y F están en función del tiempo, $m = m_0 - \int \dot{m}$ y $\theta = \gamma + \beta$.

Vale la pena aclarar que no se tomarán en cuenta los siguientes efectos:

- Coeficiente de arrastre
- Viento
- *Fuel sloshing*
- Efectos relativistas

5.2. Armado de sistema lineal

Se propone un punto de operación alrededor del cual se efectúa la linealización las ecuaciones. El estado del vehículo es *vertical y quieto en el espacio*.⁶

⁶La linealización es valida solo para un vehículo vertical. Se deberá modificar el método para modelar un vehículo orbital.

$$\begin{aligned}\gamma^* &= 0 \\ \beta^* &= 0 \\ F^* &= mg\end{aligned}$$

en este caso F es la desviación del punto de operación. Desde ahora en adelante $\Delta F = F - mg$.

5.3. Representación en espacio de estados

El número de variables de estado será igual a número de almacenadores de energía independientes. Estos son

z Energía potencial por la gravedad

\dot{y}, \dot{z} Energía cinética del vehículo

$\dot{\gamma}$ Momento angular del vehículo

entonces, las variables de estado son las siguientes

$$\begin{aligned}x_1 &= y \\ x_2 &= \dot{y} \\ x_3 &= z \\ x_4 &= \dot{z} \\ x_5 &= \gamma \\ x_6 &= \dot{\gamma}\end{aligned}$$

donde $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_3 = x_4$ y $\dot{x}_5 = x_6$

Se aprovecha la expansión de Taylor para la linealización de expresiones trigonométricas:

$$\sin(x + y)|_{x=x_0+\Delta x, y=y_0+\Delta y} \approx \sin(x_0 + y_0) + \cos(x_0 + y_0)(x - x_0) + \cos(x_0 + y_0)(y - y_0)$$

Las ecuaciones dinámicas de los estados 2,3, y 4 son dadas por las ecuaciones mostradas al comienzo de esta sección. Abajo están las ecuaciones de estados

$$\dot{x}_2 = \frac{F}{m}(\gamma + \beta) = gx_5 + gu_2 \quad (1)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{F}{m} - g = \frac{F - F_0}{m} = \frac{u_1}{m} \quad (2)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{L_{CG} \cdot F}{I_{xx}}\beta = \frac{L_{CG} \cdot mg}{I_{xx}}u_2 \quad (3)$$

donde T_s es el periodo de muestreo.

Los vectores de entrada y salida son

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta F \\ \beta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ z \\ \gamma \end{bmatrix}$$

tal que las ecuaciones de salida son

$$y_1 = x_1 \quad (4)$$

$$y_2 = x_3 \quad (5)$$

$$y_3 = x_5 \quad (6)$$

Se escriben las matrices del sistema y de control ($\mathbf{D} = [0]$)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & g \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_{CG} \cdot mg}{I_{xx}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

El sistema mostrado en (7) es *fully state controllable*.

6. Ecuaciones de movimiento de cuerpo rígido

A continuación se mostrarán las ecuaciones de movimiento en el espacio usadas para controlar el vehículo. Se hará referencia a la figura 16 para explicar las variables en juego en el modelo 3D debido a la dificultad inherente de mostrar las 16 variables de estado en un dibujo del modelo 3D.

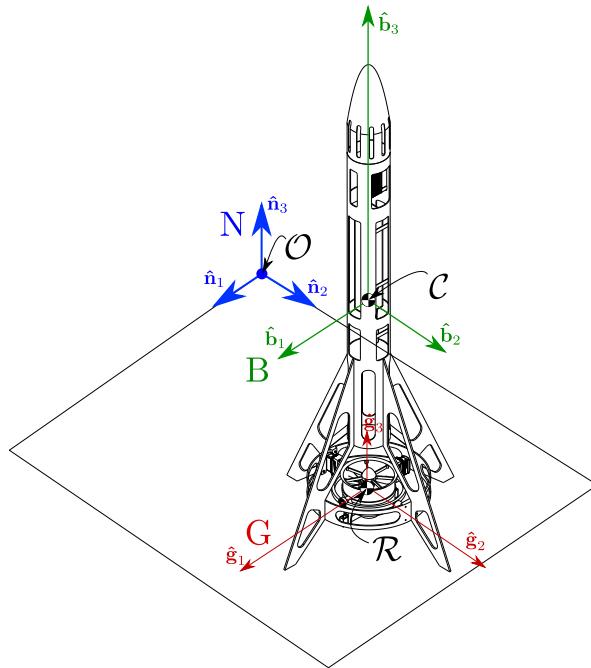


Figura 17: Marcos de referencia tomados para el análisis de cuerpo rígido. Por simplicidad se toman los centros de masa del cardán y del rotor como coincidentes en el punto \mathcal{R} .

6.1. Notación

La notación es la del libro *Rigid Body Dynamics of Mechanisms, Theoretical Basics* Hahn [2013]. Se requiere un tratamiento algebraico explícito de los marcos de referencia y representación debido al caso especial de un *gimballed rotor*. Este tratamiento facilita la programación de la simulación y, en consecuencia, el control, el cual se volvería ambiguo y complejo con un tratamiento más común o simplificado.

$\underline{r}_{\mathcal{C}\mathcal{O}} = [x, y, z]$: Posición absoluta del centro de masa del vehículo léase “posición de \mathcal{C} respecto \mathcal{O} ”)

$\underline{r}_{\mathcal{R}\mathcal{C}}$: Posición del centro de masa del cardán respecto al centro de masa del vehículo

$\underline{\eta} = [\phi, \theta, \psi]$: Ángulos de actitud del vehículo (Ángulos Euler)

$\underline{\omega}_r^G$: Velocidad angular del rotor del EDF representado en el marco G (dirección constante)

$\underline{\omega}_{BN}^B$: Velocidad angular de B respecto a N, representado en el marco B.

α, β : Ángulo de actuación de vectorización del EDF o ángulo de actitud del marco G

δ : Ángulo de actuación de los dos flaps anti-roll

m : Masa del vehículo sin rotor

m_r : Masa del rotor

\underline{g} : Aceleración de la gravedad

\underline{F}^B : Empuje del EDF representado en el marco B

\mathbf{A}^{NB} : Matriz de transformación de cosenos directores de un marco B a el marco N

Caracterización del EDF

τ_c : Torque efectivo de control del EDF

K_T : Constante de empuje del EDF

K_Q : Coeficiente de torque viscoso de fricción

Q : Torque viscoso de fricción

τ_r : Torque de reacción por el swirl de salida

Caracterización del mecanismo anti-roll:

K_{FL} : Coeficiente de lift de los flaps anti-roll

K_{FD} : Coeficiente de drag de los flaps anti-roll

F_L : Lift de los flaps anti-roll

F_D : Drag de los flaps anti-roll

Matriz de inercia:

$J_{\mathcal{C}}^B$: Vehículo sin rotor respecto a \mathcal{C} representado en B

$J_{r\mathcal{R}}^G$: Rotor respecto a \mathcal{R} representado en G

$J_{g\mathcal{R}}^G$: Cardán y motor sin rotor respecto a \mathcal{R} representado en G

6.2. Notación del álgebra a utilizar

El producto escalar se define como \cdot para diferenciarlo de simple multiplicación vectorial (\cdot). $\tilde{\omega}$ es la matriz skew del vector que reemplaza el producto vectorial ya que $\tilde{r} \cdot v = r \times v$

$$\tilde{\omega}_{LR}^L = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{zLR}^L & \omega_{yLR}^L \\ \omega_{zLR}^L & 0 & -\omega_{xLR}^L \\ -\omega_{yLR}^L & \omega_{xLR}^L & 0 \end{pmatrix}$$

Se dice que J_C^B es la matriz de inercia respecto el punto C , representado en el marco B : es decir, las componentes de la matriz de inercia están en la base de B . Esto se puede escribir así:

$$J_C^B = J_{b1}\hat{\mathbf{b}}_1 + J_{b2}\hat{\mathbf{b}}_2 + J_{b3}\hat{\mathbf{b}}_3$$

La derivada del término anterior respecto un marco N quedaría escrita

$${}^N j_C^B = {}^N \frac{dJ_C^B}{dt} = \mathbf{A}^{NB} \cdot {}^B \frac{dJ_C^B}{dt}$$

Se pueden demostrar las siguientes ecuaciones

$$\dot{\mathbf{A}}^{RL} = \mathbf{A}^{RL} \cdot \tilde{\omega}_{LR}^L = \tilde{\omega}_{LR}^R \cdot \mathbf{A}^{LR} = -\tilde{\omega}_{LR}^L \cdot \mathbf{A}^{RL} \quad (8)$$

$$\mathbf{A}^{BN} = (\mathbf{A}^{NB})^\top = (\mathbf{A}^{NB})^{-1} \Rightarrow \mathbf{A}^{NB} \cdot \mathbf{A}^{BN} = \mathbf{I} \quad (9)$$

donde ω_{LR}^L es la velocidad angular vectorial del marco L con respecto a R representado en L , \mathbf{A}^{RL} es la matriz de cosenos directores que transforma un vector de una base ortogonal L a otra base ortogonal R , y $\dot{\mathbf{A}}^{RL}$ es la derivada de la matriz \mathbf{A}^{RL} respecto R .

6.3. Variables de estado

Se tendrán las variables de estado de posición y velocidad donde z positivo es alejándose de la tierra.

$$\underline{r}_{CO}^N = [x \ y \ z], \quad \dot{\underline{r}}_{CO}^N = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]$$

El movimiento cuerpo rígido será descrito por 3 ángulos de Euler (Cardán o Bryant en algunas bibliografías) ϕ, θ y ψ (roll, pitch, yaw respectivamente).

$$\underline{\eta} = [\phi \ \theta \ \psi] \quad (10)$$

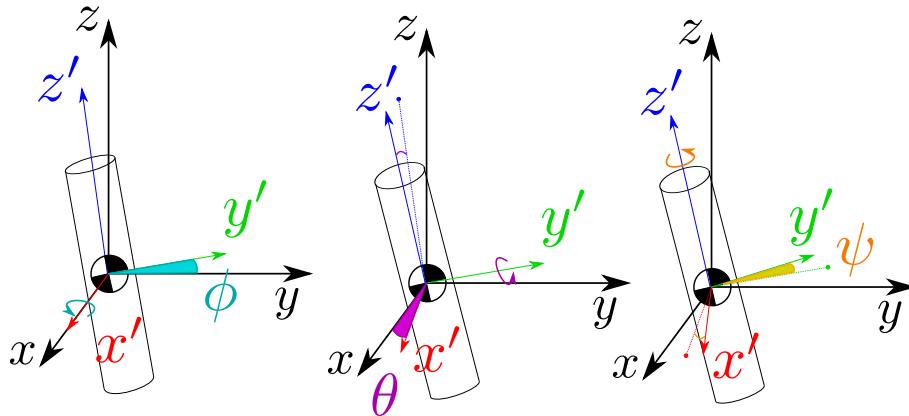


Figura 18: Diagrama mostrando las rotaciones de ángulo de euler en el orden que son efectuadas para describir el sistema. ϕ representa el pitch, θ el yaw y ψ el roll. Se muestran las últimas posiciones de los ejes rotados con una linea punteada.

Los ángulos de la vectorización de la tobera serán α y β . δ corresponde a los actuadores que contrarrestan el roll del vehículo mediante dos flaps. Los ángulos α y β describen la dirección en la que está apuntando la tobera (equivalente a la orientación G) respecto la dirección del vehículo (marco B). $\omega_r = \omega_r^G$ es la velocidad angular del rotor.

Se escriben las variables de estado y el vector input, donde F es la fuerza que hace la tobera sobre el vehículo (la cual depende de la velocidad del vehículo)⁷

$$\mathbf{x} = [\underline{r}_{CO}^N \ \underline{\eta} \ \dot{\underline{r}}_{CO}^N \ \underline{\omega}_{BN}^B \ \omega_r \ \alpha \ \beta \ \delta]^\top \quad (11)$$

$$\mathbf{u} = [\tau_c \ \dot{\alpha} \ \dot{\beta} \ \dot{\delta}]^\top \quad (12)$$

En la próxima sección se buscará obtener el vector de variables de estado derivado en el tiempo $\dot{\mathbf{x}}$.

6.4. Ecuaciones diferenciales

Definimos la transformación de los ángulos euler con una matriz de transformación \mathbf{A}^{BN} donde c y s son las funciones coseno y seno, respectivamente.

$$\mathbf{A}^{BN} = \begin{bmatrix} c\theta \cdot c\psi & c\theta \cdot s\psi & -s\theta \\ s\phi \cdot s\theta \cdot c\psi - c\phi \cdot s\psi & s\phi \cdot s\theta \cdot s\psi + c\phi \cdot c\psi & s\phi \cdot c\theta \\ c\phi \cdot s\theta \cdot c\psi + s\phi \cdot s\psi & c\phi \cdot s\theta \cdot s\psi - s\phi \cdot c\psi & c\phi \cdot c\theta \end{bmatrix} \quad (13)$$

La transformación nos servirá para poder pasar de la dinámica que está definida en el marco del vehículo B al marco N donde se tienen las variables de estado que se desean controlar.

