

# 信息学联赛模拟赛

HSEFZ  
2021.9.13

题目名称	二进制式	跳跳棋	数位	染色
英文名称	binary	chess	digit	color
输入输出文件	binary.in/out	chess.in/out	digit.in/out	color.in/out
时间限制	1s	1s	1s	1s
空间限制	512MB	512MB	512MB	512MB
测试点数目	捆绑测试	20	捆绑测试	捆绑测试
题目类型	传统	传统	传统	传统

## 注意事项

1. 无需建立子文件夹。
2. 如无特殊说明，结果比较方式为忽略行末空格、文末回车的全文比较。
3. 栈空间大小无特殊限制，但不应超过本题空间限制。
4. 评测环境：11th Gen Intel(R) Core(TM) i7-11370H @ 3.30GHz, 虚拟机 Ubuntu 20.04, LemonLime
5. 编译选项：-std=c++14 -O2

# 二进制式 (binary)

## 题目描述

小 W 写了一个二进制式，其中包含  $n$  个变量和  $n - 1$  个符号，每个变量的值只能取 0 或 1，每个符号已经确定，是 `and`, `or`, `xor` 中的一个，但是变量的取值却是没有被固定的。

对于一个变量  $l$ ，定义  $f(l)$  表示：当除  $l$  外其他变量的取值固定时， $l$  取 0 和取 1 两种状态下，表达式的值不相等的概率。

例如对于式子  $x \text{ or } y$ ，有  $f(x) = \frac{1}{2}$ ，因为当  $y = 0$  时， $x$  的两种取值会导致表达式的值不相等；但当  $y = 1$  时， $x$  的两种取值无法影响到整个表达式的值（表达式的值始终为 1），所以  $x$  取 0 和取 1 两种状态导致表达式的值不相等的概率为  $\frac{1}{2}$ 。

再例如对于式子  $x \text{ xor } y$ ，有  $f(x) = 1$ ，因为无论  $y$  的取值如何， $x$  的取值不同时， $x \text{ xor } y$  的值总是不同的。

小 W 想要你求出给定的二进制式中所有  $f(l)$  的值，结果对 998244353 取模。

在本题中，一个表达式  $Expr$  的定义是：

1.  $Expr$  可以是一个单独的变量；
2. 否则， $Expr$  将表示成  $(Expr1 \text{ op } Expr2)$ ，其中  $Expr1$  和  $Expr2$  分别是表达式， $op$  是一种运算符，输入保证不会省略任何括号（包括整个表达式外的括号）。

## 输入格式

第一行：一个整数  $n$ ，表示二进制式的变量个数。

第二行：一个字符串  $s$ ，表示给定的二进制式，格式见题目描述。

在  $s$  中，不存在空格，用 `&` 表示 `and`，用 `|` 表示 `or`，用 `^` 表示 `xor`，用  $x$  表示一个变量，保证  $s$  中恰有  $n - 1$  个符号和  $n$  个变量，每个符号都有对应的括号限定运算的先后关系（即共有  $n - 1$  对括号）；

## 输出格式

共  $n$  行：第  $i$  行一个整数  $f(i)$ ，代表给定的二进制式中从左到右第  $i$  个变量的  $f$  值对 998244353 取模的结果。

## 样例输入

```
4
((x^x)|(x&x))
```

## 样例输出

```
249561089
249561089
748683265
748683265
```

## 样例解释

输出的四个数分别为  $\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ 。

## 数据范围

对于 100% 的数据：  $1 \leq n \leq 10^5$ ， $s$  是合法的二进制表达式，遵从题目描述和输入格式中的所有规定。

- Subtask 1 (5 pts)：  $n \leq 1$ ；
- Subtask 2 (25 pts)：  $n \leq 16$ ；
- Subtask 3 (30 pts)：  $n \leq 10^3$ ；
- Subtask 4 (40 pts)： 无特殊限制。

# 跳跳棋 (chess)

## 题目描述

小 A 喜欢玩跳跳棋，棋盘为一条数轴，有  $n$  枚棋子放在数轴上，编号分别为  $1, 2, \dots, n$ ，第  $i$  枚的位置记为  $x_i$ 。

每次跳动第  $i$  枚棋子，需要从第  $i - 1$  和  $i + 1$  枚棋子中选一个（设为  $j$ ），然后将第  $i$  枚棋子跳到  $x_i$  关于  $x_j$  的对称点上。

小 A 制定一轮游戏包含  $m$  次跳动，第  $i$  次跳第  $a_i$  枚棋子。

现在小 A 玩了  $K$  轮游戏（每轮结束后棋子不归位），他想知道，对于每枚棋子，所有  $2^{mK}$  种跳法中其最终位置之和是多少，答案对  $P = 10^9 + 7$  取模。

## 输入格式

第一行：一个整数  $n$ 。

第二行： $n$  个整数  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，分别代表每枚棋子初始时的位置。

