

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

MECANISMOS - 31.33

MECANISMO AMASADOR

Grupo 8

JORGE CARDozo – 57331
PATRICIO WHITTINGSLow – 55423
ARI TELECEMIAN – 55188
AGUSTÍN CANALIS – 56674

Fecha de entrega: 13 de octubre de 2018

Firma del docente:



Problema

A lo largo de este trabajo se busca estudiar un mecanismo de una amasadora industrial. El mecanismo controla una punta amasadora que se mueve en una trayectoria con apariencia de triángulo rectángulo suavizado. El modelo de fuerzas que vamos a usar para el caso es que toda la potencia se disipa en los dos catetos de la hipotenusa, y el retorno es libre.

El análisis consiste de dos partes: una cinemática y una dinámica para verificar que el mecanismo se puede realizar.

1. Convenciones de nombres, signos y subíndices

Al mirar los distintos resultados, tener en cuenta que se realizaron con los siguientes nombres de nodos y barras. Los giros antihorario son positivos. Para simplificar el problema se invirtió la orientación en x y se alineó la tierra con el eje horizontal.

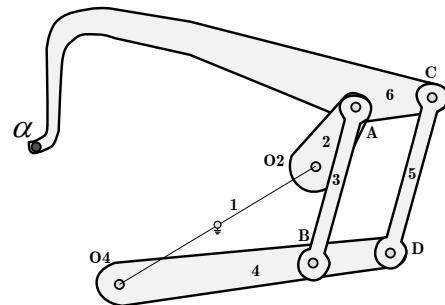


Figura 1: Interpretación artística del mecanismo.

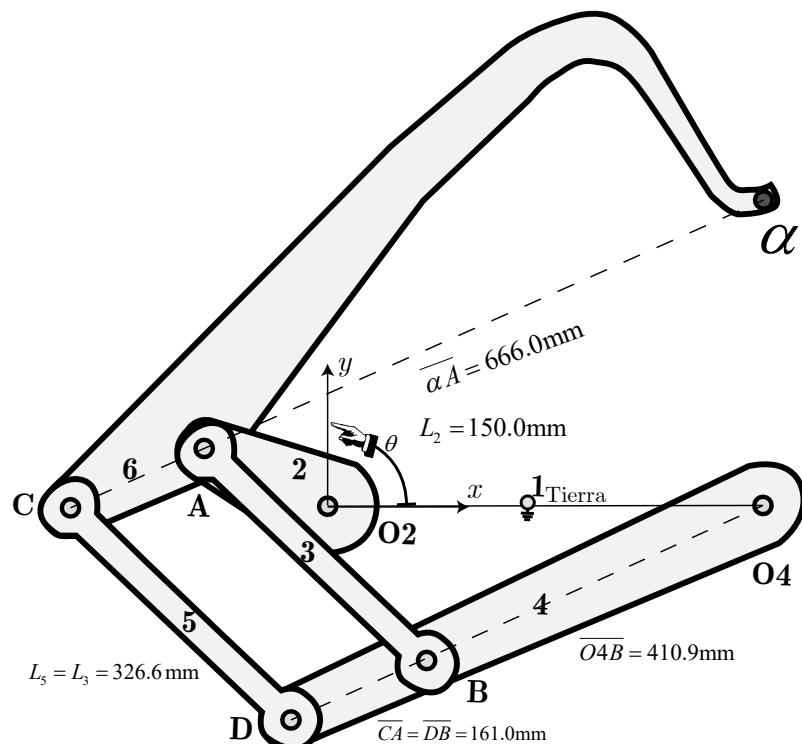


Figura 2: Modelo matemático usado en MATLAB. Movimiento de manivela (2) anti-horario.

2. Estudio preliminar

A lo largo del estudio surgirán ecuaciones para describir aspectos del mecanismo. Todas fueron obtenidas del libro *Diseño en Maquinaria* [Norton, 1999].

2.1. Submecanismos

El mecanismo en cuestión es un mecanismo de Stephenson de primera inversión. Se distingue un submecanismo (en adelante ‘mecanismo principal’) de cuatro barras 1-2-3-4. Éste controla los dos GDL del submecanismo *secundario* de 5 barras 1-2-6-5-4. Otra unidad de análisis es el paralelogramo ABDC. Esa forma tiene por consecuencia que $\theta_3 = \theta_5$ y también $\theta_4 = \theta_6$. Nuestro punto de interés α está en el acoplador y por estar en el acoplador tiene ciertas peculiaridades que se explicarán mas adelante.

2.2. Grados de Libertad y condición de Grashof

$$GDL = 3(L - 1) + 2J + S$$

donde $L = 6$ el numero de eslabones, $J = 7$ la cantidad de juntas, $S = 0$ se llega a que el mecanismo tiene un grado de libertad (GDL) y por lo tanto necesita un input para tener movimiento definido. Tomando $S = 150\text{mm}$ según el requerimiento del problema se llego a que el circuito de eslabones 2, 6, 5, 1 cumple con Grashof (Clase I).

$$S + L < P + Q$$

$$150 + 576.09 < 326.64 + 326.64$$

$$726.09 < 753.28$$

El mecanismo secundario no cumple con Grashof. Esta condición de bloqueo se daría en el caso que $\theta_3 = \theta_4 = \theta_5 = \theta_6$ ocasionando un colapso del paralelogramo ABDC. Por simulación se sabe que nunca ocurre. El gráfico 4 muestra que no se cumple la igualdad anterior para ningun $\theta_2 \in \{0, 2\pi\}$

2.3. Puntos de bloqueo o indefinición

El paralelogramo ABDC tendría una indeterminación si se alinearan todas sus cuatro barras. Sin embargo, eso no puede ocurrir porque eso rompería el mecanismo principal:

$$\overline{BO_4} + \overline{AB} > \overline{AO_2} + \overline{O_2O_4} \quad (1)$$

La manivela no tiene posiciones límite porque ser de Grashof el mecanismo principal.

2.4. Posiciones de estudio

Las posiciones a estudiar son los puntos definidos por θ_2 para cuando el punto α esta a mitad de un trayecto quasi-rectilíneo.