⁷En el código ϕ, θ y ψ aparecen como $\mathbf{q}, \mathbf{r}, \mathbf{s}$

Podemos obtener la velocidad en el marco del cuerpo

$$\dot{\underline{r}}_{CO}^B = \mathbf{A}^{BN} \cdot \dot{\underline{r}}_{CO}^N \quad (14)$$

La obtención de la velocidad angular del cuerpo se complica por el hecho que la razón de cambio de los ángulos de Euler no son vectores cartesianos, si no más bien parámetros que describen la orientación del cuerpo rígido en el espacio.⁸ Para relacionar la velocidad angular con $\underline{\eta}$ es necesario utilizar la matriz de actitud cinemática $\mathbf{H}(\underline{\eta})$.

$$\mathbf{H}(\underline{\eta}) = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\theta) & \cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) \sec(\theta) & \cos(\phi) \sec(\theta) \end{bmatrix} \quad (15)$$

La matriz de actitud cinemática se usa para transformar

$$\dot{\underline{\eta}} = \mathbf{H}(\underline{\eta}) \cdot \underline{\omega}_{BN}^N \quad (16)$$

$$\underline{\omega}_{BN}^B = \mathbf{A}^{BN} \cdot \underline{\omega}_{BN}^N \quad (17)$$

e inversamente

$$\underline{\omega}_{BN}^N = \mathbf{H}^{-1}(\underline{\eta}) \cdot \dot{\underline{\eta}} \quad (18)$$

$$(19)$$

La fuerza que impulsa al vehículo en el marco del cuerpo se obtiene transformando del marco del cardán donde se conocen los componentes, al marco cuerpo. La matriz es calculada reemplazando $\phi \equiv \alpha$, $\theta \equiv \beta$, y $\psi = 0$.

$$\underline{F}^B = \mathbf{A}^{BG} \cdot \underline{F}^G \quad (20)$$

La aceleración del centro de masa del vehículo medido en el marco del cuerpo B es igualada a la fuerza

$${}^B \frac{d}{dt} (\dot{\underline{r}}_{CO}^B) = \frac{1}{m + m_r} \cdot \underline{F}^B \quad (21)$$

luego obtenemos la aceleración en coordenadas globales

$$\ddot{\underline{r}}_{CO}^N = \mathbf{A}^{NB} \cdot {}^B \frac{d}{dt} (\dot{\underline{r}}_{CO}^B) - \underline{g}^N \quad (22)$$

Los momentos actuantes externos en el marco del vehículo respecto su centro de gravedad C están en función del diseño de los flaps anti roll [Romarowski \[2020\]](#).

$$\underline{M}_C^B = \tilde{r}_{RC}^B \cdot \underline{F}^B + \mathbf{A}^{BG} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_r^2 K_{FL} d_T \delta + \tau_r \end{bmatrix} \quad (23)$$

La aceleración angular en el marco B sale del desarrollo de la sección 6.5

$${}^B \frac{d}{dt} (\underline{\omega}_{BN}^B) = (J_C^B)^{-1} \cdot (-\tilde{\omega}_{BN}^B \cdot J_C^B \cdot \underline{\omega}_{BN}^B - \mathbf{A}^{BG} \cdot \tilde{\omega}_{GB}^G \cdot J_{rC}^G \cdot \underline{\omega}_r^G - \tilde{\omega}_{BN}^B \cdot J_{rC}^G \cdot \underline{\omega}_r^G - \mathbf{A}^{BG} \cdot J_{rC}^G \cdot {}^N \dot{\underline{\omega}}_r^G + \underline{M}_C^B) \quad (24)$$

El rotor y los servos son modelados como de primer orden por el momento. Son limitados por velocidad máxima según sus especificaciones.

Las ecuaciones diferenciales se pueden entonces escribir

$$\dot{\mathbf{x}} = [\dot{\underline{r}}_{CO}^N \ \dot{\underline{\eta}} \ \ddot{\underline{r}}_{CO}^N \ {}^B \frac{d}{dt} (\underline{\omega}_{BN}^B) \ \dot{\omega}_r \ \dot{\alpha} \ \dot{\beta} \ \dot{\delta}]^\top \quad (25)$$

⁸Como bien sabemos la matriz de transformación \mathbf{A} solo es aplicable para transformar vectores cartesianos de una base ortogonal a otra. Los parámetros $\underline{\eta}$ conforman un vector de configuración, no un vector cartesiano!

6.5. Dinámica angular del vehículo

El momento angular del vehículo respecto de su centro de masa (\mathcal{C}) y representado en el marco fijo-tierra N debe tomar en cuenta el momento angular por tener un cuerpo con velocidad lineal y angular propia.

$$\dot{L}_{\mathcal{C}}^N = \underbrace{\mathbf{A}^{NB} \cdot J_{\mathcal{C}}^B \cdot \omega_{BN}^B}_{\text{Vehículo}} + \underbrace{\mathbf{A}^{NG} J_{gR}^G \cdot \omega_{GN}^G + m_g \cdot \tilde{r}_{RC}^N \cdot \dot{r}_{RC}^N}_{\text{Cardán & EDF}} + \underbrace{\mathbf{A}^{NG} \cdot J_{rR}^G \cdot \omega_r^G + m_r \cdot \tilde{r}_{RC}^N \cdot \dot{r}_{RC}^N}_{\text{Rotor}} \quad (26)$$

Esta ecuación describe los efectos de tener un cardán con un rotor integrado acoplado al vehículo sin embargo algunos términos se podrían considerar despreciables debido al diseño del cardán.

Ambos gimbals del cardán tienen su eje de giro cercano a su centro de masa lo cual significa que la velocidad relativa entre los puntos \mathcal{R} y \mathcal{C} va tener poco impacto sobre los torques internos del vehículo. Se considera que

$$\dot{r}_{RC} = 0 \quad (27)$$

La velocidad angular de los gimbals es poca ya que su actuación ocurre en el orden de la décima de grado lo cual implica un bajo impacto del término del cardán cuando es integrado en el tiempo. El término $\mathbf{A}^{NG} J_{gR}^G \cdot \omega_{GN}^G$ entonces pasa a formar parte de la inercia del resto del vehículo $J_{\mathcal{C}}^B$, el cual ahora solo excluye al rotor.

El momento angular nos queda simplificado:

$$\dot{L}_{\mathcal{C}}^N = \mathbf{A}^{NB} \cdot J_{\mathcal{C}}^B \cdot \omega_{BN}^B + \mathbf{A}^{NG} J_{rR}^G \cdot \omega_r^G \quad (28)$$

donde ω_r es la velocidad del rotor y J_{rR}^G es la matriz de inercia del rotor tomado alrededor de su centro de masa representado en coordenadas del marco cardán G.

Derivamos el momento angular con respecto a N y junto con $J_{\mathcal{C}}^B \approx \text{constante}$ ⁹

$$\begin{aligned} {}^N \dot{L}_{\mathcal{C}}^N &= {}^N \frac{d}{dt} (\mathbf{A}^{NB} \cdot J_{\mathcal{C}}^B \cdot \omega_{BN}^B + \mathbf{A}^{NG} \cdot J_{rR}^G \cdot \omega_r^G) \\ &= \dot{\mathbf{A}}^{NB} \cdot J_{\mathcal{C}}^B \cdot \omega_{BN}^B + \mathbf{A}^{NB} \cdot \underbrace{{}^N j_{\mathcal{C}}^B \cdot \omega_{BN}^B}_{\approx 0} + \mathbf{A}^{NB} \cdot J_{\mathcal{C}}^B \cdot \dot{\omega}_{BN}^B + \dot{\mathbf{A}}^{NG} \cdot J_{rR}^G \cdot \omega_r^G + \mathbf{A}^{NG} \cdot {}^N \frac{d}{dt} (J_{rR}^G \cdot \omega_r^G) \end{aligned}$$

la derivada de la inercia del cuerpo se anula y luego se aplica la regla de la cadena a la derivada

$$\begin{aligned} {}^N \dot{L}_{\mathcal{C}}^N &= \dot{\mathbf{A}}^{NB} \cdot J_{\mathcal{C}}^B \cdot \omega_{BN}^B + \mathbf{A}^{NB} \cdot J_{\mathcal{C}}^B \cdot \dot{\omega}_{BN}^B + \dot{\mathbf{A}}^{NG} \cdot J_{rR}^G \cdot \omega_r^G + \mathbf{A}^{NG} \cdot {}^N \frac{d}{dt} (J_{rR}^G \cdot \omega_r^G) \\ &= \mathbf{A}^{NB} \cdot \tilde{\omega}_{BN}^B \cdot J_{\mathcal{C}}^B \cdot \omega_{BN}^B + \mathbf{A}^{NB} \cdot J_{\mathcal{C}}^B \cdot \dot{\omega}_{BN}^B + \mathbf{A}^{NG} \cdot \tilde{\omega}_{GN}^G \cdot J_{rR}^G \cdot \omega_r^G + \mathbf{A}^{NG} \cdot \left({}^N j_{rR}^G \cdot \omega_r^G + J_{rR}^G \cdot {}^N \dot{\omega}_r^G \right) \end{aligned}$$

donde J_{rR}^G se puede considerar despreciable por la geometría ligera del conjunto cardán y por actuaciones pequeñas (mencionadas anteriormente).

Como el rotor es fijo a al vehículo alrededor de un punto cercano a \mathcal{R} y el movimiento del gimbal es restringido por los actuadores se supone que el rotor es parte del cuerpo rígido del vehículo y se plantea su momento angular como un vector libre. Así podemos igualar $J_{rR}^G \equiv J_{rC}^G = J_r^G$, y por extensión, $J_{\mathcal{R}}^B \equiv J_{\mathcal{C}}^B$.

$$= \mathbf{A}^{NB} \cdot \tilde{\omega}_{BN}^B \cdot J_{\mathcal{C}}^B \cdot \omega_{BN}^B + \mathbf{A}^{NB} \cdot J_{\mathcal{C}}^B \cdot \dot{\omega}_{BN}^B + \mathbf{A}^{NG} \cdot \tilde{\omega}_{GN}^G \cdot J_r^G \cdot \omega_r^G + \mathbf{A}^{NG} \cdot J_r^G \cdot {}^N \dot{\omega}_r^G$$

⁹La inercia del vehículo en su propio marco $J_{\mathcal{C}}^B$ es constante excepto por las variaciones introducidas al agruparlo con el término del cardán J_{gC}^B , el cual varía en función a la actuación α, β .

multiplicando por \mathbf{A}^{BN}

$$\mathbf{A}^{BN} \sum_i M_{iC}^N = \sum_i M_{iC}^B = \tilde{\omega}_{BN}^B \cdot J_C^B \cdot \omega_{BN}^B + J_C^B \cdot \dot{\omega}_{BN}^B + \mathbf{A}^{BG} \cdot \tilde{\omega}_{GN}^G \cdot J_r^G \cdot \omega_r^G + \mathbf{A}^{BG} \cdot J_r^G \cdot {}^N\dot{\omega}_r^G$$

entonces

$$J_C^B \cdot \dot{\omega}_{BN}^B = -\tilde{\omega}_{BN}^B \cdot J_C^B \cdot \omega_{BN}^B - \mathbf{A}^{BG} \cdot \tilde{\omega}_{GN}^G \cdot J_r^G \cdot \omega_r^G - \mathbf{A}^{BG} \cdot J_r^G \cdot {}^N\dot{\omega}_r^G + \sum_i M_{iC}^B$$

donde $\omega_{GN}^G = \omega_{GB}^G + \omega_{BN}^G = \omega_{GB}^G + \mathbf{A}^{GB} \omega_{BN}^B$

Esto está bien?
el término $\tilde{\omega}_{BN}^B \cdot J_r^G \cdot {}^N\dot{\omega}_r^G$ nos hace ruido

$$\begin{aligned} J_C^B \cdot \dot{\omega}_{BN}^B &= -\tilde{\omega}_{BN}^B \cdot J_C^B \cdot \omega_{BN}^B - \mathbf{A}^{BG} \cdot \tilde{\omega}_{GB}^G \cdot J_r^G \cdot \omega_r^G - \mathbf{A}^{BG} \mathbf{A}^{GB} \cdot \tilde{\omega}_{BN}^B \cdot J_r^G \cdot \omega_r^G - \mathbf{A}^{BG} \cdot J_r^G \cdot {}^N\dot{\omega}_r^G + \sum_i M_{iC}^B \\ &= -\tilde{\omega}_{BN}^B \cdot J_C^B \cdot \omega_{BN}^B - \mathbf{A}^{BG} \cdot \tilde{\omega}_{GB}^G \cdot J_r^G \cdot \omega_r^G - \tilde{\omega}_{BN}^B \cdot J_r^G \cdot \omega_r^G - \mathbf{A}^{BG} \cdot J_r^G \cdot {}^N\dot{\omega}_r^G + \sum_i M_{iC}^B \end{aligned}$$

donde ${}^N\dot{\omega}_r^G = \mathbf{A}^{GN} \cdot {}^G\dot{\omega}_r^G = \mathbf{A}^{GN} \cdot \dot{\omega}_r \hat{\mathbf{g}}_3$

\mathbf{A}^{GN} debería ser \mathbf{A}^{NG} posiblemente

7. Simulación

Para comprobar el sistema de control se definió el sistema no-lineal en MATLAB , se obtuvo el sistema lineal sobre un punto de operación tomando el jacobiano del sistema de ecuaciones diferenciales para controlar el sistema, y finalmente se integró el sistema no lineal en el tiempo retroalimentado con el sistema de control.

Se investigó la respuesta del vehículo ante perturbaciones Delta-Dirac de orientación.

