Elementos Axisimétricos

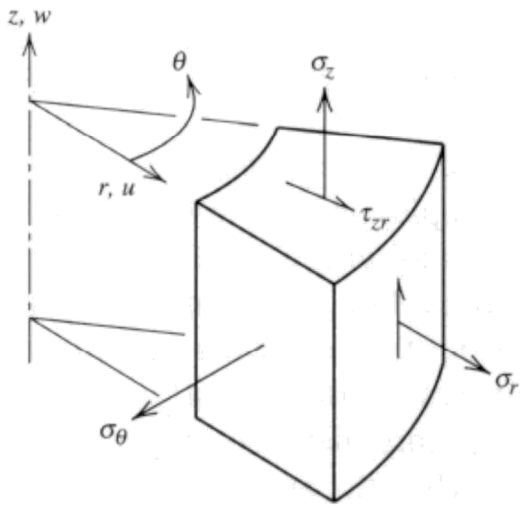
Deformaciones

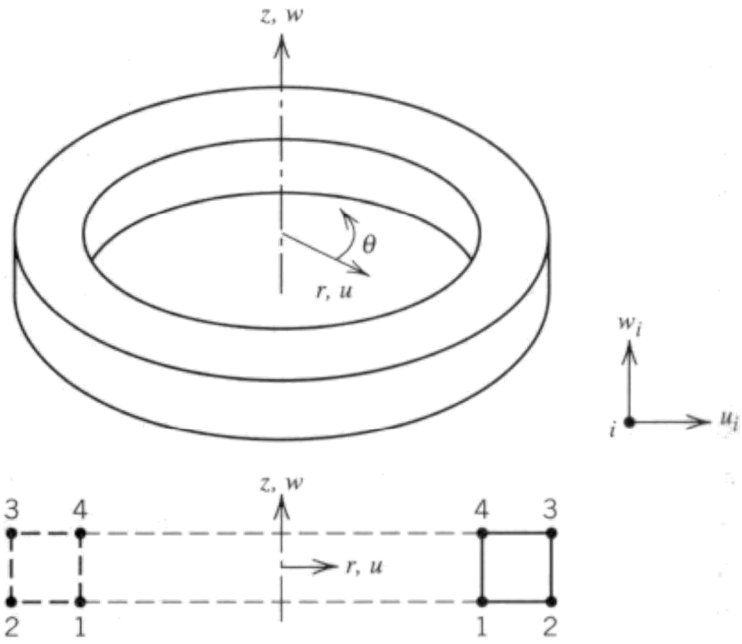
$$u(r,z);\ w(r,z);v(r,\theta,z)=0$$

$$\varepsilon_r=\frac{\partial u}{\partial r} \qquad \gamma_{zr}=\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial r}$$

$$\varepsilon_\theta=\frac{u}{r} \qquad \gamma_{z\theta}=0$$

$$\varepsilon_z=\frac{\partial w}{\partial z} \qquad \gamma_{r\theta}=0$$





Relaciones Desplazamiento - Deformación

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_r\\ \varepsilon_\theta\\ \varepsilon_z\\ \gamma_{zr}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\partial}{\partial r} & 0\\ \frac{1}{r} & 0\\ 0 & \frac{\partial}{\partial z}\\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}u\\ w\end{Bmatrix}$$

Cambia el orden de integración.

Ecuación Constitutiva

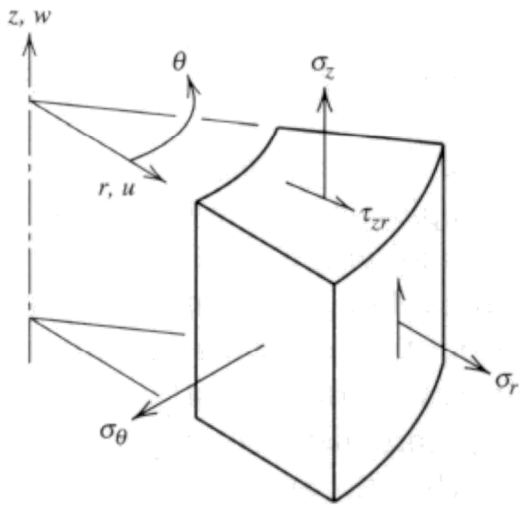
$$\begin{bmatrix}\sigma_r\\ \sigma_\theta\\ \sigma_z\\ \tau_{zr}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & B & B & 0\\ B & A & B & 0\\ B & B & A & 0\\ 0 & 0 & 0 & G\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_r\\ \varepsilon_\theta\\ \varepsilon_z\\ \gamma_{zr}\end{bmatrix}-\frac{E\alpha\Delta T}{1-2\upsilon}\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 1\\ 0\end{bmatrix}$$

