



DIVISION OF
ASTRONOMY AND ASTROPHYSICS

Faculty of Mathematics, Physics and Informatics
Comenius University
Bratislava



KOZMICKÁ ELEKTRODYNAMIKA V KOCKE

RNDr. Roman Nagy, PhD.



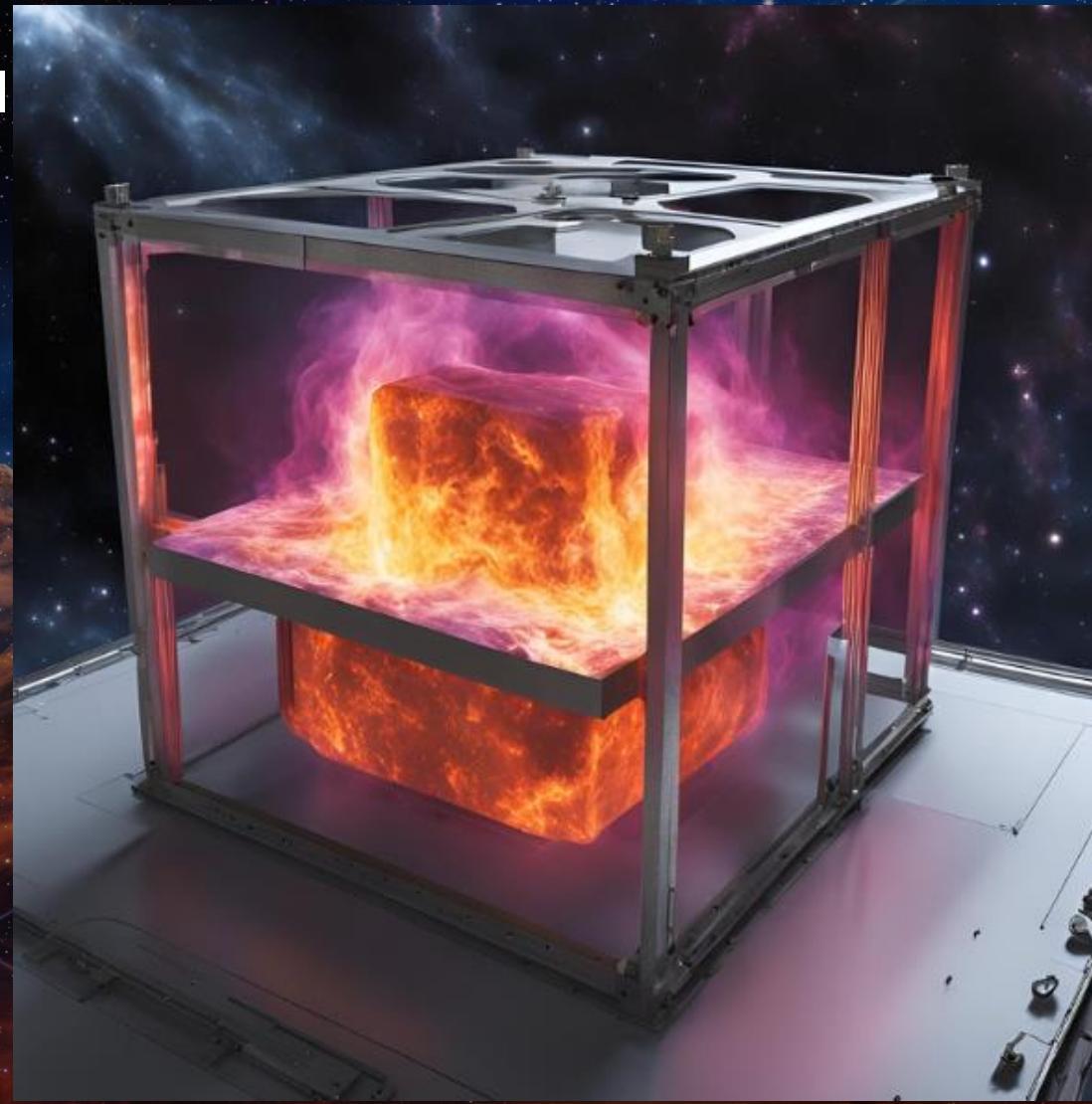
KOZMICKÁ ELEKTRODYNAMIKA V KOCKE



2

KOZMI

KE



A ČO TO ZNAMENÁ?



KOZMICKÁ ELEKTRODYNAMIKA



KOZMICKÁ ELEKTRODYNAMIKA



- o Plazma vo vesmíre



KOZMICKÁ ELEKTRODYNAMIKA



- o Plazma vo vesmíre



KOZMICKÁ ELEKTRODYNAMIKA



- Plazma vo vesmíre
- Pohyb nabitych častíc v elektromagnetickom poli



KOZMICKÁ ELEKTRODYNAMIKA



- Plazma vo vesmíre
- Pohyb nabitých častíc v elektromagnetickom poli
- Nabité častice pod vplyvom



KOZMICKÁ ELEKTRODYNAMIKA



- Plazma vo vesmíre
- Pohyb nabitých častíc v elektromagnetickom poli
- Nabité častice pod vplyvom



KOZMICKÁ ELEKTRODYNAMIKA



- Plazma vo vesmíre
- Pohyb nabitých častíc v elektromagnetickom poli
- Nabité častice pod vplyvom ... nehomogénnych elektromagnetických polí



KOZMICKÁ ELEKTRODYNAMIKA



- Plazma vo vesmíre
- Pohyb nabitých častíc v elektromagnetickom poli
- Nabité častice pod vplyvom ... nehomogénnych elektromagnetických polí
- (nie len) astrofyzikálne aplikácie



KOZMICKÁ ELEKTRODYNAMIKA



- Plazma vo vesmíre
- Pohyb nabitých častíc v elektromagnetickom poli
- Nabité častice pod vplyvom ... nehomogénnych elektromagnetických polí
- (nie len) astrofyzikálne aplikácie
- Šírenie vĺn v plazmovom prostredí



KOZMICKÁ ELEKTRODYNAMIKA



- Plazma vo vesmíre
- Pohyb nabitých častíc v elektromagnetickom poli
- Nabité čästice pod vplyvom ... nehomogénnych elektromagnetických polí
- (nie len) astrofyzikálne aplikácie
- Šírenie vĺn v plazmovom prostredí

Literatúra: Bittencourt, José A. Fundamentals of plasma physics. 2004.



