

用太陽風動壓與磁層磁壓 平衡模擬磁層頂

組員:彭楷庭、張以侑、賴諺謀

動機與目的

- 我們知道太陽風的強弱會影響著磁層頂的位置，但是過往的數據模擬都是利用經驗來推導出磁層頂位置，於是我們想有別於過去的研究，利用原始的物理公式進行模擬分析，來觀察原理公式模擬跟經驗公式模擬的差異。

分工

彭楷庭:用課本第9章公式嘗試繪製出磁尾磁層頂。找出夾角並用動壓、磁壓平衡以IDL模擬日側磁層頂(子午面)。

張以侑:分析課本ch6磁層頂公式、使用動壓磁壓平衡並用python、Matlab模擬日側磁層頂(磁赤道面)。

賴諺謀:分析太陽風找磁暴事件, 分析論文可行性、使用Matlab模擬Shue et al. 1997動圖。

目前進度

- 使用課本第9章公式繪出磁尾磁層頂(已放棄)
- 使用課本第6章公式繪出日側磁層頂(已放棄)
- 使用論文Journal of Geophysical Research 1896-1977 - 1 April 1964 - Mead - Shape of the geomagnetic field solar wind boundary繪出日測磁層頂(已放棄)
- 完成Shue et al. 1997圖形的繪製(進行中)
- python帶入Tsyganenko模式, 再以動壓=磁壓繪出赤道面磁層頂(進行中)
- IDL帶入Tsyganenko模式, 再以動壓=磁壓繪出子午面磁層頂(已完成)

嘗試過的方法

已放棄-課本第6章公式

放棄原因:

- 1.只能算直指太陽的方向
- 2.算出的數值會很漂亮是因為原先就假定好磁層頂的位置
- 3.如果假設太陽風動壓均勻，那我們就要算磁場，但是公式內的a就會用到磁場，這說明當a回帶到公式內會把磁場消掉，磁場毫無計算價值