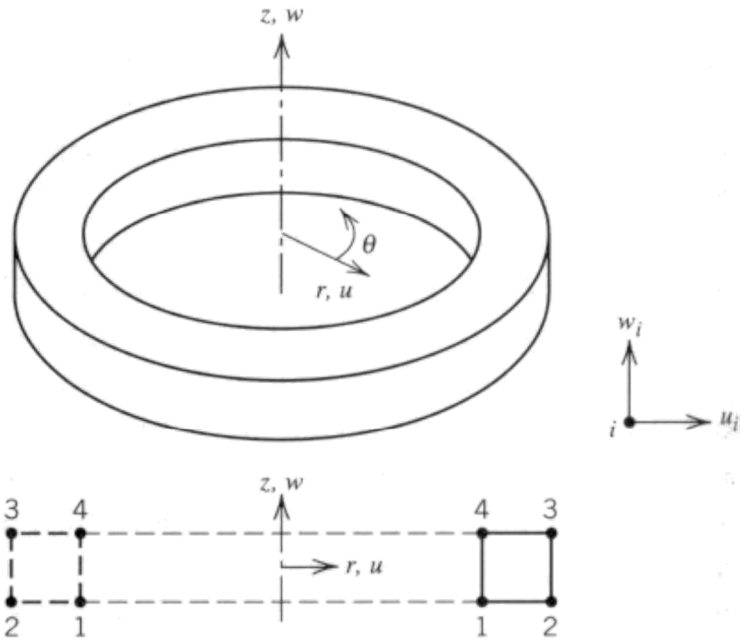
$$A=\frac{(1-\upsilon)E}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)} \qquad B=\frac{\upsilon E}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)} \qquad G=\frac{E}{2(1+\upsilon)}$$

Elementos Axisimétricos

Funciones de Forma

$$\begin{cases} u = \sum_j N(\xi,\eta)_j \, u_j \\ w = \sum_j N(\xi,\eta)_j \, w_j \end{cases}$$





$$N(\xi,\eta)_j = \tfrac{1}{4}(1 \pm \xi)(1 \pm \eta)$$

$$\{\varepsilon\}_{4x1} = [B(\xi,\eta)]_{4x2N} \{d\}_{2Nx1}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial N(\xi,\eta)_1}{\partial r} & 0 & \cdots & 0 \\ \dfrac{N(\xi,\eta)_1}{r(\xi,\eta)} & 0 & & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial N(\xi,\eta)_1}{\partial z} & & \dfrac{\partial N(\xi,\eta)_j}{\partial z} \\ \dfrac{\partial N(\xi,\eta)_1}{\partial z} & \dfrac{\partial N(\xi,\eta)_1}{\partial r} & & \dfrac{\partial N(\xi,\eta)_j}{\partial r} \end{bmatrix}$$

Evaluación del radio

$$; \qquad r(\xi,\eta) = \sum_j N(\xi,\eta)_j \, r_j$$

Una sola translación. No tiene modos espureos. 1 autovalor nulo.

Elementos Axisimétricos

Matriz de Rigidez

$$[K]_{2Nx2N} = \int_0^{2\pi} \int_A [B]_{2Nx4}{}^T [E]_{4x4} [B]_{4x2N} \, r \, dr \, d\theta \, dz \quad \rightarrow \quad [K] = 2\pi \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} [B]^T [E][B] r |J| \, d\xi \, d\eta$$

$$\downarrow$$

$$[K] = 2\pi \sum_i^{npg} W_i \begin{bmatrix} \dfrac{\partial N(\xi_i,\eta_i)_1}{\partial r} & 0 \\ \dfrac{N(\xi_i,\eta_i)_1}{\sum_j N(\xi_i,\eta_i)_j r_j} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial N(\xi_i,\eta_i)_1}{\partial z} \\ \dfrac{\partial N(\xi_i,\eta_i)_1}{\partial z} & \dfrac{\partial N(\xi_i,\eta_i)_1}{\partial r} \end{bmatrix}^T \cdots [E][B] \left(\sum_j N(\xi_i,\eta_i)_j r_j \right) |J_i|$$

B

Elementos Axisimétricos

Una medida del error es comparar epsilon tita con epsilon r en 0, ya que tienen que ser iguales.

Elemento 4 Nodos

$$u = \beta_1 + \beta_2 r + \beta_3 z + \beta_4 rz$$
$$w = \beta_5 + \beta_6 r + \beta_7 z + \beta_8 rz$$

Deformaciones

$$\rightarrow \quad \varepsilon_r = \beta_2 + \beta_4 z \quad ; \quad \varepsilon_\theta = \frac{\beta_1}{r} + \beta_2 + \beta_3 \frac{z}{r} + \beta_4 z$$
$$\varepsilon_z = \beta_7 + \beta_8 r \quad ; \quad \gamma_{zr} = \beta_3 + \beta_4 r + \beta_6 + \beta_8 z$$