1. Comienzo del amasado $\theta_{21} \approx 4,2 \text{ rad}$
2. Trayecto principal de amasado $\theta_{22} \approx 2,0 \text{ rad}$ (Posición de la figura 3)
3. Carrera de reset $\theta_{23} \approx 6,1 \text{ rad}$

2.5. Ángulos de transmisión

Como lo visto en el Norton pp 73-74, el ángulo de transmisión no está definido si, como en nuestro mecanismo, la fuerza de salida se encuentra aplicada a un eslabón flotante. Por lo tanto, usaremos como indicador de mérito la relación de velocidades de la manivela y el punto alfa:

$$\eta_{A\alpha} = \frac{|V_A|}{|V_\alpha|}$$

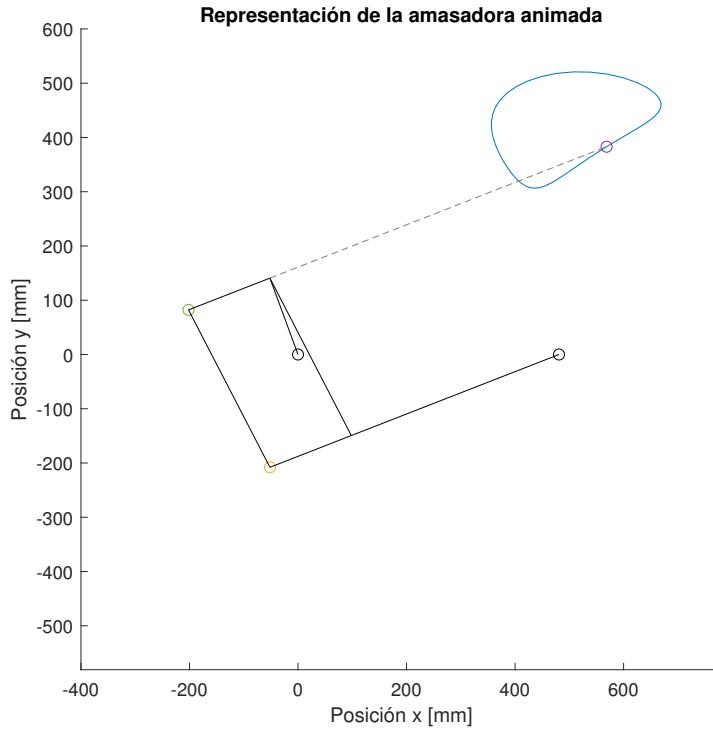


Figura 3: Trace y representación del mecanismo en MATLAB. El movimiento de la manivela es anti-horario.

Usamos esta definición ya que es el factor de multiplicación que hay entre la fuerza que hace la manivela y la fuerza que hace α . Como la potencia que entra debe ser igual a la que sale (ignorando por el momento la que se acumula en cinética), se da que:

$$V_A \cdot F_A = V_\alpha \cdot F_\alpha$$

Y por definición (si no se toman en cuenta las fuerzas iniciales)

$$F_A = \eta_{\alpha A} \cdot F_\alpha$$

Se pueden observar que los máximos de la función $\eta_{\alpha A}(\theta_2)$ coinciden con las posiciones de estudio (figura 7).

3. Confección del modelo

Se realizaron dos modelos. Uno analítico realizado en MATLAB donde las velocidades están obtenidas numéricamente a partir de las posiciones previamente calculadas. El otro modelo fue realizado de manera gráfica mediante el uso de CATIA.

En cuanto a la síntesis gráfica de velocidades, se procedió a calcular los centros instantáneos de posición. Las líneas acotadas (con dimensiones de referencia) son los vectores velocidad de los puntos, cuya longitud representa la velocidad en $\frac{\text{mm}}{\text{seg}}$.

Nota: El sketch de CATIA tiene escondidas todas las cotas para mayor comprensión. El único input modificable es θ_2 por ser este un mecanismo con 1 GDL. Las variaciones deben realizarse manualmente, subiendo y bajando el ángulo mediante las flechas. Caso contrario puede invertirse el mecanismo.

4. Análisis de velocidades

Las velocidades absolutas de todos los puntos fueron calculadas usando el MATLAB. Primero se hizo el estudio de posiciones. Una vez obtenidos los valores de las posiciones de cada junta se obtuvieron las velocidades por método numérico. Se contrastó dichos valores con un modelo hecho en CATIA que dio resultados congruentes.

4.1. Gráficos de la cinemática

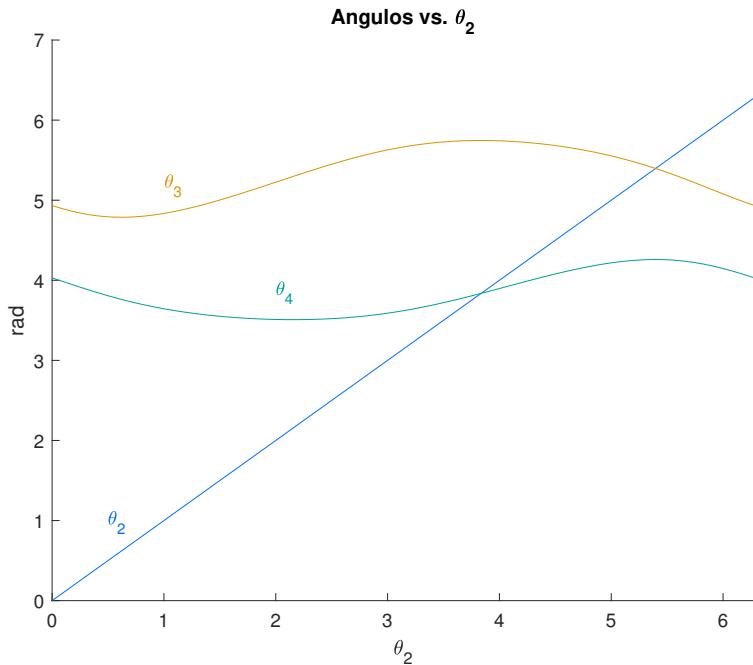


Figura 4: Ángulos en función de θ_2 . Naturalmente θ_2 es la identidad.