5

PLAZMA PLAZMA VŠADE SAMÁ PLZMA



5

PLAZMA PLAZMA VŠADE SAMÁ PLZMA



5

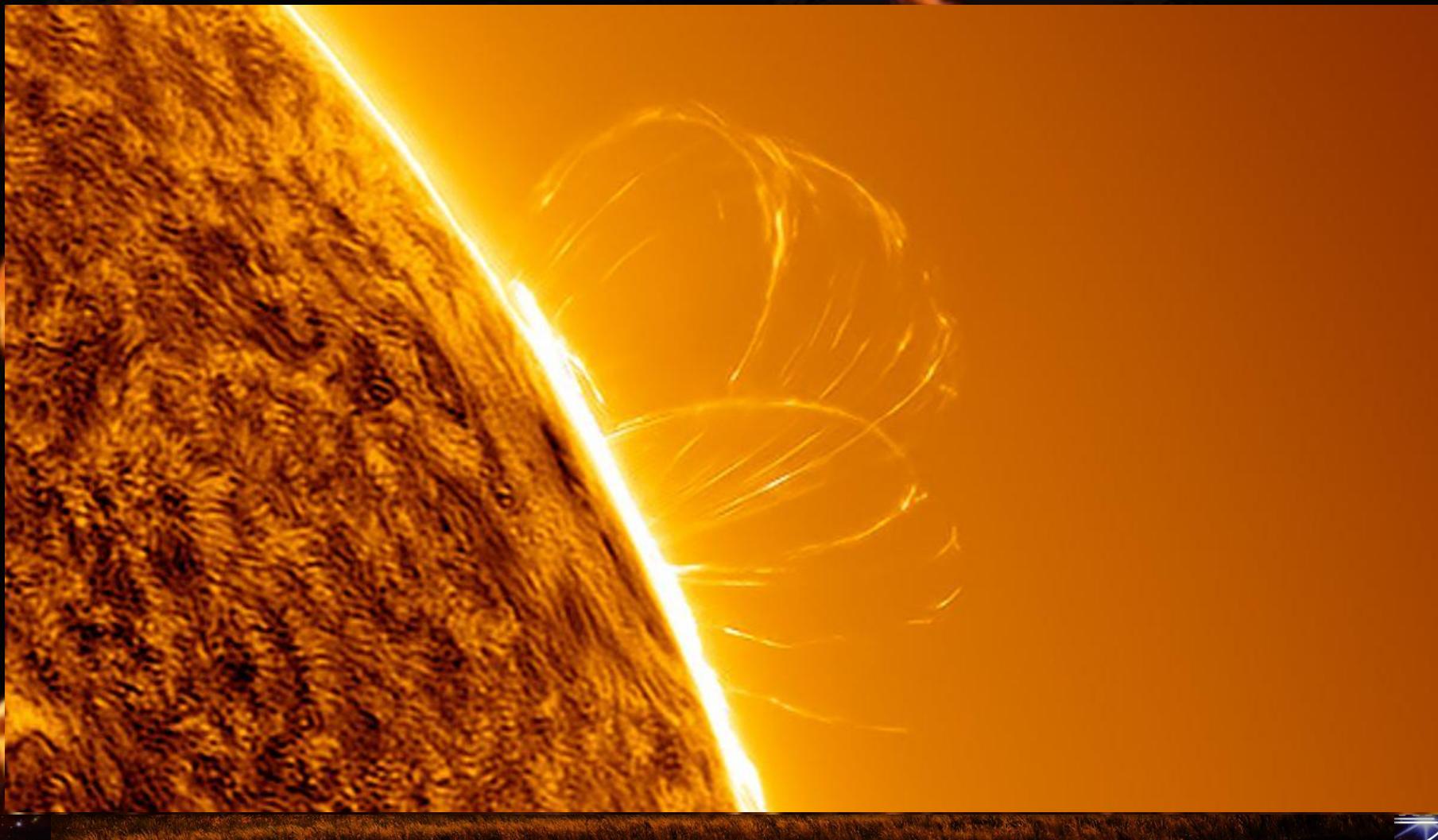
PLAZM

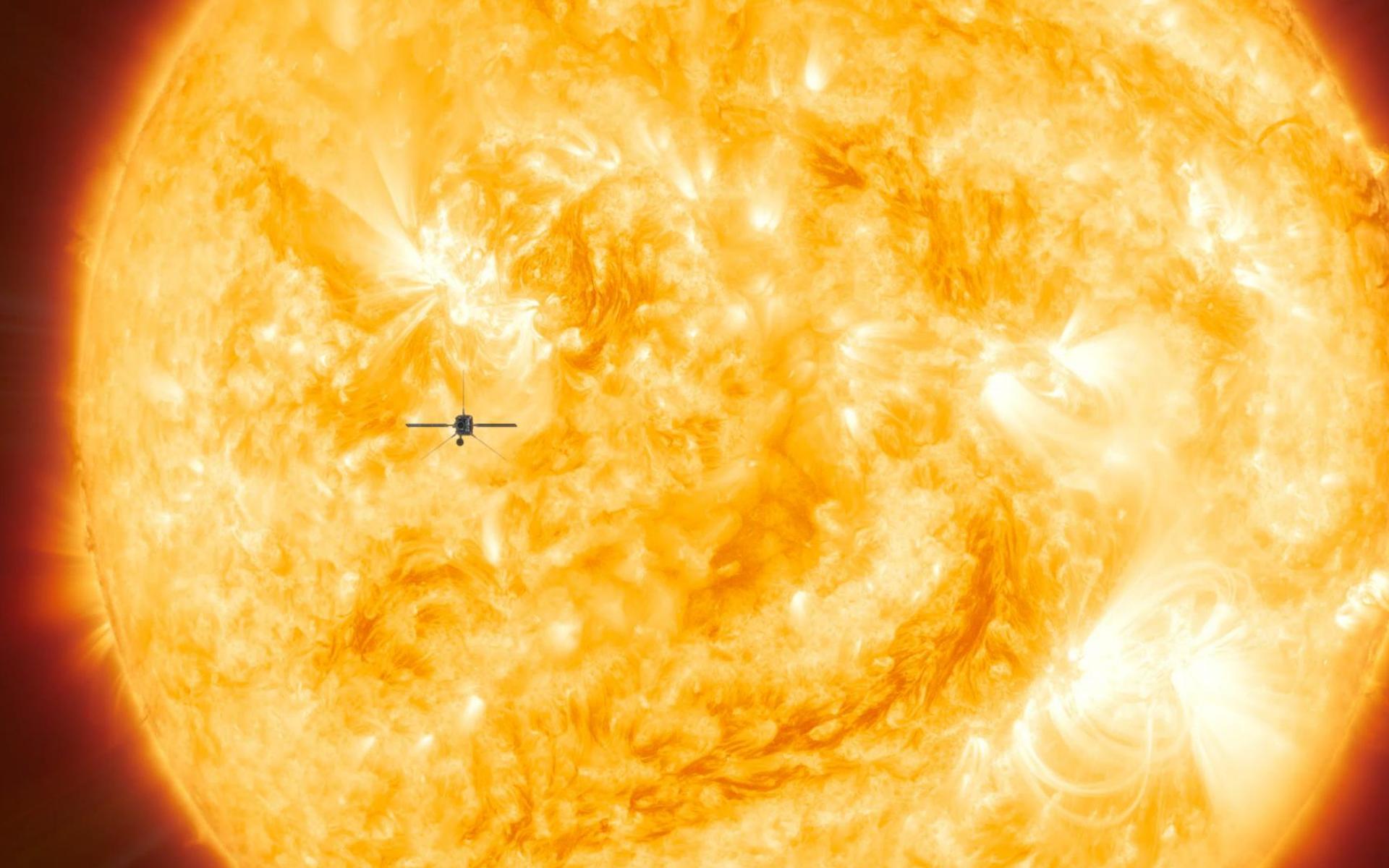


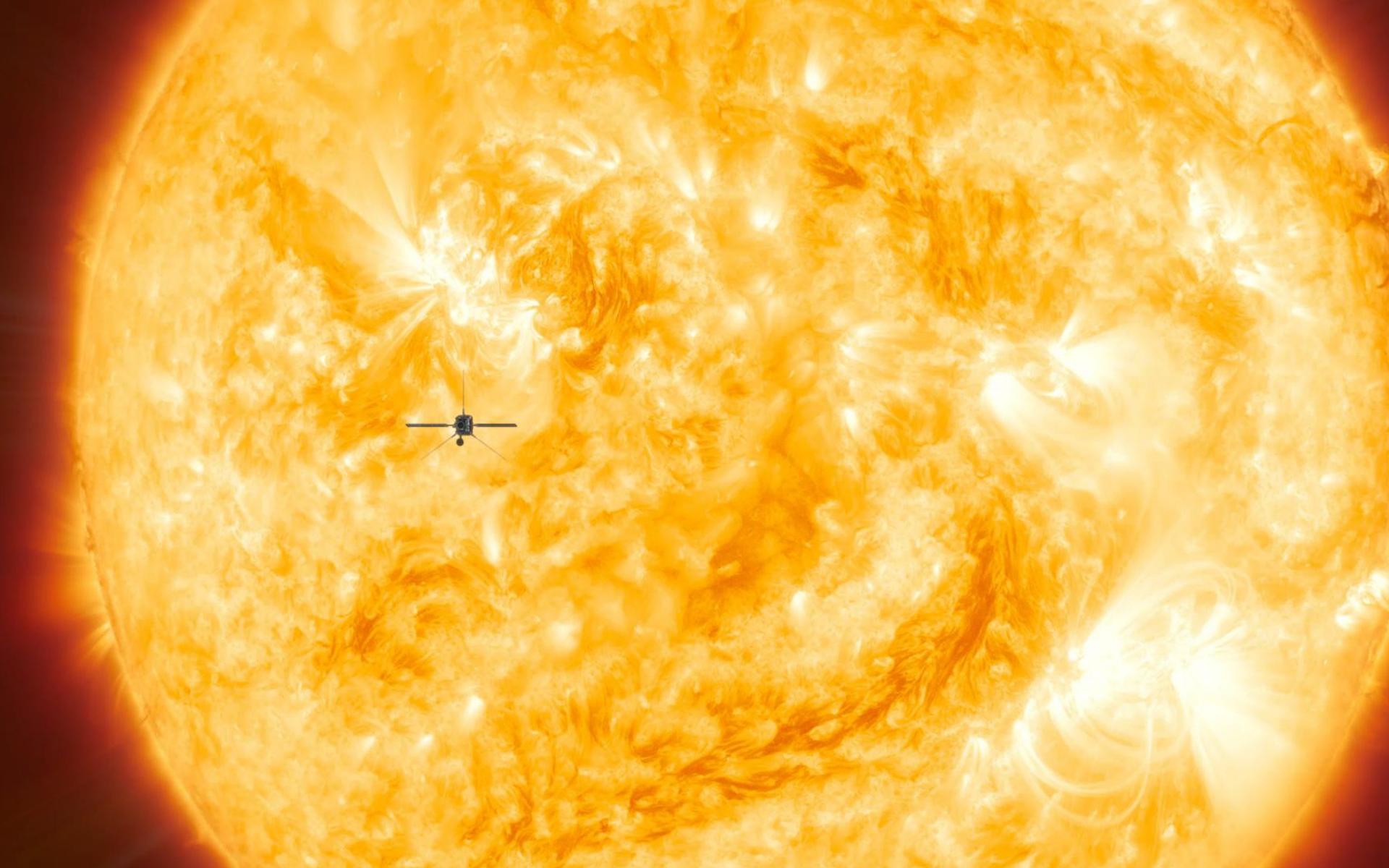


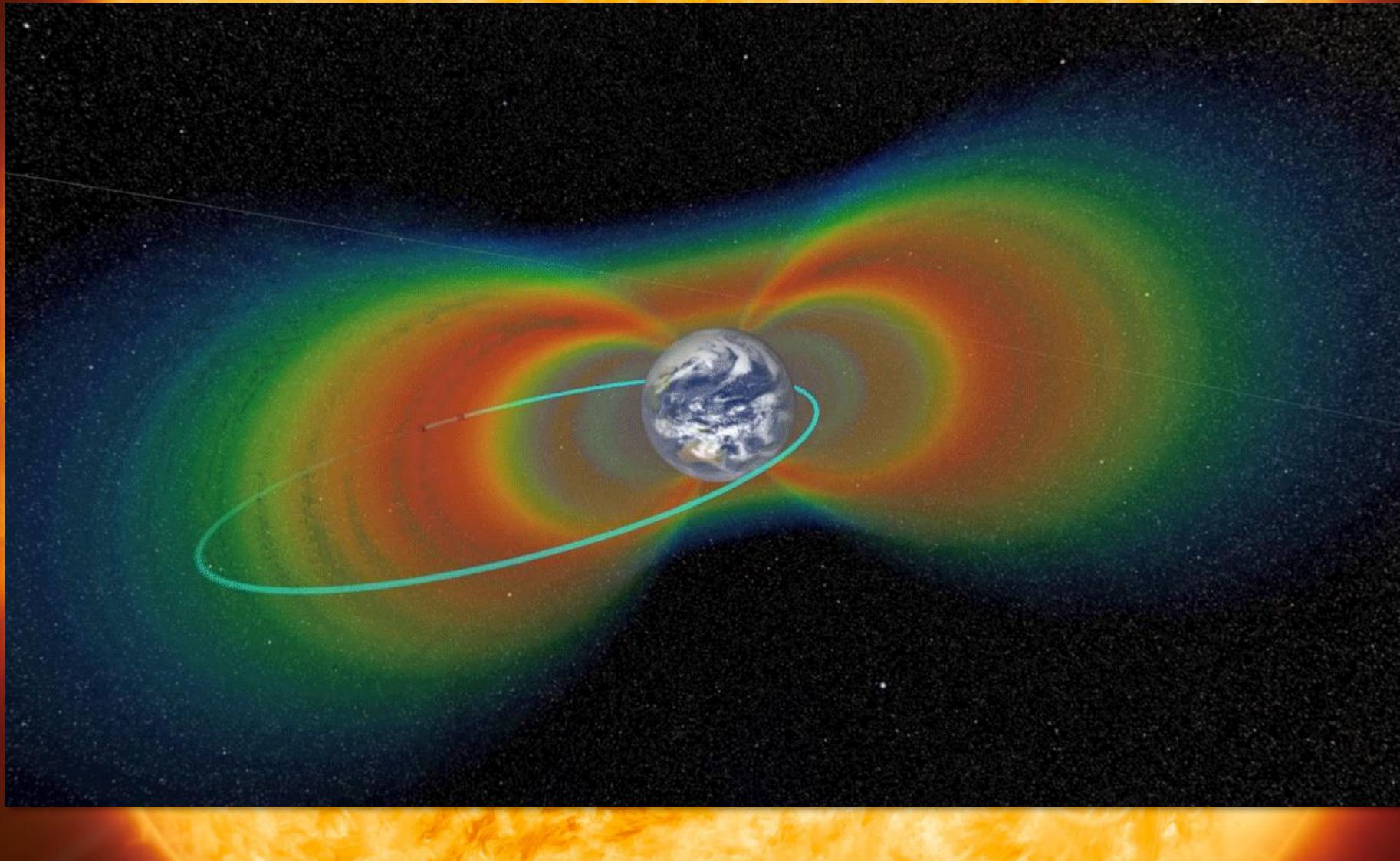








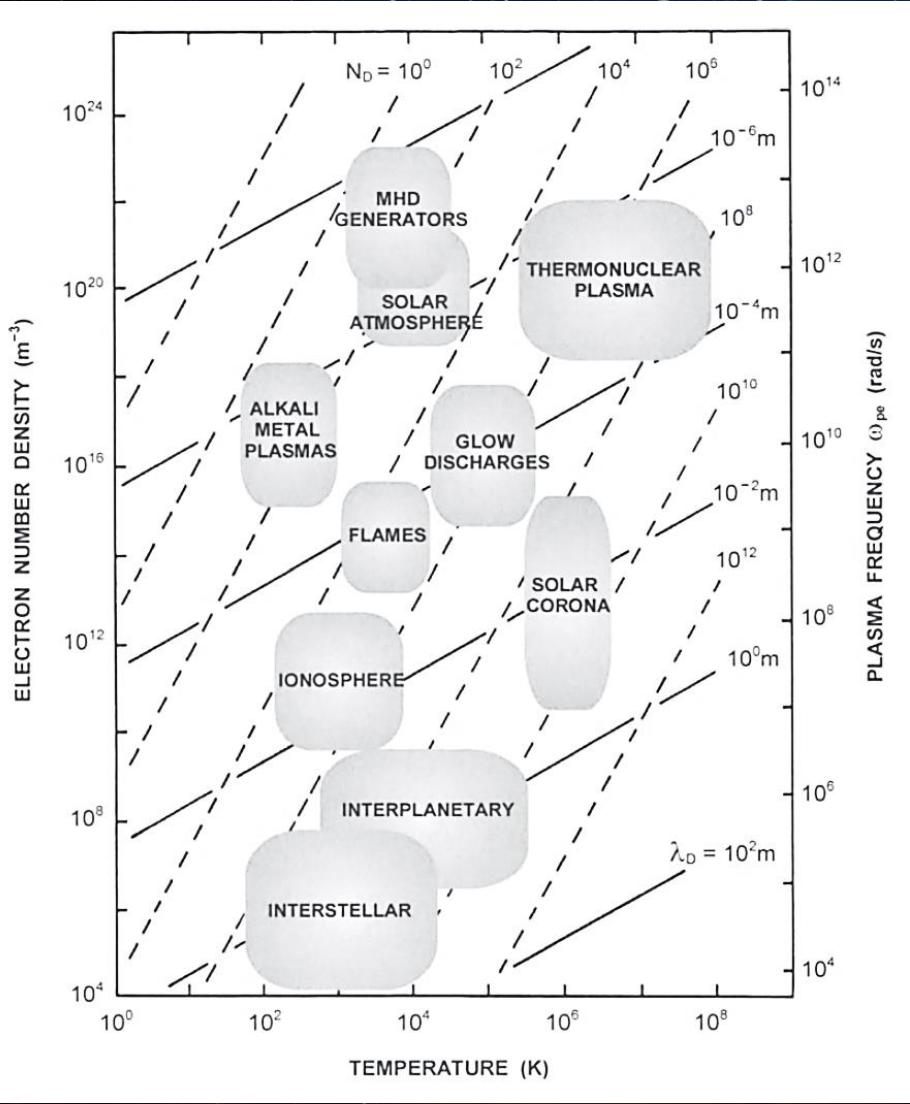












TROCHO MATEMATIKY



TROCHO MATEMATIKY

- Lorentzova sila



TROCHO MATEMATIKY

- Lorentzova sila



TROCHO MATEMATIKY



- Lorentzova sila

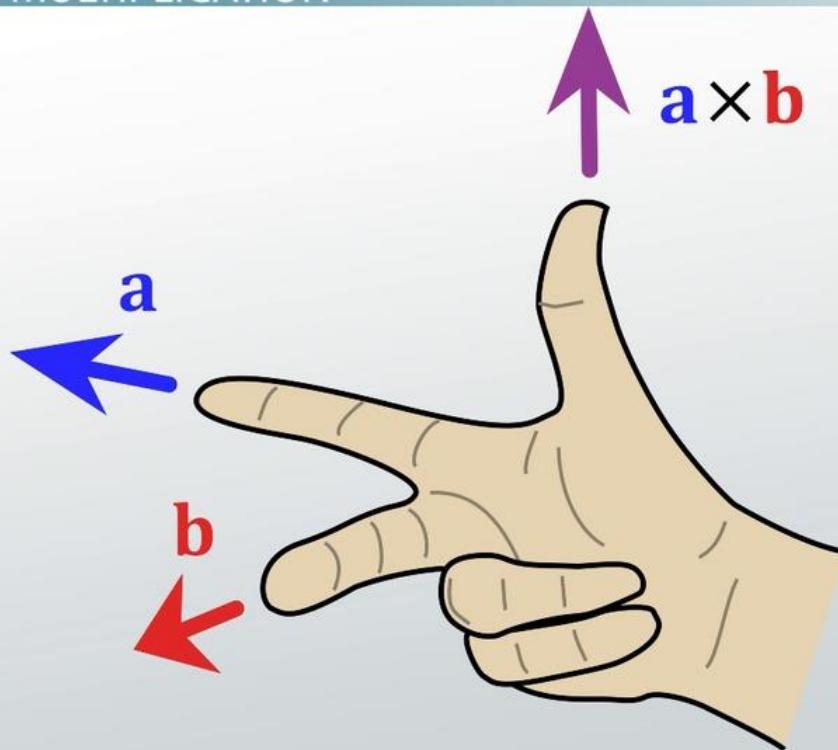
$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$



TROCHO MATEMATIKY



VECTOR MULTIPLICATION



Study.com



IÓNOVÝ MOTOR



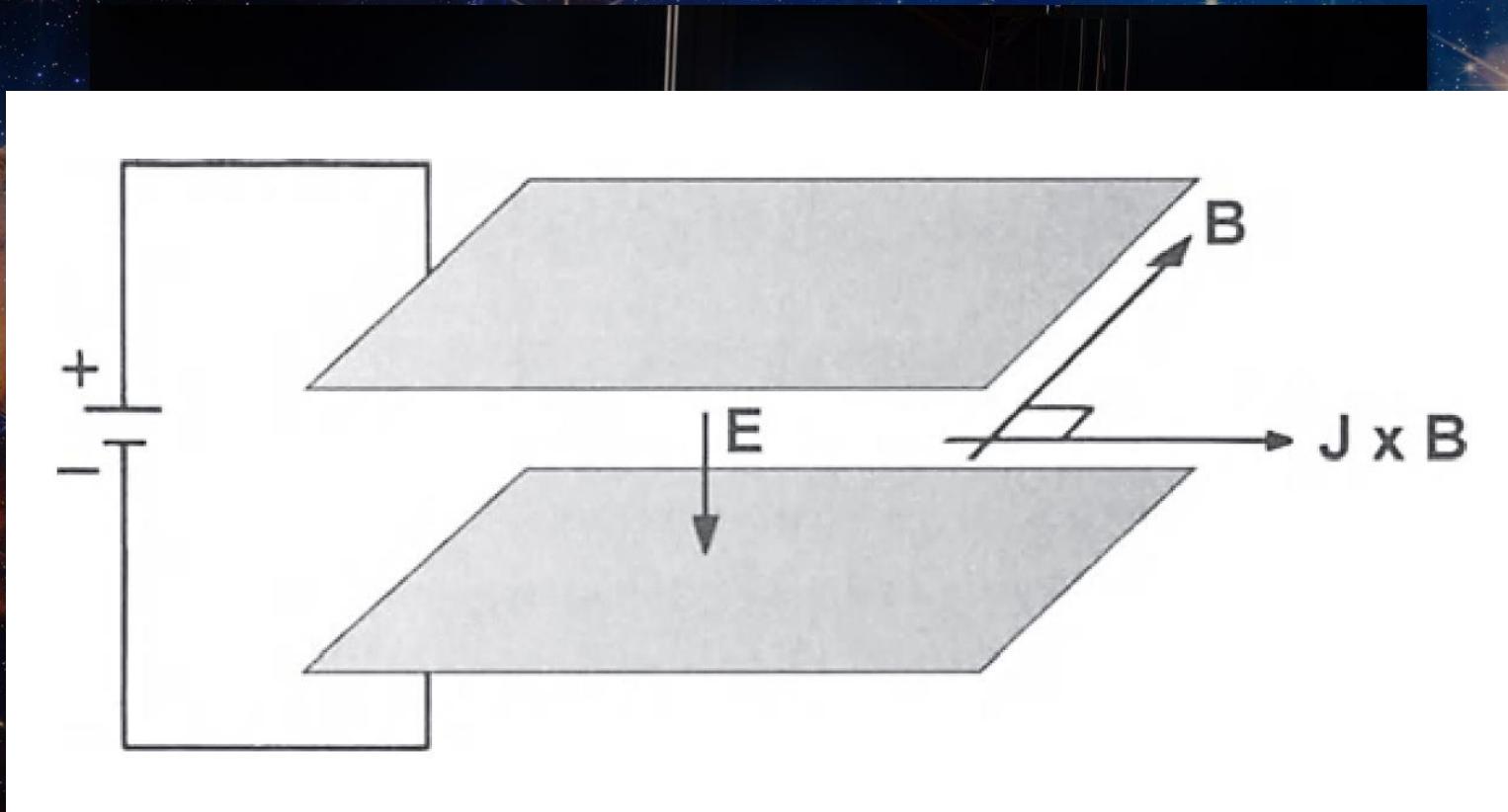
IÓNOVÝ MOTOR



IÓNOVÝ MOTOR



IÓNOVÝ MOTOR



MAXWELLOVÉ ROVNICE



$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_o \left(\mathbf{J} + \epsilon_o \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_o}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$



10

AKO S TÝM PRACOVАŤ?



AKO S TÝM PRACOVАŤ?

- Homogénne elektrické pole

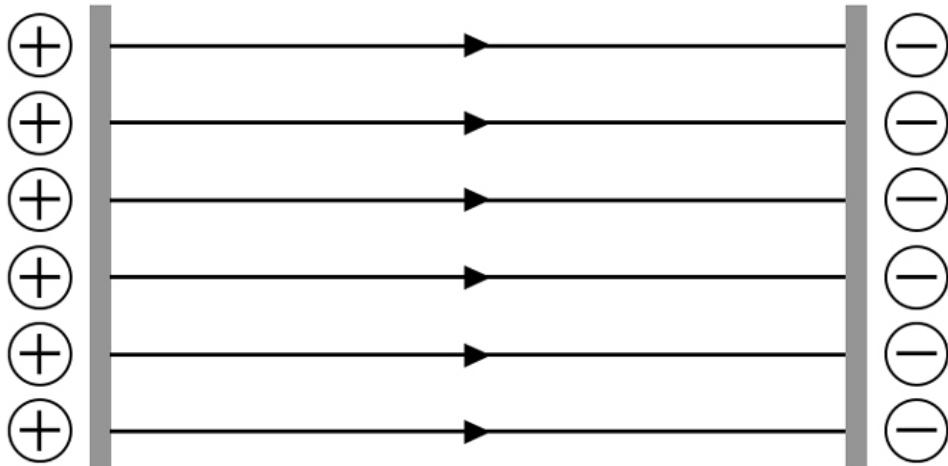


AKO S TÝM PRACOVAT?



- Homogénne elektrické pole

Uniform Electric Field

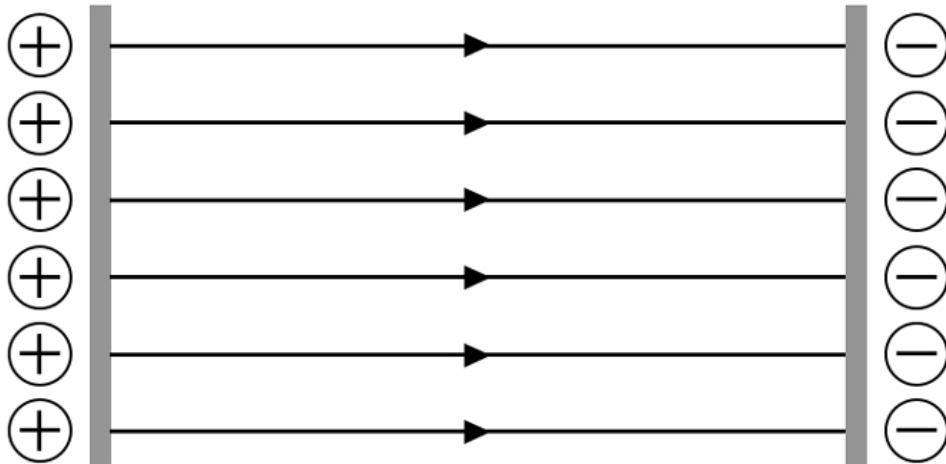


AKO S TÝM PRACOVAT?



- Homogénne elektrické pole

Uniform Electric Field



$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{E}$$



KTO TO PRVÝ VYRIEŠI?



KTO TO PRVÝ VYRIEŠI?



KTO TO PRVÝ VYRIEŠI?



$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{E}$$



KTO TO PRVÝ VYRIEŠI?



$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{E}$$

$$\mathbf{p}(t) = q\mathbf{E}t + \mathbf{p}_o$$



KTO TO PRVÝ VYRIEŠI?



$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{E}$$

$$\mathbf{p}(t) = q\mathbf{E}t + \mathbf{p}_o$$





KTO TO PRVÝ VYRIEŠI?

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{E}$$

$$\mathbf{p}(t) = q\mathbf{E}t + \mathbf{p}_o$$

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = m\frac{d\mathbf{r}}{dt}$$





KTO TO PRVÝ VYRIEŠI?

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{E}$$

$$\mathbf{p}(t) = q\mathbf{E}t + \mathbf{p}_o$$

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = m\frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

$$\mathbf{r}(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{q\mathbf{E}}{m}\right)t^2 + \mathbf{v}_o t + \mathbf{r}_o$$



AKO S TÝM PRACOVАŤ?



AKO S TÝM PRACOVАŤ?



AKO S TÝM PRACOVАŤ?



- Homogénne magnetické pole



AKO S TÝM PRACOVАŤ?



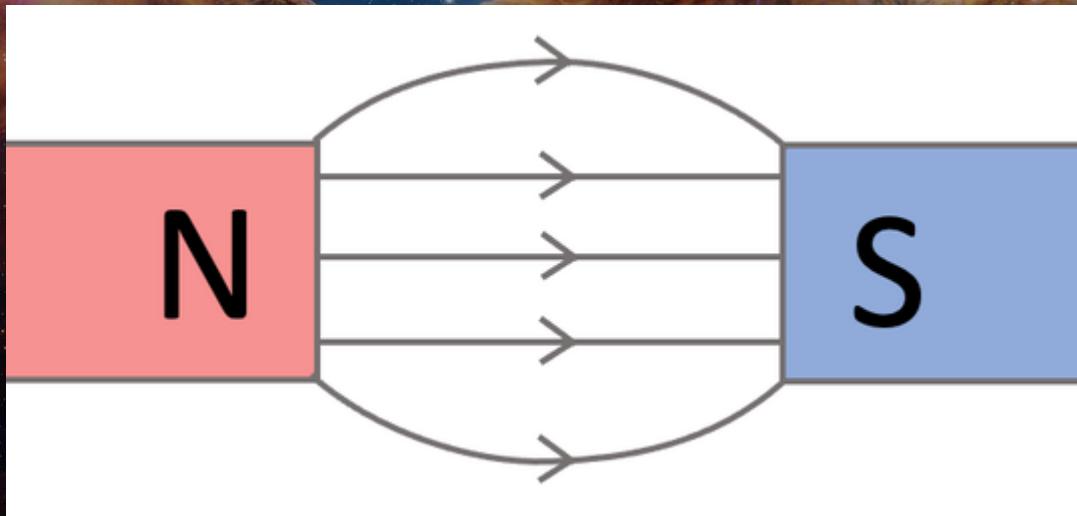
- Homogénne magnetické pole



AKO S TÝM PRACOVAT?