7.1. Sistema no-lineal

El sistema (25) describe la dinámica no-lineal del vehículo con 16 ecuaciones. Estas pueden ser integradas mediante un método numérico para ecuaciones diferenciales ordinarias multivariadas no-autónomas. El requerimiento no-autónomo surge de la necesidad de incorporar el vector \mathbf{u} a la integración, el cual incluye las actuaciones en base a lo que leen los sensores.

Para satisfacer el requerimiento no-autónomo se tuvo que implementar un método numérico basado en Runge-Kutta orden 4. El método fue probado y contrastado con soluciones analíticas conocidas.

7.2. Sistema de control

Se optó por controlar mediante el controlador LQR debido a la simplicidad de implementación y adaptabilidad para problemas de variables de estado. Como se mencionó anteriormente, se obtiene el jacobiano del sistema (25) alrededor del punto de operación. Esta es la matriz del sistema \mathbf{A} . La matriz \mathbf{B} también es el jacobiano del sistema pero diferenciado respecto \mathbf{u} . Finalmente, \mathbf{C} es la combinación lineal de las mediciones de los sensores (ver sección 5 para entender el proceso).

Se modelaron las siguientes imperfecciones en el sistema:

- Delay en medición/actuación
- Desalineación de sensores (acelerómetro y giroscopio)
- Resolución mínima de actuación del gimbal según lo visto en la sección 3.4

La matriz costo asociada al equilibrio es construida asignando los siguientes valores a la diagonal: 5 a las posiciones globales, 1 a las velocidades, 1e-3 a la velocidad del rotor del EDF, 1e-4 a la velocidad angular en pitch y yaw del vehículo, y 1e-5 a las variables restantes (actuadores, ángulos de Euler y velocidad angular en roll).

La matriz costo asociada a los actuadores es diagonal con los siguientes valores: 1000 a actuadores de pitch y yaw del gimbal, 1e-5 al actuador de roll, y 1e-6 al control velocidad del rotor del EDF.

7.3. Resultados de simulación

Todos los ejes x corresponden al tiempo en segundos.

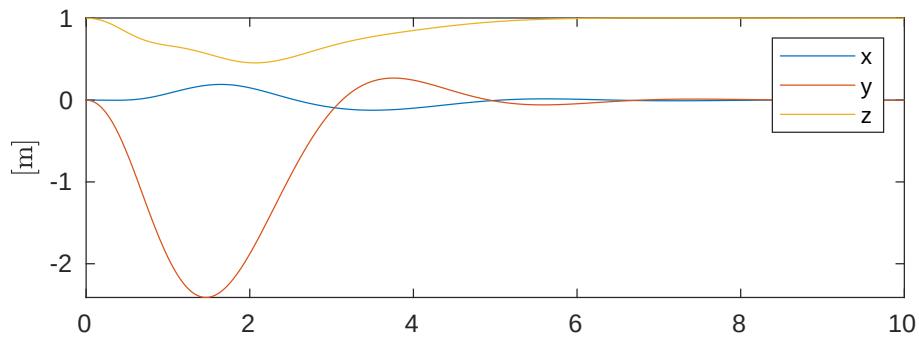


Figura 19: Posición del vehículo

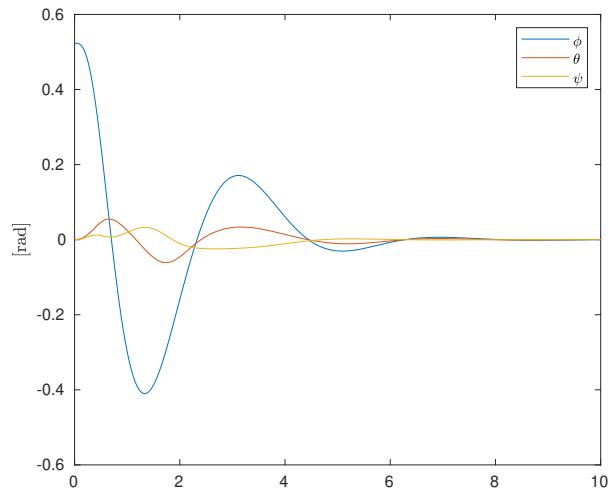
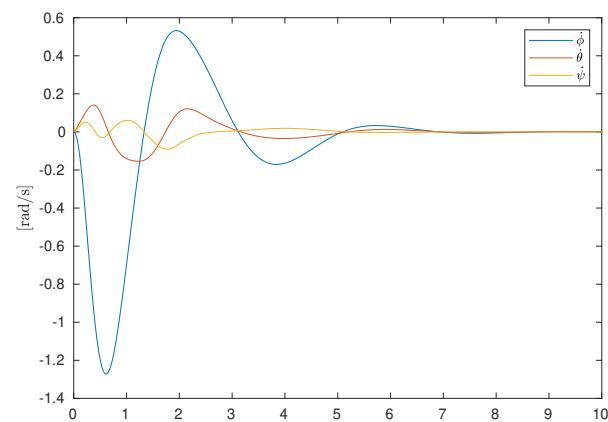
Figura 20: Ángulos de euler. Note que solo hubo perturbación inicial en ϕ sin embargo la actuación del gimbal (α) generó una perturbación interna en θ por el efecto giroscópico.

Figura 21: Velocidad angular del vehículo

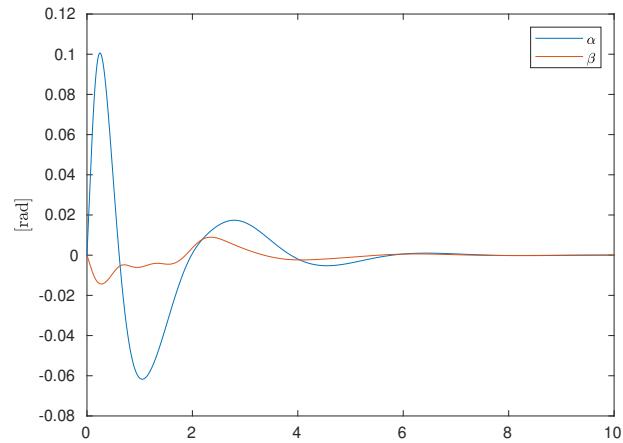


Figura 22: Actuación angular del gimbal.

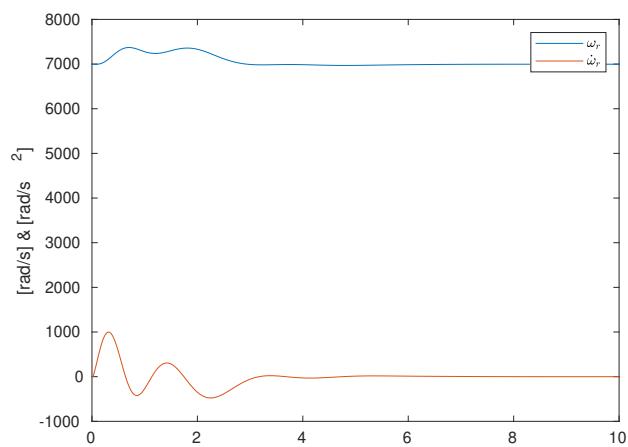


Figura 23: Velocidad y aceleración angular del rotor.

8. Desarrollo de software

La decisión de software a usar depende del controlador a usar, poder de cálculo disponible, interfaces de periféricos y funcionalidad deseada.

La Raspberry Pi provee un entorno con Linux instalado que permite la programación con virtualmente cualquier lenguaje de programación en existencia. Dado estas condiciones, el lenguaje de programación elegido es **Go** (Golang) debido a los siguientes puntos

- Seguro - Modelo de memoria Go, sistema de tipado fuerte¹⁰
- Simple - Claridad de sintaxis
- Concurrency - Crear **corrutinas** es simple, parallelizar corrutinas es trivial
- Rendimiento - Superior a Python, Java y Matlab. Comparable a C. Esto también implica un menor consumo de energía
- Estable - *The Go 1 promise* (La promesa Go 1)
- Comprobado - Usado en sistemas de alto riesgo/alta complejidad (Kubernetes, Docker, Go-HEP)
- Portable - Todos los programas Go compilan a código nativo (código de máquina) para cualquier arquitectura y sistema operativo. Incluso se puede programar micro-controladores (TinyGo)

8.1. Flujo de control

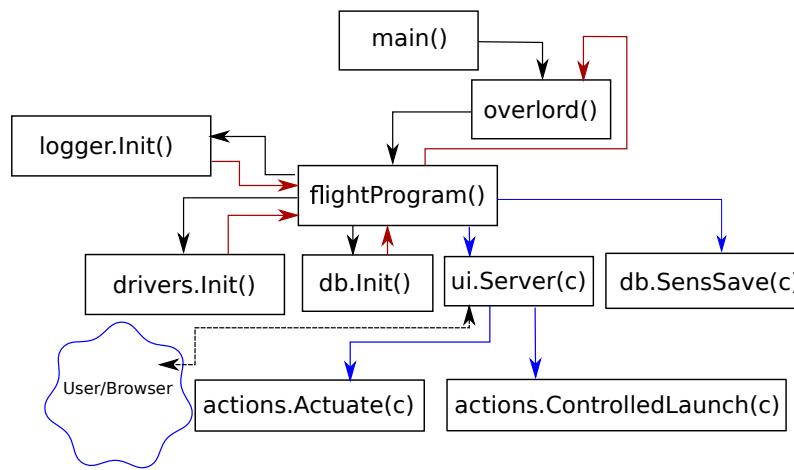


Figura 24: Gráfico de flujo de control (CFG) del programa de vuelo. Las líneas de flujo azules son corrutinas independientes al programa principal. Las líneas negras son flujo del programa principal. Las líneas rojas son flujo del programa principal al encontrar un error.

Se ilustra el flujo de control a grandes rasgos usando un CFG en la figura 24. El programa principal corre la rutina `overlord` que a su vez comanda `flightProgram` y espera que esta devuelva control a `overlord`. El propósito de `overlord` es guardar el estado del vehículo y ante una falla irrecuperable en `flightProgram`, terminar con todas las corrutinas generadas por `flightProgram` y sus afiliadas y a su vez reiniciar `flightProgram` nuevamente con el último estado antes de la falla.

¹⁰Hoy en día hay pocos lenguajes con sistemas de tipos fuertes. Contrario a la creencia popular, C y C++ ambos son tipados débilmente.

8.2. Interfaz con hardware

Como se mencionó anteriormente, la computadora elegida tiene varios puertos que servirán como interfases con periféricos, entre ellos

- ADC (sensores)
- Generadores de PWM (para actuadores)
- Blinkenlights

Para la interacción del software con el hardware se usará la librería [periph.io](#). Esta librería permite la interacción a través de los protocolos de comunicación de la Raspberry Pi. Los drivers para los periféricos fueron programados según la información dada en las datasheet.

8.3. Implementación

Al momento de documentar los avances el programa de vuelo tiene 3540 líneas de lógica, de las cuales 1680 corresponden a los drivers de control de periféricos. Se logra controlar la actuación de hasta 12 señales PWM y en simultáneo leer 16 señales de telemetría y guardar a archivo en una tarjeta SD a 1200 muestras por segundo (cada canal). 1060 líneas de código son dedicadas a la interfaz de usuario para facilitar el control del vehículo desde un browser, como por ejemplo Firefox.

9. Comentarios finales

Aún queda por construir y poner a prueba el vehículo ensayado.

Agradecimientos

Dan Etenberg por hacer todo posible. Pablo Cossutta por compartir su experiencia trabajando con sistemas de potencia. Ben Romarowski por ayuda con la aerodinámica de los álabes.