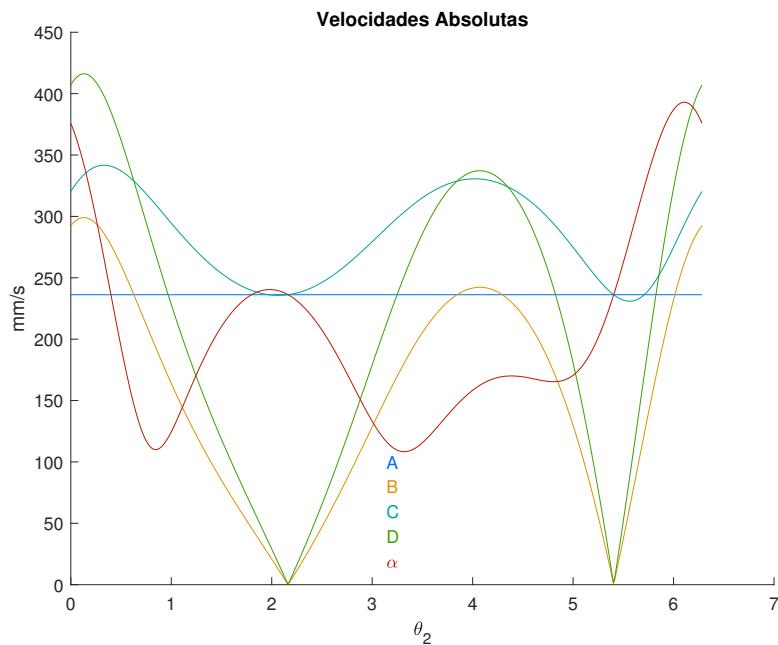


Figura 5: Velocidades graficadas en función de θ_2 según 2

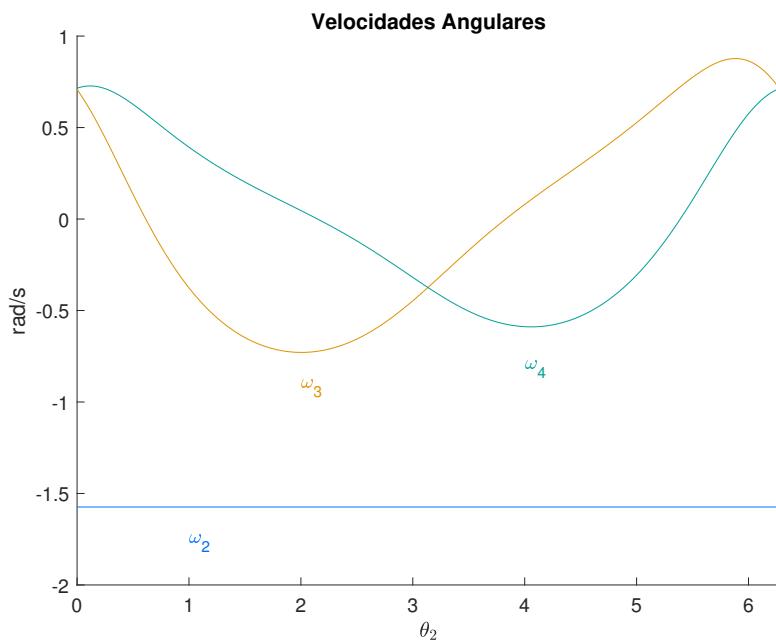


Figura 6: Velocidades angulares de 2, 3 y 4.

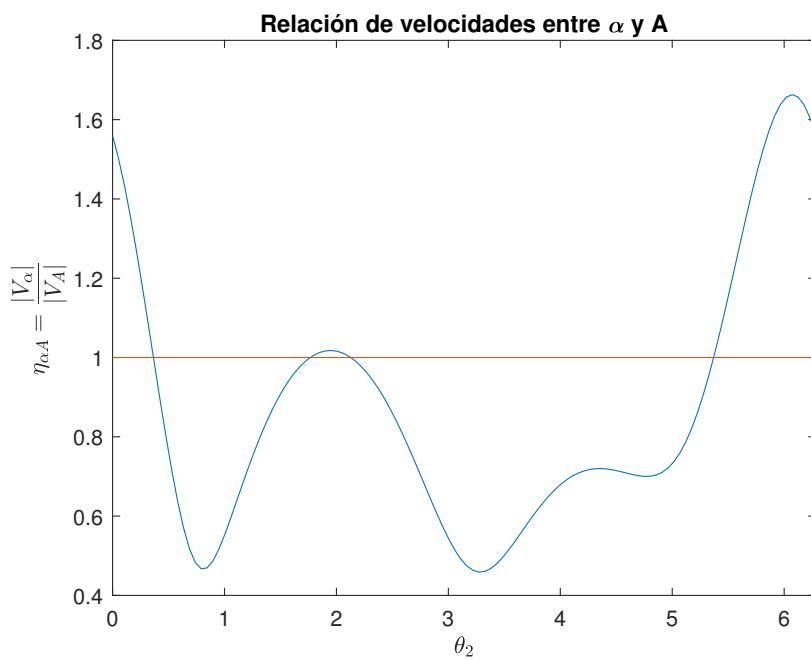


Figura 7: Indicador de transmisión de fuerzas $\eta_{\alpha A}$. La unidad también está graficada. Notar que cuando $\eta < 1$ se produce una reducción de fuerza en el punto α ya que se conserva la potencia. Por otro lado, cuando $\eta > 1$ se produce una multiplicación de la fuerza en el punto α por el mismo motivo.