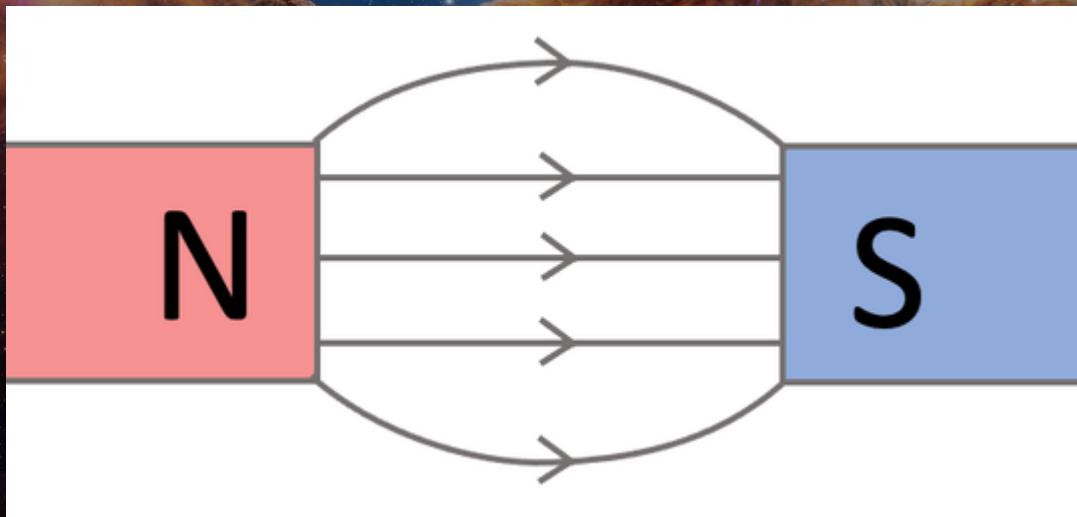
- Homogénne magnetické pole





AKO S TÝM PRACOVAT?

- Homogénne magnetické pole



$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$



HOMOGÉNNE MAGNETICKÉ POLE



HOMOGÉNNE MAGNETICKÉ POLE



HOMOGÉNNÉ MAGNETICKÉ POLE



$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$



HOMOGÉNNÉ MAGNETICKÉ POLE



$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}$$



HOMOGÉNNÉ MAGNETICKÉ POLE



$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}$$



HOMOGÉNNÉ MAGNETICKÉ POLE



$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}$$

$$\frac{d\mathbf{v}_{\parallel}}{dt} + \frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = \frac{q}{m} (\mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B})$$



HOMOGÉNNE MAGNETICKÉ POLE



HOMOGÉNNÉ MAGNETICKÉ POLE



- V smere magnetického pola





HOMOGÉNNÉ MAGNETICKÉ POLE

- V smere magnetického pola

$$\frac{d\mathbf{v}_{||}}{dt} = 0$$





HOMOGÉNNE MAGNETICKÉ POLE

- V smere magnetického poľa

$$\frac{d\mathbf{v}_{||}}{dt} = 0$$

- V rovine kolmej na magnetické pole





HOMOGÉNNE MAGNETICKÉ POLE

- V smere magnetického poľa

$$\frac{d\mathbf{v}_{||}}{dt} = 0$$

- V rovine kolmej na magnetické pole

$$\frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = \frac{q}{m}(\mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B})$$





HOMOGÉNNE MAGNETICKÉ POLE

- V smere magnetického poľa

$$\frac{d\mathbf{v}_{||}}{dt} = 0$$

- V rovine kolmej na magnetické pole

$$\frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = \frac{q}{m}(\mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{v}_{\perp} = \boldsymbol{\Omega}_c \times \mathbf{r}_c$$





HOMOGÉNNE MAGNETICKÉ POLE

- V smere magnetického poľa

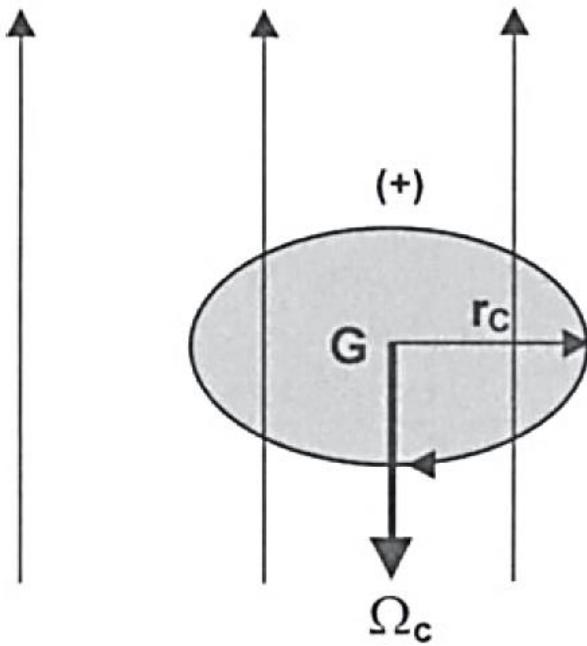
$$\frac{d\mathbf{v}_{||}}{dt} = 0$$

- V rovine kolmej na magnetické pole

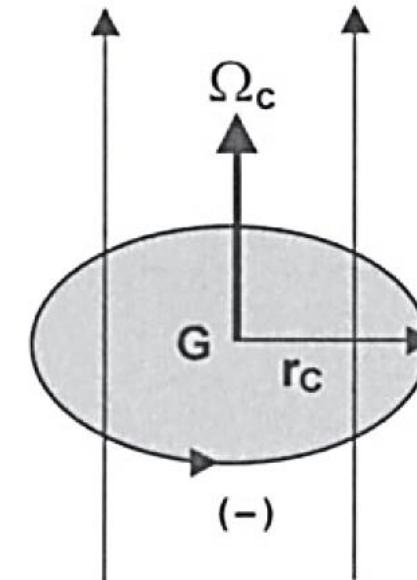
$$\frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = \frac{q}{m}(\mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{v}_{\perp} = \boldsymbol{\Omega}_c \times \mathbf{r}_c$$



HOMOGÉNNE MAGNETICKÉ POLE

**B**

$$q > 0$$



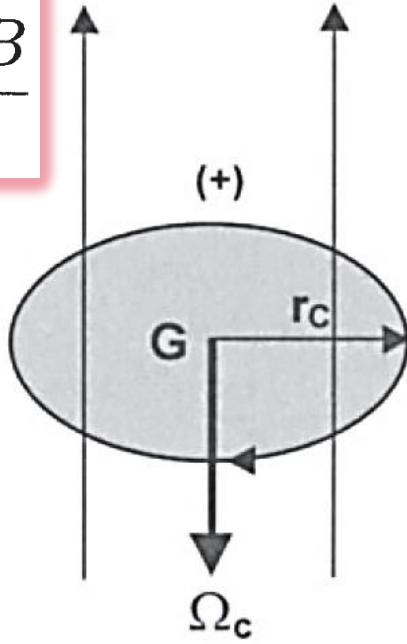
$$q < 0$$



HOMOGÉNNÉ MAGNETICKÉ POLE

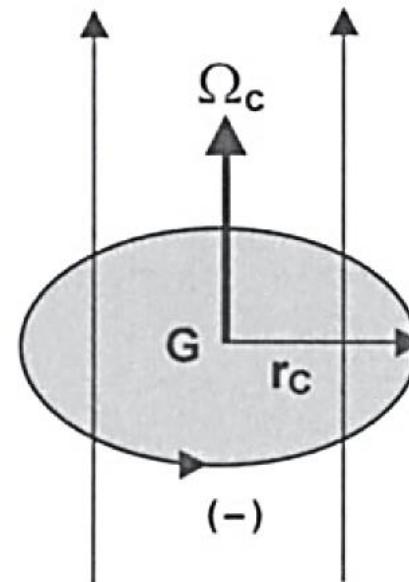


$$\Omega_c = \frac{|q| B}{m}$$



$$q > 0$$

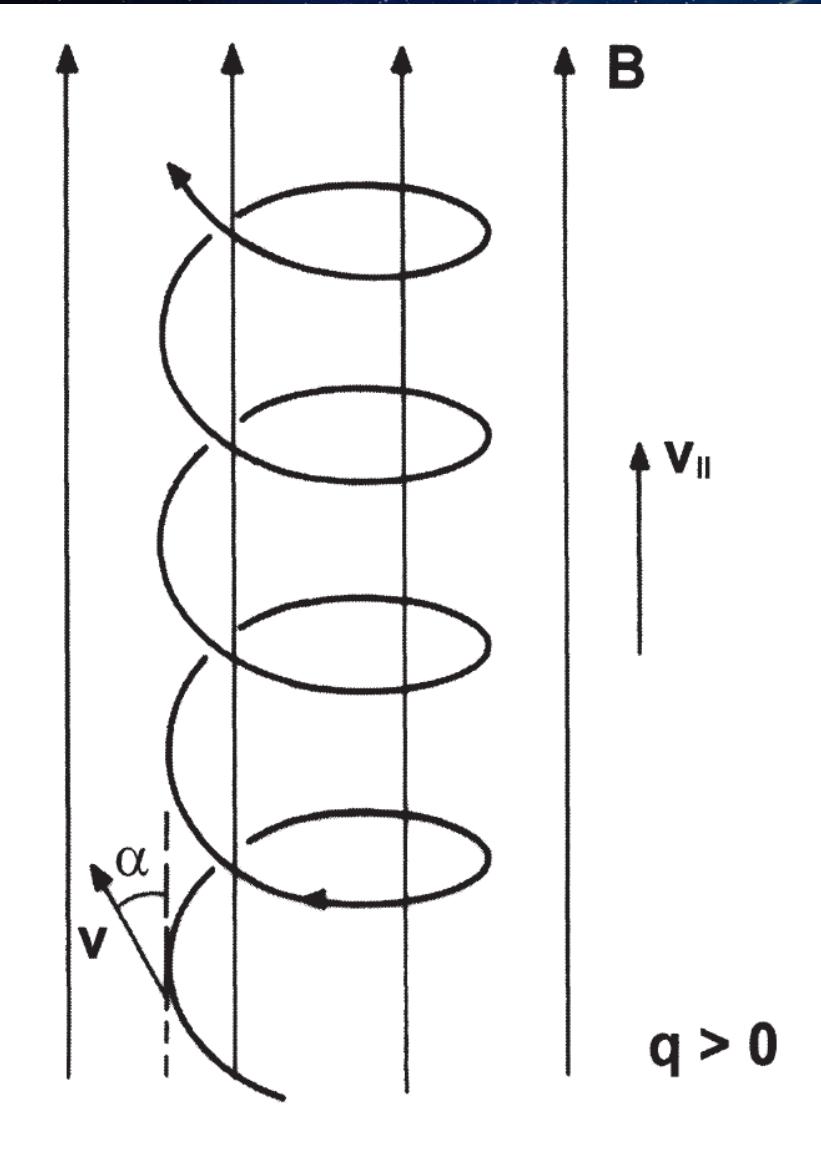
B



$$r_c = \frac{v_\perp}{\Omega_c} = \frac{mv_\perp}{|q| B}$$



15



HOMOGÉNNE ELEKTRICKÉ A MAGNETICKÉ POLE



$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\parallel} + \mathbf{E}_{\perp}$$





HOMOGÉNNÉ ELEKTRICKÉ A MAGNETICKÉ POLE

$$m \frac{d\mathbf{v}_{||}}{dt} = q\mathbf{E}_{||}$$

$$m \frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = q(\mathbf{E}_{\perp} + \mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B})$$



ROVINA KOLMÁ NA MAGNETICKÉ POLE



ROVINA KOLMÁ NA MAGNETICKÉ POLE



- o Cheat č.1



ROVINA KOLMÁ NA MAGNETICKÉ POLE



- Cheat č.1

$$\mathbf{v}_\perp(t) = \mathbf{v}'_\perp(t) + \mathbf{v}_E$$



ROVINA KOLMÁ NA MAGNETICKÉ POLE



- Cheat č.1

$$\mathbf{v}_\perp(t) = \mathbf{v}'_\perp(t) + \mathbf{v}_E$$

- Cheat č. 2



ROVINA KOLMÁ NA MAGNETICKÉ POLE



- Cheat č.1

$$\mathbf{v}_\perp(t) = \mathbf{v}'_\perp(t) + \mathbf{v}_E$$

- Cheat č. 2

$$\mathbf{E}_\perp = - \left(\frac{\mathbf{E}_\perp \times \mathbf{B}}{B^2} \right) \times \mathbf{B}$$



19

RIEŠENIE



RIEŠENIE

- o Pohybová rovnica



RIEŠENIE

- o Pohybová rovnica



RIEŠENIE



- Pohybová rovnica

$$m \frac{d\mathbf{v}'_\perp}{dt} = q \left(\mathbf{v}'_\perp + \mathbf{v}_E - \frac{\mathbf{E}_\perp \times \mathbf{B}}{B^2} \right) \times \mathbf{B}$$



RIEŠENIE



- Pohybová rovnica

$$m \frac{d\mathbf{v}'_\perp}{dt} = q \left(\mathbf{v}'_\perp + \mathbf{v}_E - \frac{\mathbf{E}_\perp \times \mathbf{B}}{B^2} \right) \times \mathbf{B}$$

- Ak



RIEŠENIE



- Pohybová rovnica

$$m \frac{d\mathbf{v}'_\perp}{dt} = q \left(\mathbf{v}'_\perp + \mathbf{v}_E - \frac{\mathbf{E}_\perp \times \mathbf{B}}{B^2} \right) \times \mathbf{B}$$

- Ak

$$\mathbf{v}_E = \frac{\mathbf{E}_\perp \times \mathbf{B}}{B^2}$$



RIEŠENIE



- Pohybová rovnica

$$m \frac{d\mathbf{v}'_\perp}{dt} = q \left(\mathbf{v}'_\perp + \mathbf{v}_E - \frac{\mathbf{E}_\perp \times \mathbf{B}}{B^2} \right) \times \mathbf{B}$$

- Ak

$$\mathbf{v}_E = \frac{\mathbf{E}_\perp \times \mathbf{B}}{B^2}$$

- Tak máme pohyb po kružnici



RIEŠENIE



- Pohybová rovnica

$$m \frac{d\mathbf{v}'_\perp}{dt} = q \left(\mathbf{v}'_\perp + \mathbf{v}_E - \frac{\mathbf{E}_\perp \times \mathbf{B}}{B^2} \right) \times \mathbf{B}$$

- Ak

$$\mathbf{v}_E = \frac{\mathbf{E}_\perp \times \mathbf{B}}{B^2}$$

- Tak máme pohyb po kružnici





RIEŠENIE

- Pohybová rovnica

$$m \frac{d\mathbf{v}'_{\perp}}{dt} = q \left(\mathbf{v}'_{\perp} + \mathbf{v}_E - \frac{\mathbf{E}_{\perp} \times \mathbf{B}}{B^2} \right) \times \mathbf{B}$$

- Ak

$$\mathbf{v}_E = \frac{\mathbf{E}_{\perp} \times \mathbf{B}}{B^2}$$

- Tak máme pohyb po kružnici

$$m \frac{d\mathbf{v}'_{\perp}}{dt} = q(\mathbf{v}'_{\perp} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{v}'_{\perp} = \boldsymbol{\Omega}_c \times \mathbf{r}_c$$