Cargas Distribuidas

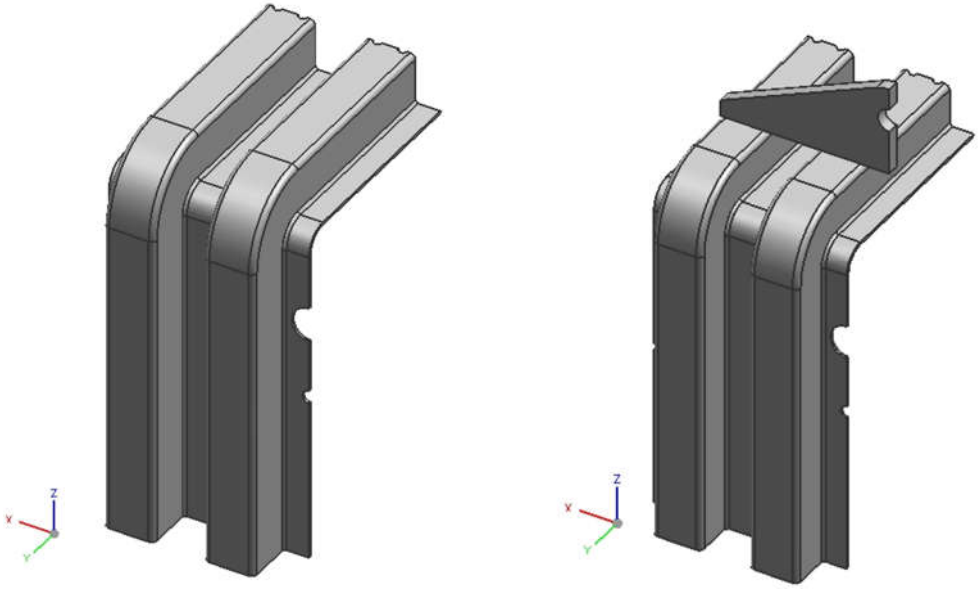
$$[R]_{2N} = \int_0^{2\pi} \int_S [N]_{2Nx2}{}^T \begin{Bmatrix} \sigma \\ \tau \end{Bmatrix} r \, ds d\theta$$

Cargas Centrífugas

$$[R]_{2N} = \int_0^{2\pi} \int_0^r \int_0^z [N]_{2Nx2}{}^T \begin{Bmatrix} \rho r \omega^2 \\ 0 \end{Bmatrix} r \, dr \, dz d\theta$$

Caso de Estudio - Autoclave

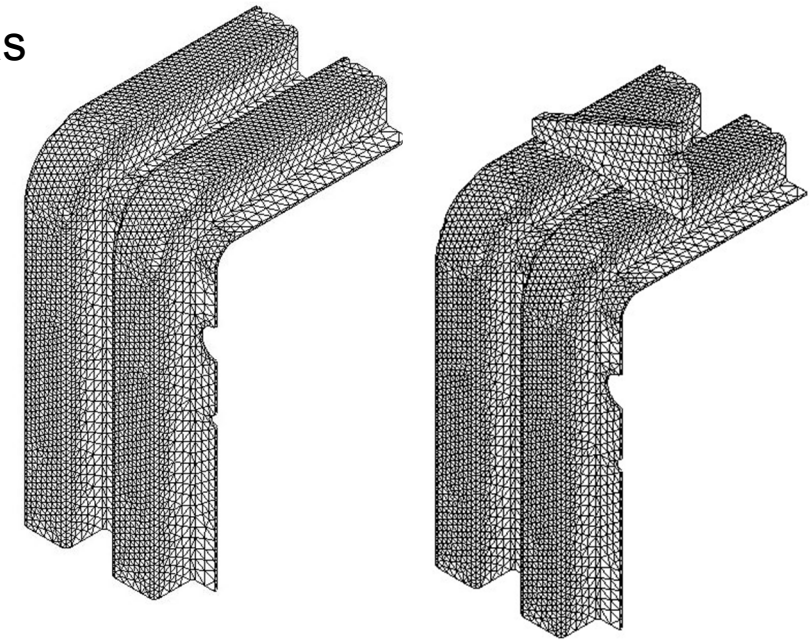
Secciones Típicas



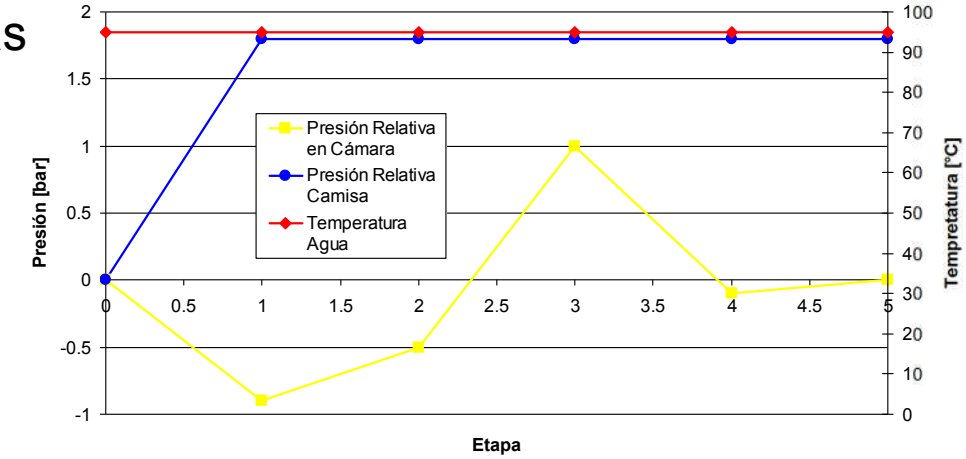
http://www.telstar-lifesciences.com/Technologies/Sterilization%20Systems/Moist%20Heat%20Sterilization%20Equipment%20.htm