Referencias

Referencias

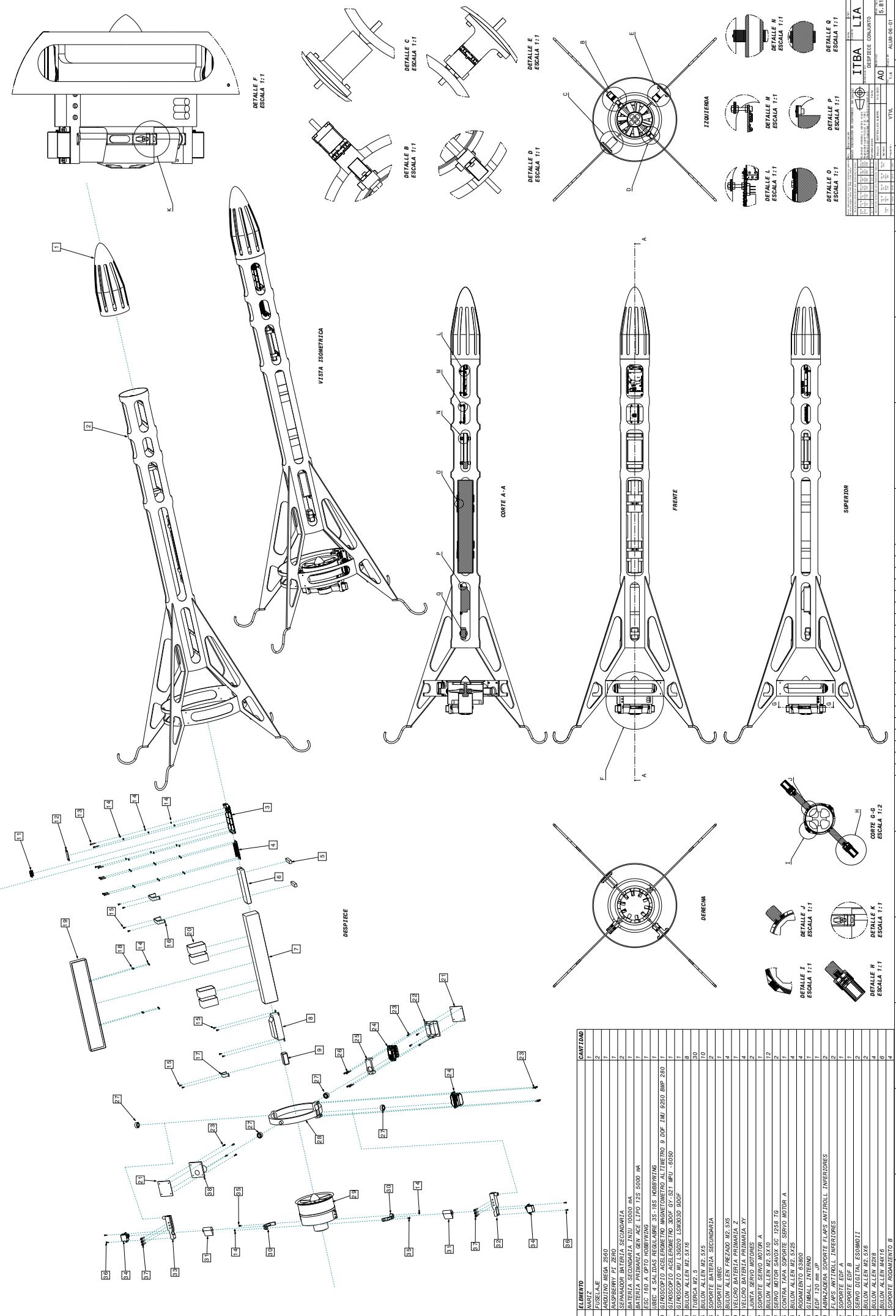
Miguel Ángel Castillo-Martínez, Blanca Esther Carvajal-Gámez, and Francisco Javier Gálegos Funes. Efectos en la resolución de servomotores con interfaz pwm por la generación de señales en microcontroladores. *Research in Computing Science*, 147:89–98, 2018.

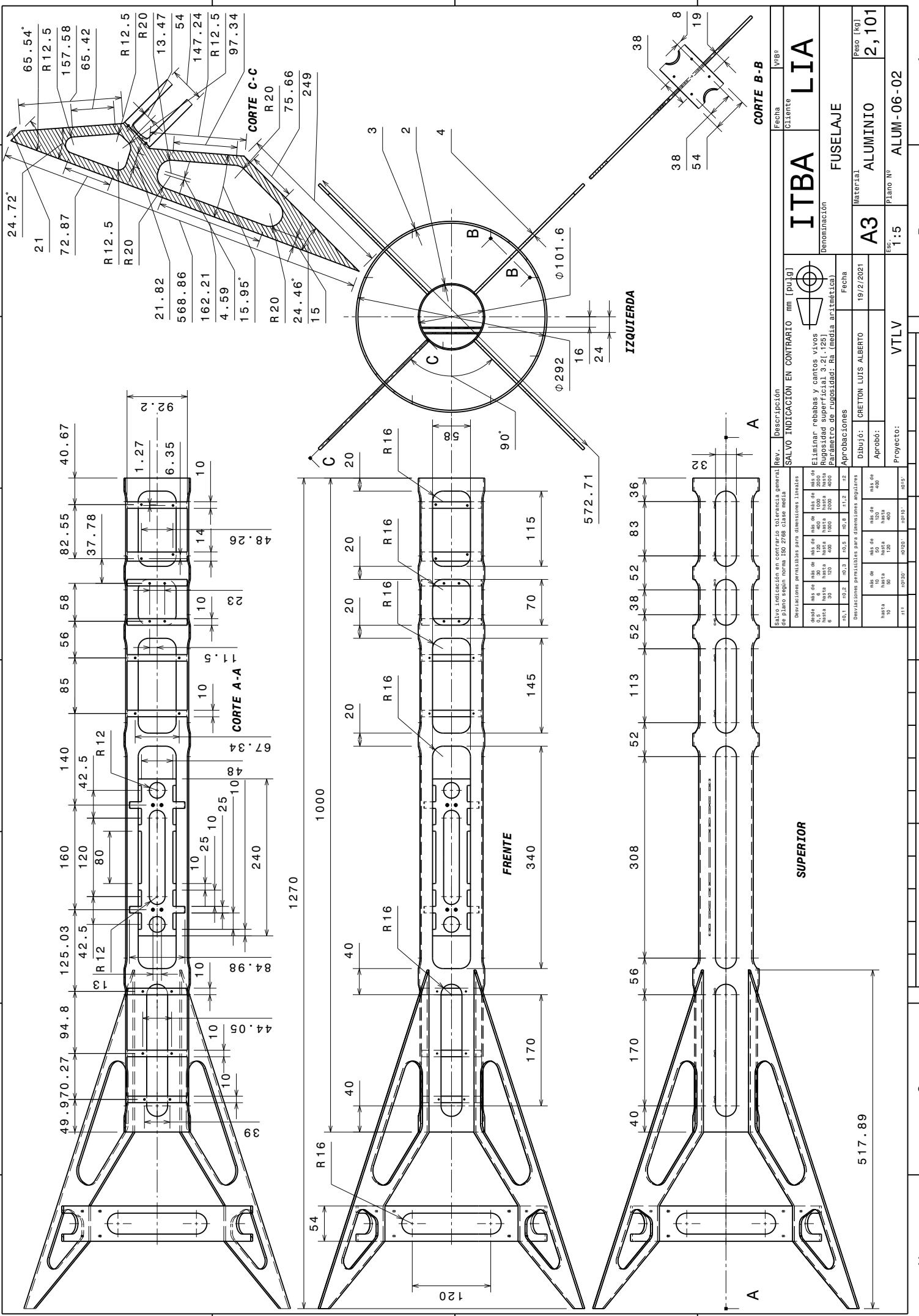
Hubert Hahn. *Rigid Body Dynamics of Mechanisms: 1 Theoretical Basis*. Springer Science & Business Media, 2013.

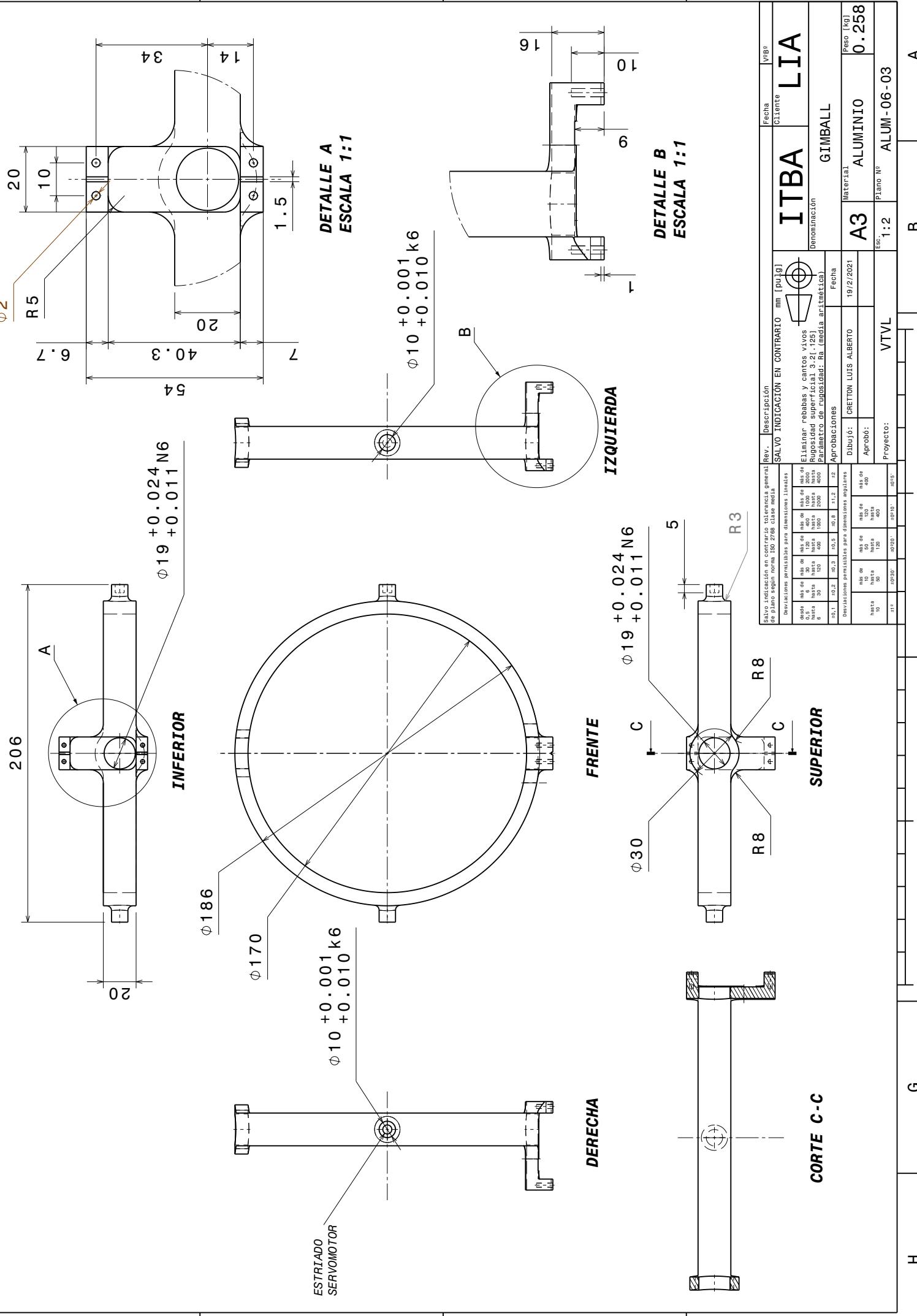
Ben Romarowski. Dynamics and control of gimballed edf. Technical report, LIA Aerospace, 2020.

10. Dibujos

Note: Engufe maximo a 142 A 50.4 v de 9.23 Kg - Peso 5.81Kg - Altura 1580 mm
(no se esta teniendo en cuenta aun factor de sobredimensionamiento al peso, cables de potencia-control)





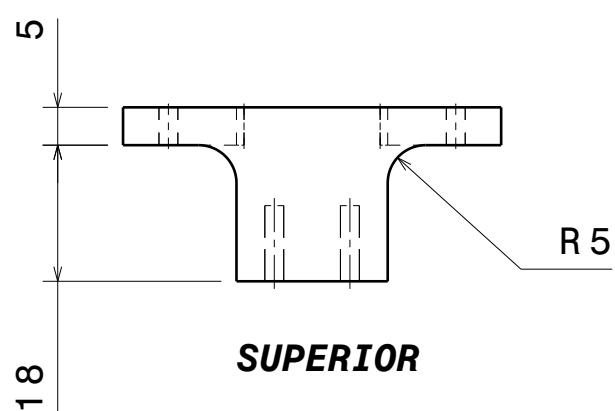
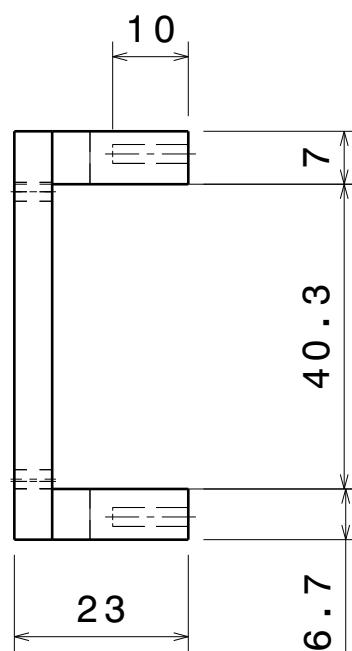
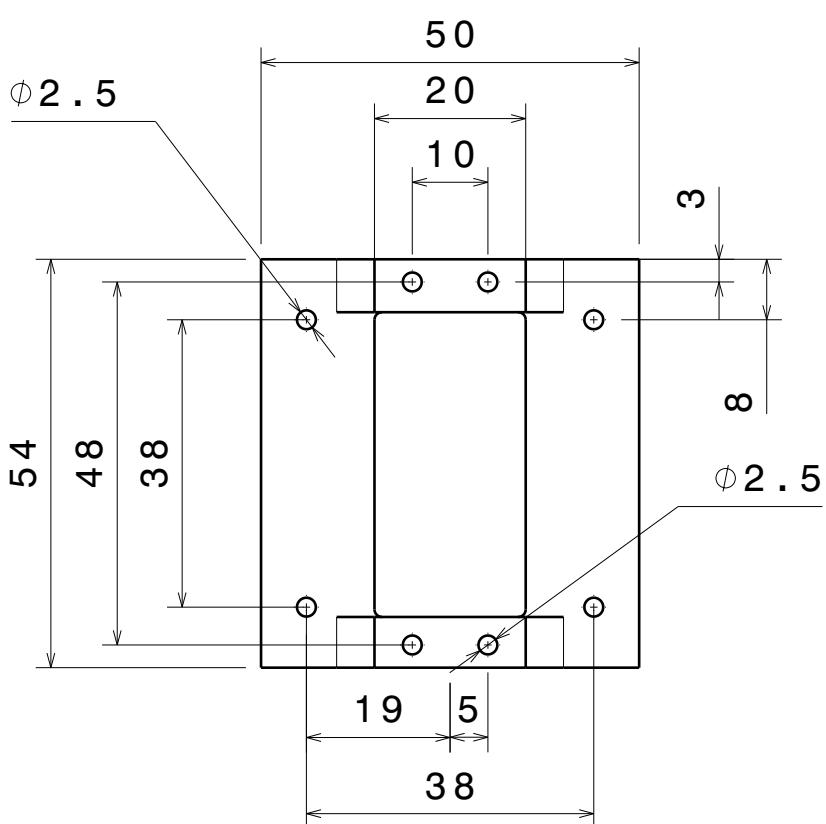


D

C

B

A



Salvo indicación en contrario tolerancia general de plano según norma ISO 2768 clase media

Rev. Descripción

Fecha VºBº

SALVO INDICACIÓN EN CONTRARIO mm [pulg]

Cliente

ITBA

LIA

Desviaciones permisibles para dimensiones lineales

Denominación

SOPORTE SERVOMOTOR A1

desde	más de	más de	más de	más de	más de	más de
0,5 hasta 6	6 hasta 30	30 hasta 120	120 hasta 400	400 hasta 1000	1000 hasta 2000	2000 hasta 4000
±0,1	±0,2	±0,3	±0,5	±0,8	±1,2	±2

desde	más de	más de	más de	más de
hasta 10	10 hasta 50	50 hasta 120	120 hasta 400	400 hasta 400
±1°	±0°30'	±0°20'	±0°10'	±0°5'

Aprobaciones

Dibujó:

19/2/2021

Aprobó:

Esc.