$$K\rho_{\infty}u_{\infty}^2 = \frac{(aB_0)^2}{2\mu_0 L_{\text{mp}}^6}$$

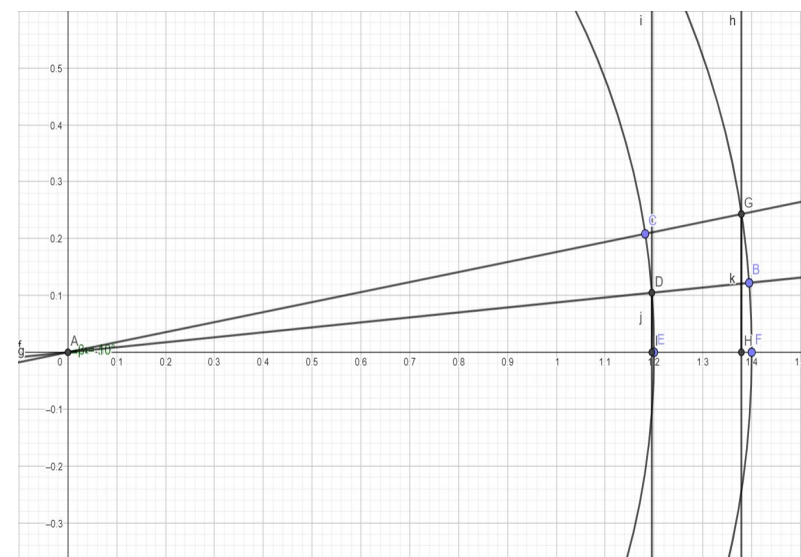
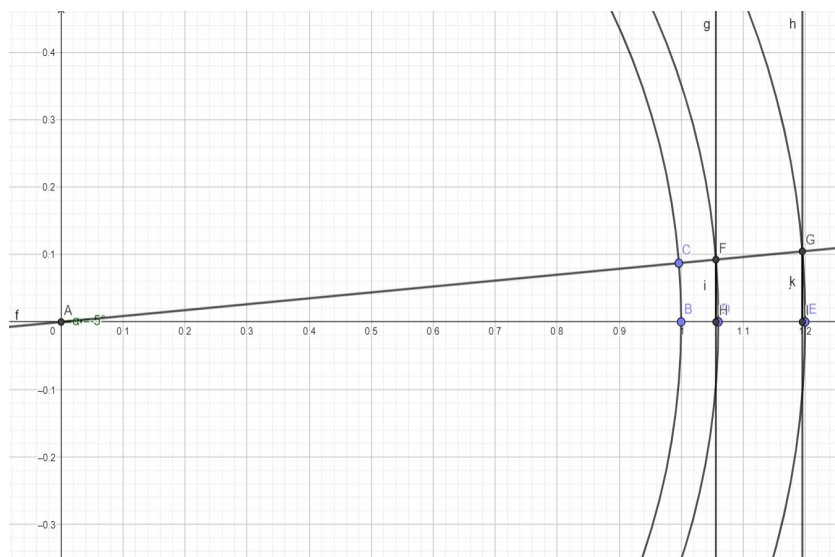
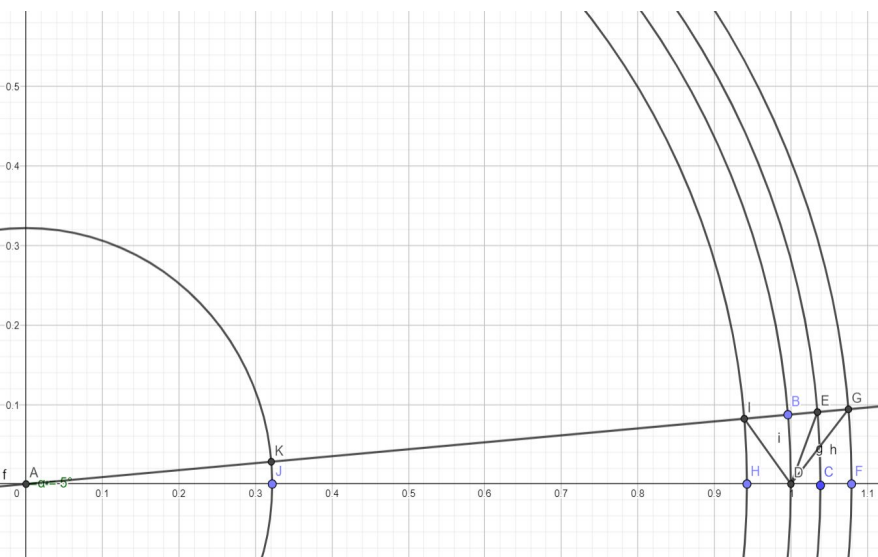
已放棄-David B. Bread論文, 式13

放棄原因:

此篇論文也有些問題, 他計算公式的數值方法解法目前仍未知(13式), 且計算方式相當含糊, 因此最後我們也選擇放棄。

$$r_3 = (d_2 r_1 - d_1 r_2) / (d_2 - d_1) \quad (13)$$

已放棄-David B. Bread論文，式13



照式13所推算， R_1 、 R_2 為假設值，最終 R 會逐漸收斂，因為論文沒有提到 d_1 、 d_2 值為何，那以下三種假設都無法收斂，最終放棄這個結果。

已放棄-課本第9章公式繪圖

夜側磁層頂是利用動壓與磁壓平衡公式而推導出來的，形式如下：

$$\rho_{sw} u_{sw}^2 \left(\frac{dR_T}{dx} \right)^2 = \frac{\Phi_T}{\mu_0 \pi^2 R_T^4}$$

