

冲刺全国青少年信息学奥林匹克联赛

BSZX

时间：2025 年 7 月 25 日 08:00 ~ 12:30

题目名称	硬币机	文章查重	酒杯	第 K 大 MEX
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
目录	coin	string	glass	kthmex
可执行文件名	coin	string	glass	kthmex
输入文件名	coin.in	string.in	glass.in	kthmex.in
输出文件名	coin.out	string.out	glass.out	kthmex.out
每个测试点时限	1.0 秒	2.0 秒	1.0 秒	3.0 秒
内存限制	512 MiB	512 MiB	512 MiB	512 MiB
测试点数目	20	20	20	20
测试点是否等分	是	是	是	是

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	coin.cpp	string.cpp	glass.cpp	kthmex.cpp
-----------	----------	------------	-----------	------------

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -std=c++14 -static
-----------	------------------------

注意事项（请仔细阅读）

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须是 0。
3. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
4. 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
5. 程序可使用的栈空间内存限制与题目的内存限制一致。
6. 若无特殊说明，输入文件与输出文件中同一行的相邻整数均使用一个空格分隔。
7. 直接复制 PDF 题面中的多行样例，数据将带有行号，并且某些字符可能无法正常显示，建议选手直接使用对应目录下的样例文件进行测试。
8. 评测时采用的机器配置为：Intel(R) Core(TM) i7-10700 CPU @ 2.90GHz，内存 32GB。上述时限以此配置为准。

硬币机 (coin)

【题目描述】

不学好的小 X 喜欢上了硬币机。这天，小 X 来到了大夏最大的硬币机玩具中心，玩具中心共有 n 台硬币机，小 X 可以对这 n 台机器进行操作。当小 X 第一次按第 i 台硬币机时，该硬币机出现一个面值为 a_i 的硬币，第二次按第 i 台硬币机时，会出现面值为 b_i 的硬币，第三次按第 i 台硬币机时，会出现面值为 a_i 的硬币，由于硬币机的防沉迷机制，每个硬币机只能存放三枚硬币，当小 X 第四次第五次... 无数次按动该硬币机的时候，该硬币机都不会出现硬币了。小 X 共有 m 次按动硬币机的机会，他想知道每次按动硬币机的时候，他可以得到硬币面值的最大值为多少呢？

由于小 X 对异或有着奇怪的执念，设第 i 次按动硬币机得到硬币面值的最大值为 f_i ，他只想知道 $f_1 \text{ xor } f_2 \text{ xor } f_3 \text{ xor } \cdots \text{ xor } f_m$ 的值。

【输入格式】

- 从文件 `coin.in` 中读入数据。
- 第一行一个数 n, m ，表示硬币机的数量和小 X 按动硬币机的机会数。
- 第二行 n 个数 a_i ，表示按动第 i 台硬币机出币的面值 a_i
- 第三行 n 个数 b_i ，表示按动第 i 台硬币机出币的面值 b_i 。

【输出格式】

- 输出到文件 `coin.out` 中。
- 输出仅一行一个整数表示答案。

【样例 1 输入】

```
1 4 4
2 4 1 2 3
3 1 1 3 2
```

【样例 1 输出】

```
1 6
```

【样例 1 解释】

按动方案为，一次按动：第一台硬币机

两次按动：按动第一台和第四台硬币机

三次按动：按动第一台 1 次和第四台 2 次

四次按动：按动第一台 1 次和第四台 3 次

按动第一次的最大值为 4 两次为 7 三次为 9 四次为 12

$$4 \wedge 7 \wedge 9 \wedge 12 = 6$$

【数据范围】

对于 30% 的数据， $1 \leq n \leq 5, 1 \leq m \leq 10$;

对于 100% 的数据， $1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq m \leq 10^6, 1 \leq a_i, b_i \leq 10^9$ 。

文章查重 (string)

【题目描述】

小 X 是一名老师，但是她学生喜欢抄作文，所以她想要看他们有多喜欢抄袭。

她把所有的文章抽象成了 01 串，同时她发现了一个 01 串 S 可以十分有效地校验一篇文章地抄袭程度，具体的对于一个串 T ，它的抄袭程度为 S 在 T 中的出现次数对 2^{64} 取模的值。