VÝSLEDOK

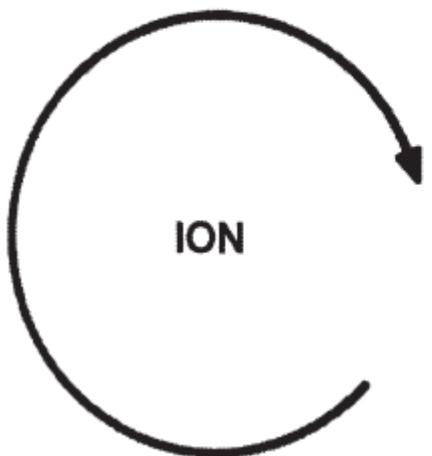


plazmový drift

$$\mathbf{v}(t) = \Omega_c \times \mathbf{r}_c + \frac{\mathbf{E}_{\perp} \times \mathbf{B}}{B^2} + \frac{q\mathbf{E}_{\parallel}}{m}t + \mathbf{v}_{\parallel}(0)$$

pohyb po kružnici



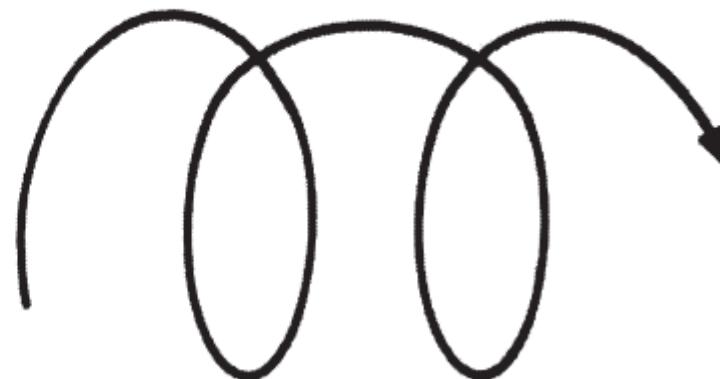


B

E



ELECTRON



NEHOMOGÉNNÉ MAGNETICKÉ POLE



NEHOMOGÉNNE MAGNETICKÉ POLE



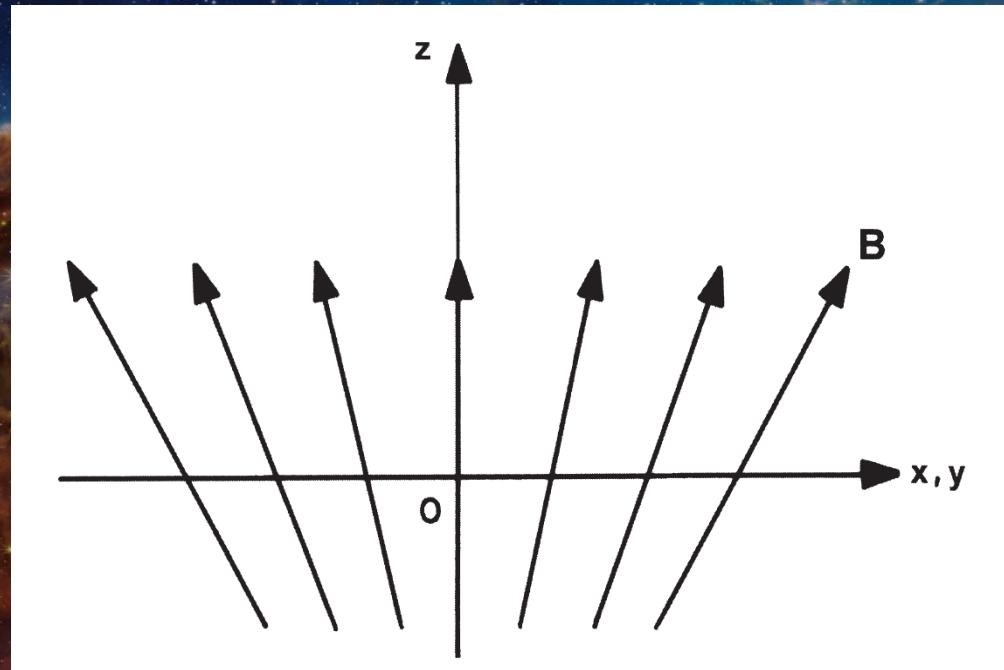
- Konvergencia





NEHOMOGÉNNE MAGNETICKÉ POLE

- Konvergencia



NEHOMOGÉNNE MAGNETICKÉ POLE



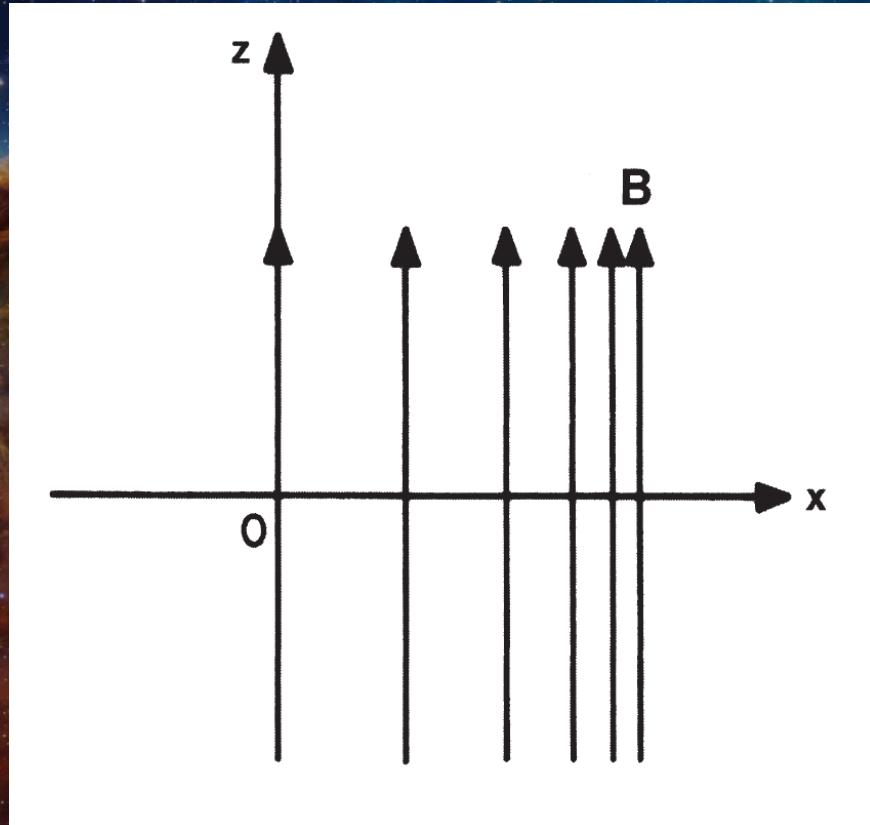
- Konvergencia
- Gradient





NEHOMOGÉNNÉ MAGNETICKÉ POLE

- Konvergencia
- Gradient



NEHOMOGÉNNE MAGNETICKÉ POLE



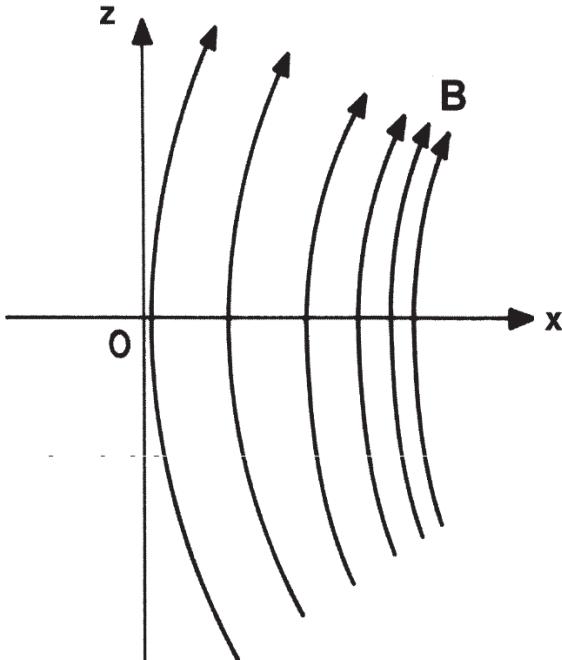
- Konvergencia
- Gradient
- Krivost'



NEHOMOGÉNNE MAGNETICKÉ POLE



- Konvergencia
- Gradient
- Krivost'



NEHOMOGÉNNE MAGNETICKÉ POLE



- Konvergencia
- Gradient
- Krivost'
- Strih

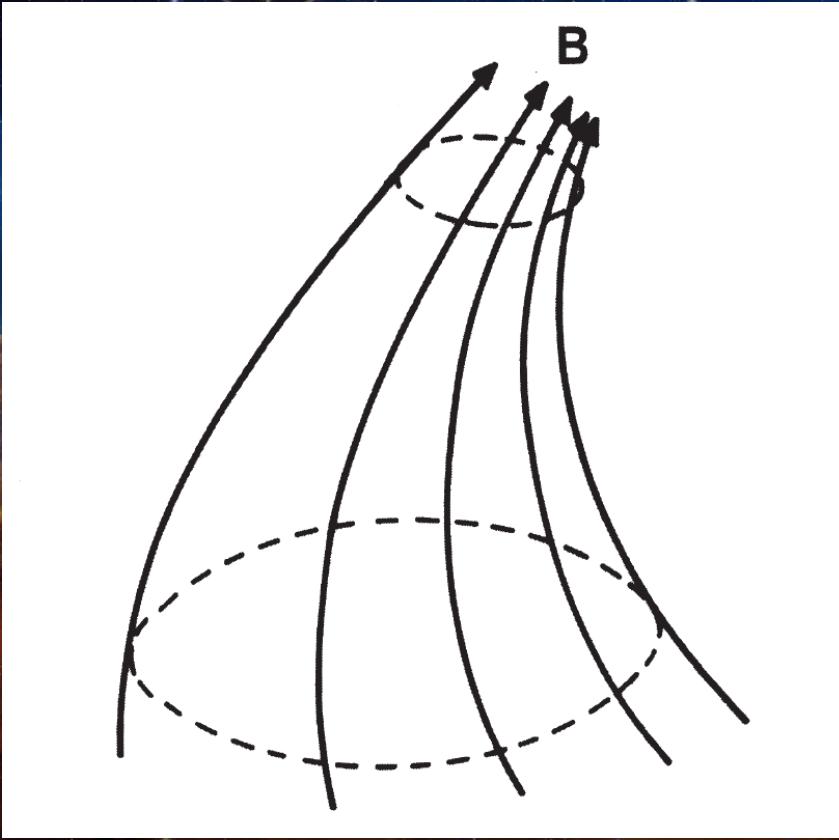


25

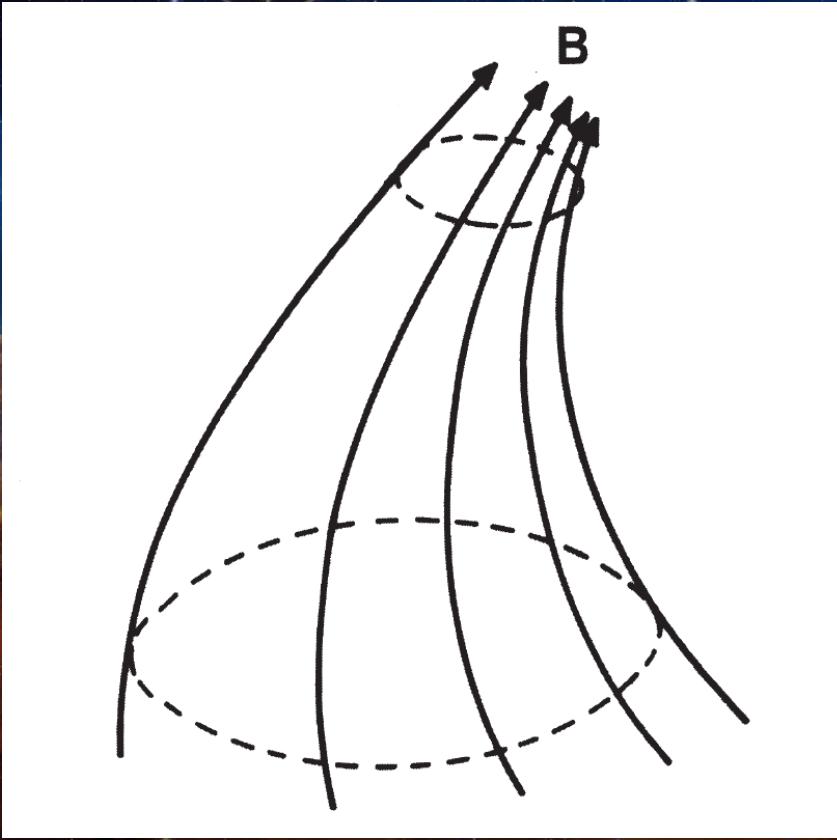
EVERYTHING EVERYWHERE ALL AT ONCE



EVERYTHING EVERYWHERE ALL AT ONCE



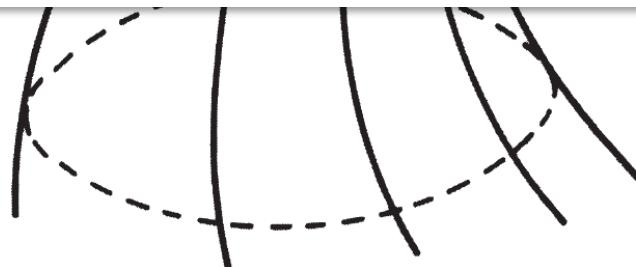
EVERYTHING EVERYWHERE ALL AT ONCE



EVERYTHING EVERYWHERE ALL AT ONCE



$$\nabla \mathbf{B} = (\hat{\mathbf{x}} \quad \hat{\mathbf{y}} \quad \hat{\mathbf{z}}) \begin{pmatrix} \partial B_x / \partial x & \partial B_y / \partial x & \partial B_z / \partial x \\ \partial B_x / \partial y & \partial B_y / \partial y & \partial B_z / \partial y \\ \partial B_x / \partial z & \partial B_y / \partial z & \partial B_z / \partial z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\mathbf{y}} \\ \hat{\mathbf{z}} \end{pmatrix}$$



VEĽMI (AKO PRE KOHO) ZAUJÍMAVÉ DÔSLEDKY



VEĽMI (AKO PRE KOHO) ZAUJÍMAVÉ DÔSLEDKY

- Gradientný drift





VEĽMI (AKO PRE KOHO) ZAUJÍMAVÉ DÔSLEDKY

- Gradientný drift

$$\mathbf{v}_G = \frac{\langle \mathbf{F}_{\perp} \rangle \times \mathbf{B}}{qB^2} = -\frac{|\mathbf{m}|}{q} \frac{(\nabla B) \times \mathbf{B}}{B^2}$$





VEĽMI (AKO PRE KOHO) ZAUJÍMAVÉ DÔSLEDKY

- Gradientný drift

$$\mathbf{v}_G = \frac{\langle \mathbf{F}_{\perp} \rangle \times \mathbf{B}}{qB^2} = -\frac{|\mathbf{m}|}{q} \frac{(\nabla B) \times \mathbf{B}}{B^2}$$

- Jemu zodpovedajúci magentizačný prúd





VEĽMI (AKO PRE KOHO) ZAUJÍMAVÉ DÔSLEDKY

- Gradientný drift

$$\mathbf{v}_G = \frac{\langle \mathbf{F}_{\perp} \rangle \times \mathbf{B}}{qB^2} = -\frac{|\mathbf{m}|}{q} \frac{(\nabla B) \times \mathbf{B}}{B^2}$$

- Jemu zodpovedajúci magentizačný prúd





VEĽMI (AKO PRE KOHO) ZAUJÍMAVÉ DÔSLEDKY

- Gradientný drift

$$\mathbf{v}_G = \frac{\langle \mathbf{F}_{\perp} \rangle \times \mathbf{B}}{qB^2} = -\frac{|\mathbf{m}|}{q} \frac{(\nabla B) \times \mathbf{B}}{B^2}$$

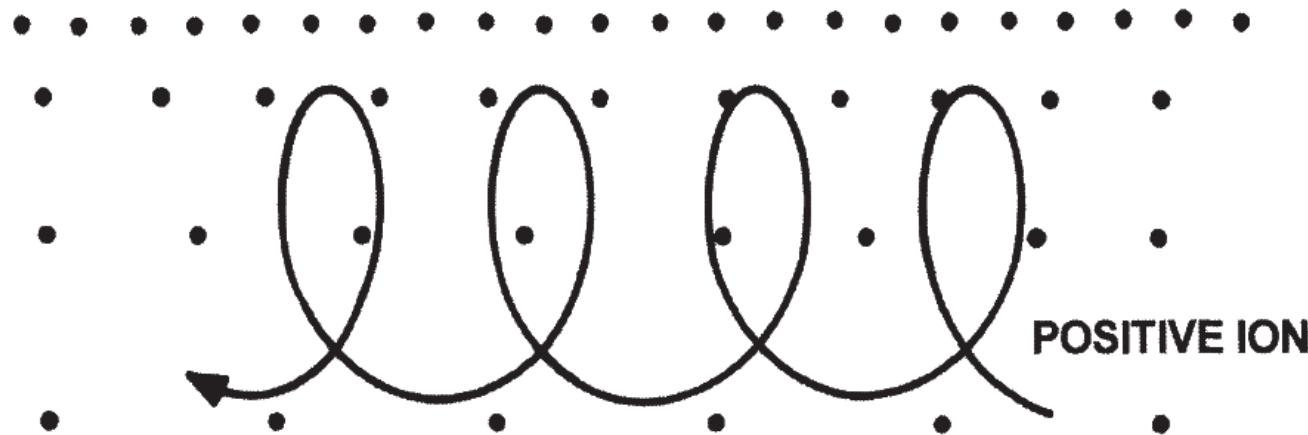
- Jemu zodpovedajúci magentizačný prúd

$$\mathbf{J}_G = \frac{1}{\delta V} \sum_i q_i \mathbf{v}_{Gi}$$





B OUT OF PAGE



POSITIVE ION



ELECTRON



VEĽMI (AKO PRE KOHO) ZAUJÍMAVÉ DÔSLEDKY



VEĽMI (AKO PRE KOHO) ZAUJÍMAVÉ DÔSLEDKY



VEĽMI (AKO PRE KOHO) ZAUJÍMAVÉ DÔSLEDKY



- Magenetický moment je invariant



VEĽMI (AKO PRE KOHO) ZAUJÍMAVÉ DÔSLEDKY



- Magenetický moment je invariant





VEĽMI (AKO PRE KOHO) ZAUJÍMAVÉ DÔSLEDKY

- Magenetický moment je invariant

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{W_{\perp}}{B} \right) = 0$$

$$|\mathbf{m}| = \frac{W_{\perp}}{B} = \text{constant}$$





VEĽMI (AKO PRE KOHO) ZAUJÍMAVÉ DÔSLEDKY

- Magenetický moment je invariant

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{W_{\perp}}{B} \right) = 0$$

$$|\mathbf{m}| = \frac{W_{\perp}}{B} = \text{constant}$$

- Magnetický tok je invariant





VEĽMI (AKO PRE KOHO) ZAUJÍMAVÉ DÔSLEDKY

- Magenetický moment je invariant

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{W_{\perp}}{B} \right) = 0$$

