数三角

首先发现三条边最多构成一个三角形，而能构成三角形的充要条件为两两不重合，两两有交点，交点不重合

图中没有任何两条边有重合，图中任意两条从不同顶点连出的额外边必然有交点，并且保证了这些交点不重合

然后直接按三角形内额外边个数分类讨论并进行一些简单容斥即可

设$a_{n+i}=a_i$，则答案为

$$\binom{\sum a_i}{3}-\sum\binom{a_i}{3}+[n=3]*(1+2*\sum a_i)+\sum(\binom{a_i+a_{i+1}+a_{i+1+\frac{n-1}{2}}}{2}-\binom{a_i}{2}-\binom{a_{i+1}}{2})$$

$\binom{\sum a_i}{3}-\sum\binom{a_i}{3}$，这个是三条边都由额外边组成的三角形个数

$[n=3]*(1+2*\sum a_i)$，这个是三条边都由原本n边形的边组成和两条边由原本n边形的边组成的三角形个数

$\sum(\binom{a_i+a_{i+1}+a_{i+1+\frac{n-1}{2}}}{2}-\binom{a_i}{2}-\binom{a_{i+1}}{2})$，这个是两条边由额外边组成的三角形个数

题目来源：https://www.zhihu.com/question/496646891

最短路

发现必然存在一组最优解中有一条边(s,t,b,e,c)是在$e-c$时刻从s出发的，因为否则可以把路径上所有点的时间都往后延，答案不变

考虑枚举那条边，然后从s开始在反图上跑类似最短路的东西，从t开始在正图上跑，把这些最短路全存下来，复杂度$O(m^2logm)$，查询时同样枚举中间的边，拿s,t开始的最短路拼起来算贡献，一次查询复杂度$O(m)$

题目来源：P1813

逃跑

每个机器人只能从它前一个或后一个出口逃跑，设前一个和它的距离为x，后一个为y，先考虑2^n枚举完一种逃跑方案后怎么判是否可行。显然这个东西只和这些距离的相对大小有关

后文中选x代表从前一个出口逃跑，选y代表从后一个出口逃跑，x, y也都是离散化后值域为n的

首先可以暴力$n!$枚举机器人逃跑的顺序然后进行判定，判定时对于每个选x的机器人判它之前选y的机器人的y是否都比它的y小它之前选x的机器人的x是否都比它的x小，对于选y的同理

发现这个也可以当作拓扑排序，所以可以直接贪心每次放一个剩余能放的选x的机器人中x最小的或者选y的机器人中y最小的，判定复杂度$O(n^2)$或$O(n)$

但是这个判定由于机器人逃跑的顺序有些复杂，不太好计数，考虑找出一些尽量简单的顺序

发现方案合法的充要条件是不存在选x的(x, y)，选y的(x', y')，满足$x \geq x'$且$y' \geq y$。直接将所有(x, y)按x为第一关键字，y为第二关键字排序

按这个顺序设计dp，$f_{a,b}$表示已经考虑了所有$x \leq a$的(x, y)，其中选y的(x, y)中y最大的为b的方案数。每次转移枚举$x = a + 1$的机器人如何决策，充要条件是一段y小的前缀选y，剩下的后缀选x，且后缀中第一个的y大于b和前缀中最后一个的y，复杂度$O(n^2)$

每次转移对dp值的影响其实很小，对于没有在当前x中出现的y转移都没有任何决策，dp值不变，对于出现了的y维护dp值前缀和，暴力修改即可，使用树状数组或线段树，复杂度$O(nlogn)$

题目来源：ARC101F

mex

考虑维护每个左端点对应的最小右端点，记i为左端点时的最小右端点为R_i，一次修改相当于是删除一个数，再插入一个数。

发现插入一个数数组的变化比较奇怪，删除一个数a_x则比较简单，设值为a_x的左右最近的位置分别为l,r，则相当于是让$R_l...R_x$都和r取max

线段树分治，再用主席树维护R数组来支持撤销，l,r用$multiset$维护

复杂度$O(nlog^2n)$

题目来源：P7230