1:1

A4

Plano N°

ALUM-06-04

Material

ALUMINIO

Peso [kg]

0,039

Proyecto:

VTVL

D

A

4

3

2

1

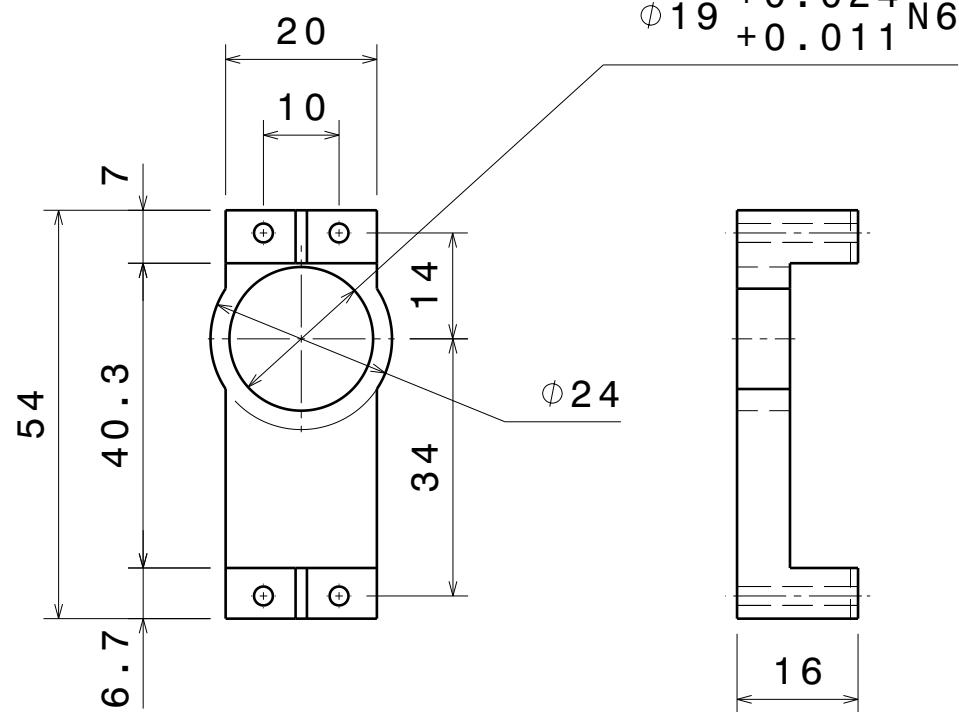
D

C

B

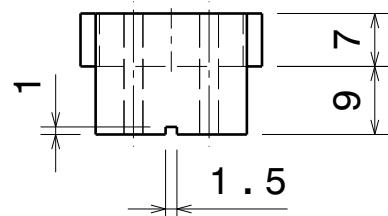
A

4



3

4



2

3

Salvo indicación en contrario tolerancia general de plano según norma ISO 2768 clase media								Rev.	Descripción		Fecha	VºBº
Desviaciones permisibles para dimensiones lineales									SALVO INDICACIÓN EN CONTRARIO mm [pulg]			
desde 0,5 hasta 6	más de 6 hasta 30	más de 30 hasta 120	más de 120 hasta 400	más de 400 hasta 1000	más de 1000 hasta 2000	más de 2000 hasta 4000			Eliminar rebabas y cantos vivos Rugosidad superficial 3.2 [.125] Parámetro de rugosidad: Ra (media aritmética)		ITBA	LIA
=0,1	=0,2	=0,3	=0,5	=0,8	=1,2	=2			Denominación		SOPORTE SERVOMOTOR A2	
Desviaciones permisibles para dimensiones angulares								Aprobaciones	Fecha			
Dibujó: CRETTON LUIS ALBERTO								19/2/2021				
Aprobó:												
Proyecto: VTVL								Esc. 1:1	Material	ALUMINIO	Peso [kg]	0,022
									Plano N°		ALUM-06-05	

D

A

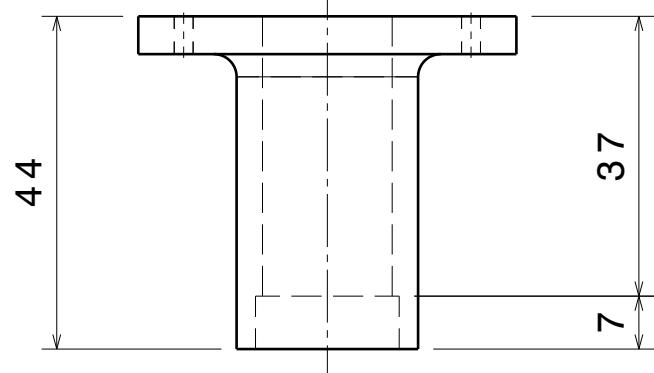
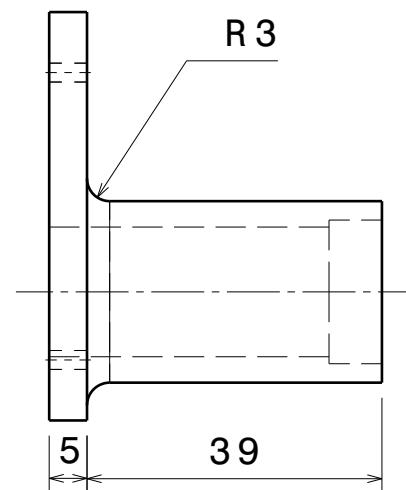
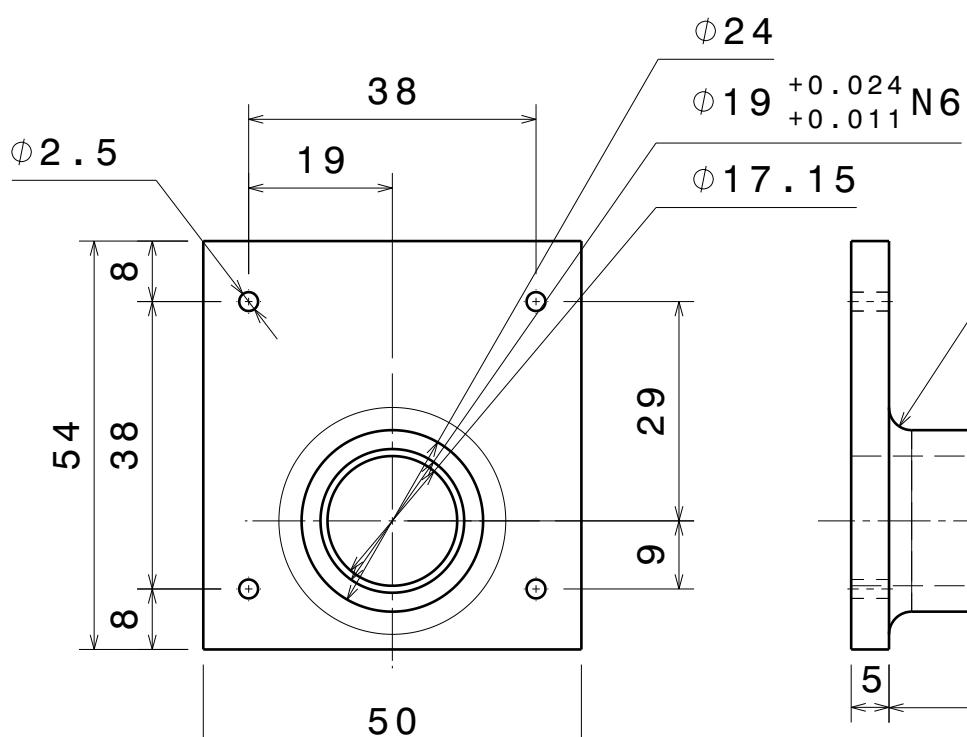
1

D

C

B

A



Salvo indicación en contrario tolerancia general de plano según norma ISO 2768 clase media

Rev. Descripción

Fecha VºBº

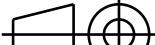
SALVO INDICACIÓN EN CONTRARIO mm [pulg]

Cliente

ITBA

LIA

Eliminar rebabas y cantos vivos



Rugosidad superficial 3.2 [.125]

Parámetro de rugosidad: Ra (media aritmética)

Desviaciones permisibles para dimensiones lineales

Aprobaciones Fecha

Dibujó: CRETTON LUIS ALBERTO 19/2/2021

Aprobó:

Proyecto: VTVL

Denominación

SOPORTE RODAMIENTO

A4

Material **ALUMINIO** Peso [kg] **0,056**

Esc. 1:1 Plano N° **ALUM-06-06**

D

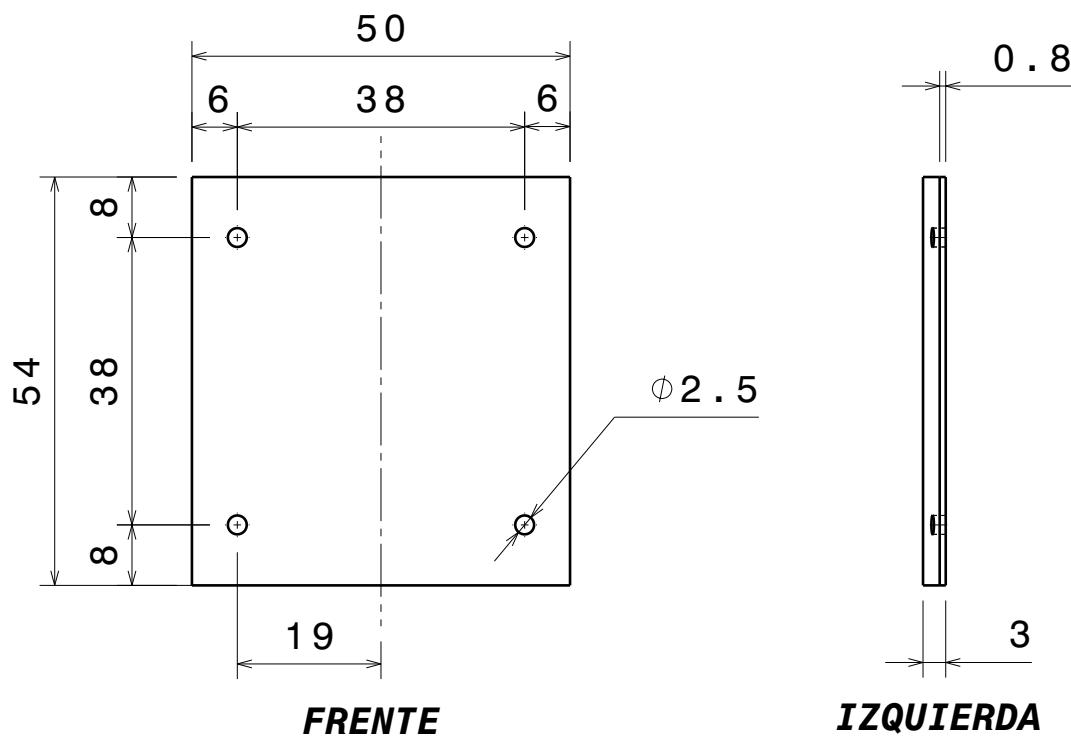
A

D

C

B

A

**SUPERIOR****R 143**

Salvo indicación en contrario tolerancia general de plano según norma ISO 2768 clase media								Rev.	Descripción		Fecha	VºBº			
Desviaciones permisibles para dimensiones lineales									SALVO INDICACIÓN EN CONTRARIO mm [pulg]						
desde 0,5 hasta 6	más de 6 hasta 30	más de 30 hasta 120	más de 120 hasta 400	más de 400 hasta 1000	más de 1000 hasta 2000	más de 2000 hasta 4000			Eliminar rebabas y cantos vivos						
=0,1	=0,2	=0,3	=0,5	=0,8	=1,2	=2			Rugosidad superficial 3.2 [.125]						
Desviaciones permisibles para dimensiones angulares									Parámetro de rugosidad: Ra (media aritmética)						
hasta 10	más de 10 hasta 50	más de 50 hasta 120	más de 120 hasta 400	más de 400											
=±1°	=±0°30'	=±0°20'	=±0°10'	=±0°5'											
Aprobaciones									Fecha						
Dibujó:	CRETTON LUIS ALBERTO			19/2/2021											
Aprobó:															
Proyecto:								Esc.	Material		Peso [kg]				
VTVL								1:1	PLA		0.008				
Plano N°									ALUM-06-07						