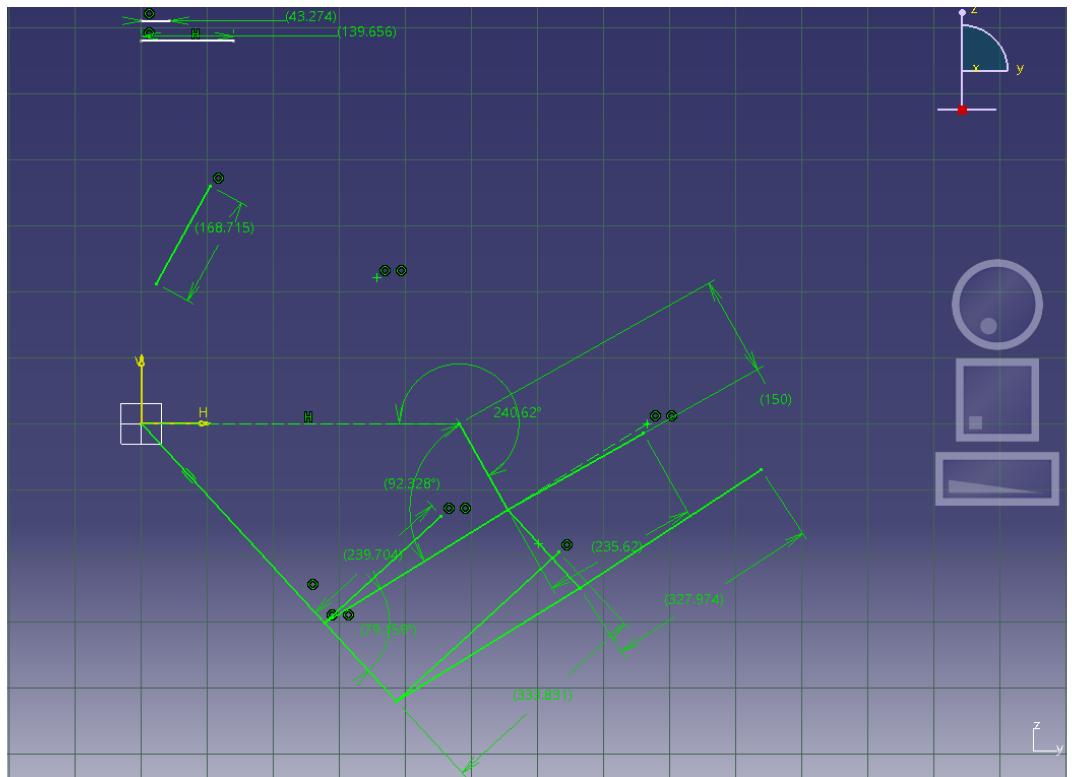


Figura 8: Análisis manual de mecanismo en θ_{21}

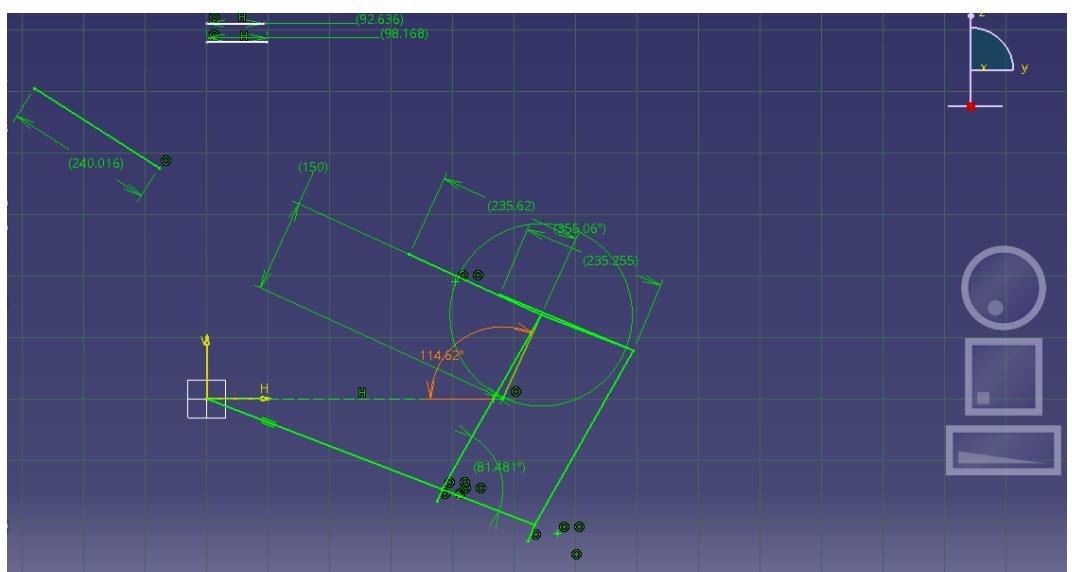


Figura 9: Análisis manual de mecanismo en θ_{22}

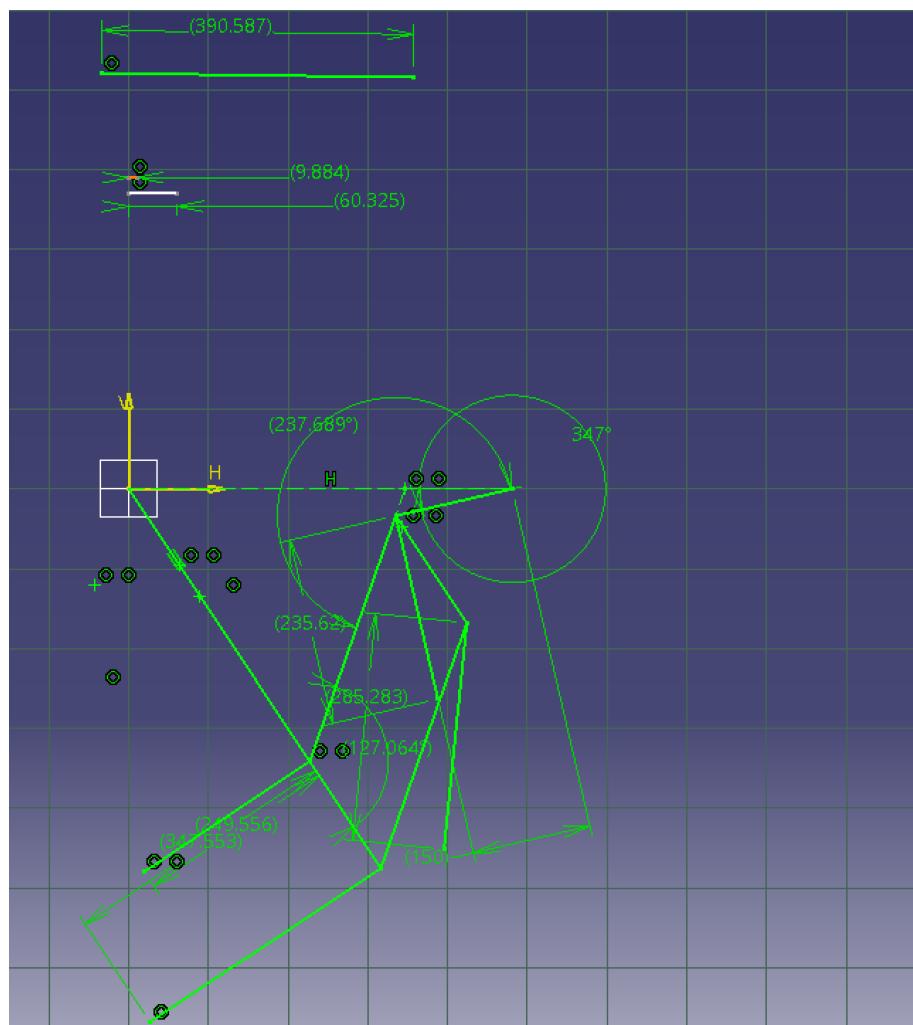


Figura 10: Análisis manual de mecanismo en θ_{23}

5. Análisis dinamico

5.1. Dimensionamiento Preliminar

- Espesor de material 10mm
- Barras tomadas identicas al enunciado.
- Longitud de eslabón 2 150 mm.

