Binary

为了方便描述，下面的部分都在表达式树上进行。

分析一下：如果一个变量 l（叶结点）的取值影响到了整个表达式（根结点 1）的值，那么必然是 l 到 1 这条路径上每一个点的值都被影响，所以我们设 $f(i,j)$ 表示当 i 的左/右（对应 $j=0$ 或 $j=1$）子结点的值分别取 $0,1$ 时 i 的值不同的概率，那么答案就应该是 l 到 1 这条链上 $f(i,j)$ 的乘积。

令 $g(i)$ 表示随机情况下 i 点的值为 1 的概率，以 and 型结点，$j=0$ 为例，如果 rs_i 的值为 0，那么 ls_i 就不能影响 i 的取值（i 的值总是 0），否则就能影响，所以 $f(i,0)=g(rs_i)$。

做 DP 过程中算出 $g(i)$ 外顺带算出 $f(i,0)$，最后 DFS 一次求出一个点到根节点链上的 $f(i,j)$ 的积，即可快速得到答案。

时间复杂度为 $O(n)$。

Chess

考虑先求第 i 枚棋子的期望位置，设为 f_i，那么答案就为 f_i*2^{mK}。

当跳第 i 枚棋子时，由于期望的线性性，$f_i \longleftarrow \frac{1}{2}(2f_{i-1}-f_i+2f_{i+1}-f_i)=f_{i-1}+f_{i+1}-f_i$，考虑其几何含义，发现是把 f_i 关于 f_{i-1} 和 f_{i+1} 的中点对称，如果设 $g_i=f_{i+1}-f_i$，那么跳第 i 枚棋子相当于交换 g_{i-1} 和 g_i。

因此一轮游戏就对应一个 $1\sim n-1$ 的置换，用类似快速幂的方法就可以求出 K 轮游戏后的 $\{g_i\}$，再注意到 f_1 始终不变，就可以求出所有棋子的期望位置，时间复杂度为 $O(n\log K)$。

Digit

枚举比 n 小的数补足 L 位后和 n 的最长公共前缀的长度，就是要解 $L-1$ 次这个方程：给定 $m,1<a\le L,p<m,s\le a(m-1)$，求 $x_1+x_2+\cdots+x_a=s,0\le x_i<m,x_1<p$ 的非负整数解的个数。

先看不考虑 x_1 的条件怎么解。用容斥原理，设钦定了 k 个变量一定要 $\ge m$，则剩下相当于 a 个非负整数和为 $s-km$，有 $\binom{s-km+a-1}{a-1}$ 组解。

$$f_a(s)=\sum_{k=0}^{a}(-1)^k\binom{a}{k}\binom{s-km+a-1}{a-1}$$

于是考虑 x_1 后，

$$Ans=\sum_{i=0}^{p-1}f_{a-1}(s-i)$$
$$=\sum_{i=0}^{p-1}\sum_{k=0}^{a-1}(-1)^k\binom{a-1}{k}\binom{s-i-km+a-2}{a-2}$$
$$=\sum_{k=0}^{a-1}(-1)^k\binom{a-1}{k}(\sum_{i=0}^{p-1}\binom{s-i-km+a-2}{a-2})$$
$$=\sum_{k=0}^{a-1}(-1)^k\binom{a-1}{k}(\binom{s-km+a-1}{a-1}-\binom{s-p-km+a-1}{a-1})$$

预处理 Lm 内的阶乘即可，故时间复杂度 $O(Lm+L^2)$。

Color

对于 $k=0$ 只有两种染色情况，判断一下就好了。

对于 $k=1$，设红色为 0 蓝色为 1，则条件等价于每一个小方格四个顶点异或为 1，用二维前缀和的思想发现这等价于每个 $1<i\leq n,1<j\leq m$ 有 $(1,1),(i,1),(1,j),(i,j)$ 四个点异或和与 $(i-1)(j-1)$ 同奇偶。所以第一行第一列的染色对应全部的染色。

枚举 $(1,1)$ 后可得第一行第一列至多 $2r$ 个有用变量的相等或不等或指定值的条件。加一个恒 0 变量并把条件视为连带权边，有奇环则无解，否则解数为二的幂。

对于 $k=2$，若有相邻两个交点颜色一样（不妨设为 $(i,j),(i,j+1)$），则向上下推得第 j 列和 $j+1$ 列一样且颜色交错。再向左右推可得每一列都是颜色交错。所以每种染色方案都是第 i 行是第 $i-1$ 行的翻转 $(2\leq i\leq n)$ 或者第 j 列是第 $j-1$ 列的翻转 $(2\leq j\leq m)$。

把同行/同列的钦定格提取出来检查这是否使某一大类染色不可行。注意扣掉同属于两大类的情况。