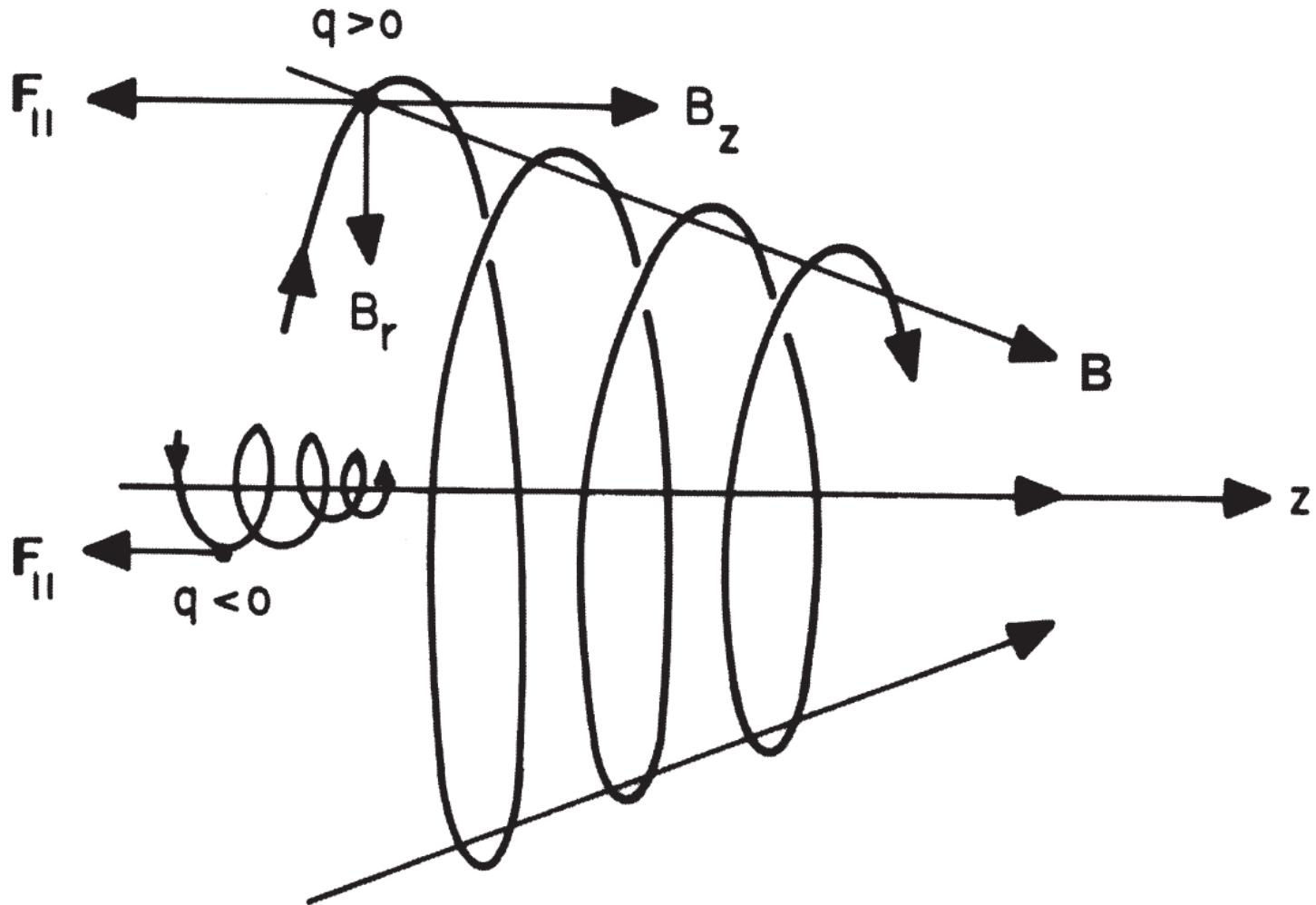
$$|\mathbf{m}| = \frac{W_{\perp}}{B} = \text{constant}$$

- Magnetický tok je invariant

$$\Phi_m = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\frac{d}{dt}(\Phi_m) = \frac{2\pi m}{q^2} \frac{d}{dt} |\mathbf{m}| = 0$$





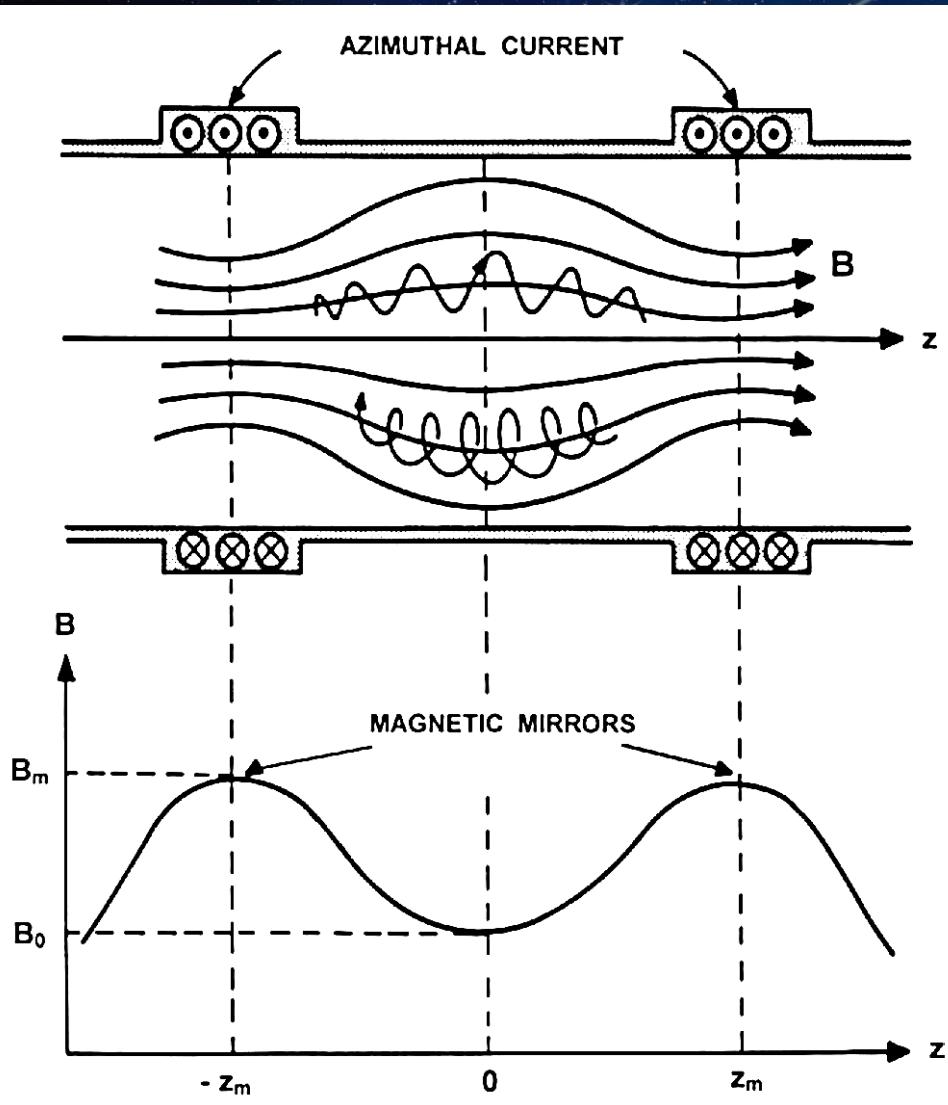
$$= 0$$



MAGNETICKÉ ZRKADLO A MAGNETICKÁ NÁDOBA



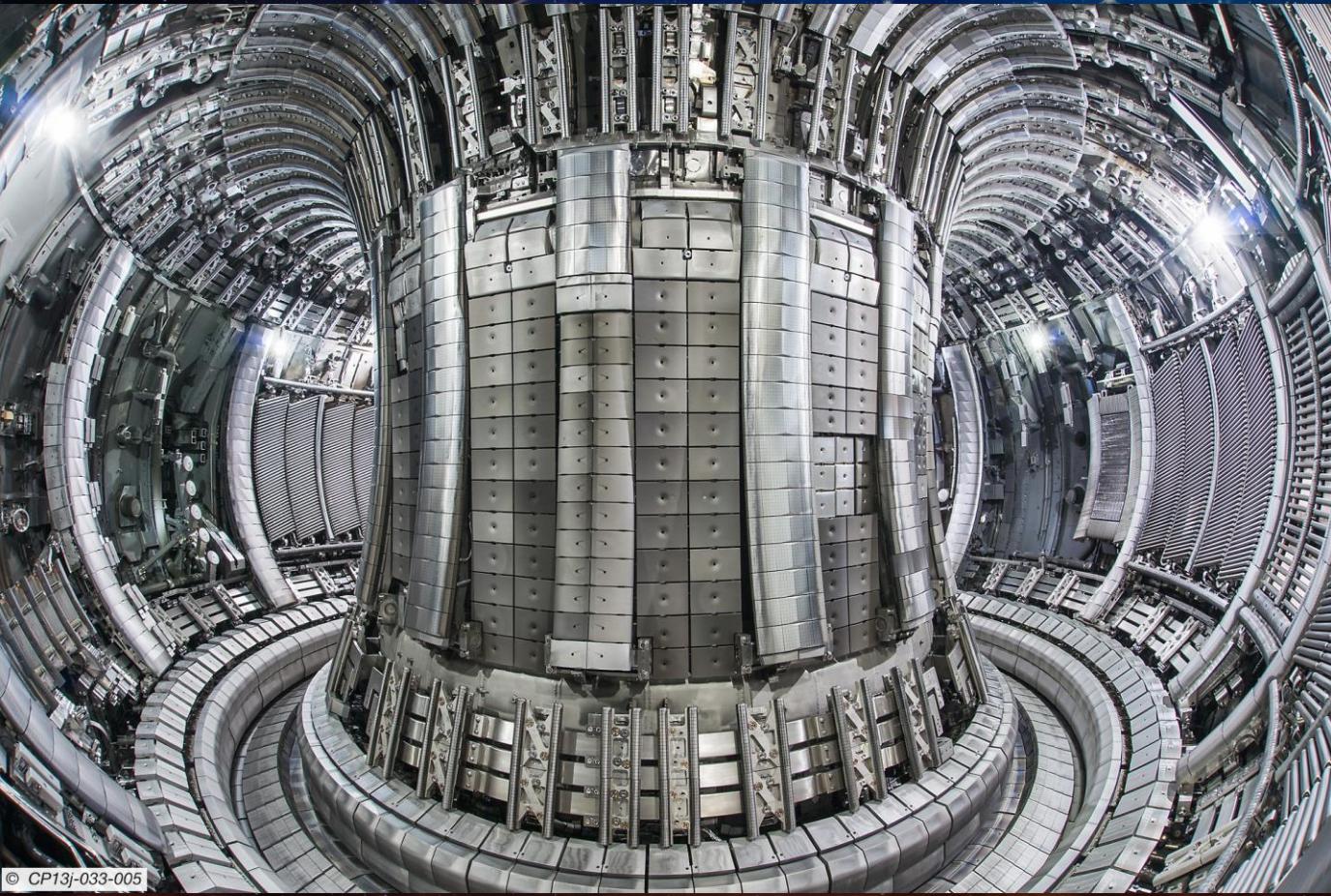
MAGNET NÁDOBA



KÁ



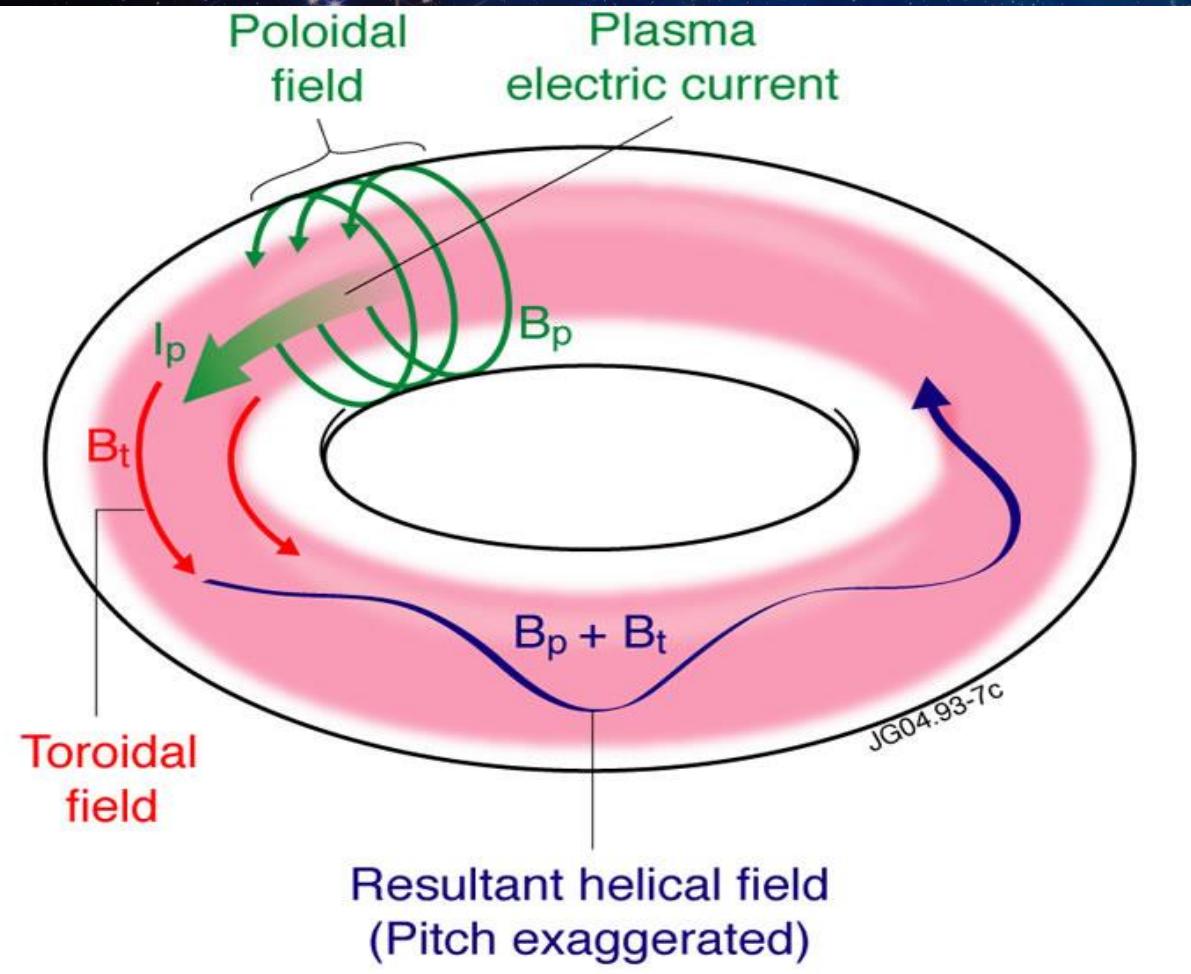
TOKAMAK



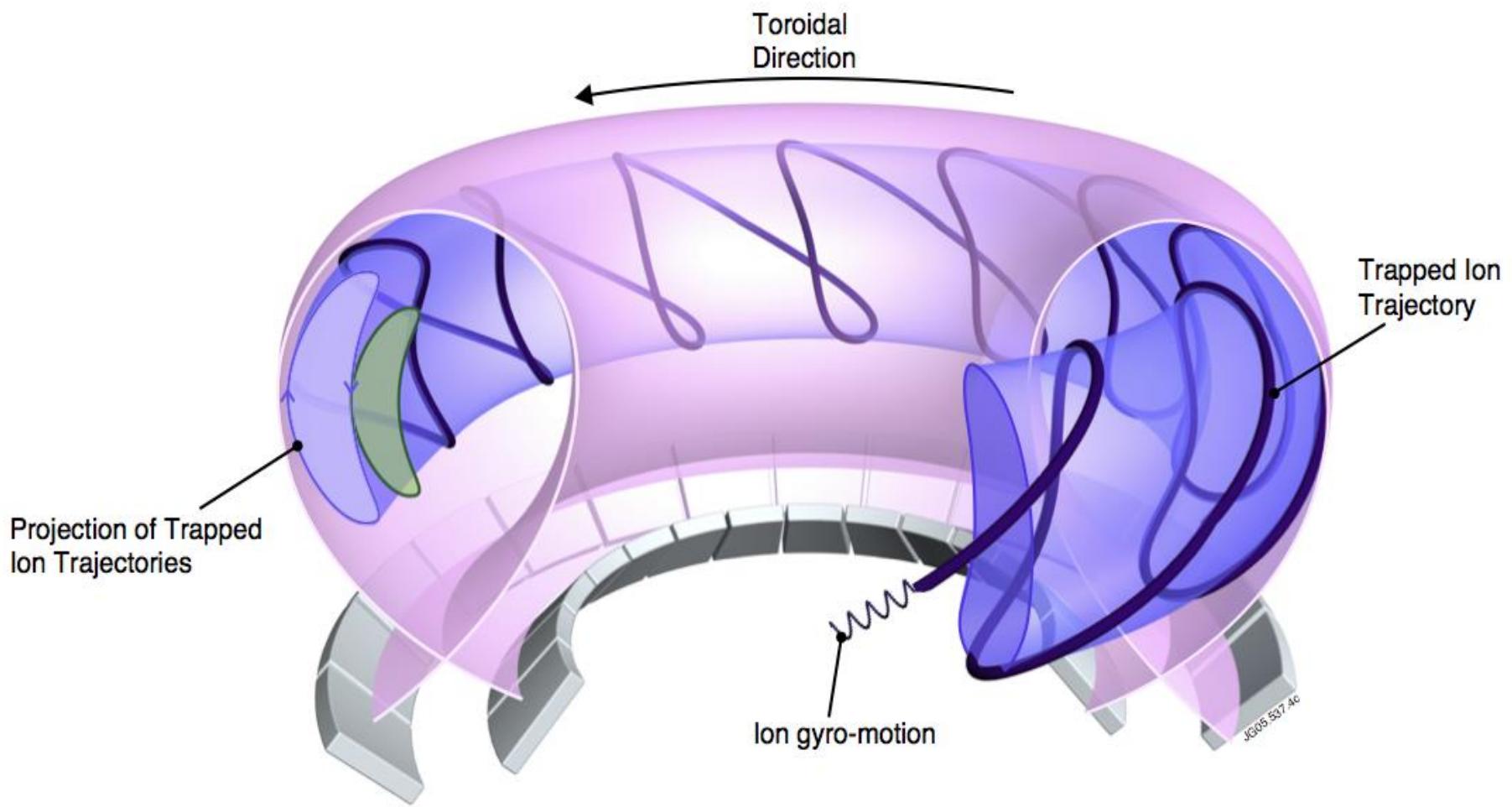
© CP13j-033-005

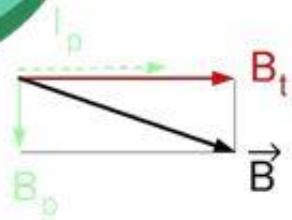
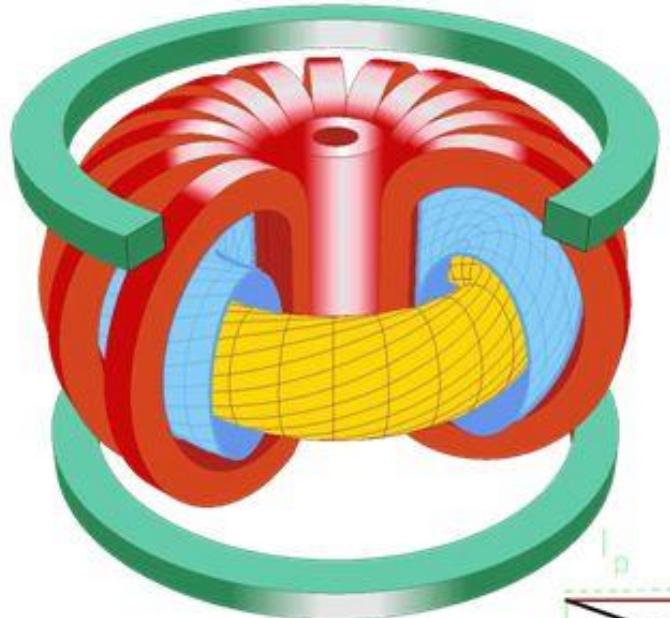