D

A

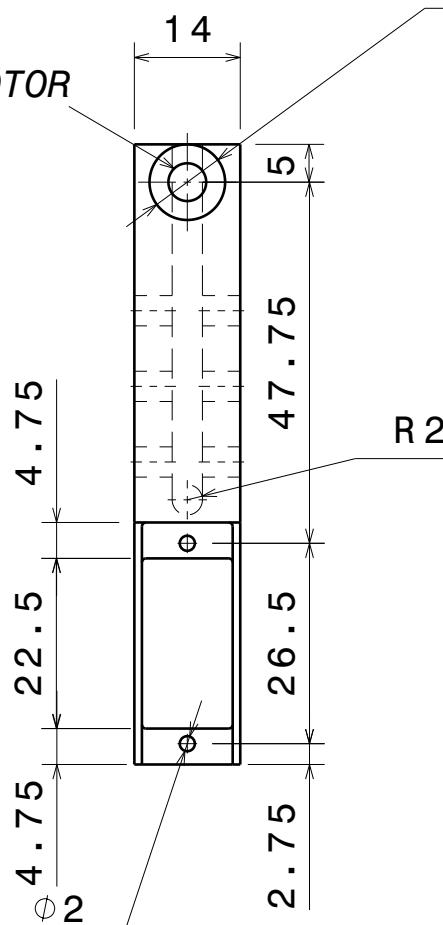
B

A

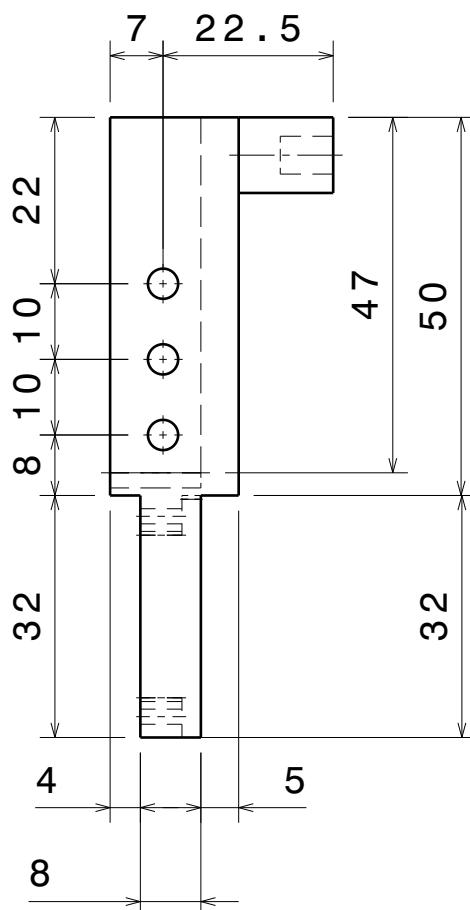
C

D

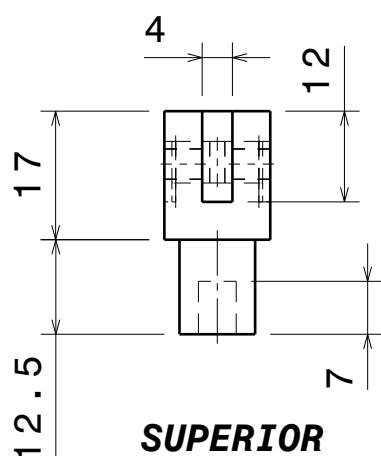
**ESTRIA
SERVOMOTOR**



FRENTE



IZQUIERDA



SUPERIOR

Salvo indicación en contrario tolerancia general de plano según norma ISO 2768 clase media										Rev.	Descripción		Fecha	VºBº								
Desviaciones permisibles para dimensiones lineales											SALVO INDICACIÓN EN CONTRARIO mm [pulg]											
desde	más de	más de	más de	más de	más de	más de	más de	más de	hasta		mm [pulg]											
0,5	6	30	120	400	1000	2000	4000	2000	hasta		Eliminar rebabas y cantos vivos											
hasta	30	120	400	1000	2000	4000			6		Rugosidad superficial 3.2 [.125]											
											Parámetro de rugosidad: Ra (media aritmética)											
=0,1	=0,2	=0,3	=0,5	=0,8	=1,2	=2																
Desviaciones permisibles para dimensiones angulares											Aprobaciones		Fecha									
Dibujó:		CRETTON LUIS ALBERTO				19/2/2021		Aprobó:														
hasta		más de		más de		más de		más de		Denominación		ITBA		LIA								
		10		50		50		120				SOPORTE EDF										
		hasta		hasta		hasta		hasta														
		50		400		400		400														
											Proyecto:		Esc.	Peso [kg]								
											VTVL		1:1	Plano N°								
											ALUM-06-08											

D

A

4

3

2

1

D

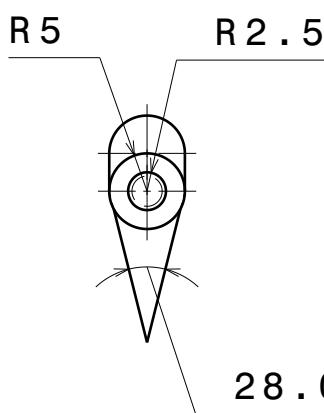
C

B

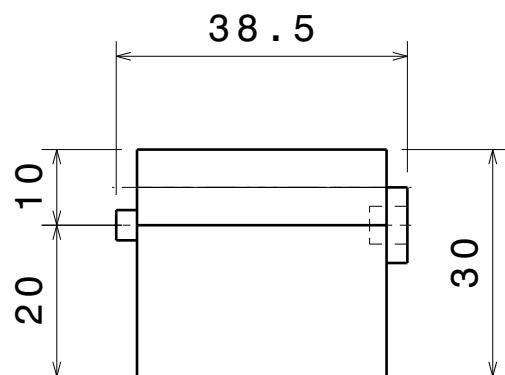
A

4

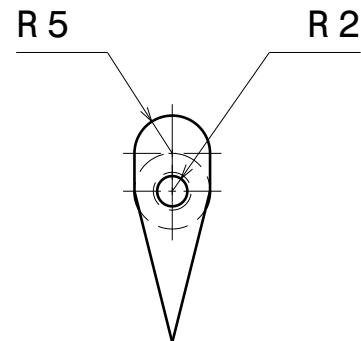
4



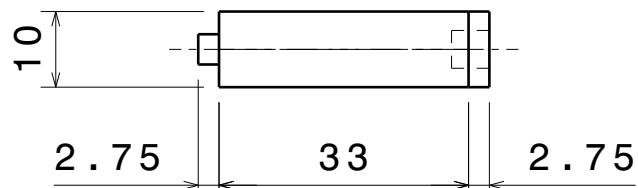
DERECHA



FRENTE



IZQUIERDA



SUPERIOR

Salvo indicación en contrario tolerancia general de plano según norma ISO 2768 clase media

Rev. Descripción

Fecha VºBº

SALVO INDICACIÓN EN CONTRARIO mm [pulg]

Cliente

ITBA

LIA

Eliminar rebabas y cantos vivos



Rugosidad superficial 3.2 [.125]

Parámetro de rugosidad: Ra (media aritmética)

Desviaciones permisibles para dimensiones lineales

Aprobaciones Fecha

Denominación

FLAP INFERIOR

Dibujó: CRETTON LUIS ALBERTO 19/2/2021

Aprobó:

Proyecto: VTVL

Esc.

1:1

Plano N°

ALUM-06-09

Material

PLA

Peso [kg]

0.006

desde más de más de más de más de más de más de
0,5 6 30 120 400 1000 2000 4000
hasta hasta hasta hasta hasta hasta hasta
6 30 120 400 1000 2000 4000
±0,1 ±0,2 ±0,3 ±0,5 ±0,8 ±1,2 ±2

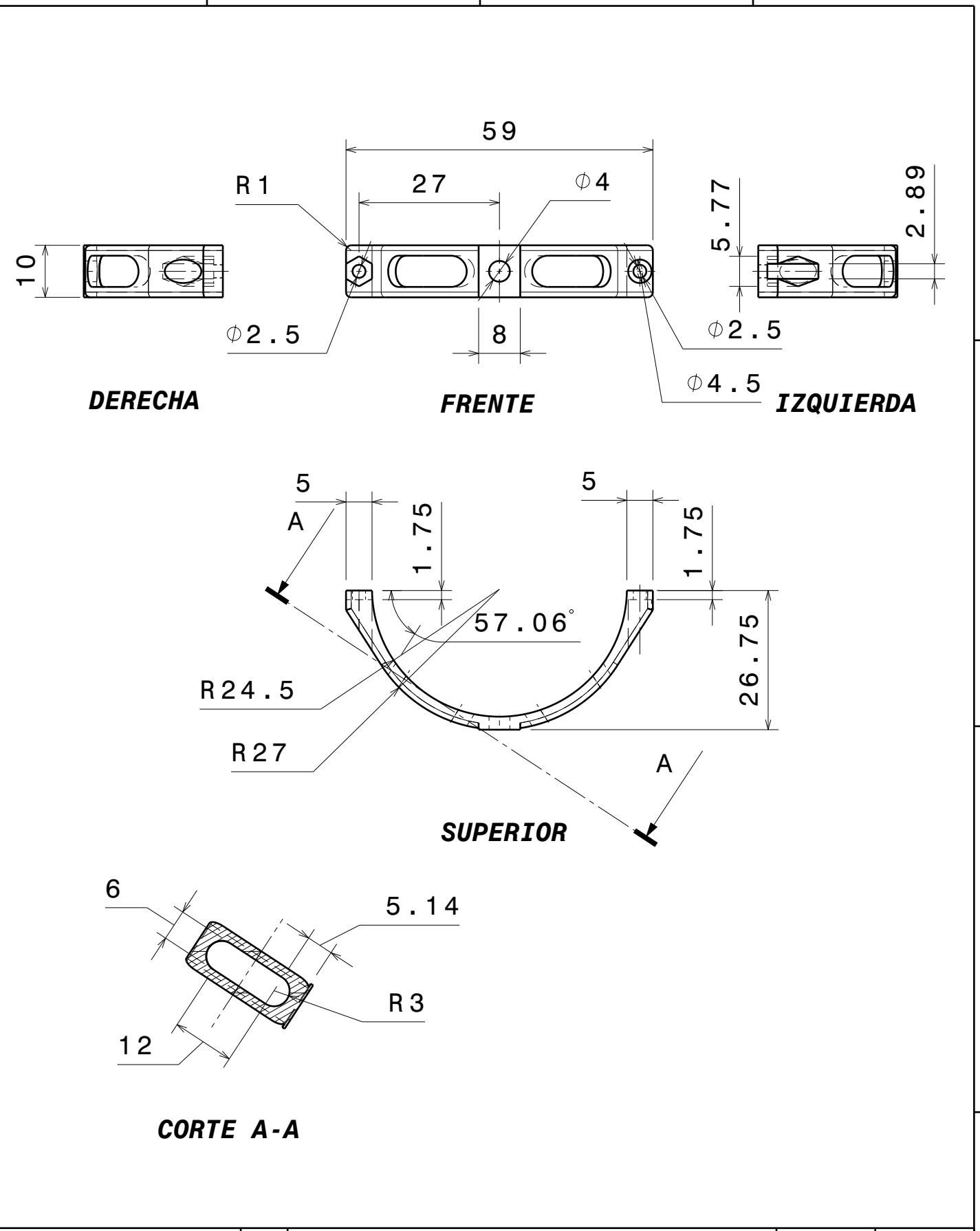
desviaciones permisibles para dimensiones angulares

±1° ±0°30' ±0°20' ±0°10' ±0°5'

D

A

1



Salvo indicación en contrario tolerancia general de plano según norma ISO 2768 clase media								Rev.	Descripción		Fecha	VºBº
Desviaciones permisibles para dimensiones lineales									SALVO INDICACIÓN EN CONTRARIO mm [pulg]			
desde 0,5 hasta 6	más de 6 hasta 30	más de 30 hasta 120	más de 120 hasta 400	más de 400 hasta 1000	más de 1000 hasta 2000	más de 2000 hasta 4000			Eliminar rebabas y cantos vivos			
=0,1	=+0,2	=+0,3	=+0,5	=+0,8	=+1,2	=+2			Rugosidad superficial 3.2 [.125]			
Desviaciones permisibles para dimensiones angulares									Parámetro de rugosidad: Ra (media aritmética)			
hasta 10	más de 10 hasta 50	más de 50 hasta 120	más de 120 hasta 400	más de 400								
=±1°	=±0°30'	=±0°20'	=±0°10'	=±0°5'								
Aprobaciones									Fecha			
Dibujó:	CRETTON LUIS ALBERTO				19/2/2021							
Aprobó:												
Proyecto:	VTVL				Esc.	1:1	Material	PLA	Peso [kg]	0.002		
							Plano N°	ALUM-06-10				

