

NOIP 模拟赛

HSEFZ 2024.11.19

题目名称	第四题	第三题	第二题	第一题
题目类型	传统题	传统题	传统题	传统题
目录	a	b	c	d
可执行文件名	a	b	c	d
输入文件名	a.in	b.in	c.in	d.in
输出文件名	a.out	b.out	c.out	d.out
每个测试点时限	1 秒	1 秒	1 秒	1 秒
内存限制	512 MiB	512 MiB	512 MiB	512 MiB
测试点数目	10	10	10	10
测试点是否等分	是	是	是	是

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	a.cpp	b.cpp	c.cpp	d.cpp
-----------	-------	-------	-------	-------

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -std=c++14 -static
-----------	------------------------

注意事项（请仔细阅读）

- 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
- C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int，程序正常结束时的返回值必须是 0。
- 提交的程序代码文件直接放在选手目录下，无需开子文件夹。（建议子文件夹内外各放一份）
- 因违反以上三点而出现的错误或问题,申诉时一律不予受理。
- 若无特殊说明,结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
- 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
- 程序可使用的栈空间内存限制与题目的内存限制一致。
- 全国统一评测时采用的机器配置为: Intel(R) Core(TM) i5-9500 CPU @ 3.00GHz, 内存 16GB。上述时限以此配置为准。
- 评测在当前最新公布的 NOI Linux 下进行, 各语言的编译器版本以此为准。

第四题 (a)

题目背景

Yuna 和她的同伴们来到了 Sin 的体内，在透明的阶梯正下方，她们终于看到了名为梦之 Zanarkand 的城市。

题目描述

梦之 Zanarkand 中的道路结构由 n 个以 $(0,0)$ 为圆心的同心圆和 m 条过 $(0,0)$ 的直线组成，其中第 i 个圆的半径为 i ，且这 m 条直线将圆等分成了 $2m$ 段等长的圆弧。

形式化地说：

- 对于 $1 \leq i \leq n$ ，第 i 个圆的方程是 $x^2 + y^2 = i^2$ ；
- 对于 $1 \leq i \leq m$ ，第 i 条直线的方程是 $x \sin \frac{\pi i}{m} = y \cos \frac{\pi i}{m}$ 。

令 Q 表示这 $n + m$ 条道路组成的集合， P 表示 Q 中任意两条不同道路之间的交点构成的集合。道路都是无向的。

对于两个不同的点 $a, b \in P$ ，定义它们之间的距离 $dis(\{a, b\})$ 为沿 Q 中道路从 a 走到 b （或 b 走到 a ）的最短路径的长度。

Yuna 已经数出了 n, m ，现在她想让你帮她求出所有 $dis(\{a, b\})$ 的和。

输入格式

从文件 `a.in` 读入数据。

一行两个正整数 n, m 。

输出格式

输出到文件 `a.out` 中。

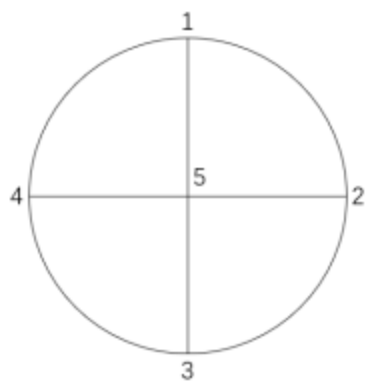
一行两个非负整数 p, q 代表答案为 $p\pi + q$ ，其中 p, q 分别为 π 前的系数和常数项对 998244353 取模后的结果。容易证明取模前它们均为有理数。

样例 1 输入

样例 1 输出

2 8

样例 1 解释



$$\begin{aligned}dis(p_1, p_2) &= dis(p_2, p_3) = dis(p_3, p_4) = dis(p_1, p_4) = \frac{\pi}{2} \\dis(p_1, p_5) &= dis(p_2, p_5) = dis(p_3, p_5) = dis(p_4, p_5) = 1 \\dis(p_1, p_3) &= dis(p_2, p_4) = 2\end{aligned}$$

样例 2 输入

2 3

样例 2 输出

10 144

样例 3

见选手目录下的 `a/a3.in` 与 `a/a3.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 2 的限制。

样例 4

见选手目录下的 `a/a4.in` 与 `a/a4.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 3 的限制。