5.2. Obtención de centros de gravedad y Momentos de inercia

La masa de cada eslabón se puede obtener fácilmente, ya que es un mecanismo plano, multiplicando el área frontal del eslabón por un cierto espesor t y eso a su vez multiplicado por la densidad del material que será utilizado. Aparte del área de cada eslabón, se debe conocer el centro de masa de cada eslabón, junto con su respectivo momento de inercia. El problema surge a la hora de encontrar estos tres valores, ya que los eslabones no son perfectamente prismáticos, sino que tienen formas irregulares. Por esa razón se utilizó un método computacional, utilizando el dibujo del mecanismo. Se usó el programa *MS paint* para separar cada eslabón del conjunto y guardar cada eslabón en un archivo de imagen BMP de 24bits. Estos se dibujaron en color negro RGB (0,0,0), y el fondo o la parte que no nos interesa de la imagen se dibujó de color blanco RGB(255,255,255). Se debe tener cuidado de que el eslabón sea lo único que aparezca de color negro en la imagen.

Con un programa hecho en C++ se analizó la matriz de cada imagen. Para la masa, simplemente se contó la cantidad de píxeles negros y se multiplicó por un factor de escala.

El centro de masa es, por definición:

$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^n x_i m_i$$

Por ende, si en la matriz existen valores que valen 255 y valores que valen 0, se puede recorrer la matriz entera y, en cada lugar de la matriz que valga 0, se suma el valor de x y de y multiplicando por m_i que vale δm . δm será la masa total dividida por la cantidad de pedazos de masa que hay. $x_{cm} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i = 1$ siendo $m_i = \delta m$. De esta manera se calcula el x_{cm} y el y_{cm} . El mismo análisis se utiliza para obtener el I_{CM} , solo que con la fórmula apropiada para el mismo. $I_{cm} = \sum_{i=1}^n ((x - x_{cm})^2 + (y - y_{cm})^2) \delta m$. Una vez terminadas estas cuentas, se procede a medir la distancia entre eslabones en la imagen y comparar con la verdadera longitud para obtener el factor de escala, que nos permitirá convertir las distancias en píxeles a mm. Cabe destacar que se obtiene la posición del centro de masa para después poder obtener las distancias que hay entre las juntas hasta el centro de masa.

Para calcular el I_g :

$$I_g = m I_{CM}$$

$$\alpha I_g = \sum F_i \cdot r_i = \sum M_i$$

5.3. Datos obtenidos

	Area	I_{cm}
Eslabón 2	19738mm ²	4595.9mm ²
Eslabón 3	17256mm ²	15731.4mm ²
Eslabón 4	51610mm ²	33839.9mm ²
Eslabón 5	17256mm ²	15731.4mm ²
Eslabón 6	79625mm ²	67261.9mm ²

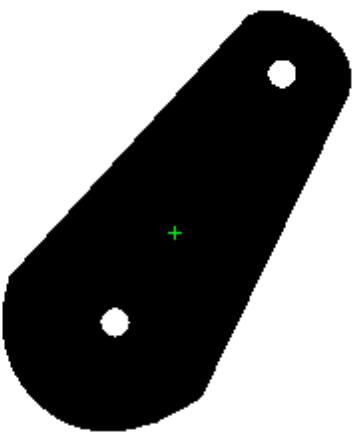


Figura 11: Imagen de la barra 2. La cruz verde es el Centro de masa y fue agregada automáticamente por el programa

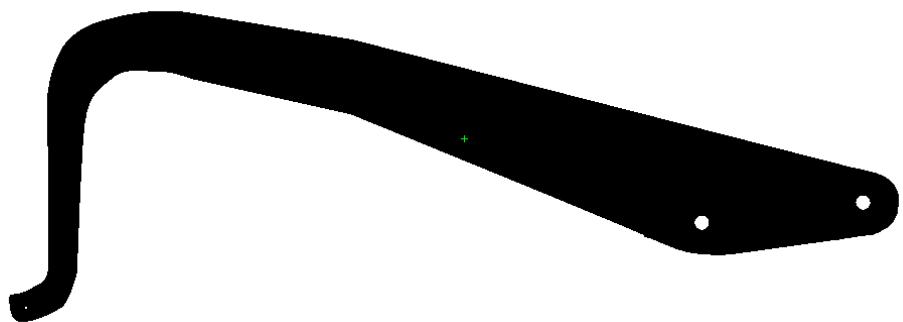


Figura 12: Imagen del eslabón 3.

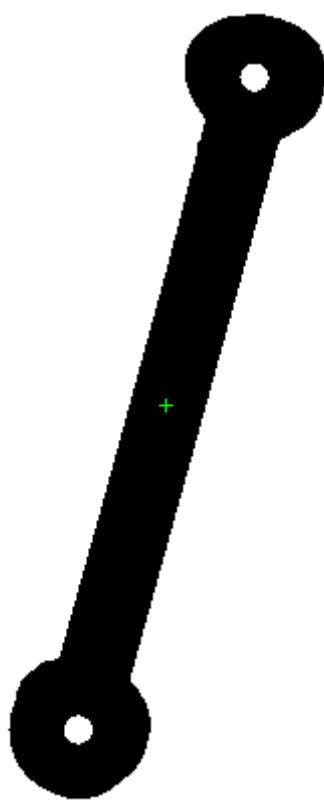


Figura 13: Imagen de los eslabones 4 y 6 que son idénticos.