D

C

B

A

1

4

3

2

1

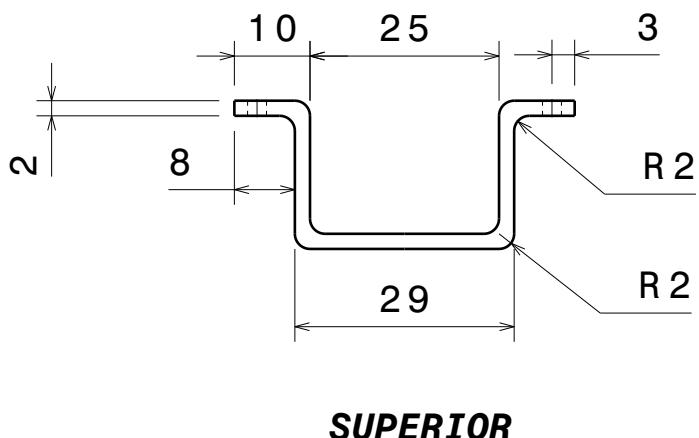
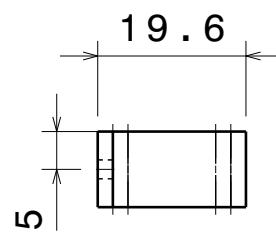
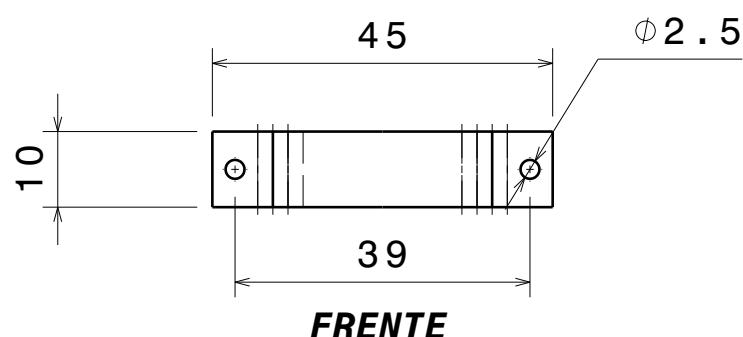
D

C

B

A

4



Salvo indicación en contrario tolerancia general de plano según norma ISO 2768 clase media

Rev. Descripción

Fecha VºBº

SALVO INDICACIÓN EN CONTRARIO mm [pulg]

ITBA

LIA

Cliente

Desviaciones permisibles para dimensiones lineales

desde más de más de más de más de más de más de
0,5 6 30 120 400 1000 2000 4000
hasta hasta hasta hasta hasta hasta hasta
6 30 120 400 1000 2000 4000

=0,1 +0,2 +0,3 +0,5 +0,8 +1,2 +2

Desviaciones permisibles para dimensiones angulares

hasta más de más de más de más de
10 50 50 400 400

=±1° ±0°30' ±0°20' ±0°10' ±0°5'

Eliminar rebabas y cantos vivos



Rugosidad superficial 3.2[.125]

Parámetro de rugosidad: Ra (media aritmética)

Aprobaciones

Dibujó: CRETTON LUIS ALBERTO

Aprobó:

Proyecto: VTVL

Esc. 1:1

Plano N° ALUM-06-11

Fecha 19/2/2021

Material PLA

Peso [kg] 0.002

Denominación

SOPORTE UBEC

Plano N°

ALUM-06-11

D

A

1

4

3

3

2

2

1

1

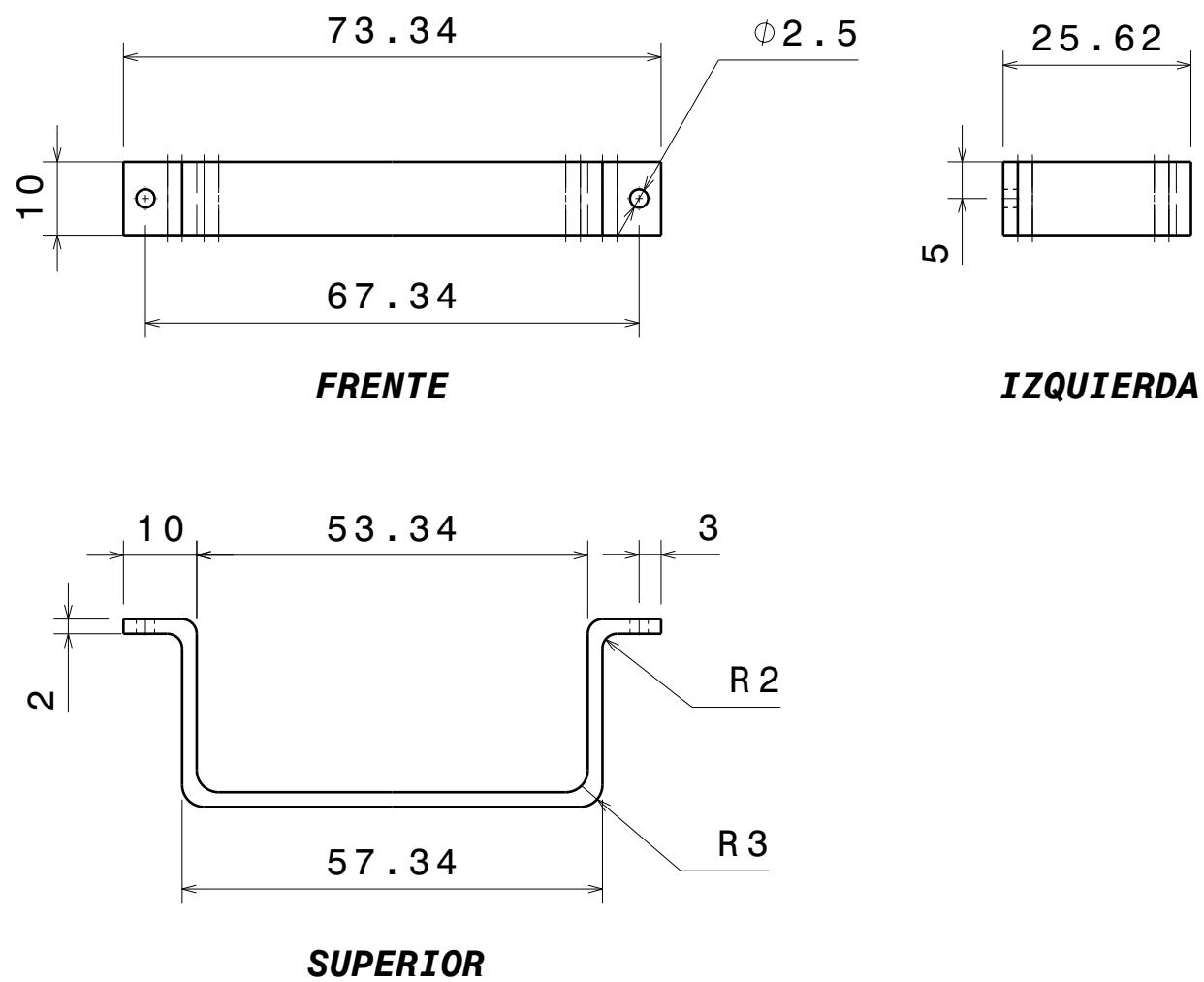
D

C

B

A

4



Salvo indicación en contrario tolerancia general de plano según norma ISO 2768 clase media

Rev. Descripción

Fecha VºBº

SALVO INDICACIÓN EN CONTRARIO mm [pulg]

ITBA

LIA

Denominación

SOPORTE BATERIA SECUNDARIA



Desviaciones permisibles para dimensiones lineales

desde más de más de más de más de más de más de más de

0,5 6 30 120 400 1000 2000 4000

hasta 6 hasta 30 hasta 120 hasta 400 hasta 1000 hasta 2000 hasta 4000

$\pm 0,1$ $\pm 0,2$ $\pm 0,3$ $\pm 0,5$ $\pm 0,8$ $\pm 1,2$ ± 2

Desviaciones permisibles para dimensiones angulares

desde más de más de más de más de más de

10 50 50 400 400

hasta 50 hasta 50 hasta 400 hasta 400

$\pm 1^\circ$ $\pm 0^\circ 30'$ $\pm 0^\circ 20'$ $\pm 0^\circ 10'$ $\pm 0^\circ 5'$

Aprobaciones

Fecha

Dibujó: CRETTON LUIS ALBERTO

19/2/2021

Aprobó:

Proyecto: VTVL

Esc. 1:1

Plano N°

ALUM-06-12

Material

PLA

Peso [kg]

0.003

D

A

4

3

2

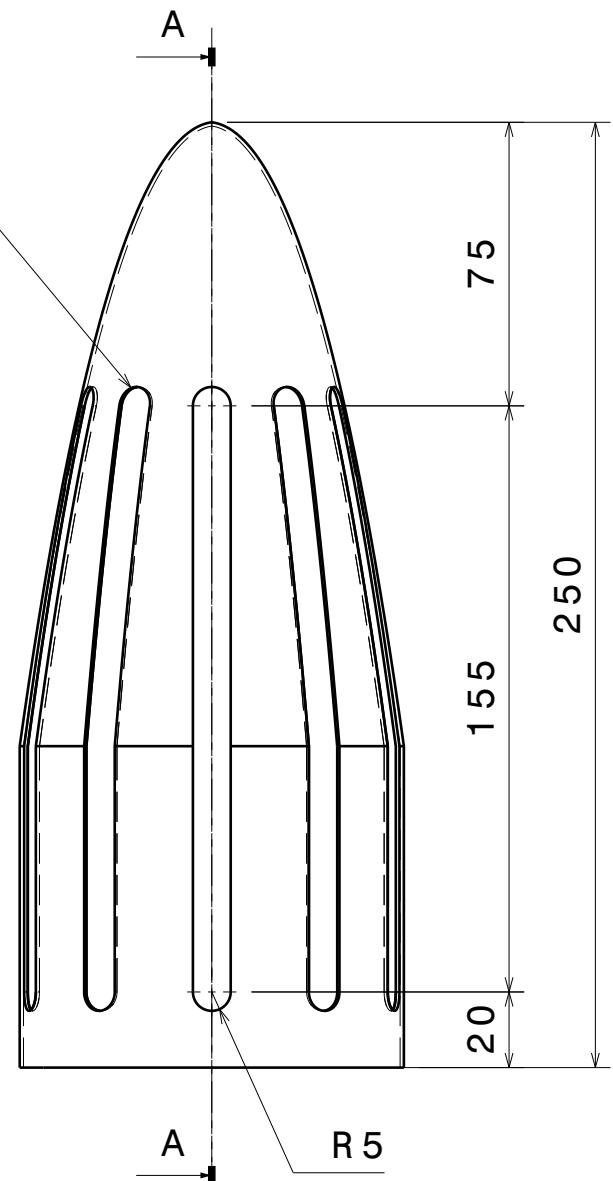
1

D

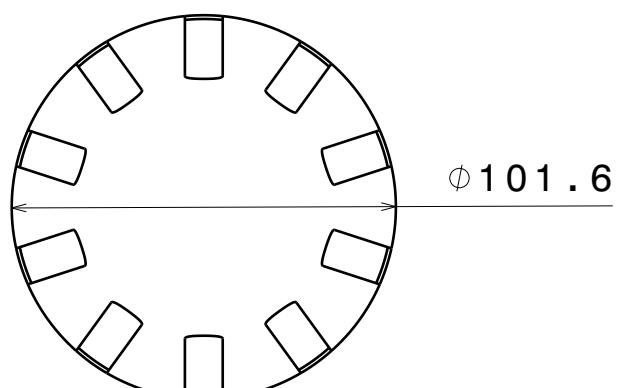
C

B

A

 $\times 10$ **FRENTE**

1

CORTE A-A**SUPERIOR**

Salvo indicación en contrario tolerancia general de plano según norma ISO 2768 clase media

Rev. Descripción

Fecha VºBº

SALVO INDICACIÓN EN CONTRARIO mm [pulg]

ITBA

LIA

Denominación

NARIZ

Desviaciones permisibles para dimensiones lineales

desde más de más de más de más de más de más de más de

0,5 hasta 6 hasta 30 hasta 120 hasta 400 hasta 1000 hasta 2000 hasta 4000

=0,1 =0,2 =0,3 =0,5 =0,8 =1,2 =2

Desviaciones permisibles para dimensiones angulares

hasta más de más de más de más de más de

10 hasta 50 hasta 50 hasta 400 hasta 400

=±1° =±0°30' =±0°20' =±0°10' =±0°5'

Eliminar rebabas y cantos vivos



Rugosidad superficial 3.2 [.125]

Parámetro de rugosidad: Ra (media aritmética)

Aprobaciones

Fecha

Dibujó: CRETTON LUIS ALBERTO 19/2/2021

Aprobó:

