

# T1

---

当  $a = b$  时, 答案为 0。

当  $a < b$  时, 设  $d = b - a$ 。

- 若  $d$  为奇数, 一次  $+d$  即可。
- 若  $d$  为偶数, 且  $d/2$  为奇数, 两次  $+d/2$  即可。
- 若  $d$  为偶数, 且  $d/2$  为偶数, 两次  $+(d+1)$ , 一次  $-(d+2)$  即可。

当  $a > b$  时, 设  $d = a - b$ 。

- 若  $d$  为偶数, 一次  $-d$  即可。
- 若  $d$  为奇数, 一次  $+1$ , 一次  $-(d+1)$  即可。

# T2

---

70 分：

直接模拟。

100 分：

在中位数处可以取到最优解。按坐标从小到大遍历，就可以找到中位数。之后直接计算即可。

# T3

测试点 1 ~ 2:

枚举所有情况直接计算。

测试点 3:

输出  $\frac{n \times (n-1)}{2}$ 。

测试点 4 ~ 10:

为了简化问题，我们首先假设序列  $A$  中的元素是互不相同的。设  $\max A = M$ 。

我们要对所有  $(i, j)$  对进行求和，其中  $i < j$ 。由于加法是对称的，对于  $i$  和  $j$ ，我们可以重新排列序列  $A$  而不改变答案。现在我们假设  $A$  是按升序排列的。

当  $A$  按升序排列时，如果  $i < j$  则  $A_i \leq A_j$ ，因此

$$\left\lfloor \frac{\min(A_i, A_j)}{\max(A_i, A_j)} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{A_i}{A_j} \right\rfloor$$

对于固定的  $i$ ，考虑每一个  $\left\lfloor \frac{A_i}{A_j} \right\rfloor$  而不是  $i$ 。也就是说，将其变形为

$$\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \left\lfloor \frac{A_i}{A_j} \right\rfloor = \sum_{i=1}^{N-1} \sum n \times f(A_i, n)$$

其中  $f(d, n)$  是使得  $\left\lfloor \frac{d}{A_j} \right\rfloor = n$  的  $j$  的数量。（这种替换相当于将例如“1+1+1+2+2+2+2+5+5”看作“1×3 + 2×4 + 3×0 + 4×0 + 5×2”。）

设  $C_X$  是  $A_i = X$  的  $i$  的数量。通过预先计算  $C$  的累积和，可以在  $O(1)$  时间内找到  $f(d, n)$ 。对于固定的  $i$ ， $n$  的范围是  $n \leq \frac{A_i}{M}$ ，所以要求和的项数是

$$\sum_{i=1}^{N-1} \frac{A_i}{M} \leq \sum_{d=1}^N \frac{d}{M} = O(M \log N) \text{ (调和级数的和)}$$

因此，问题在总共  $O(M \log N)$  时间内解决。

即使  $A_i$  有重复元素，也可以适当地一次性处理它们，以相同的复杂度找到答案。

# T4

---

测试点 1 ~ 4:

形态为链。

枚举从根出发走到的位置，再在走过的路径上枚举起点和终点，并判断是否为合法的括号串。

时间复杂度  $O(n^4)$ 。

测试点 5 ~ 7, 11 ~ 14:

形态为链。

记  $num_i$  表示  $s_i$  中合法括号串数目。

可以用栈来模拟括号匹配情况。当走过的点  $i$  为左括号时，把  $i$  入栈；当走过的点  $i$  为右括号时，可以匹配到  $stk_i$ 。由于当前形态为链，不难发现  $num_i = num_{stk_i-1} + 1$ 。同时弹出栈顶元素。

这就得到了  $O(n)$  的解决链形态的算法。

测试点 8 ~ 10, 15 ~ 20:

形态为树。

对链形态下的算法稍作调整即可。 $num_i = num_{f_{stk_i}} + 1$ 。

同时，树形态下需要记录递归前的栈的状态，回溯时需要还原到该状态。