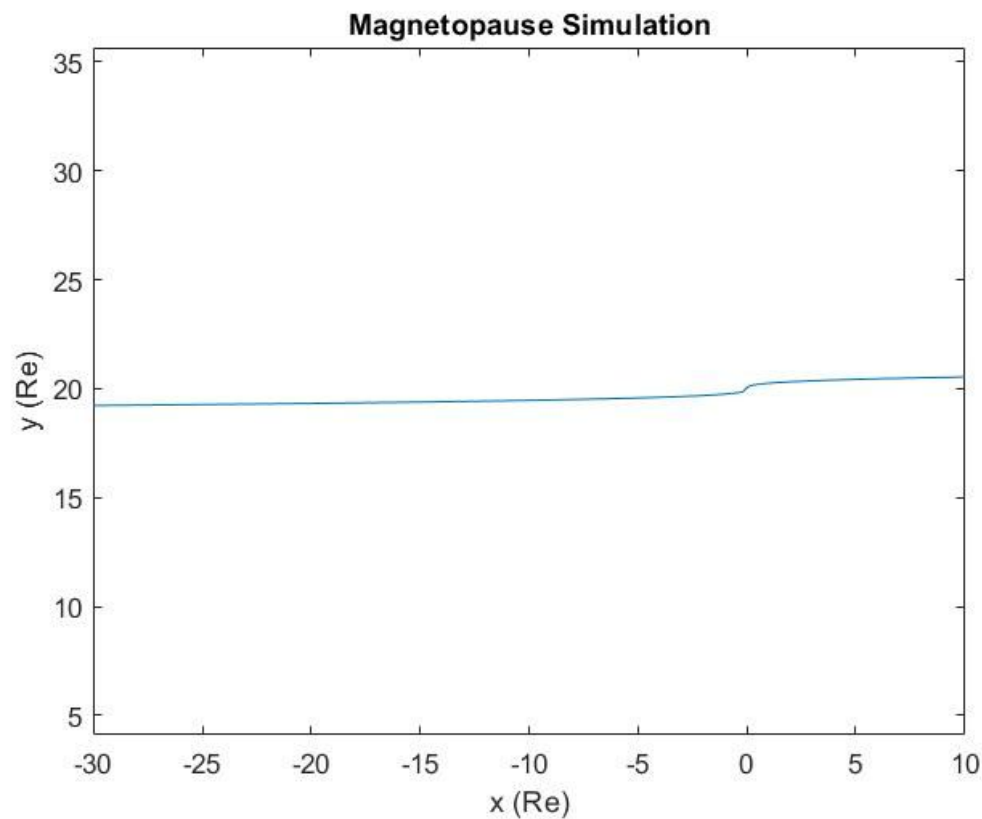
其解為磁尾磁層頂已繪製出初步結果，其中太陽風和磁層頂夾角 $\alpha \rightarrow 0$ 已假設 $\sin \alpha \approx dR/dT$ ，因此 $x > 0$ 無物理意義。

經過討論因為課本公式的理想假設太多，且難以合併到之後的日側磁層頂模型，所以並不會將此圖合併到最終的磁層頂模型也不會進行比較。

已放棄-課本第9章公式繪圖

前述微分方程的解可用應用數學方法求出:

$$R_T(x) = \left[\frac{3}{\pi \cdot u_{sw}} \left(\frac{\Phi_T}{\rho_{sw} \mu_0} \right)^{\frac{1}{2}} x \right]^{\frac{1}{3}}$$



Shue et al. 1997 模式模擬

Shue et al. 1997模型

公式:

$$r = r_0 \left(\frac{2}{1 + \cos \theta} \right)^\alpha$$

$$r_0 = \begin{cases} (11.4 + 0.013B_z)(D_p)^{-\frac{1}{6.6}}, & \text{for } B_z \geq 0 \\ (11.4 + 0.14B_z)(D_p)^{-\frac{1}{6.6}}, & \text{for } B_z < 0 \end{cases}$$

$$\alpha = (0.58 - 0.010B_z)(1 + 0.010D_p).$$

Shue et al. 1997模型

code:

```
%%  
i=1;  
for k=0:10 %迴圈，總共有10張圖  
    Bz=-4.18-0.2*k; Dp=0.36; %Bz變換  
  
    %公式  
    theta=linspace(-pi/2,pi/2,100); %角度  
    alpha=(0.58-0.01.*Bz).*(1+0.01.*Dp);  
    if Bz>=0  
        r0=(11.4+0.013.*Bz).*(Dp).^(1/6.6);  
    elseif Bz<0  
        r0=(11.4+0.14.*Bz).*(Dp).^(1/6.6);  
    end  
    r=r0.*(2./(1+cos(theta))).^alpha; %r單位為地球半徑  
  
    %繪圖  
    [x,y]=pol2cart(theta,r); %極座標轉換為xy座標  
    figure(1)  
    plot(x,y)  
    title('shue et al. 1997 Bz decrease')  
  
    %製作動畫  
    anim(i)=getframe;  
    pause(0.5) %停頓，為了美觀  
    i=i+1;  
end
```

以2020/12的實際觀測值 $B_z=-4.18$; $D_p=0.36$ 。再將 B_z 按定值減少、 D_p 按定值增加來觀察 B_z 關係。其中 x,y 軸為地球半徑