Proyecto: VTVL

A4

Material FIBRA DE CARBONO Peso [kg] 0.061

Esc. 1:2

Plano N° ALUM-06-13

D

A

4

3

2

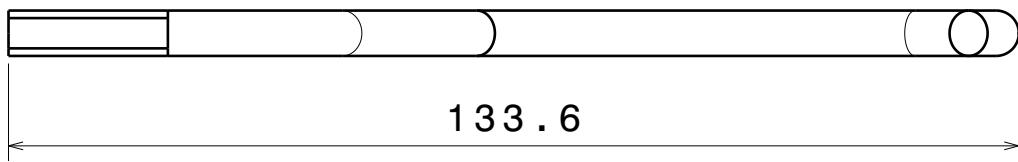
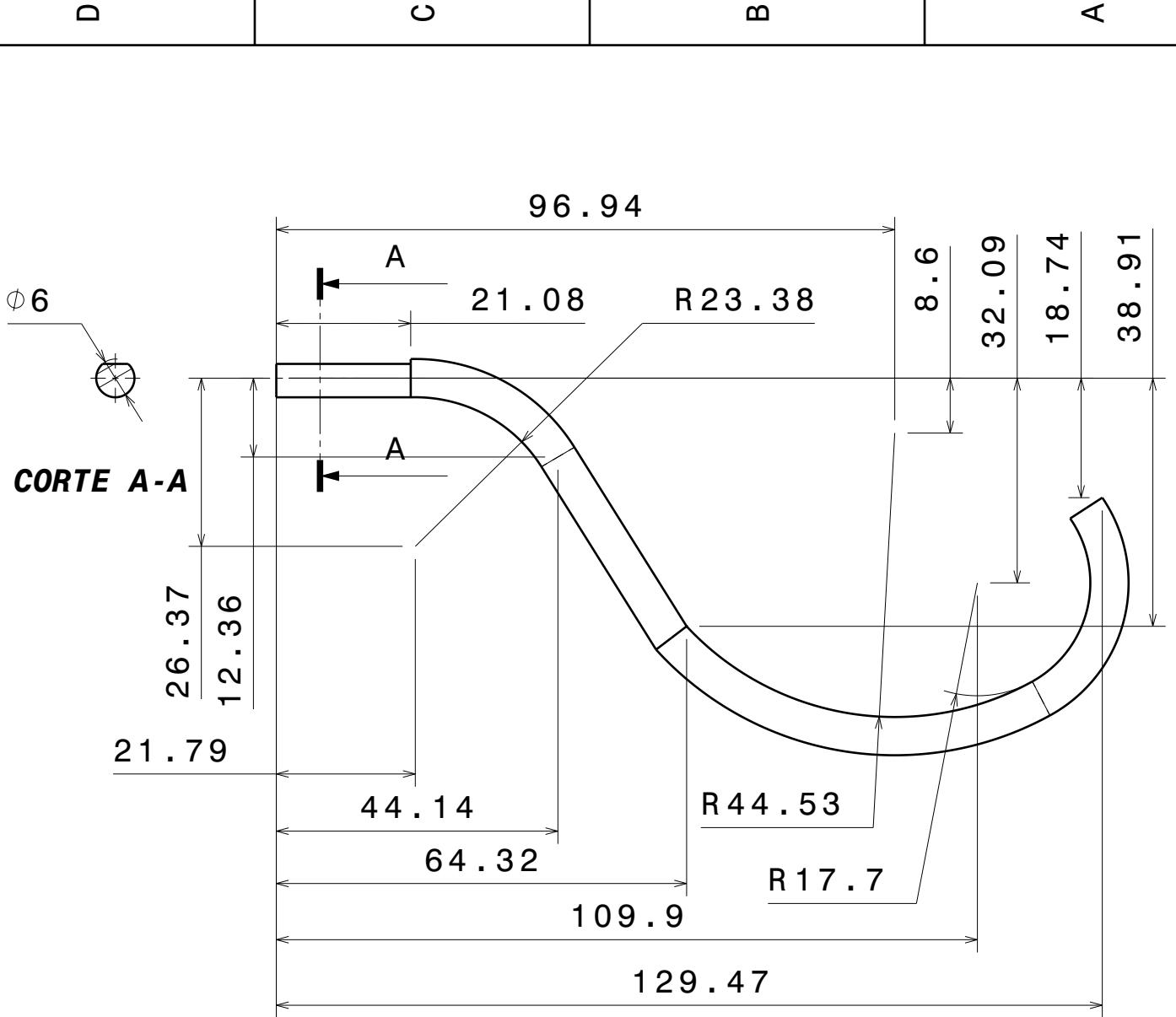
1

4

3

2

1



SUPERIOR

Salvo indicación en contrario tolerancia general de plano según norma ISO 2768 clase media								Rev.	Descripción	Fecha	VºBº	
Desviaciones permisibles para dimensiones lineales								SALVO INDICACIÓN EN CONTRARIO mm [pulg]				
desde 0,5 hasta 6	más de 6 hasta 30	más de 30 hasta 120	más de 120 hasta 400	más de 400 hasta 1000	más de 1000 hasta 2000	más de 2000 hasta 4000		Eliminar rebabas y cantos vivos Rugosidad superficial 3.2[.125] Parámetro de rugosidad: Ra (media aritmética)				
=0,1	=0,2	=0,3	=0,5	=0,8	=1,2	=2						
Desviaciones permisibles para dimensiones angulares								Aprobaciones				
hasta 10	más de 10 hasta 50	más de 50 hasta 120	más de 120 hasta 400	más de 400				Dibujó:	CRETTON LUIS ALBERTO	19/2/2021	Denominación	ITBA
±1°	±0°30'	±0°20'	±0°10'	±0°5'				Aprobó:				
Proyecto: VTVL								Esc.	1:1	Material	ALUMINIO	Peso [kg]
												0.014
Plano N°								ALUM-06-14				

D

C

B

A

4

3

2

1

D

C

B

A

4

3

2

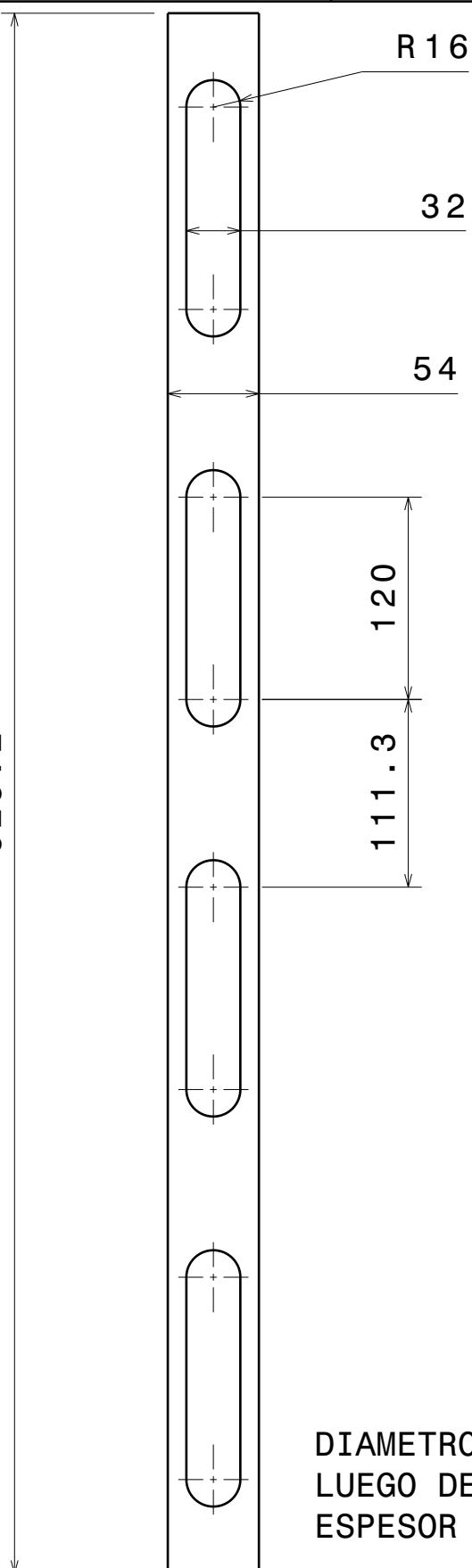
4

3

2

1

925 . 2



DIAMETRO INTERIOR 292mm
LUEGO DE ROLAR
ESPESOR CHAPA 3mm

Salvo indicación en contrario tolerancia general de plano según norma ISO 2768 clase media

Rev. Descripción

Fecha VºBº

SALVO INDICACIÓN EN CONTRARIO mm [pulg]

ITBA

LIA

Denominación

DETALLE FUELAJE

Eliminar rebabas y cantos vivos
Rugosidad superficial 3.2 [.125]
Parámetro de rugosidad: Ra (media aritmética)



Desviaciones permisibles para dimensiones lineales

Aprobaciones

Fecha

Dibujó: CRETTON LUIS ALBERTO

19/2/2021

Aprobó:

Proyecto: VTVL

Esc.

1:4

Plano N°
ALUM-06-15

Material

ALUMINIO

Peso [kg]

0,255

1:4

1

D

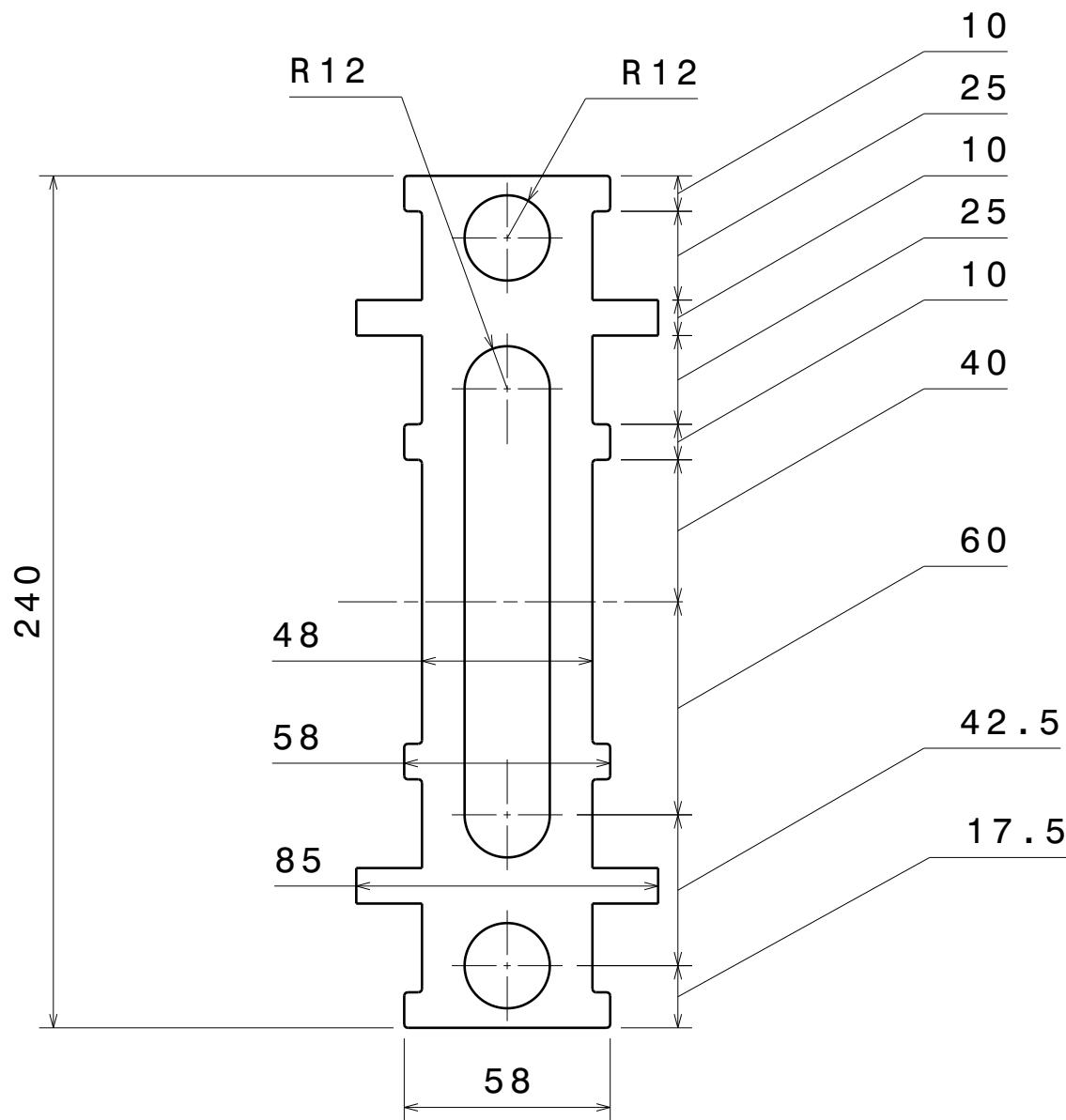
A

D

C

B

A



Salvo indicación en contrario tolerancia general de plano según norma ISO 2768 clase media

Rev. Descripción

Fecha VºBº

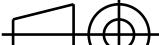
SALVO INDICACIÓN EN CONTRARIO mm [pulg]

Cliente

ITBA

LIA

Eliminar rebabas y cantos vivos



Rugosidad superficial 3.2 [.125]

Parámetro de rugosidad: Ra (media aritmética)

Desviaciones permisibles para dimensiones lineales

desde más de más de más de más de más de más de
0,5 6 30 120 400 1000 2000 4000
hasta hasta hasta hasta hasta hasta hasta
6 30 120 400 1000 2000 4000

$\pm 0,1$ $\pm 0,2$ $\pm 0,3$ $\pm 0,5$ $\pm 0,8$ $\pm 1,2$ ± 2

Desviaciones permisibles para dimensiones angulares

hasta más de más de más de más de
10 50 50 120 400
hasta hasta hasta hasta hasta
50 50 50 120 400

$\pm 1^\circ$ $\pm 0^\circ 30'$ $\pm 0^\circ 20'$ $\pm 0^\circ 10'$ $\pm 0^\circ 5'$

Denominación

DETALLE FUELAJE 2

Aprobaciones

Fecha

Dibujó:

CRETTON LUIS ALBERTO

19/2/2021

Aprobó:

Proyecto:

VTVL

Esc.

1:2

Plano N°

ALUM-06-16

A

D