小 X 最开始给了一篇范文 T_0 ，保证 $|T_0| \geq S$ 。

现在依次有 N 名学生依次写文章，具体的他们的文章 T_i 的生成方式为：给定一个 01 串 D_i （可能为空）以及一个长为 k_i 的序列 $T_i = T_{a_{i,1}} + T_{a_{i,2}} + \cdots + T_{a_{i,k_i}} + D_i$ 。

小 X 希望你能够告诉她每一篇文章的抄袭程度。

【输入格式】

从文件 `string.in` 中读入数据。

输入共 $N + 3$ 行；

第一行有一个数 N ；

第二行有一个 01 串 S ；

第三行有一个 01 串 T_0 ；

接下来的每一个行，输出 $k_i + 1$ 个数和一个字符串，分别为 $k_i, a_{i,1}, a_{i,2} \cdots a_{i,k_i}$ 和 D_i 。

【输出格式】

输出到文件 `string.out` 中。

共 N 行，每一个行一个数，表示答案。

【样例 1 输入】

```
1 3
2 01
3 010
4 2 0 0 1
5 2 1 0 101
6 1 2 1111
```

【样例 1 输出】

```
1 3
2 6
3 6
```

【样例 1 解释】

$T_1 = 0100101, T_2 = 0100101010101, T_3 = 01001010101011111$ 。

【样例 2】

见选手目录下的 *string/string2.in* 与 *string/string2.ans*。

【样例 3】

见选手目录下的 *string/string3.in* 与 *string/string3.ans*。

【样例 4】

见选手目录下的 *string/string4.in* 与 *string/string4.ans*。

【数据范围】

对于所有数据：保证 k_i 是正整数。

测试点编号	$n \leq$	$ S , T_0 \leq$	$\sum k_i \leq$	$\sum D_i \leq$	特殊性质
1 ~ 3	10	10	10	10	无
4 ~ 5	10^6	10^6	10^6	10^6	A
6 ~ 10	1000	1000	1000	2×10^6	B
11 ~ 14	10^5	10^5	10^5	10^5	无
15 ~ 20	10^6	2×10^6	10^6	2×10^6	

特殊性质 A：所有的字符均为 0；

特殊性质 B：保证 $k_i = 1$ 。

酒杯 (glass)

【题目背景】

快把酒满上干了这杯大声歌唱，我修姚我修姚今宵多欢畅

某天的凌晨一点，小 X 把他的 AC 装进酒杯里后准备早点睡觉。由于实在是太早了，小 X 此时并不急着去洗澡，也不急着刷 B 站，而是端详起了他的酒杯，此时他惊奇的发现，酒杯的每一层居然都有至少一个 AC！小 X 感到很不可思议，并想知道这样的概率有多大。

【题目描述】

小 X 的酒杯可近似看做一颗深度为 n 的满二叉树（根节点深度为 1），第 i 层的大小为 2^{i-1} 。每当 A 了一道题后，就会有一个 AC 等概率随机添加到某一个节点上。每个节点可以有大于 1 个 AC。

请问若小 X 一共 A 了 m 道题，每一层都至少存在一个 AC 的概率是多少？它想知道这个值乘上 $(2^n - 1)^m$ 再对 $10^9 + 7$ 取模后的结果。

【输入格式】

从文件 *glass.in* 中读入数据。

输入仅一行两个整数 n, m 。

【输出格式】

输出到文件 *glass.out* 中。

输出仅一行一个整数 $p(0 \leq p < 10^9 + 7)$ ，表示答案乘上 $(2^n - 1)^m$ 再对 $10^9 + 7$ 取模后的结果。

【样例 1 输入】

133

【样例 1 输出】

148

【样例 2 输入】

1 19 26

【样例 2 输出】

1 945166646

【样例 3 输入】

1 114 514

【样例 3 输出】

1 833163249

【样例 4】

见选手目录下的 *glass/glass4.in* 与 *glass/glass4.ans*。

【数据范围】

数据点编号	$n \leq$	m
1	5	≤ 5
2 ~ 5	500	≤ 500
6 ~ 8	20	$= 1145141919$
9 ~ 20	2000	≤ 2000

第 K 大 MEX (kthmex)