TOKAMAK

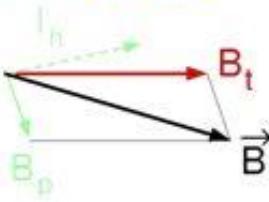
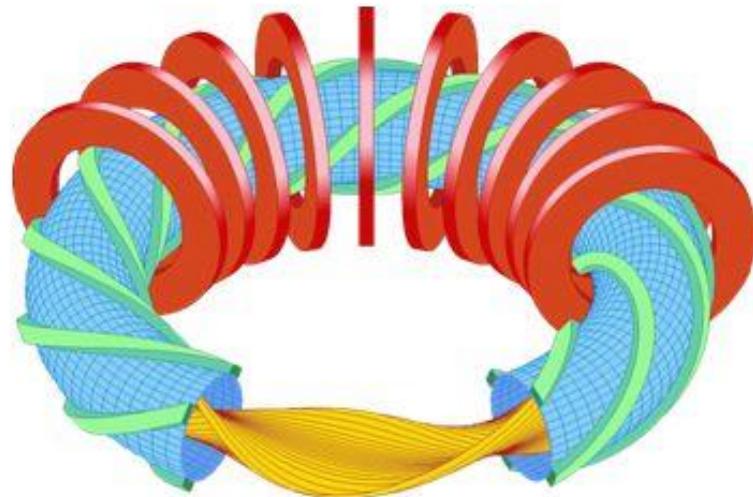


