

# 卡牌

---

首先发现 $a_i \leq d_i$ 因此如果 $i$ 向它能打破防御的怪兽连边不会有环，并且图中 $a_i$ 大的点的出边包含 $a_i$ 小的点的出边

直接按 $a_i$ 从小到大排序，贪心地每次 $i$ 有能击破的 $j$ 就攻击

推指针，记录当前 $d_j < a_i$ 且 $d_j$ 没有被其它怪兽攻击的 $j$ 的数量即可

复杂度 $O(n \log n)$

# 链

---

发现正着不太好做，需要记录当前所有连通块大小，考虑看成倒着加点。这样只需设计状态  $f_{i,j}$ ， $i$  为当前已经加入的点数， $j$  为连通块个数。转移按点加在哪里和原有连通块间的边分情况讨论即可。

1. 点加在两端或两个连通块间，与任何原有连通块间无边， $f_{i,j} \times (j + 1) \rightarrow f_{i+1,j+1}$

2. 点加在某一个连通块左端或右端，只与一个原有连通块间有边， $f_{i,j} \times 2j \rightarrow f_{i+1,j}$

3. 点加在两个连通块间，与两个连通块间有边， $f_{i,j} \times (j - 1) \rightarrow f_{i+1,j-1}$

用矩阵乘法实现，并且预处理转移矩阵的  $2^i$  次方，查询时每次用向量乘矩阵，复杂度  $O(m^3 \log n + qm^2 \log n)$

# 同余

先考虑 $m$ 为质数的情况

若 $res = 0$ ，则充要条件为任意一个 $a_i = 0$ ，方案数为 $m^n - (m - 1)^n$

若 $res \neq 0$ ，则考虑在决策完 $a_1 \sim a_{n-1}$ ，所有 $a_i \neq 0$ 的情况下，要使最终合法，合法的 $a_n$ 有且仅有一个值，方案数为 $(m - 1)^{n-1}$

之后是 $m = p^x$ 的情况

若 $res = 0$ ，则充要条件为所有 $a_i$ 含 $p$ 的次数和大于等于 $x$ 。对于一个 $a_i$ 在规定了恰好含 $y$ 个 $p$ 的情况下( $y < x$ )方案数为 $p^{x-y-1} * (p - 1)$ 。发现 $p$ 具体怎么分配不重要，只有总共几个有用，容

斥用总方案数减去不合法方案数。方案数为 $m^n - \sum_{i=0}^{x-1} \binom{n+i-1}{i} \times p^{xn-n-i} \times (p - 1)^n$

若 $res \neq 0$ ，则设 $res = r \times p^y$ ， $r$ 和 $p$ 互质。分别考虑 $p^y$ 和 $r$ （相当于 $a_i$ 为两边考虑的值的乘积），对于 $p^y$ 所有 $a_i$ 含 $p$ 次数和为 $y$ ，对于 $r$ 用 $a_n$ 调整即可，这会使得 $a_n$ 的方案变为原来的 $\frac{1}{p^{x-y-1} \times (p-1)}$ 。方案数为 $\binom{n+y-1}{y} \times p^{xn-n-x+1} \times (p - 1)^{n-1}$

最后是 $m$ 无特殊性质的情况，将 $m$ 质因数分解为 $\prod p_i^{x_i}$ 。因为 $CRT$ 有唯一解，所以可以对 $a_i \bmod p_i^{x_i}$ 分别考虑，将问题转化为一堆 $m = p_i^{x_i}$ 的问题，方案数显然是 $i$ 个问题的方案数求积

复杂度 $O(\sqrt{m})$

题目来源：[ABC245Ex] Product Modulo 2



首先考虑如何判定一个图是否存在合法边集，每个连通块显然独立

若连通块内有奇数个点，因为这奇数个点度数和为偶数，所以必然不合法

若有偶数个点，拉出一颗生成树，按深度从深到浅决策。当前点若度数为奇数则断开和父节点的边，否则连上和父节点的边。除根外都直接合法，由于总度数和为偶数，除根外度数和为奇数，根必然也合法

所以图存在合法边集的充要条件为不存在点个数为奇数的连通块

发现答案显然不增，考虑按询问顺序从后往前求答案，每次在值域上推指针加边，删掉后一次询问时加的边，维护连通块，可能可以使用 *LCT*

发现每条边在这个过程中只会在一个区间里出现，假设它是第  $l$  条边，在值域中在第  $r$  个询问时被推入，那它出现的区间就是  $[l, r]$

使用线段树分治，从后往前查询的同时往线段树上挂点，由于当前查询在  $r$  位置，所以将边要挂的  $[l, r]$  拆成两个区间  $[l, r - 1]$  和  $[r, r]$  即可。 $[l, r - 1]$  不含  $r$ ，所以不影响线段树上当前点的祖先， $[r, r]$  直接在当前点加入，回溯时撤销

复杂度  $O(m \log m \log n)$

题目来源：[CF603E] Pastoral Oddities