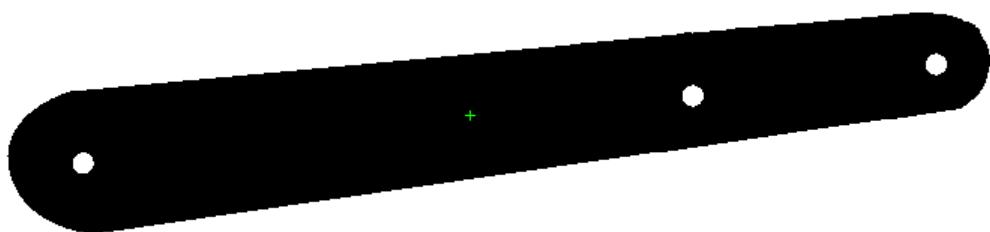


Figura 14: Imagen del eslabón 5.

5.4. Análisis de fuerzas

5.4.1. Planteo de fuerzas sobre centro de masas

Por cada barra móvil, hay tres ecuaciones dinámicas. Por lo tanto hay 15 ecuaciones disponibles para la resolución, donde todas las aceleraciones son datos. Por otro lado, si se desarma el mecanismo hay 16 fuerzas desconocidas y un torque desconocido sobre las barras.

Para poder resolverlo, se agregaron dos ecuaciones para el caso particular de tener tres eslabones coincidentes sobre una junta (la junta A). Se planteo la aceleración del bulón y sus fuerzas en x e y. Se tomo la masa del bulón igual a cero para los cálculos, pero fácilmente se podría haber incluido su masa para el calculo ya que se tienen las aceleraciones sobre todas las juntas.

Las siguientes ecuaciones se resolvieron simultáneamente en MATLAB para cada instante obtenido de θ_2 .

```
%Defino B sobre eslabon 3, C sobre eslabon 6, D sobre eslabon 5
%Tomo Fuerza en junta A como positiva sobre eslabon2
Fx2 = A2x + O2x == masa(2)*real(aG(2,i));
Fy2 = A2y + O2y == masa(2)*imag(aG(2,i));
M2 = To + R02(1)*O2y-R02(2)*O2x+RA2(1)*(A2y)-RA2(2)*A2x == 0;
% Eslabon 3
Fx3 = A3x + Bx == masa(3)*real(aG(3,i));
Fy3 = A3y + By == masa(4)*imag(aG(3,i));
M3 = RA3(1)*(A3y)-RA3(2)*(A3x)+RB3(1)*By-RB3(2)*Bx == IG(3)*anga(3,i);
%Fuerzas sobre bulon (no tiene masa el buloncito. es de airgel.)
FAx = A3x+A2x+A6x==0;
FAy = A3y+A2y+A6y==0;
%Eslabon 4
Fx4 = -Bx + O4x - Dx == masa(4)*real(aG(4,i));
Fy4 = -By + O4y - Dy == masa(4)*imag(aG(4,i));
M4 = RB4(1)*(-By)-RB4(2)*(-Bx)+ R04(1)*O4y-R04(2)*O4x+RD4(1)*(-Dy)-RD4(2)*(-Dy) ...
==IG(4)*anga(4,i);
%Eslabon 5
Fx5 = -Cx + Dx == masa(5)*real(aG(5,i));
Fy5 = Dy - Cy == masa(5)*imag(aG(5,i));
M5 = RC5(1)*(-Cy)-RC5(2)*(-Cx) + RD5(1)*Dy - RD5(2)*Dx...
== IG(5)*anga(5,i);
%T= Torque sobre eslabon. P=omega*T
%eslabon 6
Fx6 = Px + A6x + Cx == masa(6)*real(aG(6,i));
Fy6 = A6y + Cy + Py == masa(6)*imag(aG(6,i));
M6 = - RP6(2)*Px +RP6(1)*Py + RC6(1)*Cy-RC6(2)*Cx + RA6(1)*A6y-RA6(2)*A6x...
== IG(6)*anga(6,i);
```

5.4.2. Modelo de carga

Para modelar la masa a amasar se la tuvo en cuenta como una fuerza viscosa *constante*, osea, $P = b \cdot V$. Según KAWAI et al. [2006], aplicamos una fuerza con un máximo en 500 N. Como toda fuerza viscosa, se caracteriza por tener dirección contraria al movimiento del punto de interés.

Para complicar las cosas aun mas, se tuvo en cuenta que en el retorno hay contacto mínimo con la masa, por ende, la fuerza debería caer a un mínimo. La siguiente función modela este comportamiento de retorno "libre" y amasamiento en la ida.

$$P_\alpha = P_{\max} \cdot \left(0,1 + 0,9e^{-0,25|\theta_2-3|^4} \right) \quad (2)$$

Esta función se encuentra gráficada en la figura 16.

5.4.3. Verificación de esfuerzos

El eslabón mas comprometido es el 6 con un pico de alrededor de 2500 N, los esfuerzos serían.

$$\sigma = \frac{F_{\max}}{A_{\min}} \approx \frac{2500}{10 \cdot 30} \approx 8 \text{ MPa}$$

Como se puede ver, los eslabones están dimensionados para no fallar.

5.5. Gráficos de la dinámica

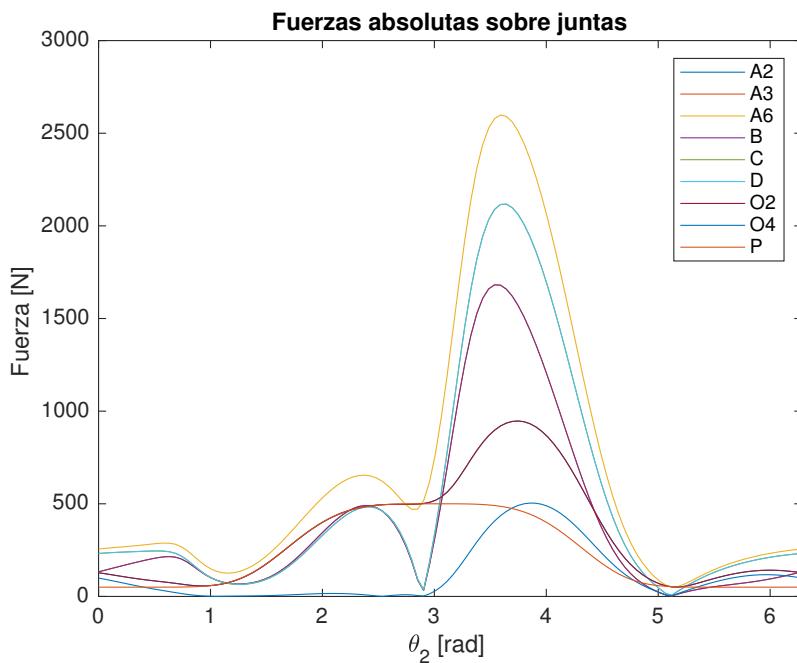


Figura 15: Fuerzas en las juntas.

