

## 第四题 (a)

原题: [Sky Garden](#).

注意到只有两种较优的走法: (假设从小圆向大圆走) 先走一段圆弧再走直线; 现沿直线走到圆心再沿直线走到目标点。而哪种走法更优只和圆心连向两点的射线的夹角有关。枚举这个夹角, 预处理出较小 & 较大半径的和即可做到线性。

注意原题需要特判  $m = 1$  的情况。

## 第三题 (b)

原题链接：[The Journey of Geor Autumn](#).

考虑钦定前缀最大值为  $a_1, a_2, \dots, a_m = n$  后的选法后，排列数相当于树的拓扑序计数，容易发现是  $\frac{n!}{n(n-a_1)(n-a_2)\cdots(n-a_{m-1})}$ ，直接 dp，前缀和优化即可做到  $O(n)$ 。

$k = n$  可能需要特判。

## 第二题 (c)

原题：[ARC178D](#).

考虑从小到大向  $p$  中插入数  $x$ ，若  $x$  已经在  $p$  中存在，则无特殊限制；若不存在，则要求  $x$  必须放在  $l$  左边或  $r$  右边，其中  $l, r$  分别表示  $[0, x - 1]$  的数所在的下标最小值和最大值。那么设 dp 状态  $f_{x,l,r}$  表示当前已经插入了  $[0, x]$  中的所有数，当前数插入位置的下标最小值和最大值分别为  $l, r$  时的方案数。转移时先考虑  $x$  在哪边插入，然后枚举  $x - 1$  插入的位置即可。前缀和优化后即为  $\mathcal{O}(n^3)$ 。

# 第一题 (d)

原题链接：[Dark Horse](#).

不妨设  $p_1 = 1$ ，那么相当于 1 要打过大小为  $1, 2, 4, \dots, 2^{n-1}$  子树内最小值。 $|S|$  比较小，考虑容斥，钦定若干个子树最小值。钦定若干个之后，从大到小选，容易发现可以放在子树里的个数只和后面钦定了哪些子树有关。那么从大到小状压 dp 即可，复杂度  $O(2^n n |S|)$ 。