

Práctico 0
Matemática Discreta I – Año 2024/1
FAMAF

(1) Dado el conjunto $A = \{1, 2, 3\}$, determinar cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

$$i) 1 \in A \quad ii) \{1\} \subseteq A \quad iii) \{2, 1\} \subseteq A \quad iv) \{1, 3\} \in A \quad v) \{2\} \in A.$$

(2) Dado el conjunto $A = \{1, 2, \{3\}, \{1, 2\}\}$, determinar cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

$$\begin{array}{llll} i) 3 \in A & iv) \{\{3\}\} \subseteq A & vii) \{\{1, 2\}\} \subseteq A & x) \emptyset \subseteq A \\ ii) \{3\} \subseteq A & v) \{1, 2\} \in A & viii) \{\{1, 2\}, 3\} \subseteq A & xi) A \in A \\ iii) \{3\} \in A & vi) \{1, 2\} \subseteq A & ix) \emptyset \in A & xii) A \subseteq A. \end{array}$$

Cuál es el cardinal de A ?

(3) Determinar si $A \subseteq B$ en cada uno de los siguientes casos:

- i) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{5, 4, 3, 2, 1\}$
- ii) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, \{3\}, -3\}$
- iii) $A = \{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 3\}$
- iv) $A = \{\emptyset\}$, $B = \emptyset$.

(4) Dados $A = \{1, 3, 5, 7, 8, 11\}$ y $B = \{-1, 3, -5, 7, -8, 11\}$, hallar $A \cap B$, $A \cup B$, $B - A$.

(5) Dados los subconjuntos $A = \{1, -2, 7, 3\}$, $B = \{1, \{3\}, 10\}$ y $C = \{-2, \{1, 2, 3\}, 3\}$ del conjunto referencial $V = \{1, \{3\}, -2, 7, 10, \{1, 2, 3\}, 3\}$, hallar

$$i) A \cap (B - C) \quad ii) (A \cap B) - (A \cap C) \quad iii) A^c \cap B^c \cap C^c.$$

(6) Dados subconjuntos A, B, C de un conjunto referencial V , describir $(A \cup B \cup C)^c$ en términos de intersecciones y complementos, y $(A \cap B \cap C)^c$ en términos de uniones y complementos.

(7) Hallar el conjunto $\mathcal{P}(A)$ de partes de A en los casos

$$\begin{array}{lll} i) A = \{1\} & iii) A = \{1, \{1, 2\}\} & v) A = \{1, a, \{-1\}\} \\ ii) A = \{a, b\} & iv) A = \{a, b, c\} & vi) A = \emptyset \end{array}$$

(8) Sean A y B conjuntos. Probar que $\mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B) \Leftrightarrow A \subseteq B$.

(9) Sean p, q proposiciones Verdaderas o Falsas. Comparar las tablas de verdad de

$$p \Rightarrow q, \quad \sim q \Rightarrow \sim p, \quad \sim p \vee q, \quad \sim (p \wedge \sim q)$$

(Cuando para probar $p \Rightarrow q$ se prueba en su lugar $\sim q \Rightarrow \sim p$ se dice que es una demostración por contrarrecíproco, mientras que cuando se prueba en su lugar que $p \wedge \sim q$ es falso, lleva a una contradicción, se dice que es una demostración por el absurdo).

(10) Supongamos que las siguientes dos afirmaciones son verdaderas:

- No todos los estudiantes de matemática de la facultad son argentinos.
- Todos los que toman mate que no son argentinos, no son estudiantes de matemática de la facultad.

Decidir si esto implica:

- No todos los estudiantes de matemática de la facultad toman mate.

(11) Decidir si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones:

i)

$$\begin{array}{ll} (a) \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 5 & (d) \exists n \in \mathbb{N}, n \geq 5 \wedge n \leq 8 \\ (b) \exists n \in \mathbb{N}, n \geq 5 & (e) \forall n \in \mathbb{N}, \exists m \in \mathbb{N}, m > n \\ (c) \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 5 \vee n \leq 8 & (f) \exists n \in \mathbb{N}, \forall m \in \mathbb{N}, m > n \end{array}$$

ii) Negar las proposiciones anteriores, y en cada caso verificar que la proposición negada tiene el valor de verdad opuesto al de la original.

iii) En cada uno de los casos siguientes, decidir si las dos proposiciones tienen el mismo valor de verdad. Dar un contraejemplo cuando no es el caso.

$$\begin{array}{ll} (a) \exists x \exists y, p(x, y) \text{ y } \exists y \exists x, p(x, y) & (c) \exists x \forall y, p(x, y) \text{ y } \forall y \exists x, p(x, y) \\ (b) \forall x \forall y, p(x, y) \text{ y } \forall y \forall x, p(x, y) & (d) \forall x, p(x) \text{ y } \sim \exists x, \sim p(x) \end{array}$$

(12) Sean $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$. Hallar $A \times A$, $A \times B$, $(A \cap B) \times (A \cup B)$.

(13) Sean A, B y C conjuntos. Demostrar que:

$$\begin{array}{ll} i) (A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C) & iii) (A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C) \\ ii) (A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C) & \end{array}$$