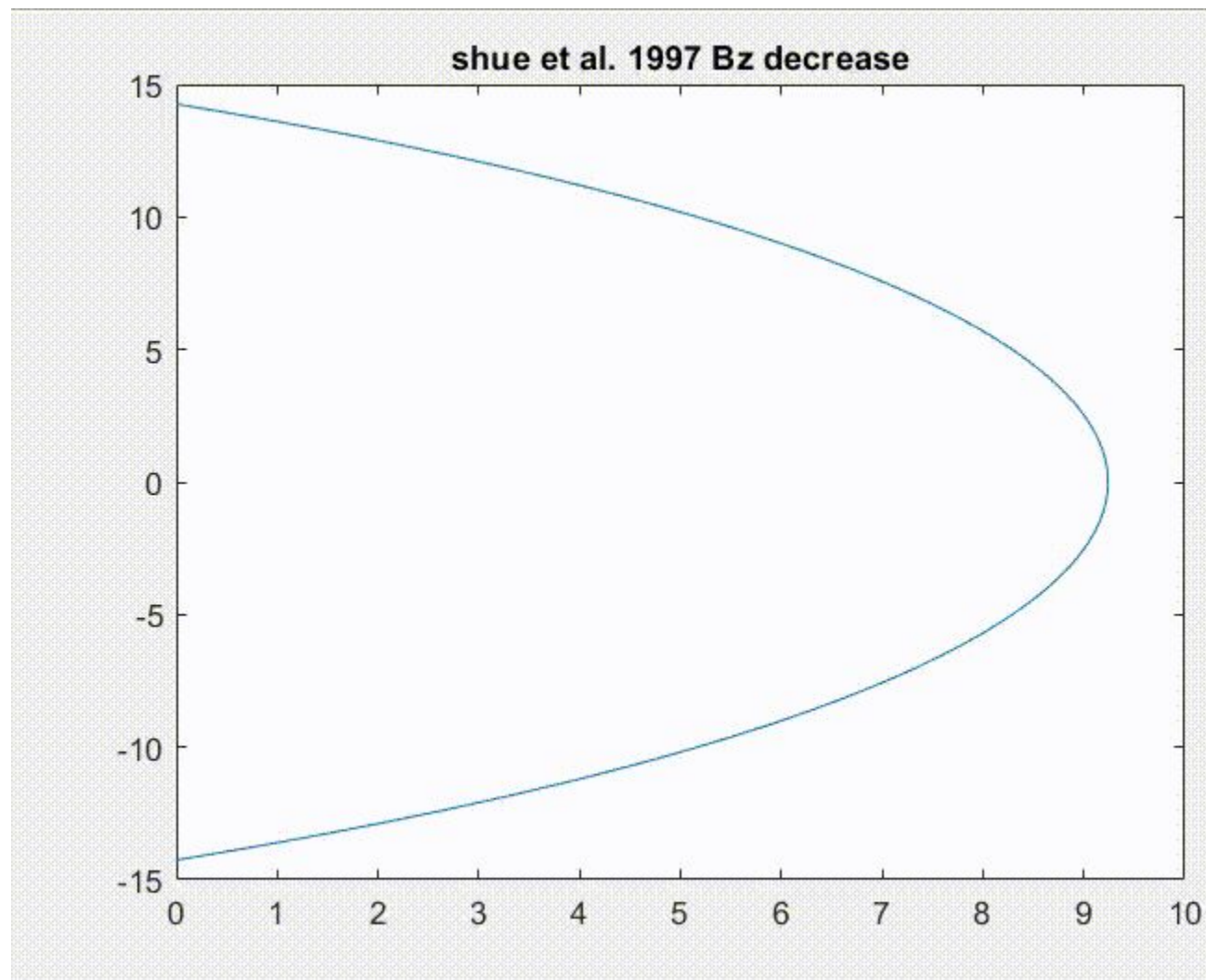
Shue et al. 1997模型

未來打算：

因為我的 B_z 皆為負值，而 B_z 的值為負為正的畫出的磁層頂結果不一樣。

再者我希望考慮更多情況，如 B_z 增加、 D_p 減少等。

最後就是我想以磁暴事件來做模擬(單位尺度1hr)



Python動壓、磁壓平衡模擬

Python模擬

抓取資料:

1.CDAWeb

2.OMNI-1mins

3.選取時間:2020/12

4.細項:總磁場、GSE磁場分量(x,y,z)、GSE磁場分量(x,y)、總風速、風速分量(x,y,z)、質子密度、溫度、動壓、馬赫速、磁壓(計算)

