super

https://qoj.ac/contest/992/problem/4635

考虑每次操作后，每个点的 deg 都不变，因此有解的一个必要条件是 S 和 T 中每个点的度数相同。

否则我们声称一定有解。构造方法考虑从 $1 \sim n$ 依次考虑每个点 u，假设他在 S 中的邻域是 A，在 T 中的邻域是 B:

- 若 $A = B$，则可以直接忽略点 u。
- 否则必定有 $|A| = |B|$，我们随意找出一个 $v \in A, v \notin B$ 和 $w \in B, w \notin A$，我们希望删除边 (u, v) 并添加边 (u, w)。

  如果我们能在 S 中找到一个点 t 满足存在边 (t, w) 且不存在边 (t, v)，那么直接操作 (u, v, w, t) 即可。

  否则我们发现这个操作是可逆的，我们亦可在 T 中找到一个点 t 满足存在边 (t, v) 且不存在边 (t, w)，让最后一次操作为 (u, v, w, t)，就能将目标状态中的 (u, w) 边删除并加入 (u, v) 边。

  接下来我们证明这两种 t 至少能找到一种。原因是我们现在知道 S 和 T 中每个点度数相同，若找不到第一种，则有 $deg_w \le deg_v$，若找不到第二种，则有 $deg_w \ge deg_v$。若要两者都不满足，则必有 $deg_v = deg_w$，那么此时 S 中 v 和 w 的邻域一定相同，也就不可能存在 u 在 v 邻域内但不在 w 邻域内的情况了。因此我们至少能在两种方案中找到一种。

直接模拟这个过程复杂度 $O(n^3)$，用 bitset 优化模拟这个过程可以做到 $O(n^3/w)$。

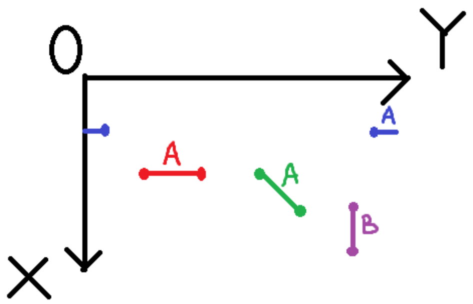
education

https://qoj.ac/contest/592/problem/3086

首先令 $d = \gcd(A, B)$，我们可以将点编号 $\bmod d$ 同余的放在一起做，现在我们可以假设 $\gcd(A, B) = 1$。

考虑将点放到平面上，点 x 放到坐标 $(\lfloor \frac{x}{B} \rfloor, \frac{x}{A} \bmod B)$。考虑每一条边连接的形态:

- 对于 $v - u = A$ 的边，y 坐标只会增加 1，由于 $A < B$，因此 x 左边不变或 $+1$。也就是向右边一格（红）或右下角一格（绿）连边。当然有可能连回最左端（蓝）。
- 对于 $v - u = B$ 的边，x 坐标会增加 1，而 y 坐标不变。也就是向下一格连边（紫）。



现在这张网格图的大小是 $\frac{n}{B} \times B$ 的。考虑在这张网格图上状压 dp。有如下两种 dp 方式:

- 从上往下 dp，每行从左往右，记录当前层前缀状态和上一层后缀状态进行轮廓线 dp，复杂度 $O(n2^B)$。
- 从左往右 dp，每列从上往下，记录当前列前缀状态和上一列后缀状态进行轮廓线 dp。但是注意到最后一列和第一列之间有可能有匹配连边，因此我们得先枚举第一列有哪些是和最后一列的匹配的，然后再进行 dp，复杂度 $O(n2^{2\lfloor n/B \rfloor})$。

平衡一下两种方式，就能得到一个 $O(n2^{\sqrt{2n}})$ 的做法，可以通过。

research

https://qoj.ac/contest/1902/problem/10042

下面的区间都是闭区间。

首先，先将值域离散化。依次考虑每个区间 $[l_i, r_i]$，维护当前被离散化到的位置集合 S，每次加入 $\geq l_i$ 的最小的三个不在 S 中的位置即可。

考虑如果我们已经确定了最后 a_i 的位置集合 B，那么我们可以直接用一个经典的贪心来确定每个 a_i。现在的问题是，如何找到一个合法的 B?

先来考虑给定一个 B，如何判断其是否合法。考虑 Hall 定理，令 $f(L, R)$ 表示包含于区间 $[L, R]$ 的区间个数。B 合法当且仅当对于任意 l, r，满足：

$$|B \cap [l, r]| \geq f(l, r)$$

定义 $\phi(l, r) = r - l + 1 - 2f(l, r)$，分类讨论 $\phi(l, r)$ 的情况：

- 若 $\phi(l, r) < -1$，则必定无解，原因显然。
- 若 $\phi(l, r) \geq 0$，则直接这个区间内直接隔一个放一个就行。
- 若 $\phi(l, r) = -1$，则这个区间内的放置情况必须是 $l, l+2, \dots, r-2, r$。

考虑先做一遍扫描线，扫描 r 用线段树维护所有 $\phi(l, r)$ 的值。每次找到最左边的一个 l 满足 $\phi(l, r) = -1$，那么 $[l, r]$ 这个区间的放置情况就被确定了。找出所有这样的极大区间，并将所有需要放的位置都放了。

现在整个序列的形态是有若干个已经确定的连续段，每个连续段都形如 $101\dots101$，还有若干个未确定的间隔。

考虑对于每个未确定的间隔 $[l, r]$ 进行分类讨论：

- 若 $r - l + 1$ 是奇数，那么直接填 $l+1, l+3, \dots, r-3, r-1$ 一定是最优的。
- 否则填的方法一定是 $l+1, l+3, \dots, p-2, p+1, \dots, r-3, r-1$，其他方法可以通过调整变为这种情况。我们希望对于每个未确定的区间找到这样的 p。

  令 $d(l, r) = |B \cap [l, r]| - f(l, r)$，我们找到第一个满足若选择 $p = x$，则若有 $R \leq r$ 的区间 $[L, R]$ 都能满足 $d(L, R) \geq 0$ 的位置 x，然后选择这个位置为 p，这样首先能够满足 $R \leq r$ 的区间限制，同时也尽可能最大化了后面的区间限制，使其更容易满足条件。

  找到最小的 x 的方式可以从左到右再进行一次扫描线，用线段树维护所有的 $d(l, r)$ 即可。

复杂度 $O(n \log n)$。