Caso de Estudio - Autoclave

Mallas

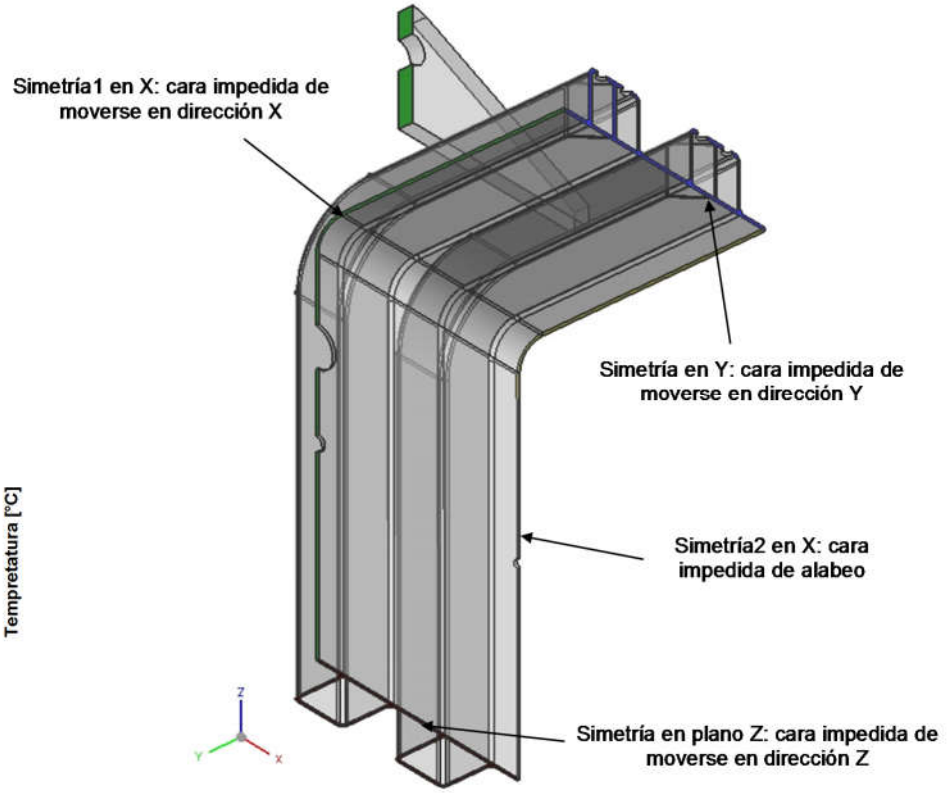


Cargas



Hipótesis

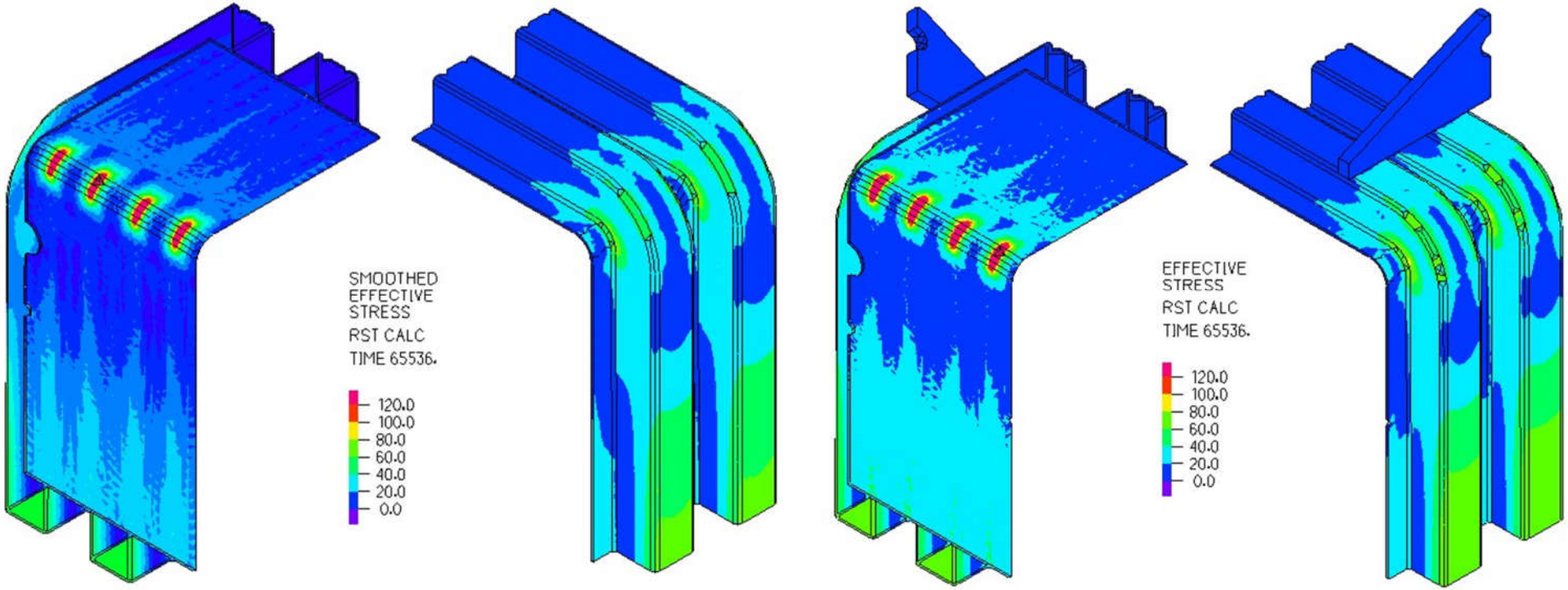
- Se asume simetría en los tres ejes de coordenadas
- Se asume material elástico lineal
- Se utiliza una formulación de pequeñas deformaciones con pequeños desplazamientos
- Se asume estado térmico estacionario.
- Se asume temperatura constante a lo largo del ciclo