样例 5

见选手目录下的 `a/a5.in` 与 `a/a5.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 4 的限制。

样例 6

见选手目录下的 `a/a6.in` 与 `a/a6.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 5 ~ 10 的限制。

数据范围

对于所有数据，保证：

- $1 \leq n \leq 10^7$;
- $2 \leq m \leq 10^7$ 。

测试点编号	$n, m \leq$	特殊性质
1	30	无
2	500	无
3	5000	无
4	10^7	$m = 2$
5 ~ 10	10^7	无

提示

请选手注意可能的精度问题。

第三题 (b)

题目描述

你在打 XGESP (X 星球的 GESP)，XGESP 有 n 级，并且每次只能跳至多 k 级。具体地：

- 第 $1 \sim k$ 级任何时间都可以打；
- 打第 $i > k$ 级前，你应当已经通过了至少一场 $\geq i - k$ 级的 XGESP 测试。

你可以通过任何级别，但是你还是需要把所有级都打恰好一遍，请问你打的顺序有多少种。

输入格式

从文件 `b.in` 读入数据。

一行两个正整数 n, k 。

输出格式

输出到文件 `b.out` 中。

一行一个非负整数，代表顺序方案数对 998 244 353 取模的结果。

样例 1 输入

```
3 2
```

样例 1 输出

```
4
```

样例 1 解释

顺序可以是 $[1, 2, 3]$, $[1, 3, 2]$, $[2, 3, 1]$, $[2, 1, 3]$ 。

样例 2

见选手目录下的 `b/b2.in` 与 `b/b2.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 1 的限制。

样例 3

见选手目录下的 `b/b3.in` 与 `b/b3.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 2 的限制。

样例 4

见选手目录下的 `b/b4.in` 与 `b/b4.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 3 ~ 5 的限制。

样例 5

见选手目录下的 `b/b5.in` 与 `b/b5.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 6 ~ 7 的限制。

样例 6

见选手目录下的 `b/b6.in` 与 `b/b6.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 8 ~ 10 的限制。

数据范围

对于所有数据，保证：

- $1 \leq n \leq 10^7$;
- $1 \leq k \leq n$;

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1	10	无
2	10^7	A
3 ~ 5	1000	无
6 ~ 7	10^6	无
8 ~ 10	10^7	无

特殊性质 A: $k = 1$ 。

第二题 (c)

题目描述

给定正整数 n, m ，以及长度为 m ，值域为 $[0, n - 1]$ 的整数序列 $p = (p_1, p_2, \dots, p_m)$ 。

定义一次操作为：对于某个序列 a ，选择 $1 \leq l \leq r \leq |a|$ 的两个数 l, r ，如果 $\text{mex}(\{a_l, a_{l+1}, \dots, a_r\})$ 在 a 序列中，则将它删除。

对于由非负整数构成的集合 S ， $\text{mex}(S)$ 表示不在集合 S 内的最小非负整数。

请你计算 $\{0, 1, \dots, (n - 1)\}$ 构成的排列 q 的数量，满足： q 能够经过若干次操作（可以不操作）后变为 p 。

输入格式

从文件 `c.in` 读入数据。

第一行两个正整数 n, m 。

第二行 m 个非负整数 p_1, p_2, \dots, p_m 。

输出格式

输出到文件 `c.out` 中。

一行一个非负整数表示数量对 998244353 取模后的值。

样例 1 输入

```
4 2
1 3
```

样例 1 输出

```
8
```


样例 1 解释

满足要求的排列 q 为：

$[0, 1, 2, 3], [0, 1, 3, 2], [1, 0, 2, 3], [1, 0, 3, 2], [1, 3, 0, 2], [2, 0, 1, 3], [2, 1, 0, 3], [2, 1, 3, 0]$ 。

样例 2 输入

```
4 4
0 3 2 1
```

样例 2 输出

```
1
```

样例 3 输入

```
16 7
9 2 4 0 1 6 7
```

样例 3 输出

```
3520
```

样例 4 输入

```
92 4
1 67 16 7
```

样例 4 输出

```
726870122
```

样例 5

见选手目录下的 `c/c5.in` 与 `c/c5.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 1 的限制。

样例 6

见选手目录下的 `c/c6.in` 与 `c/c6.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 2 ~ 3 的限制。