Python模擬

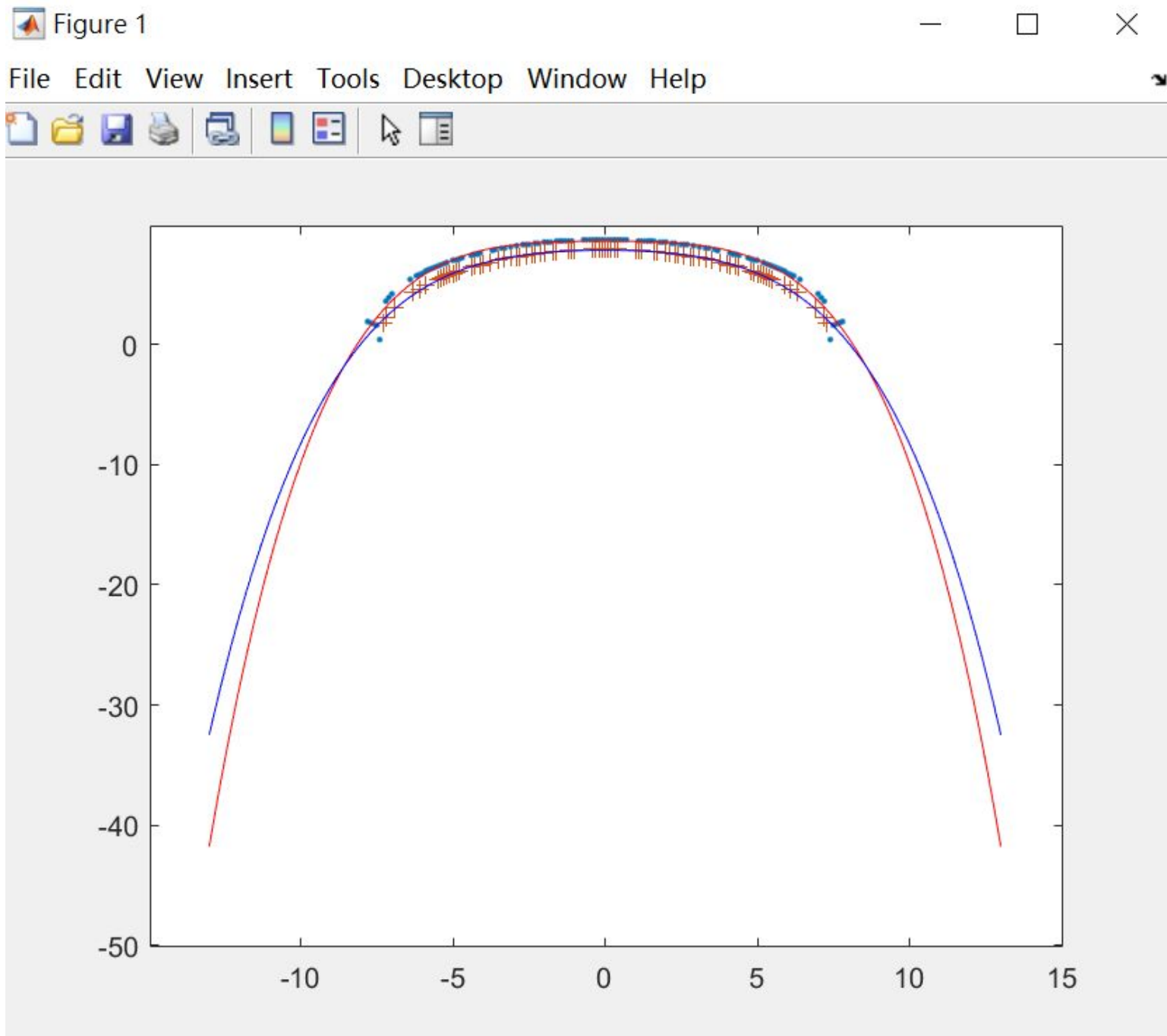
使用geopack 的模組包，找出與動壓磁壓平衡之處。

磁場分別有地球dipole磁層與擾動項磁場

定義：內磁場 = 地球dipole磁層

總磁場 = 地球dipole磁層 + 擾動項磁場

分別比較內磁場與總磁場繪出的磁層頂差異



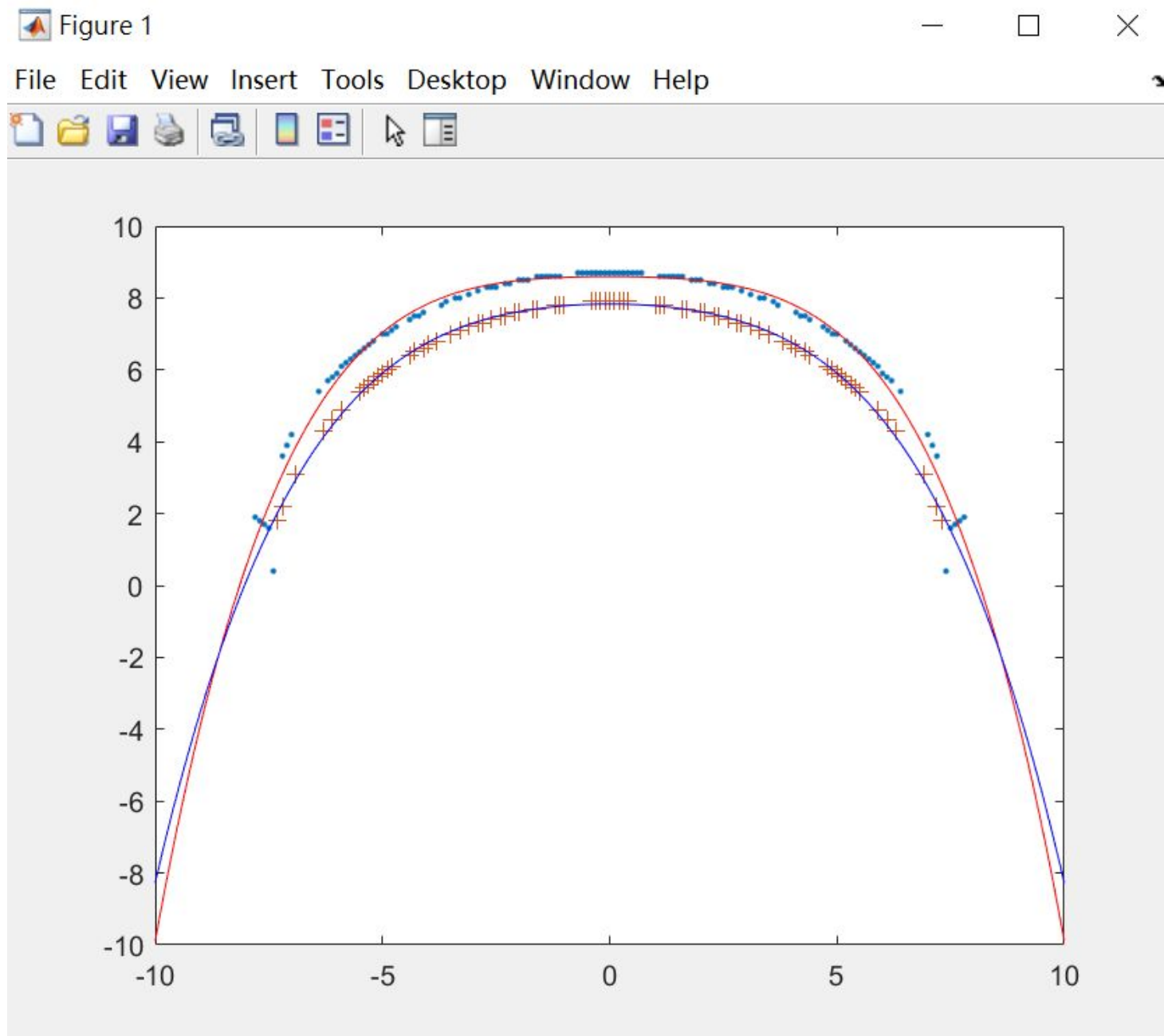
藍線：內磁場繪製出來的磁層頂
紅線：總磁場繪製出來的磁層頂

(0,0):位置為地球
正y軸朝向太陽

發現以內磁層計算，
磁尾比較開。

目前可以看出y軸為0的值實際上大概具7個地球半徑，理論上都應該要落在10個地球半徑左右，推論是我帶入的動壓很強，導致磁層頂被壓縮。