http://www.telstar-lifesciences.com/Technologies/Sterilization%20Systems/Moist%20Heat%20Sterilization%20Equipment%20.htm

Caso de Estudio - Autoclave

Resultados Prueba Hidráulica



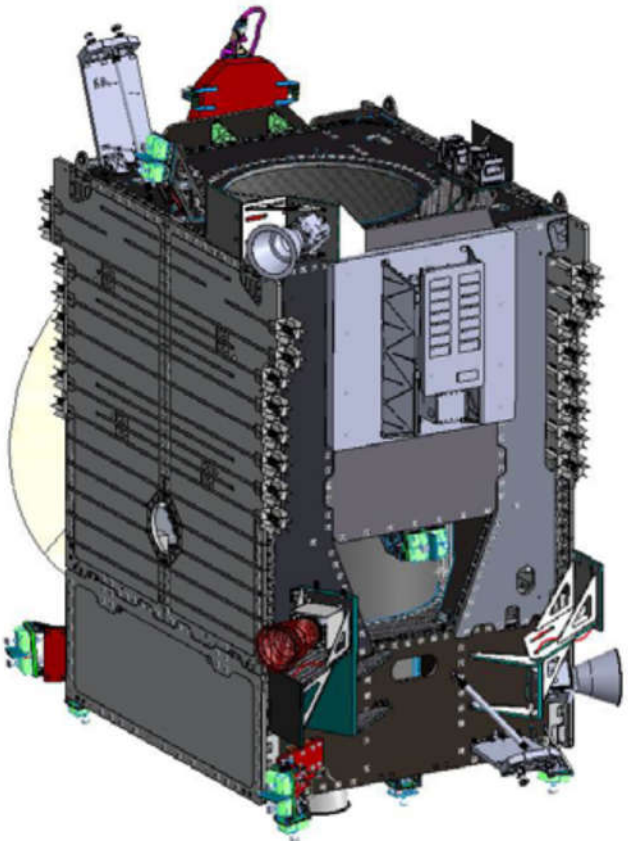
Resultados Fatiga

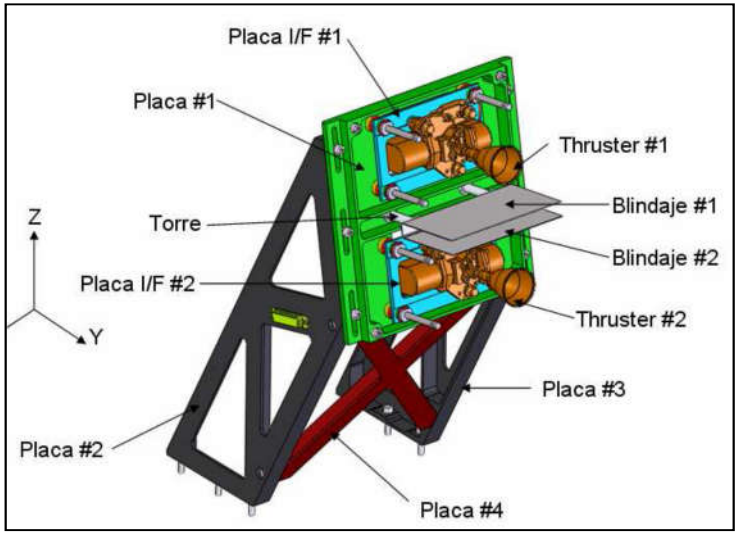
Criterio	Modelo A	Modelo B
ASME-elíptica	2.08	2.08
GERBER	2.13	2.12