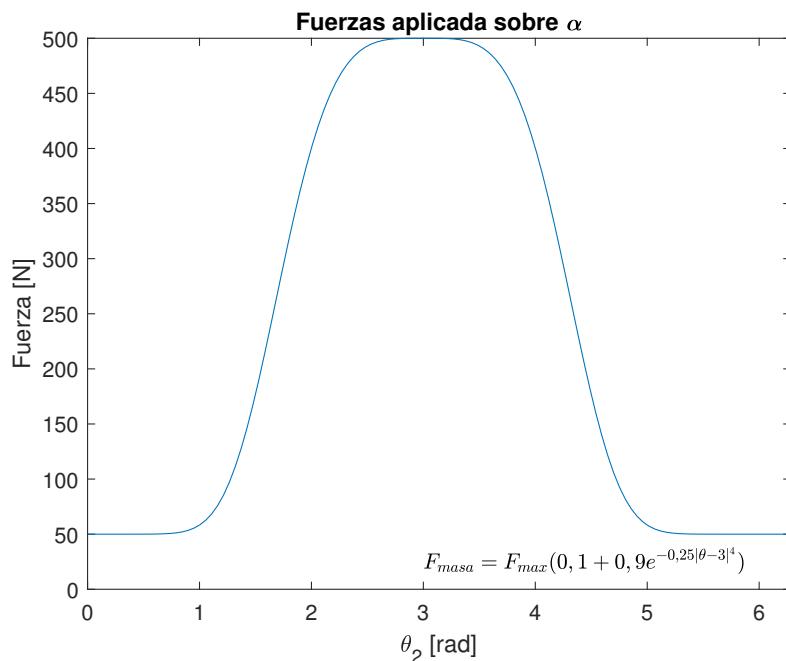


Figura 16: Modelo de fuerza viscosa para simular la masa.

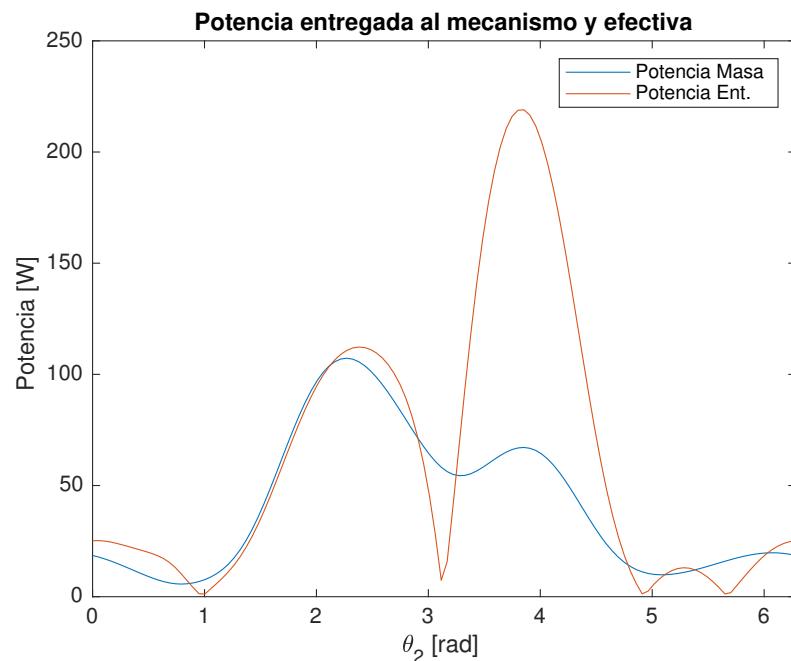


Figura 17: Potencias en juego. Potencia entregada a la masa y potencia en el eje.

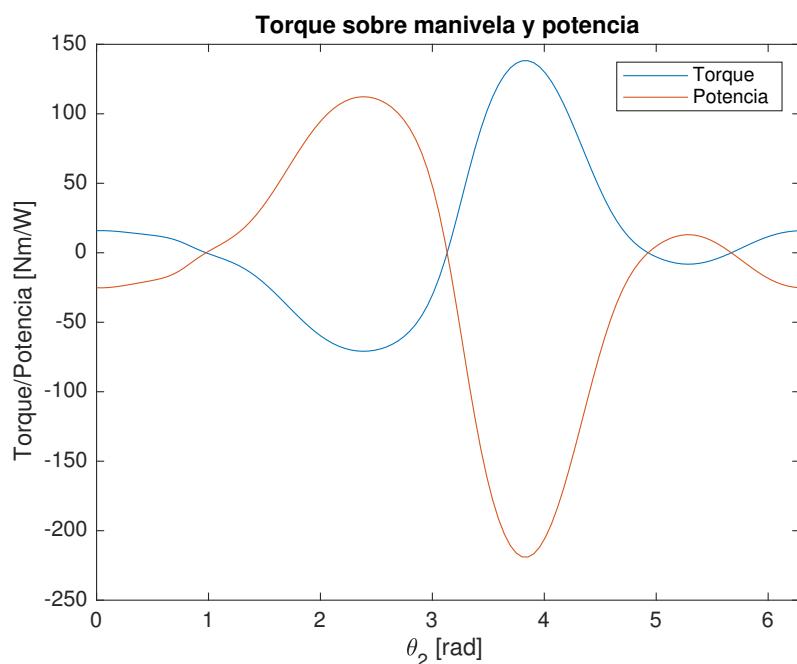


Figura 18: Torque del motor y potencia graficado uno al lado del otro.