第三行：两个整数  $m, K$ 。

第四行： $m$  个整数  $a_1, a_2, \dots, a_m$ ，分别代表游戏第  $i$  次跳动的棋子。

## 输出格式

一行  $n$  个整数，代表每枚棋子的答案。

## 样例输入 1

```
3
1 0 2
1 1
2
```

## 样例输出 1

```
2 6 4
```

## 样例解释 1

共两种跳法，棋子 1, 3 都不动，棋子 2 可能跳到 2 或 4。

## 样例输入 2

```
3
2 1 2
2 2
2 2
```

样例输出 2

32 16 32

样例解释 2

共 16 种跳法，棋子 1,3 都不动，棋子 2 的最终位置都为 1。

样例输入 3

5  
0 1 3 6 10  
3 5  
2 3 4

样例输出 3

0 65536 163840 294912 327680

数据范围

对于 100% 的数据： $1 \leq n, m \leq 10^5$ ,  $1 \leq K \leq 10^{18}$ ,  $2 \leq a_i \leq n - 1$ ,  $0 \leq x_i \leq 10^9$ 。

对于 10% 的数据： $n \leq 10^5$ ,  $m \leq 20$ ,  $K = 1$ 。

对于 30% 的数据： $n \leq 10^5$ ,  $m \leq 2000$ ,  $K \leq 2000$ 。

另有 20% 的数据： $n \leq 100$ ,  $m \leq 10^5$ ,  $K \leq 10^{18}$ 。

# 数位 (digit)

## 题目描述

小 W 有一个正整数  $n$ ，他对一个数的各位数字之和很感兴趣，于是设  $x$  的各位数字之和为  $S(x)$ 。他想知道，有多少个比  $n$  小的正整数  $x$ ，满足  $S(x) = S(n)$ 。由于答案可能很大，你需要对  $P = 10^9 + 7$  取模。

注意，由于小 W 有特殊的癖好，他的运算是在  $m$  进制下进行的。

## 输入格式

第一行：两个十进制正整数  $m, L$ ，表示进制和  $n$  在  $m$  进制下的位数。

第二行： $L$  个十进制正整数，表示  $n$  从高位到低位的每一位的值，保证首位非 0。

## 输出格式

一行一个非负整数，表示答案。

## 样例输入

```
10 3
2 1 0
```

## 样例输出

```
8
```

## 样例解释

分别是 201, 120, 111, 102, 30, 21, 12, 3。

## 数据范围

对于 100% 的数据， $1 < m \leq 2000, 1 \leq L \leq 2000$ 。

- Subtask 1 (10 pts):  $m, L \leq 50$ ;
- Subtask 2 (20 pts):  $S(n) < 2m$ ;
- Subtask 3 (30 pts):  $m, L \leq 500$ ;
- Subtask 4 (40 pts): 无特殊限制。

# 染色 (color)

## 题目描述

小 W 有一个  $(n - 1) \times (m - 1)$  的方格，形成了  $n \times m$  个交叉点。现在小 W 要给每个交叉点染上红色或蓝色，使得对于每一个小方格的四个顶点，都有  $k$  个是一种颜色，而  $4 - k$  个是另一种颜色。

小 Y 想了一下秒掉了这个问题，于是指定了  $r$  个交叉点的颜色，求在满足小 Y 要求下染色的方案数，对  $P = 10^9 + 7$  取模。

## 输入格式

第一行：四个非负整数  $n, m, k, r$ 。

接下来  $r$  行：每行三个正整数  $x, y, z$ ，表示指定的坐标和颜色。其中  $z = 0$  为红色， $z = 1$  为蓝色。

## 输出格式

一行一个非负整数，表示答案。

## 样例输入 1

```
142857 7 0 6
100000 1 0
10000 2 0
1000 3 0
100 4 0
10 5 0
1 6 0
```

## 样例输出 1

```
1
```

## 样例解释

只能全部染红。

## 样例输入 2

```
142857 7 1 10
100000 1 0
19198 114514 0
10000 1 1
19198 114515 1
1000 1 1
19199 114514 1
100 1 0
19199 114515 1
10 1 0
1 1 1
```

样例输出 2

154714373

样例输入 3

10 10 2 4  
1 1 0  
7 7 0  
1 7 0  
7 1 0

样例输出 3

511

数据范围

对于 100% 的数据,  $2 \leq n, m \leq 10^9, 0 \leq k \leq 2, 0 \leq r \leq 10^5$ 。

保证  $1 \leq x \leq n, 1 \leq y \leq m, 0 \leq z \leq 1$ , 且所有指定坐标各不相同。

- Subtask 1 (20 pts):  $k \cdot r = 0$ ;
- Subtask 2 (30 pts):  $n, m \leq 10$ ;
- Subtask 3 (50 pts): 无特殊限制。