TOKAMAK

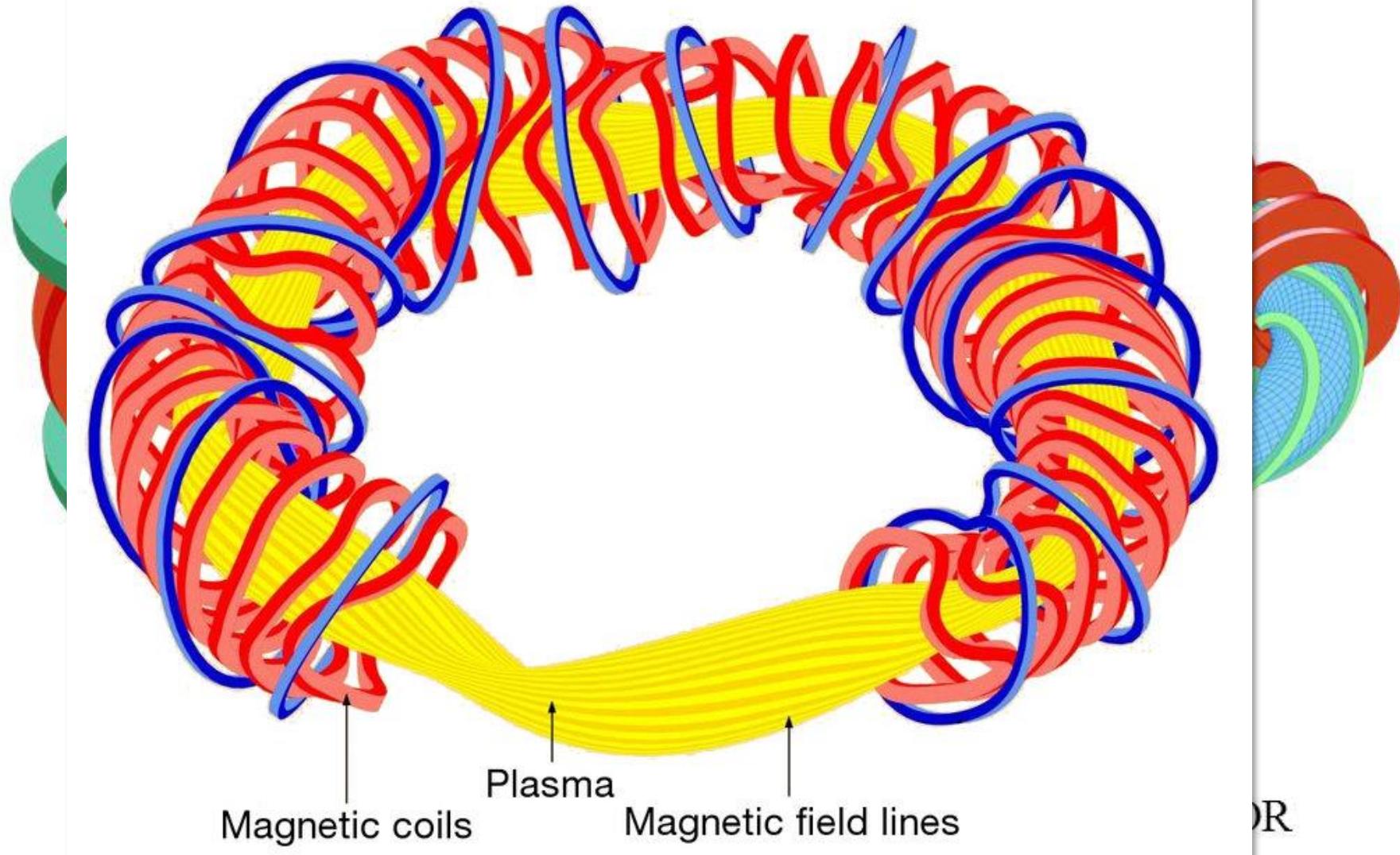


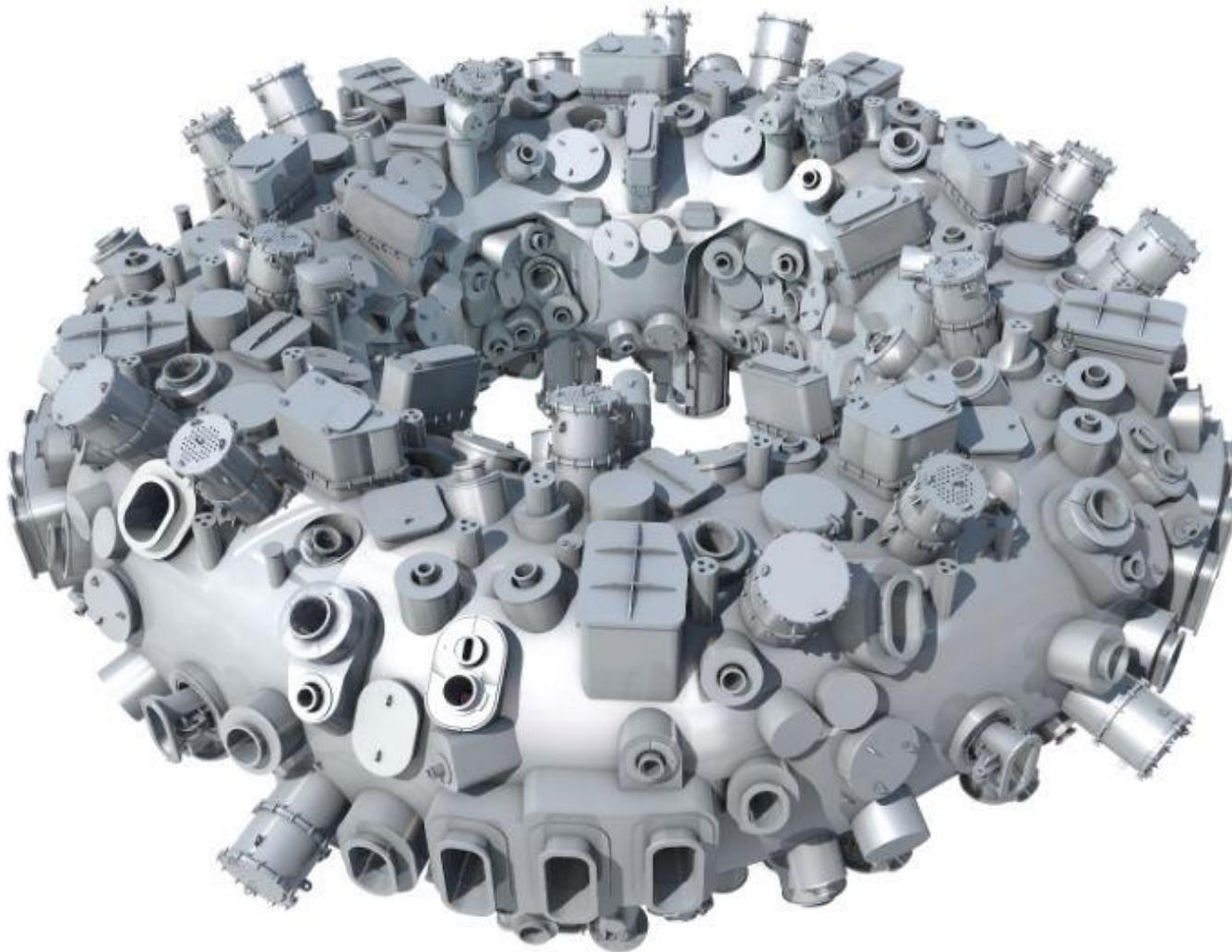


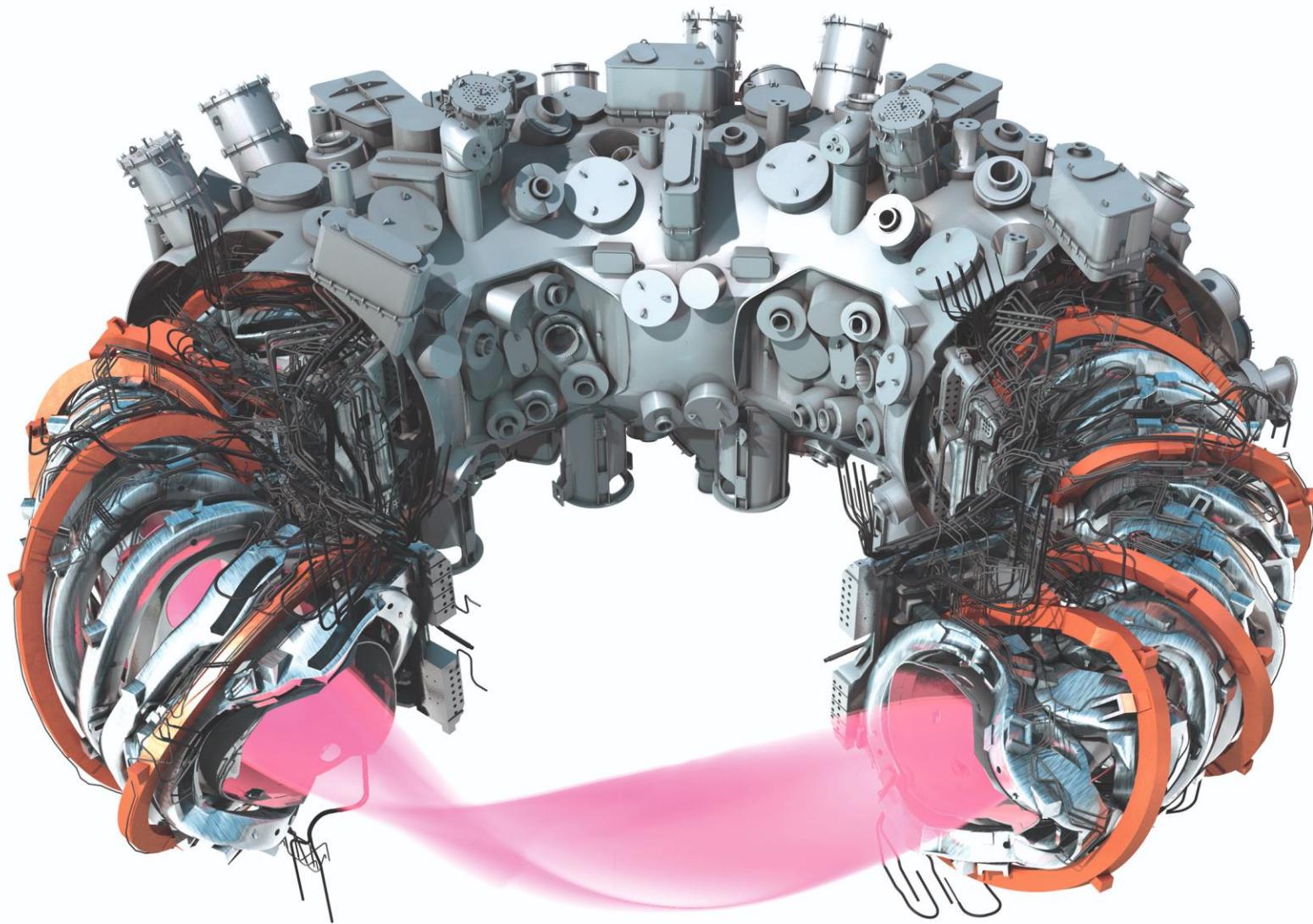
TOKAMAK

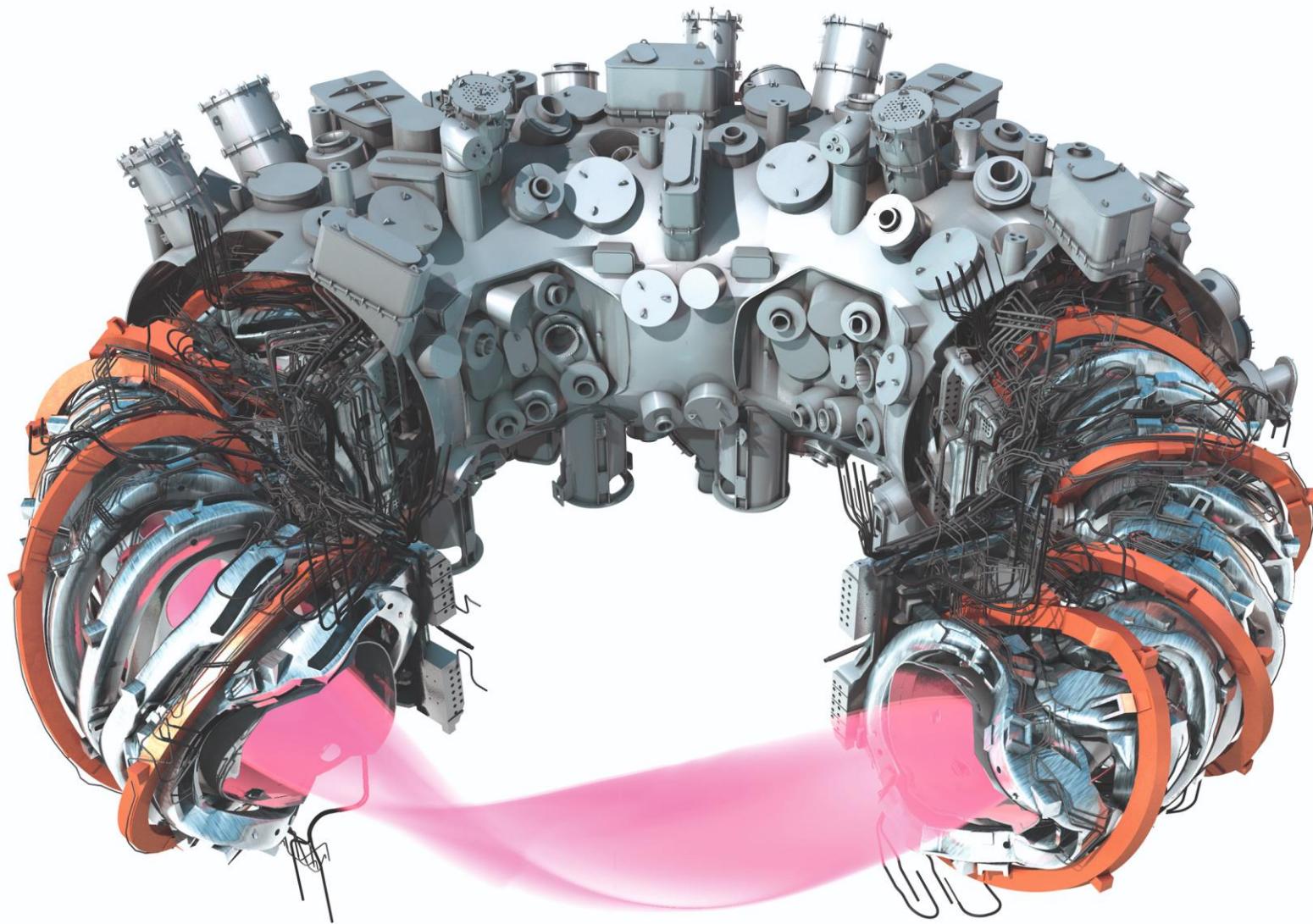


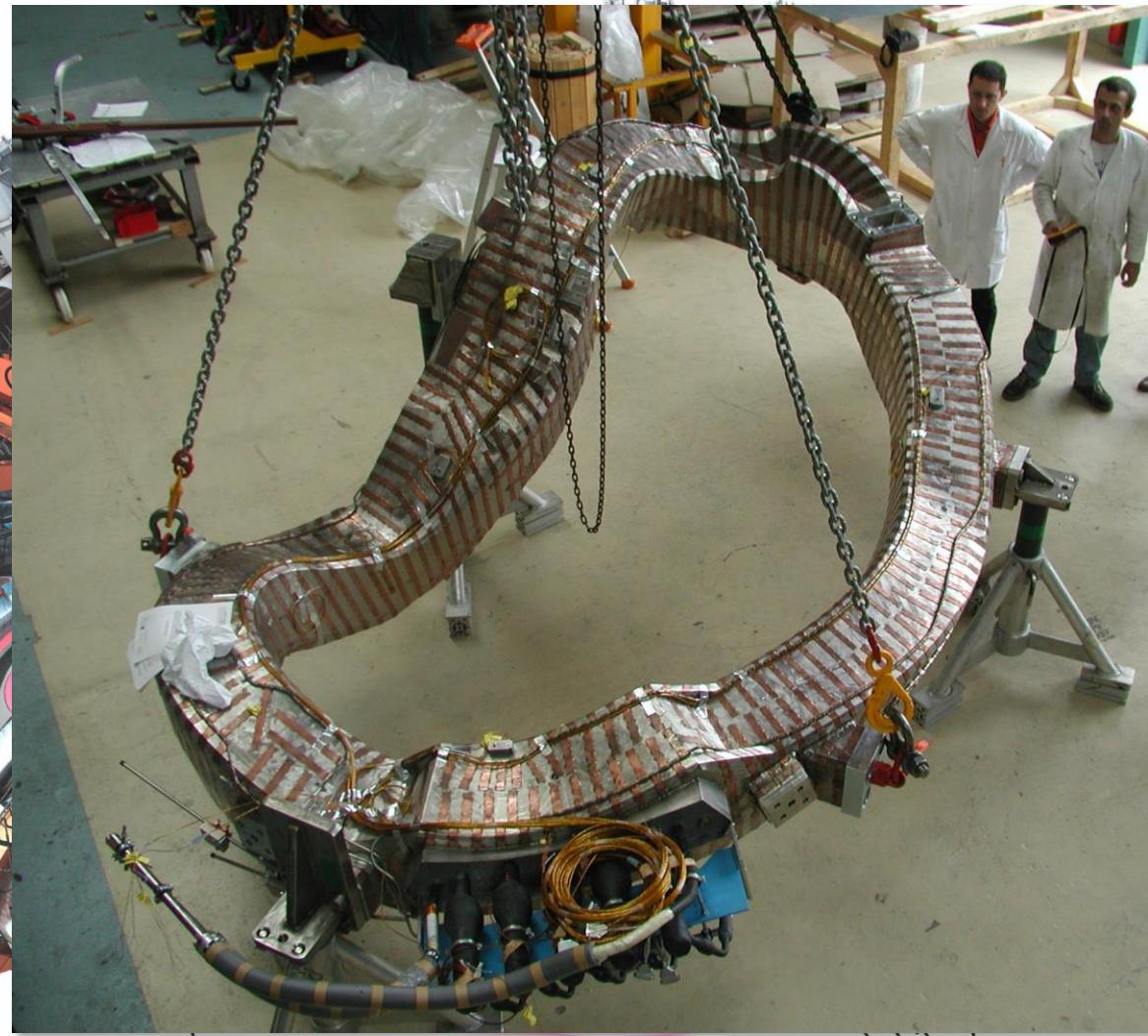
STELLARATOR

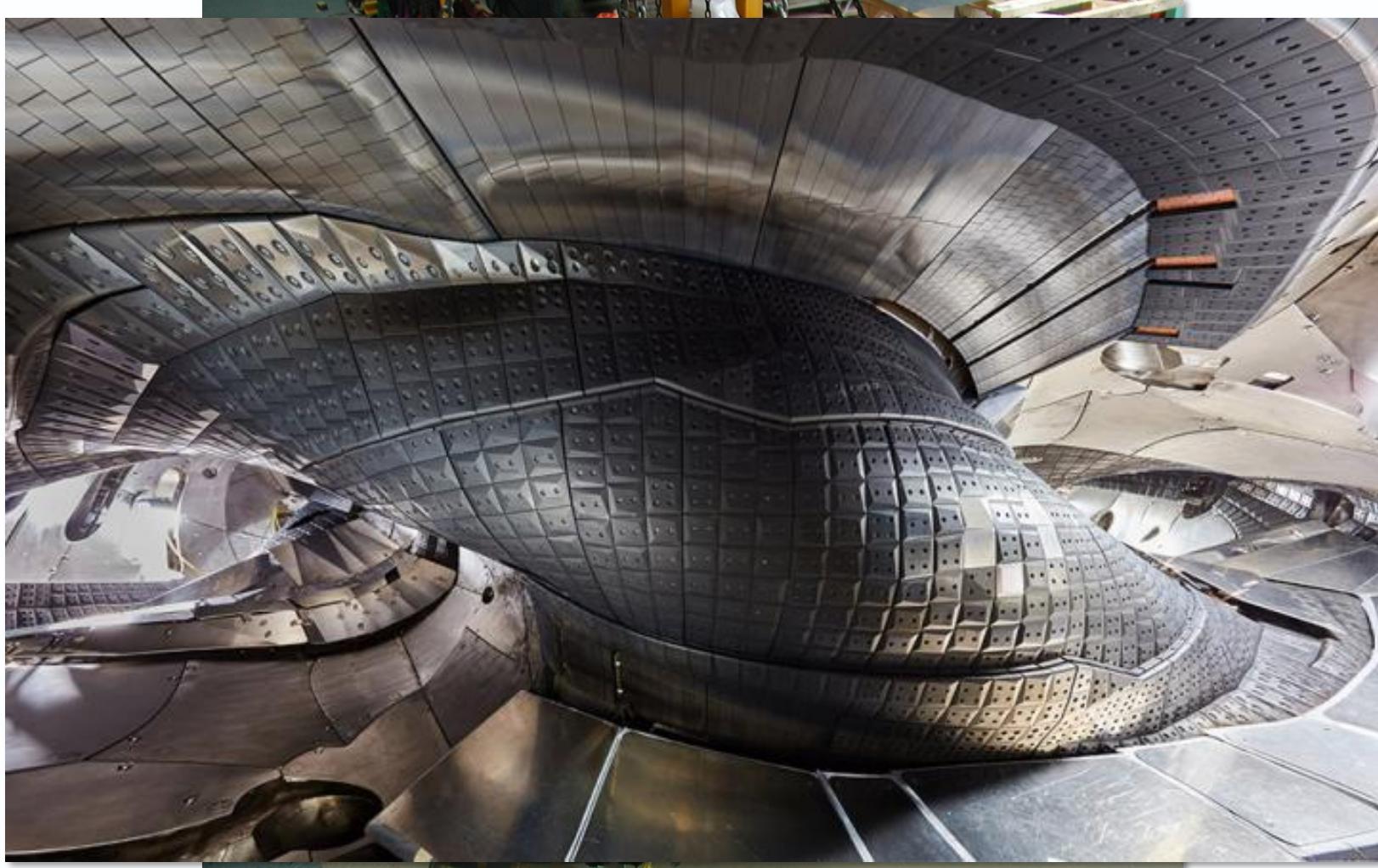


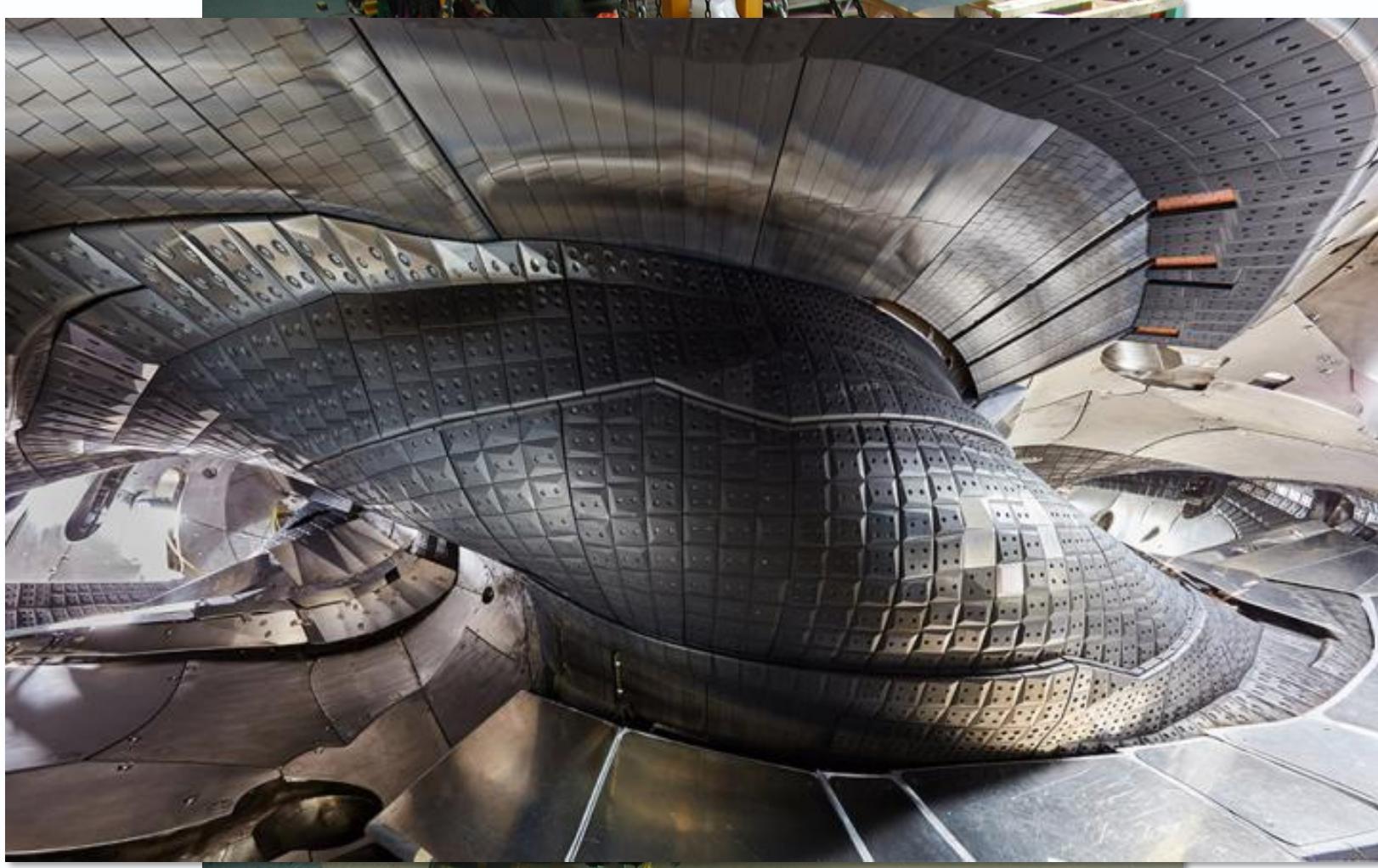












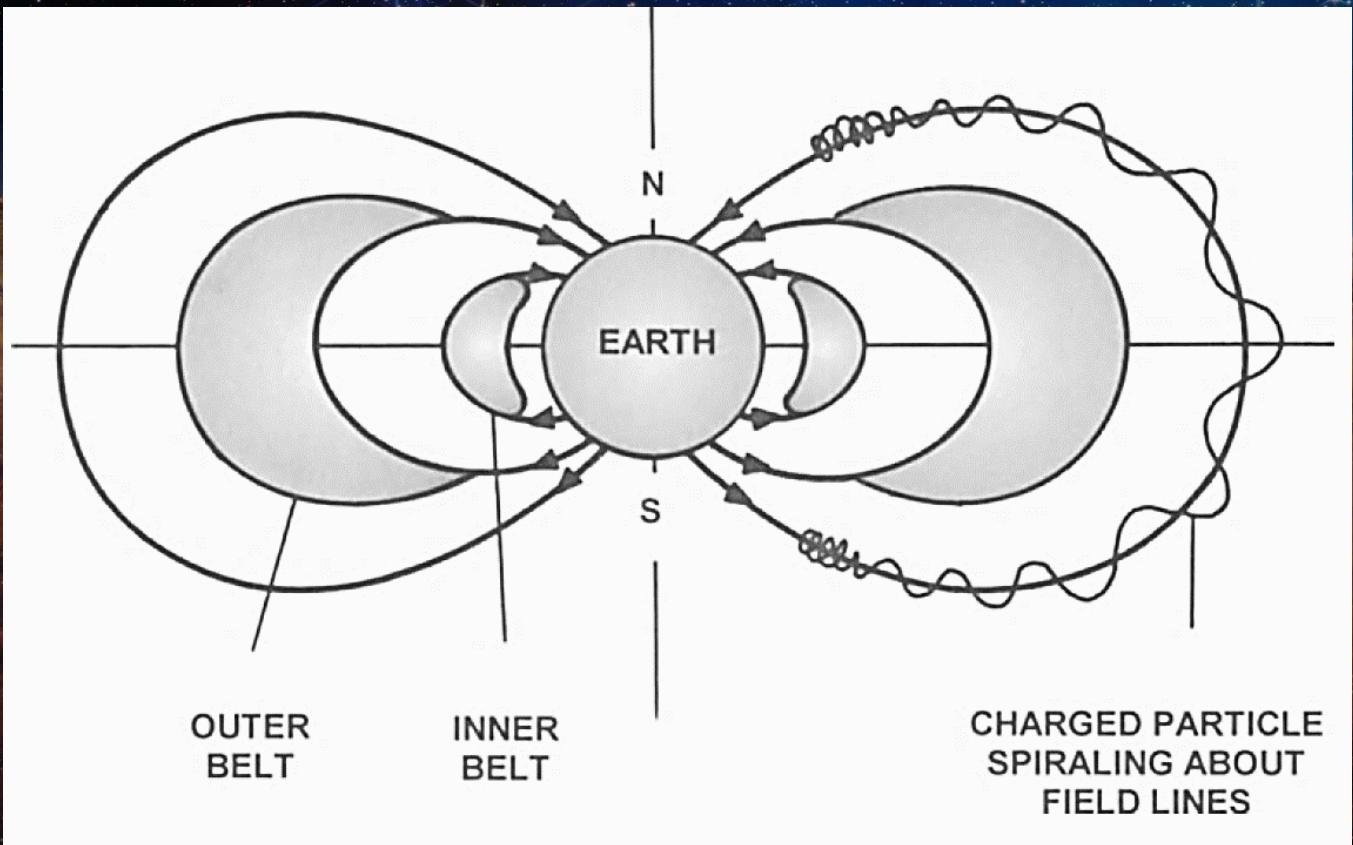




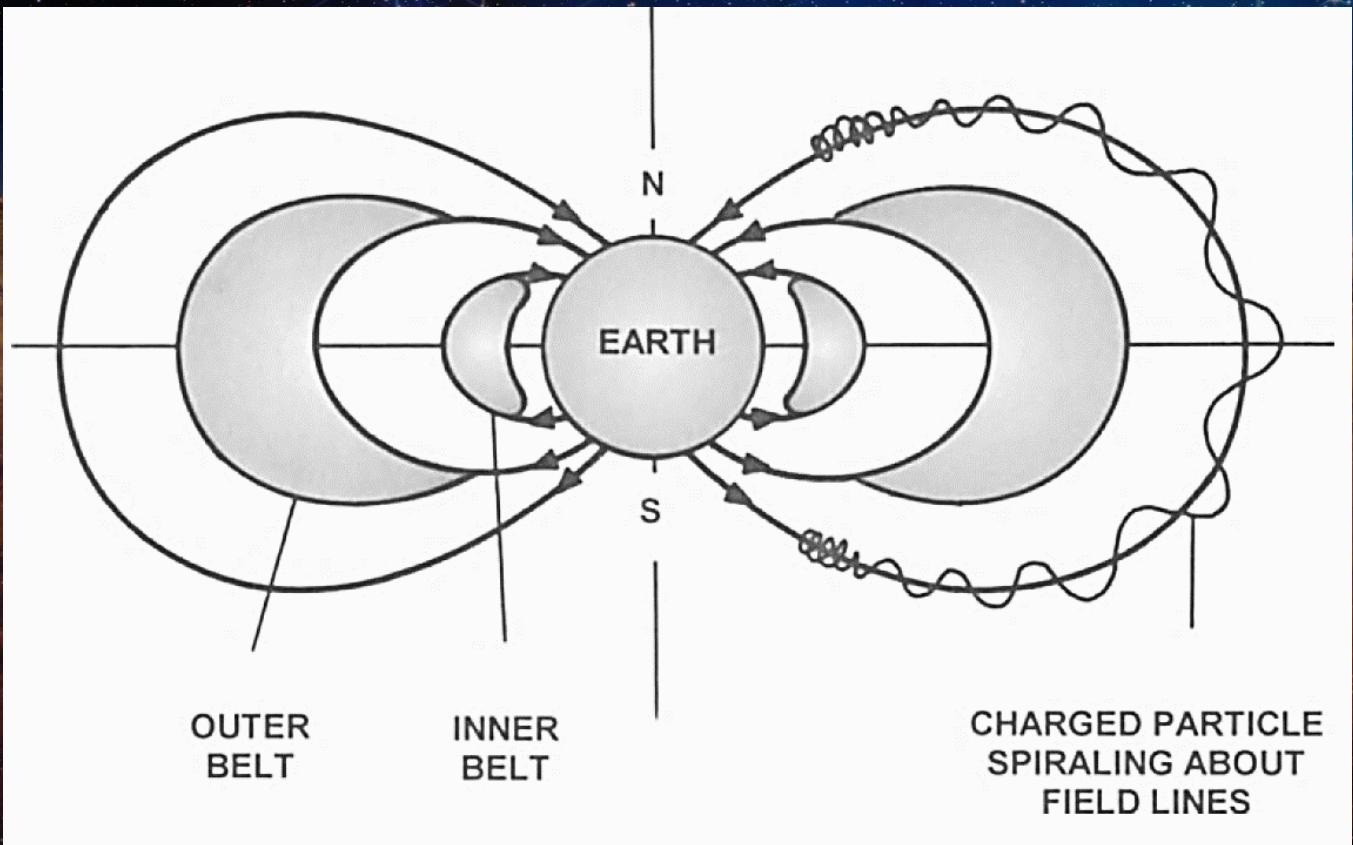
MAGNETICKÉ POLE ZEME



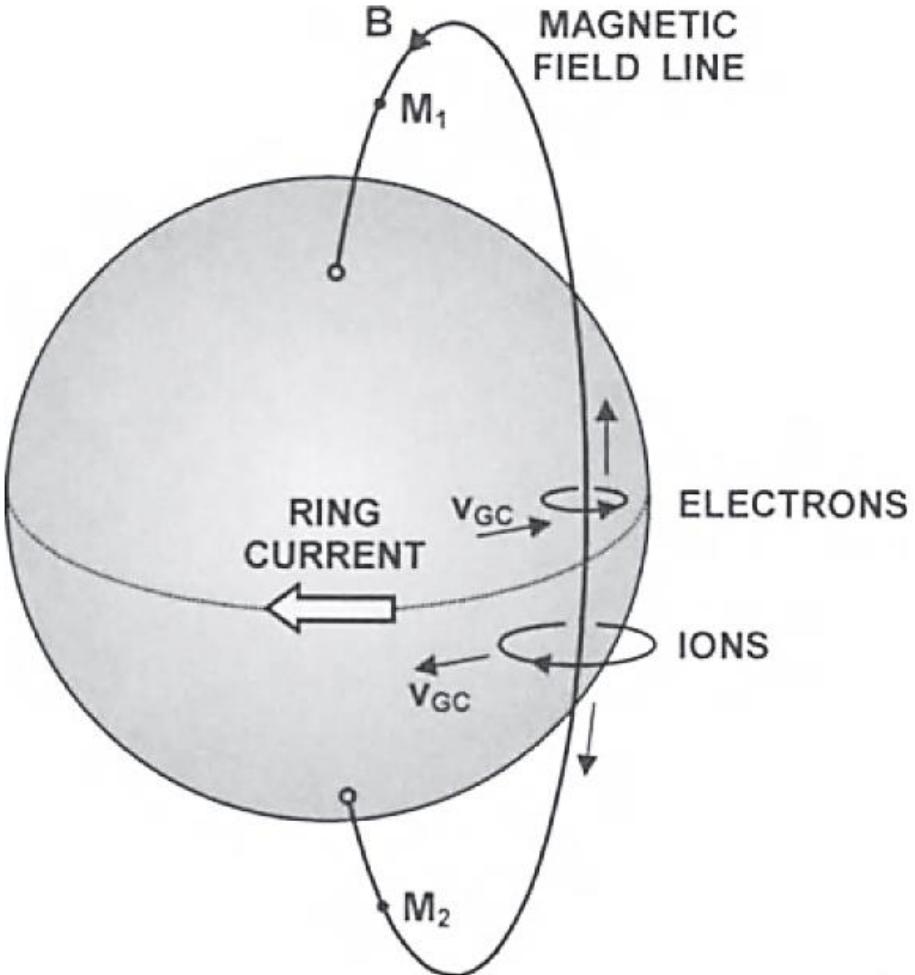
MAGNETICKÉ POLE ZEME

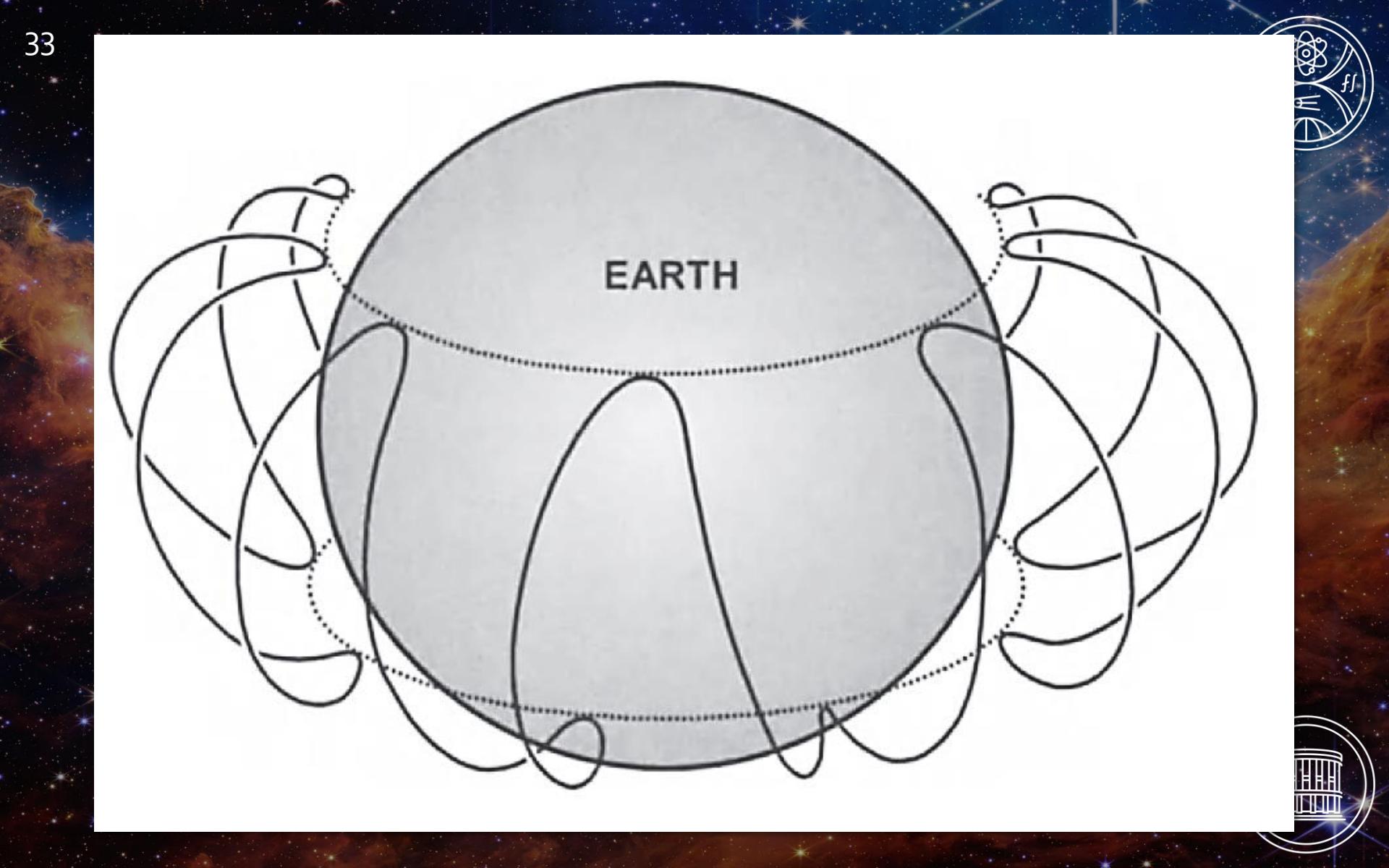


MAGNETICKÉ POLE ZEME



MAGN





34

REALITA

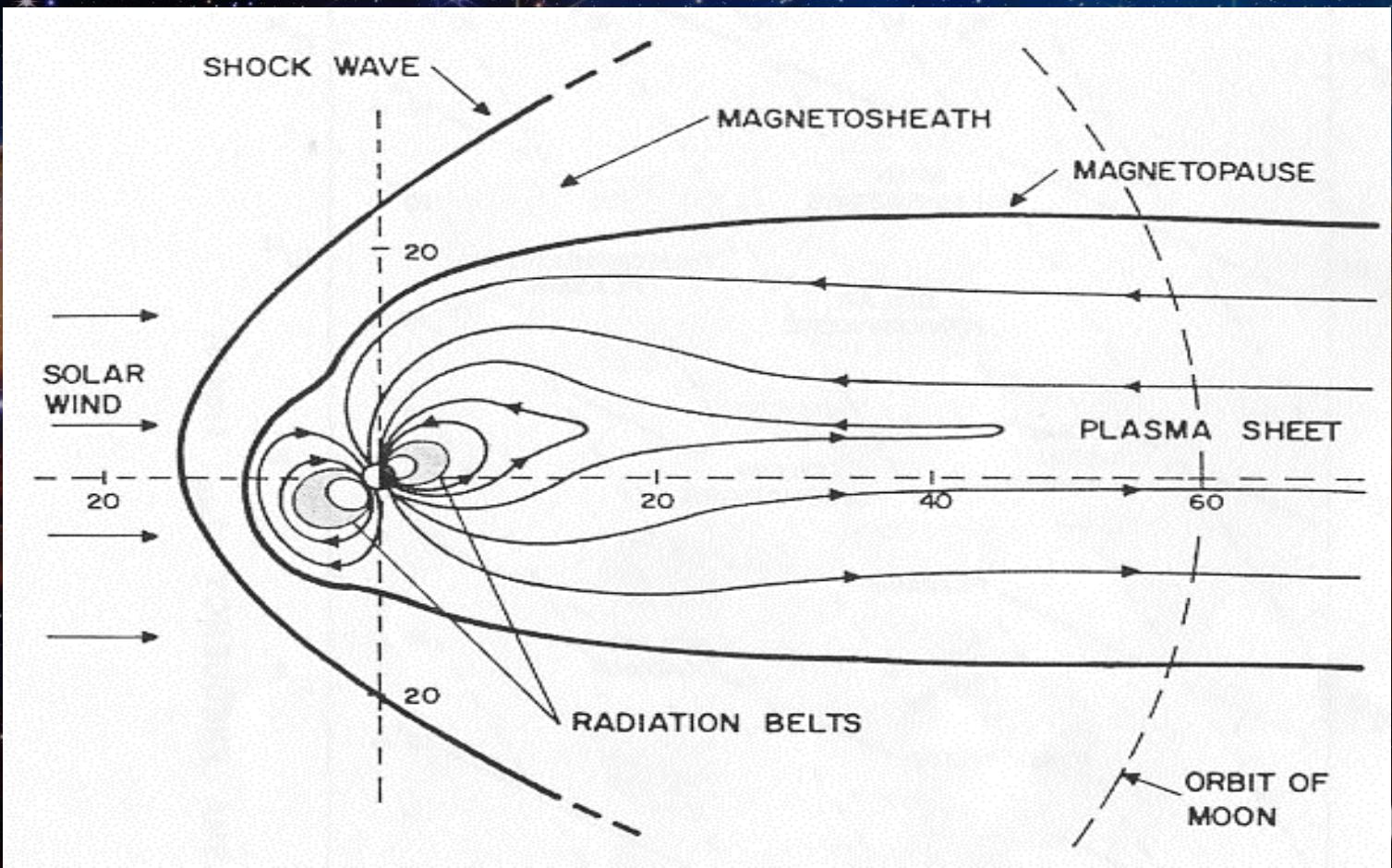


34