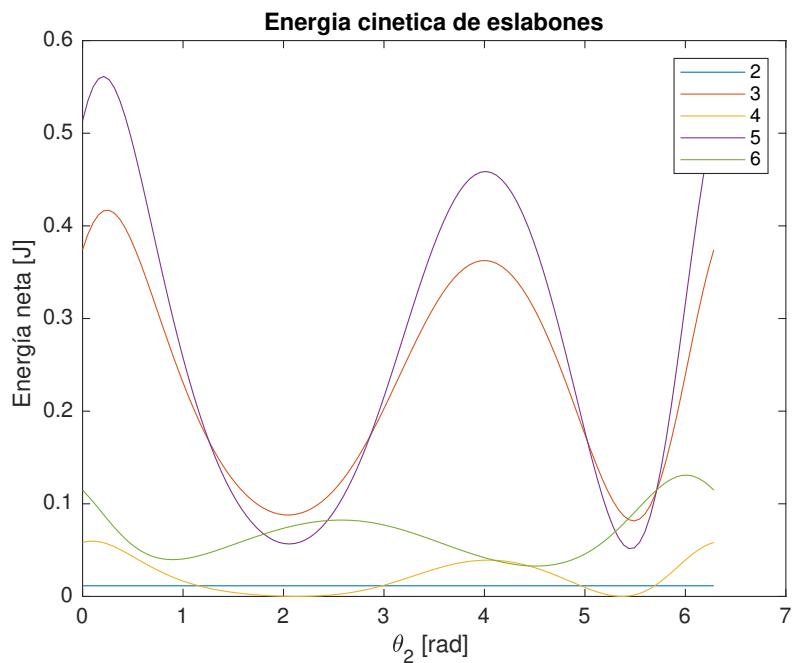


Figura 19: Energía cinética de los eslabones. Calculado: $E = m_i \cdot v_{CM}^2$

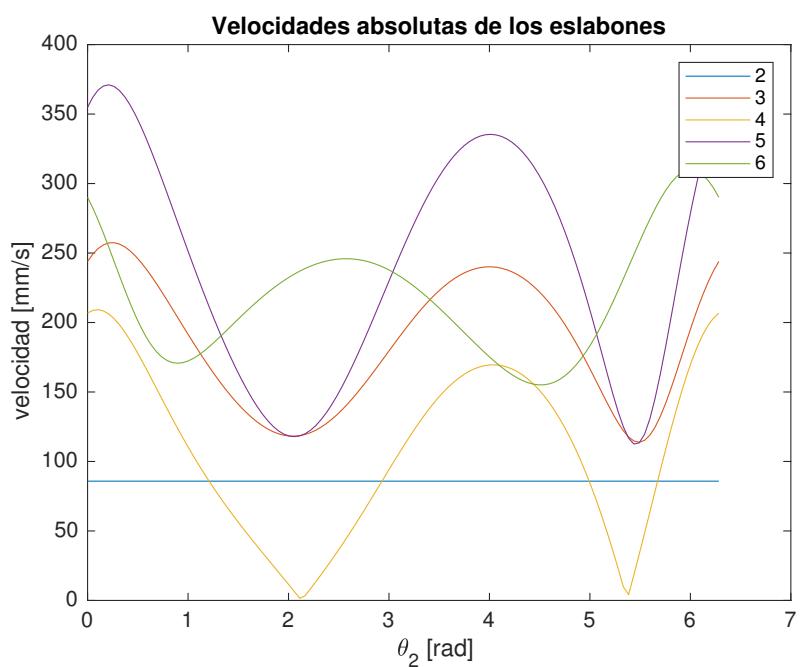


Figura 20: Velocidades absolutas de los centro de masas de los eslabones.

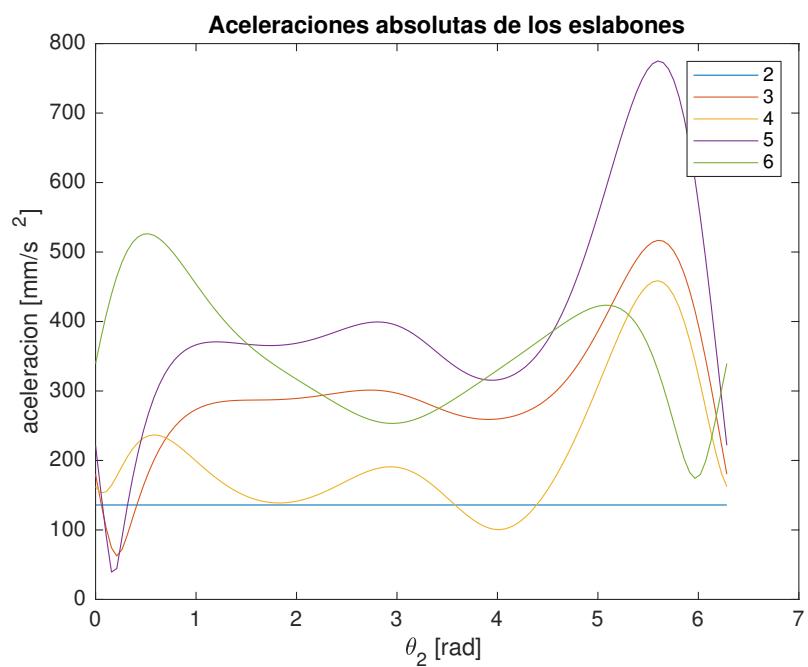


Figura 21: Aceleraciones absolutas de los centro de masas de los eslabones.

5.6. Análisis

Resulta interesante ver que la potencia en el eje vs. la potencia entregada a la masa $F_\alpha \cdot v_\alpha$ en la figura 18 esta relacionada al ángulo de transmisión (figura 7). Es mas, todas las fuerzas tienen un pico en dicho punto. Mas que coincidencia, esto se debe a que la manivela se está moviendo mucho mas lento que el punto de interés y ocasionando así una ventaja mecánica no favorable desde el punto de vista del panadero. En este dado momento también se consume la mayor cantidad de energía, 218 Watts.

El enunciado daba especificaciones claras de usar un motor de 11kW, lo cual a la luz del análisis está sobredimensionado. Se recomendaría elegir un motor que estuviera más cercano al valor máximo de potencia, 218W.

Referencias

Hideki KAWAI, Fumitake TANAKA, Hiroshi TAKAHASHI, Naoto HASHIMOTO, and Hiroaki YAMAUCHI. Relationship between physical properties of dough and expansion ability during bread-making. *Food Science and Technology Research*, 12(2):91–95, 2006. doi: 10.3136/fstr.12.91.

Robert L Norton. *Design of machinery: an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines*, volume 924. McGraw-Hill Boston, 1999.