【题目描述】

定义集合 S 的 $kthmex$ 为集合 S 中第 k 个没有出现的正整数。
长度为 n 的序列 a_i ， m 次操作：

- 1. $[l, r]$ 中的 x 变为 y ;
- 2. 求 $[l, r]$ 的 $kthmex$ 。

【输入格式】

从文件 *kthmex.in* 中读入数据。
第一行两个正整数 n, m ，表示序列长度以及操作总数。
第二行 n 个正整数 a_i ，表示序列初始值。
接下来 m 行表示操作，分别为 $1, l, r, x, y$ 表示将区间 $[l, r]$ 中值为 x 的数变为 y ，
以及 $2, l, r, k$ 表示求出区间 $[l, r]$ 中 a_i 所形成的集合的 $kthmex$ 。

【输出格式】

输出到文件 *kthmex.out* 中。
输出若干行表示操作 2 的答案。

【样例 1 输入】

```
1 6 5
2 1 1 4 5 1 4
3 2 2 4 1
4 1 2 2 1 3
5 2 1 5 3
6 1 2 6 4 2
7 2 1 6 10
```

【样例 1 输出】

```
1 2
2 7
3 14
```


【样例 1 解释】

查询 [2,4] 的 1thmex，即集合 {1,4,5} 的 mex，为 2。

修改区间 [2,2] 中值为 1 的元素改为 3，序列变为 1,3,4,5,1,4。

查询 [1,5] 的 3thmex，即集合 {1,3,4,5} 的 3thmex，其前 3 个 mex 分别为 2,6,7。

修改区间 [2,6] 中值为 4 的元素改为 2，序列变为 1,3,2,5,1,2。

查询 [1,6] 的 10thmex，即集合 {1,2,3,5} 的 10thmex，其前 10 个 mex 分别为 4,6,7,8,9,10,11,12,13,14。

【样例 2 输入】

```
1 15 15
2 4 5 8 4 5 4 2 2 3 1 6 3 2 5 7
3 2 12 14 2
4 2 1 4 11
5 1 4 5 1 8
6 2 6 8 22
7 2 2 9 1
8 1 4 9 6 6
9 1 1 15 6 2
10 1 5 12 7 1
11 1 1 3 5 1
12 1 7 9 7 6
13 2 1 1 22
14 1 1 1 3 4
15 1 2 7 4 7
16 1 4 11 8 1
17 1 2 5 3 1
```

【样例 2 输出】

```
1 4
2 14
3 24
4 1
5 23
```

【样例 3】

见选手目录下的 *kthmex/kthmex3.in* 与 *kthmex/kthmex3.ans*。
该样例满足测试点 2 ~ 3 的限制条件。

【样例 4】

见选手目录下的 *kthmex/kthmex4.in* 与 *kthmex/kthmex4.ans*。
该样例满足测试点 4 ~ 5 的限制条件。

【样例 5】

见选手目录下的 *kthmex/kthmex5.in* 与 *kthmex/kthmex5.ans*。
该样例满足测试点 6 ~ 7 的限制条件。

【样例 6】

见选手目录下的 *kthmex/kthmex6.in* 与 *kthmex/kthmex6.ans*。
该样例满足测试点 10 ~ 11 的限制条件。

【样例 7】

见选手目录下的 *kthmex/kthmex7.in* 与 *kthmex/kthmex7.ans*。
该样例满足测试点 14 ~ 15 的限制条件。

【样例 8】

见选手目录下的 *kthmex/kthmex8.in* 与 *kthmex/kthmex8.ans*。
该样例满足测试点 19 ~ 21 的限制条件。

【数据范围】

对于 100% 的数据满足： $1 \leq n, m \leq 10^5, 1 \leq a_i, k \leq 10^9$ 。

测试点编号	$n, m \leq$	$a_i \leq$	k	特殊性质
1	10^5	10^9	$\leq 10^9$	A
2, 3	100	100	≤ 100	无
4, 5	10^3	10^9	$\leq 10^9$	
6, 7	10^5	n	$= 1$	B
8, 9			$\leq n$	
10, 11		10^9	$\leq 10^9$	
12, 13		n	$= 1$	无
14, 15, 16	$\leq n$			
17, 18			10^5	
19, 20, 21	5×10^4	10^9	$\leq 10^9$	
22, 23, 24, 25	10^5			

特殊性质 A：满足 $m = 0$ ；
特殊性质 B：没有 1 操作。
请相信自己的常数和出题人的常数。