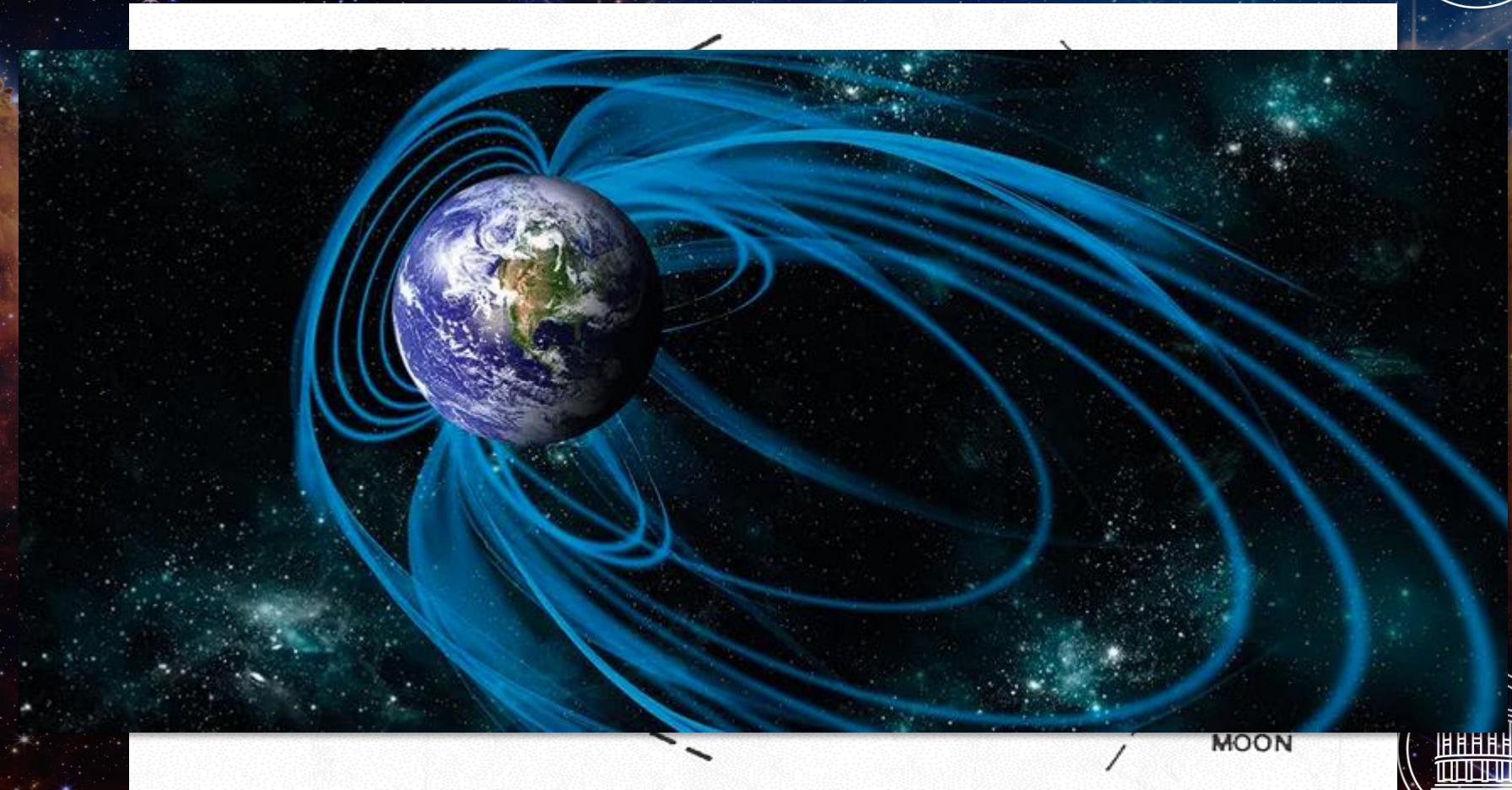
REALITA



REALITA



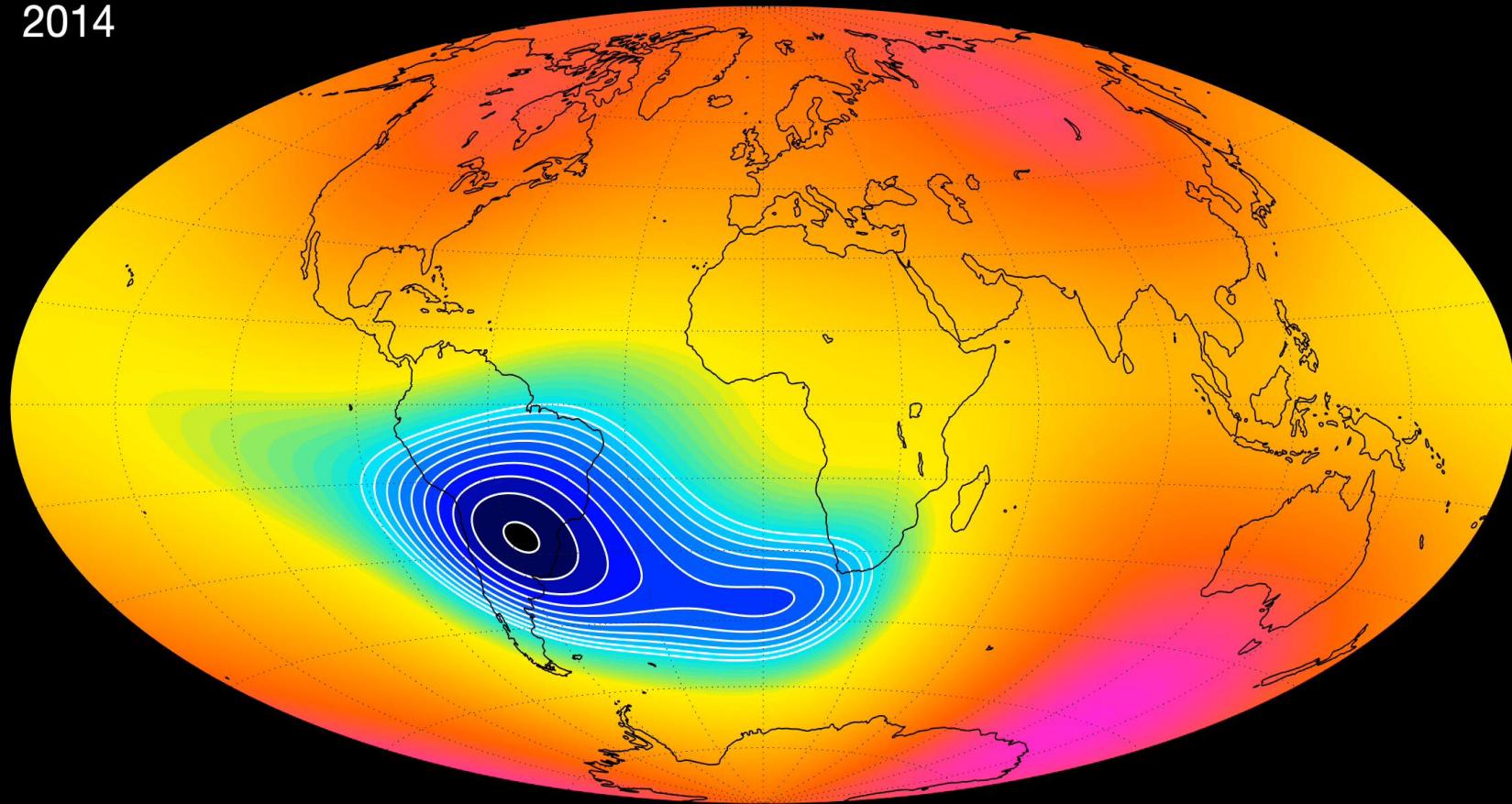
REALITA







2014



A horizontal color bar scale with a white center, transitioning from blue on the left to red on the right, representing the range of magnetic field values.

22000

32000

42000

52000

62000

nT



DIVISION OF ASTRONOMY AND ASTROPHYSICS

Faculty of Mathematics, Physics and Informatics
Comenius University
Bratislava



ďakujem za pozornosť

roman.nagy@fmph.uniba.sk

- Štúdium štruktúry galaxie Mliečna cesta pomocou GAIA dát a testovanie teórií gravitácie v galaktickom disku – VEGA 1/0761/21

roman.nagy33



37