样例 7

见选手目录下的 `c/c7.in` 与 `c/c7.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 4 ~ 7 的限制。

样例 8

见选手目录下的 `c/c8.in` 与 `c/c8.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 8 ~ 10 的限制。

数据范围

对于所有数据，保证：

- $1 \leq m \leq n \leq 500$;
- $0 \leq p_i < n$;
- $\forall 1 \leq i < j \leq n, p_i \neq p_j$ 。

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1	10	无
2 ~ 3	100	无
4 ~ 7	500	保证 p 中存在 0
8 ~ 10	500	无

第一题 (d)

题目背景

你说的对，但是这其实是第一题。

题目描述

做不出 CSP-S2 2024 T4，小 X 一怒之下进行了一个挂的开，内定了编号为 1 的最强选手是自己。

淘汰赛的规则是这样的：初始有 2^n 个人，编号为 $1 \sim 2^n$ ，初始站在第 i 个位置的是 p_i ，小 X 是编号为 1 的选手。第一轮，对于所有 $1 \leq k \leq 2^{n-1}$ ，让 p_{2k-1}, p_{2k} 进行单挑，获胜的进入下一轮。接下来一轮，再让相邻两个单挑，获胜的进入下一轮。进行 n 轮后决出冠军。

两个人进行单挑的规则刚开始是编号小的获胜，但是主办方发现只有一个人能获胜，所以修改了规则，给定了一个 $S \subseteq \{2, 3, \dots, 2^n\}$ ，使得 1 号选手无法战胜编号在 S 中的选手，具体地：

- 若两个人编号都 ≥ 2 ，则编号小的获胜；
- 若一个人编号是 1，且另外一个人编号不在 S 中，则 1 获胜；
- 若一个人编号是 1，且另外一个人编号在 S 中，则另一个人获胜；

主办方修改规则后，小 X 发现他无法总在淘汰赛中夺冠，于是他来求助你这个问题：有多少个初始排列 p 使得他能够成为冠军？

输入格式

从文件 `d.in` 读入数据。

第一行两个非负整数，代表 $n, |S|$ 。

第二行 $|S|$ 个正整数，代表 S 中的元素。保证按从小到大顺序给出。

输出格式

输出到文件 `d.out` 中。

一行一个数代表答案对 $10^9 + 7$ 取模的结果。

样例 1 输入

```
2 1
3
```

样例 1 输出

```
8
```

样例 1 解释

$p = [1, 4, 2, 3]$ 满足条件。第一轮淘汰过后，剩余的选手有 $[1, 2]$ ；第二轮淘汰过后，剩余的选手有 $[1]$ ，小 X 成功夺冠。

$p = [1, 2, 3, 4]$ 不满足条件。第一轮淘汰过后，剩余的选手有 $[1, 3]$ ；第二轮淘汰过后，剩余的选手有 $[3]$ ，小 X 无法成功夺冠。

样例 2 输入

```
3 0
```

样例 2 输出

```
40320
```

样例 2 解释

答案显然为 $(2^3)! = 40320$ 。

样例 3

见选手目录下的 `d/d3.in` 与 `d/d3.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 1 的限制。

样例 4

见选手目录下的 `d/d4.in` 与 `d/d4.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 2 的限制。

样例 5

见选手目录下的 `d/d5.in` 与 `d/d5.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 3 的限制。

样例 6

见选手目录下的 `d/d6.in` 与 `d/d6.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 4 的限制。

样例 7

见选手目录下的 `d/d7.in` 与 `d/d7.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 5 ~ 6 的限制。

样例 8

见选手目录下的 `d/d8.in` 与 `d/d8.ans`。

该组样例满足数据范围中的测试点 7 ~ 10 的限制。

数据范围

对于所有数据，保证：

- $1 \leq n \leq 16$;
- $0 \leq |S| \leq 100$;
- $S \subseteq \{2, 3, \cdots, 2^n\}$;
- 输入中给定 S 按从小到大顺序给出。

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1	16	A

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
2	3	无
3	4	无
4	16	B
5 ~ 6	10	C
7 ~ 10	16	无

特殊性质 A: $S = \emptyset$;

特殊性质 B: $|S| = 1$;

特殊性质 C: $|S| \leq 10$;