同理，日下點磁層頂也只有8個地球半徑，通常沒有事件的狀況下10個地球半徑比較合理。



目前成果:IDL動壓、磁壓平衡模擬

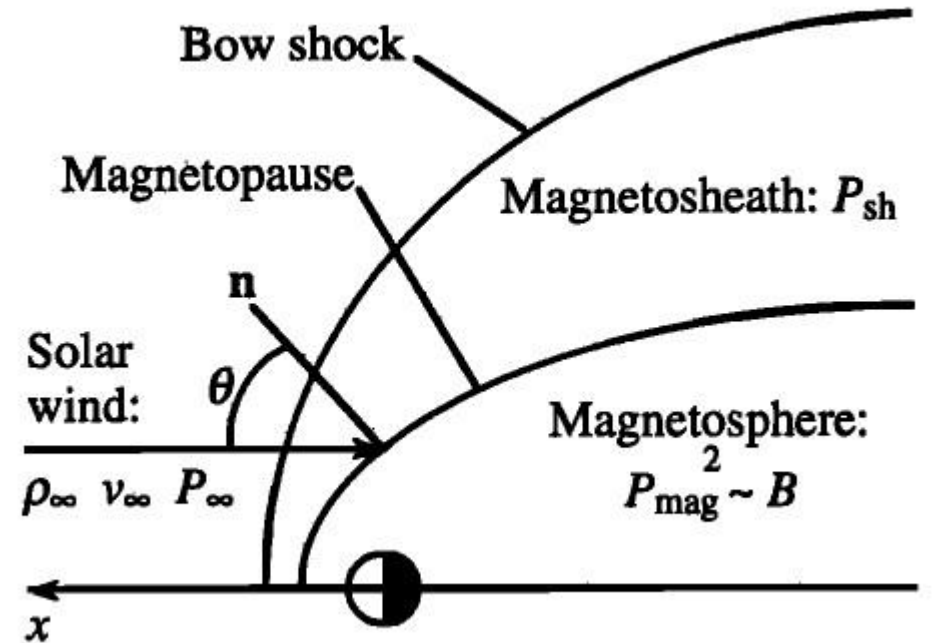
動壓、磁壓平衡模擬的假設

磁鞘太陽風受磁層頂分流的動壓為：

$$P_{sh} = K\rho_{\infty}u_{\infty}^2 \cos^2 \theta + P_0$$

地球磁層的磁壓為：

$$P_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$



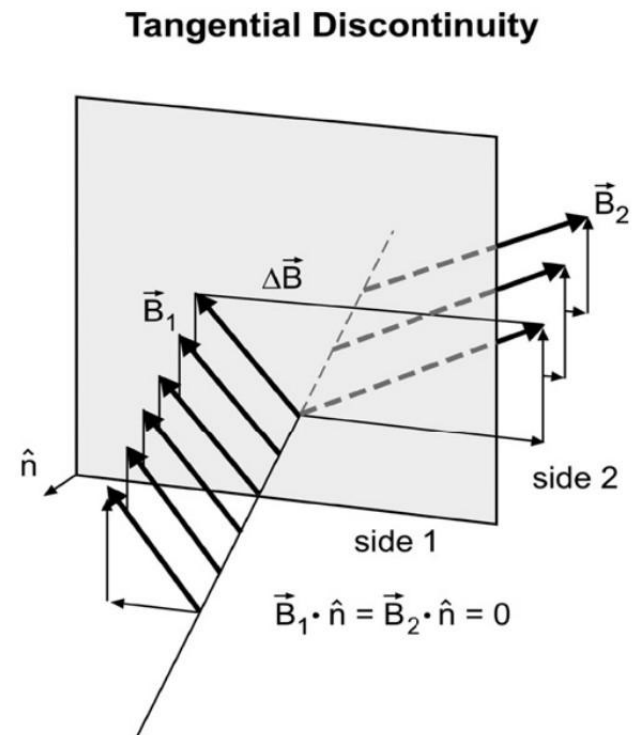
動壓、磁壓平衡模擬的假設

因為磁層頂唯一切向不連續面，可從不連續條件得到：

$$K\rho_{\infty}u_{\infty}^2\cos^2\theta + P_0 = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

而法向量可用不連續面兩側磁場外積得到：

$$\hat{n} = \frac{\vec{B}_1 \times \vec{B}_2}{|\vec{B}_1 \times \vec{B}_2|}$$



Newtonian Approximation

從論文中可得知分流常數K可從空氣動力學經驗公式求得，稱作 Newtonian Approximation:

$$\frac{P_{st}}{\rho_{\infty} u_{\infty}^2} = 0.881 \cdot \frac{5M_{\infty}^2}{5M_{\infty}^2 - 1}$$

