

致敬传奇捆绑测试题目（perm）

题目所说事情发生在 2023 省选联测。

容易发现当 $n = 1, 2$ 答案排列分别为 $[1], [2, 1]$ ，其余情况都是 $[3, 1, 2, 4, 5, \dots, n]$ 。

可以发现答案在 $n \bmod 8$ 为不同值时为不同的一次函数。直接输出即可。

背景中题目为原创，有兴趣的可以做一下。

串串 (range)

[原题链接](#)。

答案为极差的最大值，不妨直接钦定两个字母，找到一个两个字母都出现的子串，使得第一个出现次数减去第二个出现次数最大，所有最大值的最大值为答案，发现可以只把两个字母出现的位置拉出来处理，就转化成了只有两个字母的情况。此时可以双指针加前缀和 $O(m)$ 处理一个长为 m 只有两种字母的串。

接下来，对于每个字母存下出现位置，钦定两个字母的时候归并。总复杂度为 $\sum_{i \in \Sigma} \sum_{j \in \Sigma} (c_i + c_j) =$

$2|\Sigma| \sum_{i \in \Sigma} c_i = O(26n)$ ，可以通过。

计算几何 (geo)

[原题链接](#)。

注意到对于 $i < j$ ，如果存在 $i < k < j$ 满足 $a_k < \max\{a_i, a_j\}$ ，那么 (i, j) 必然不能成为最优解。考虑将下标 i 按照 a_i 从小到大插入，只有每次插入后相邻的两个可能作为答案，每次插入只会新增至多两个可能答案，则总共只有 $O(n)$ 组可以成为答案的 (i, j) 。此时直接扫描线加树状数组维护即可。

消消乐 (game)

[原题链接](#)。

考虑指向中位数的两个指针。删除前两个元素时，两指针分别向右移动一位；删除中间两数时，分别向左、右移动。于是每步右指针都右移一格，最终位置固定。

讨论一下被删除元素在原序列中的形态。

- 被删除元素最终形成一段前缀和若干段区间，每段长度均为偶数。注意前缀可能由两种操作删除；但可以证明，对任意一种最终局面，存在一种操作方案，使得前缀只被第一种操作删除。
- 如果有一段非前缀的区间左端点在原序列中点左侧，则它的左端点比右端点距离原序列中点更近。
- 最右侧的元素位置小于等于右指针。

根据第一点，容易构造出任意符合上述条件的状态所对应的构造方案，所以是充要的。

对第二点分讨，枚举前缀长度和包含中点的区间的左端点，得到答案等于

$$\sum_{i=1}^k \sum_{0 \leq j \leq \frac{n-i-1}{2}} \binom{j}{k-i-j} + \sum_{i=2}^k \sum_{0 \leq j \leq \frac{n+i-3}{2}} \binom{j+1-i}{k-1-j}$$

上指标变化时，下指标取值范围变化是 $O(1)$ ，可以双指针维护，时间复杂度 $O(n)$ 。