

Análisis Matemático I/Cálculo I
Licenciatura en Ciencias de la Computación
Licenciatura en Matemática Aplicada
FAMAF, UNC — Año 2024

Guía de Ejercicios N°7

Integrales

Antiderivadas

1. Exprese las antiderivadas de las siguientes funciones:

a) $g(x) = x^3 - 5x$

c) $g(x) = \sin 2x$

e) $g(x) = x^{3/2}$

b) $g(x) = e^{0,3x}$

d) $g(x) = 2x \cos(x^2)$

f) $g(x) = \sqrt{x+2}$

2. Encuentre la antiderivada F de $f(x) = x + \cos x$ que pasa por el punto $(0, 4)$.

3. Encuentre la antiderivada F de $f(x) = \frac{3}{x}$ tal que $F(1) = 5$.

4. Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x^2}$

f) $f(x) = e^{2x}$

l) $f(x) = \ln |e^x + e^{-x}|$

b) $f(x) = 3x^3 - 8x^{\frac{3}{2}} + 4 \ln |x|$

g) $f(x) = 2^x$

m) $f(x) = \ln |\cos(x) + \sin(x)|$

c) $f(x) = (3x+1)^{\frac{3}{2}}$

h) $f(x) = \ln |7-x|$

n) $f(x) = -\cos(2x) + \sin(3x)$

d) $f(x) = (9-2x)^{\frac{4}{3}}$

i) $f(x) = \ln |x^2 + 3x + 4|$

\tilde{n}) $f(x) = \ln(\cos(x))$

e) $f(x) = (x+9)^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{3}{2}}$

j) $f(x) = \ln |x^2 + 2x + 5|$

o) $f(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

5. Calcule las siguientes integrales indefinidas usando las correspondientes primitivas (*Ayuda:* Está permitido ver los resultados del ejercicio 4):

a) $\int e^{2x} dx$

e) $\int \frac{dx}{7-x}$

i) $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$

b) $\int 2^x dx$

f) $\int \frac{2x+3}{x^2+3x+4} dx$

j) $\int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx$

c) $\int \sqrt{3x+1} dx$

g) $\int \frac{x+1}{x^2+2x+5} dx$

k) $\int \tan x dx$

d) $\int \sqrt[3]{9-2x} dx$

h) $\int \frac{e^{3x}}{e^{3x}-24} dx$

l) $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$

6. Calcule las siguientes integrales indefinidas utilizando integración por sustitución:

a) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

c) $\int \frac{\ln(x+1)}{(x+1)} dx$

e) $\int x e^{x^2} dx$

b) $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

d) $\int \frac{1}{x \ln x} dx$

f) $\int e^x (1 - e^x)^{-1} dx$

g) $\int \sin^3 x dx$

7. Calcule las siguientes integrales indefinidas, utilizando integración por partes:

$$\begin{array}{lll} a) \int x e^x dx & d) \int x \ln(x-1) dx & g) \int \cos^4 x dx \\ b) \int (1-2x) e^{-2x} dx & e) \int e^{-x} \sin 2x dx & \\ c) \int x^2 \cos x dx & f) \int \cos^2 x dx & \end{array}$$

Integral Definida y Cálculo de Áreas

8. Calcule las siguientes integrales definidas usando el Segundo Teorema Fundamental del Cálculo:

$$\begin{array}{lll} a) \int_0^1 e^{2x} dx & e) \int_1^5 \frac{dx}{7-x} & i) \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx \\ b) \int_1^2 2^x dx & f) \int_0^1 \frac{2x+3}{x^2+3x+4} dx & j) \int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin^2 x} \\ c) \int_1^4 \sqrt{3x+1} dx & g) \int_0^5 \frac{x+1}{x^2+2x+5} dx & \\ d) \int_3^5 \sqrt[3]{9-2x} dx & h) \int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{e^{3x}}{e^{3x}-24} dx & \end{array}$$

9. Sin realizar el cálculo de la integral definida justifique las siguientes igualdades y desigualdades (puede usar gráficos):

$$\begin{array}{ll} a) \int_{-\pi}^{\pi} \sin 2x dx = 0 & d) \int_1^2 \sqrt{5-x} dx \geq \int_1^2 \sqrt{x+1} dx \\ b) \int_{-5}^5 x^4 dx = 2 \int_0^5 x^4 dx & e) \pi/6 \leq \int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x dx \leq \pi/3 \\ c) \int_0^4 (x-2)^3 dx = 0 & \end{array}$$

10. Trace la región limitada por las curvas dadas y calcule el área de dicha región:

$$\begin{array}{ll} a) y = 4x^2, \quad y = x^2 + 3 & c) y = \cos x, \quad y = \sin x, \quad x = 0, \quad x = \pi/2 \\ b) x + y^2 = 2, \quad x + y = 0 & d) y = |x|, \quad y = (x+1)^2 - 7, \quad x = -4 \end{array}$$

11. Use el cálculo integral para determinar el área de los triángulos cuyos vértices se dan a continuación:

$$\begin{array}{ll} a) (0,0); (1,8); (4,3). & b) (-2,5); (0,-3); (5,2). \end{array}$$

12. Calcule el área de la región limitada por la parábola $y = x^2$, la tangente a ella en el punto (1,1) y el eje x .

13. Calcule el número b tal que la recta $y = b$ divida la región limitada por las curvas $y = x^2$ y $y = 4$ en dos regiones de igual área.