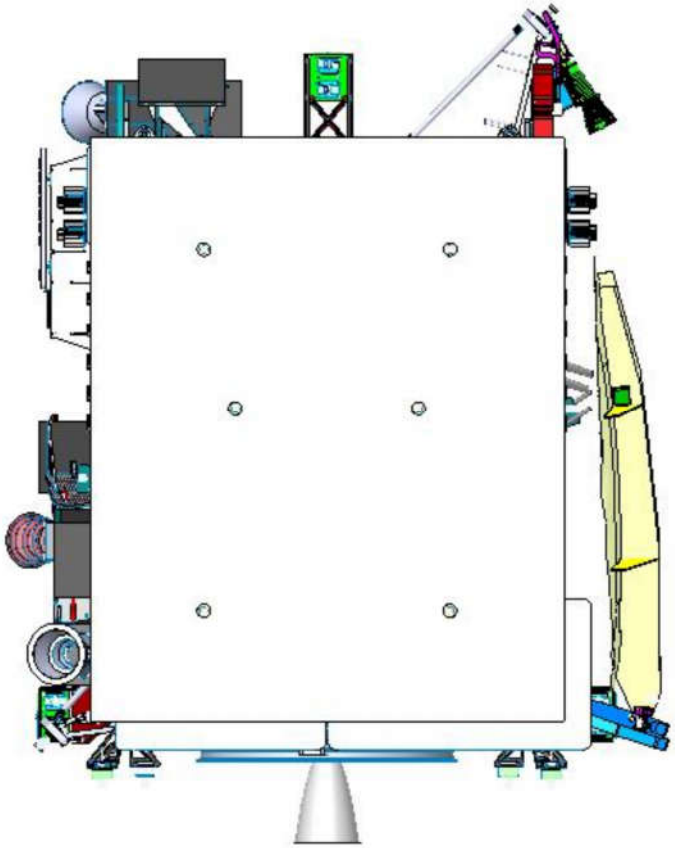
Recomendaciones: Radios

http://www.telstar-lifesciences.com/Technologies/Sterilization%20Systems/Moist%20Heat%20Sterilization%20Equipment%20.htm

Caso de Estudio – Soporte de Toberas



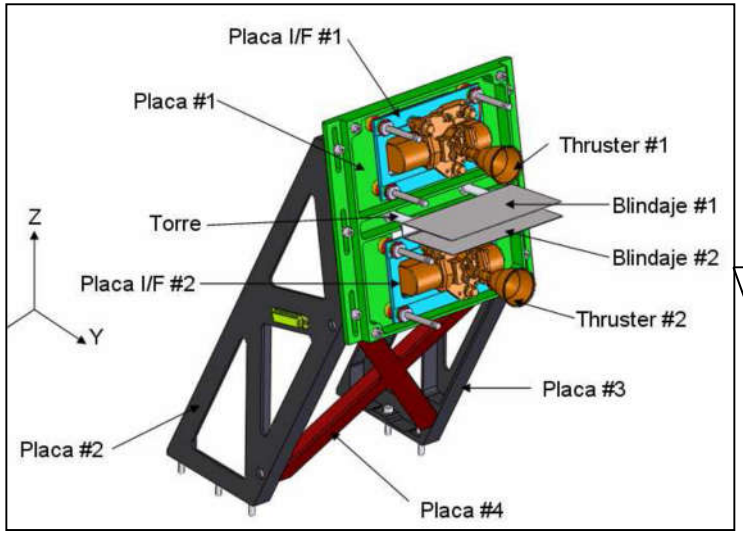




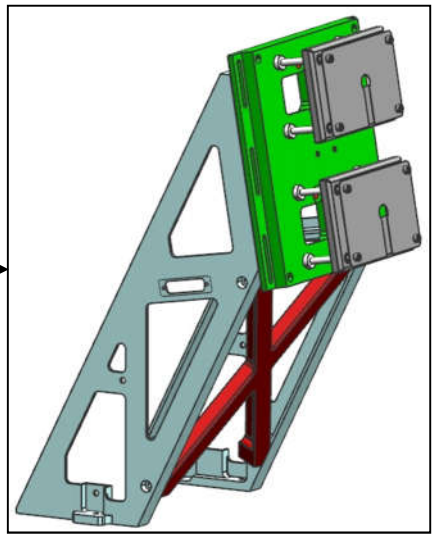
Requerimientos

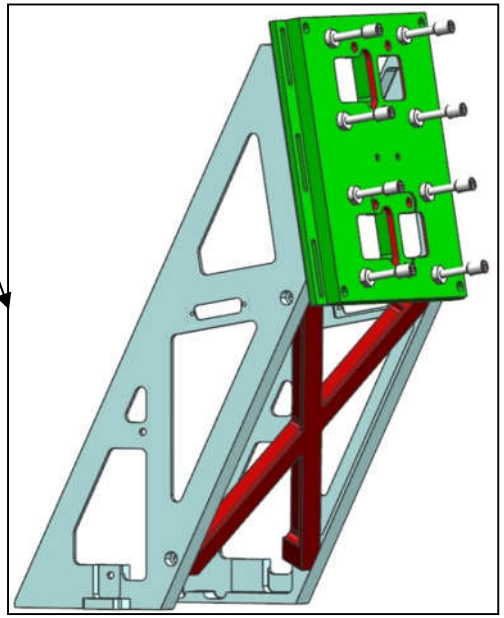
- Análisis modal (frecuencias fundamentales).
- Análisis cuasi-estático (cargas limites).
- Análisis termoelastico (apuntamiento).

