## 哈斯克尔

考虑使用 bitset 维护答案。

将序列中的 0 看成 -1,则我们只需要看区间的和是否大于 0 即可,对数列求前缀和后只需要看  $a_r'$  和  $a_{l-1}'$  的大小关系。

对每个  $a'_i$ ,用一个 bitset 记录  $a'_j > a'_i$  的位置(这个可以将 a' 排序后维护),将这个 bitset 石移 i 位,就是以 i 为左端点,且 f 值为 1 的**区间长度**,要 f 值为 0 的直接翻转 bitset 即可。然后将答案数组与该 bitset 取按位与。

由于  $b_i$  表示以 i 为右端点的限制,我们将上面反着维护即可。

时间复杂度  $O(\frac{n^2}{w})$ 。

# 方可特尔

#### 算法一

令  $f_{i,j}$  表示前 i 个数选 j 个的最大价值,从  $f_{i-1,j}$  和  $f_{i-1,j-1}$  转移得到。

时间复杂度  $O(n^2)$ 。

#### 算法二

对于 x 较小的, $x^k$  很快就会非常接近 0,后面的贡献可以忽略,也可以使用算法一的 dp,只需要把第二维设得小一点即可。

### 算法三

本题有一个结论是:对于选 k 个的最优方案,可以从选 k-1 个的最优方案中,添加 1 个得到。这个结论并不难猜到,下面给出结论的证明。

以下用 p 表示一种方案选择的下标序列,满足  $1 \leq p_1 < p_2 < \cdots < p_k \leq n$ 。

首先有一个引理,对于一个选 k 个元素的最优方案 p 和任意一个区间 [L,R],假设  $p_i$  是 [L,R] 中最左边的被选定的位置, $p_j$  是 [L,R] 中最右边的被选定的位置,那么  $p_i,p_{i+1},\ldots,p_j$  是从 [L,R] 中选 j-i+1 个的最优方案(之一)。这个引理的证明很简单:若不是最优方案,则用最优方案替换掉当前方案中的这些元素,显然能得到更优的全局解。

我们回到最开始。首先 k=1 显然是成立。

假设  $k=k_0-1$  时结论成立,考虑  $k=k_0$  的情况。我们首先可以任意给出一个解,然后考虑将  $k=1\sim k_0-1$  的所有新增点按顺序插入。

当一个位置 x 被插入时,若 x 本身已经在答案中,则跳过。否则,我们找到 x 前面(或者后面)第一个**不是被插入的**位置,将这个位置删掉,并将 x 插入。根据引理,这样做一定不会使答案变差。

这样就将  $k=k_0-1$  时选的点全部插入到当前答案中了。

由数学归纳法,结论成立。

那么我们只需要知道每次加哪个点最优就好了。使用线段树维护选择每个位置能够增加的价值即可。需要支持查询全局最大值,单点修改,区间加,区间乘。

时间复杂度  $O(n \log n + m \log n)$ 。

## 阿坡李尅铁夫

对每个结点,我们求出它上方放**最少**的结点时,上方结点最小距离和 l 和最大距离和 r,以及下方结点的最小距离和 L 和最大距离和 R(直接将 Z 直接加到 l 和 r 中,之后不用考虑 Z)。

同样地,我们求出它上方放**最多**的结点时,上方结点最小距离和l'和最大距离和r',以及下方结点的最小距离和L'和最大距离和R'。

由于边权为 1,所以我们可以通过调整,使得对于最小值为 x,最大值为 y,区间 [x,y] 中的距离和都能取到。 若 [l,r] 与 [L,R] 有交,或者 [l',r'] 与 [L',R'] 有交,则答案为 0。

否则,由于多选择一个结点,距离和会变大,对于  $r < L \perp r' > L'$  的情况,即两个区间的大小关系发生了变化,我们可以说明,在绝大部分情况下,两个区间在某一时刻有交。如果两个区间的大小关系自始至终没变化,则选择两个区间距离最近的时候的答案即可。

考虑某一时刻  $r_0 < L_0$ ,且下一时刻  $r_1 > L_1$ ,由于 r 代表最大值,所以此时一定能够选择一个距离为 1 的结点,也就是说  $r_0+1\sim r_1$  都是可以得到的。同理, $L_1\sim L_0-1$  也都是可以得到的。那么仅当  $r_0=L_0-1$  且  $l_1=R_1+1$  的长度都是 1 时,两个区间没有交(此时答案为 1),其他情况两个区间都有交,答案为 0。这种情况只会出现在上方选 0 个或全选的情况,特判即可。

一个结点上方的结点到它的距离为 1 开始的连续数列,它的上下界可以直接计算。

我们需要维护,一个结点子树内取 k 个数的最大值以及最小值。使用线段树合并维护结点深度,然后用线段树上二分来求前 k 小/大数的和即可。

时间复杂度  $O(n \log n)$ 。

### 魔纳德

### 算法一

直接枚举每个整数并判断它是否是魔数。

### 算法二

采用分段打表的方法。设一个值 S,对于每个 S 的倍数位置,求出它之前有多少,并魔数打表存储。没有统计到的部分使用暴力。应该能做  $10^9$  。

### 算法三

通过观察样例等方式可以发现,魔数的个数并不多,考虑把它们全部求出来,这样回答询问时只需要使用二分查找。

考虑折半,也就是将一个整数拆成  $a \times 10^6 + b$  的形式。可以枚举 b 的每一种情况,并用一个状态 (x,y) 表示它,其中 x 是在 b 中出现而 2b 中没出现的数位集合,y 则反之。这个状态可以用两个 long long 来压缩。可以使用 map<pair<long long,long long,vector<int> > 等方式存储 b 的状态。

对每个 b 的 (x,y),它 a 的状态必须得是 (y,x)。那么我们再枚举 a 的状态,然后找到能与 a 配对的所有 b,并把它加入答案。

注意到 26 可能会产生进位, 要对进位和不进位两种情况分别处理。

设范围内一共有 k 个魔数,那么上面算法的复杂度为  $O(\sqrt{r}\log r + k)$ 。在  $10^{12}$  内共有 19024860 个魔数,因此可以跑出所有的数。

至于回答询问,则对所有魔数排序以后二分查找即可。实际上,如果枚举的顺序合理,则并不需要排序。