Caso de Estudio – Soporte de Toberas



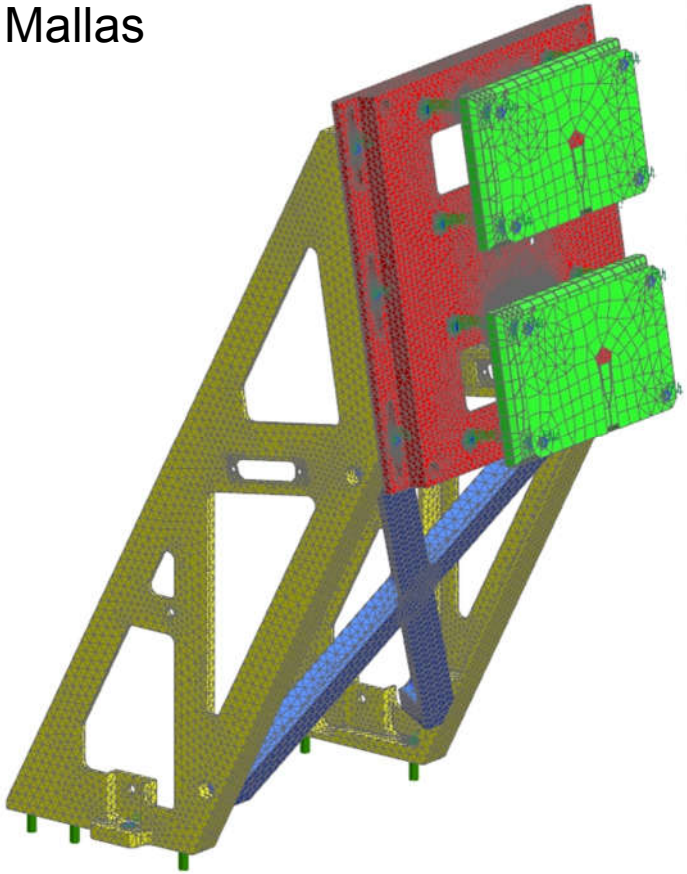
Simplificación estructura



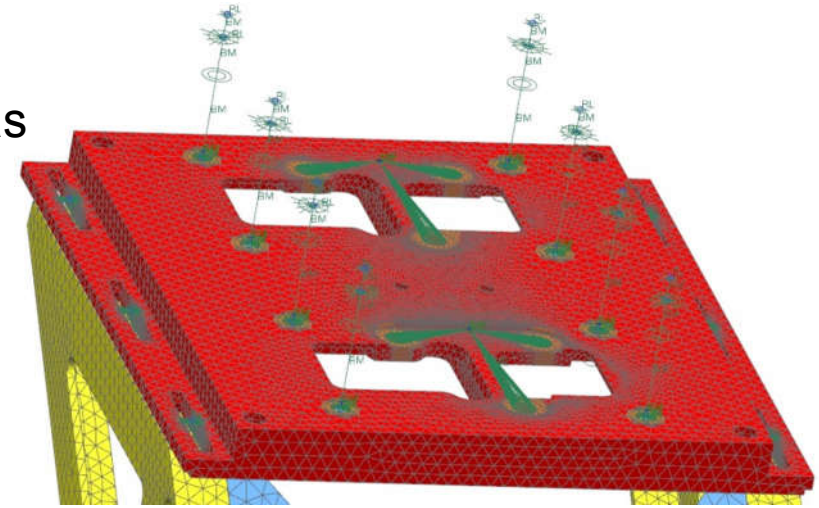


Caso de Estudio – Soporte de Toberas

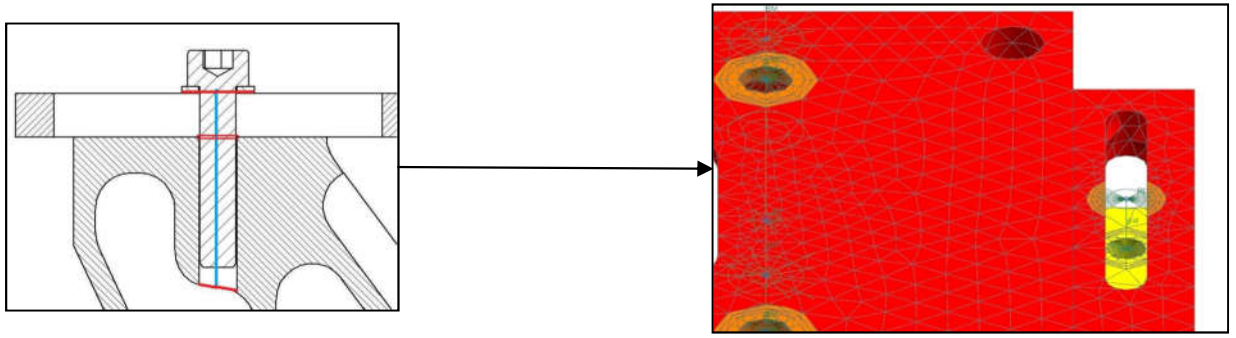
Mallas



Modelado de toberas



Modelado de uniones

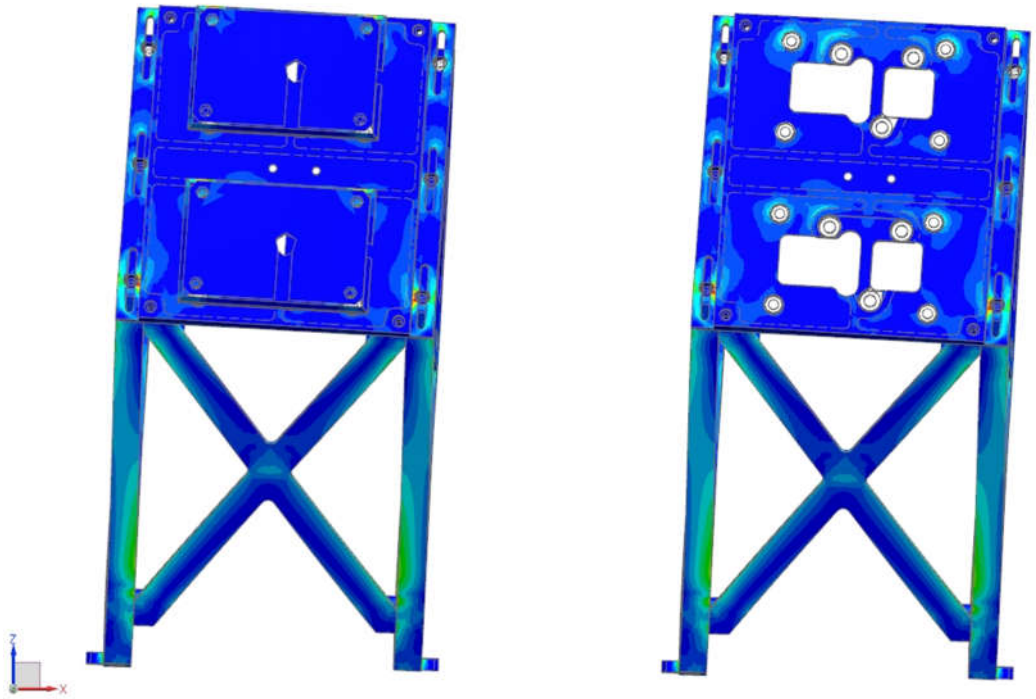


Hipótesis

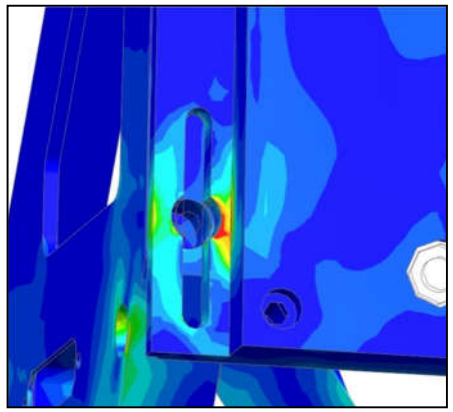
- Se asume que las uniones abulonadas se mantienen en contacto debido a la precarga.
- Se asume que el soporte se encuentra fijo en las uniones de I/F (Hard Mounted)
- Se asume que las toberas se comportan de manera rígida.
- Se asume material elástico lineal
- Se utiliza una formulación de pequeñas deformaciones con pequeños desplazamientos
- Se asume estado térmico estacionario

Caso de Estudio – Soporte de Toberas

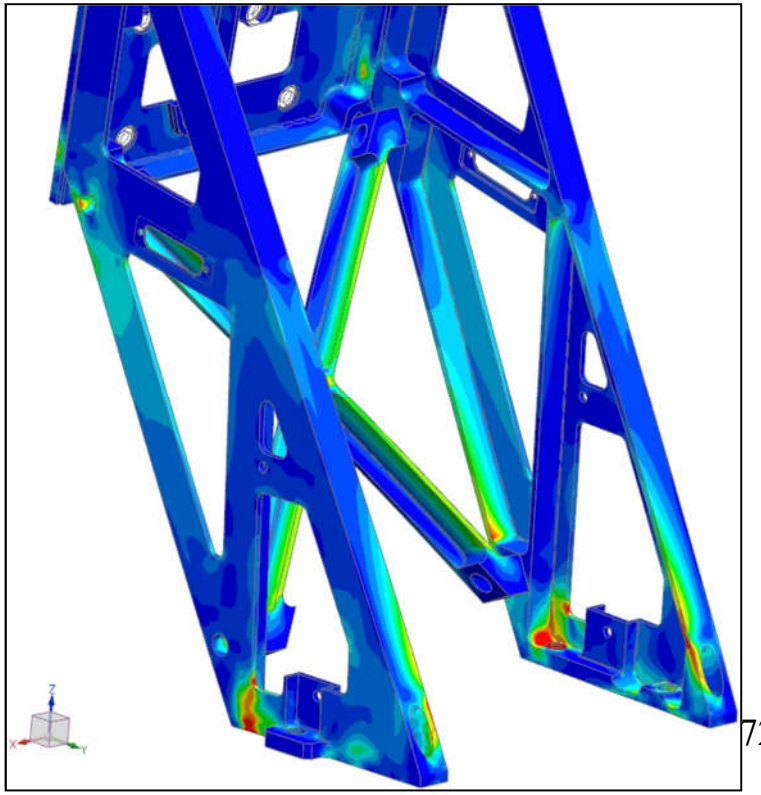
Resultados Cuasi-estáticos (LC1)



Efecto rigid links



Concentración tensiones



Recomendaciones:

- Radios (análisis cuasi-estático)
- Vaciados (análisis cuasi-estático y modal)
- Diseño laterales en I/F (cargas térmicas)