代入平衡式即可求出分流常數K:

$$K = 0.881 \cdot \frac{5M_{\infty}^2}{5M_{\infty}^2 - 1} - \frac{P_{\infty}}{\rho_{\infty} u_{\infty}^2}$$

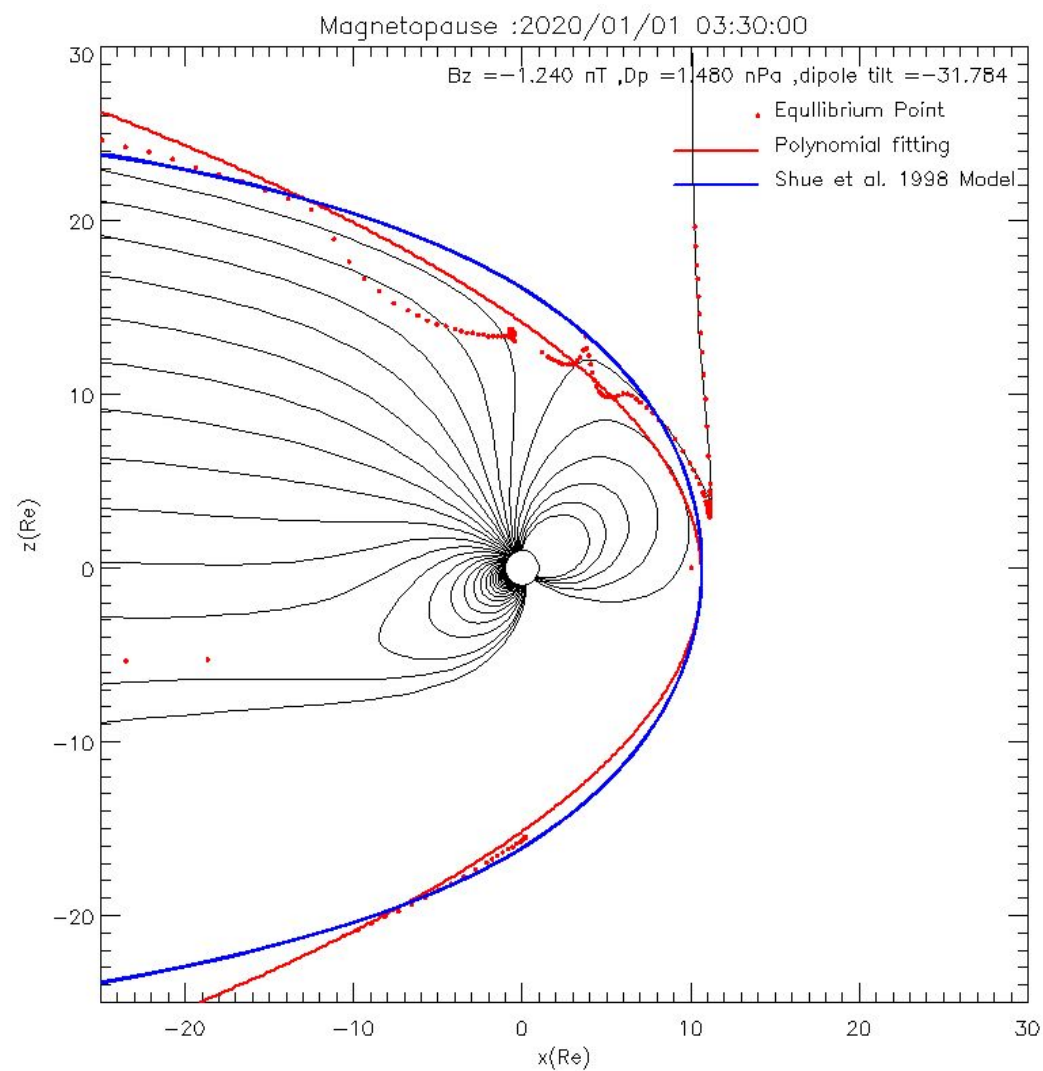
模擬物理假設

1. 假設太陽風為一均勻流場 $\overrightarrow{u_{sw}} = -u_0 \hat{x}$
2. 假設行星際磁場也為一個均勻磁場。

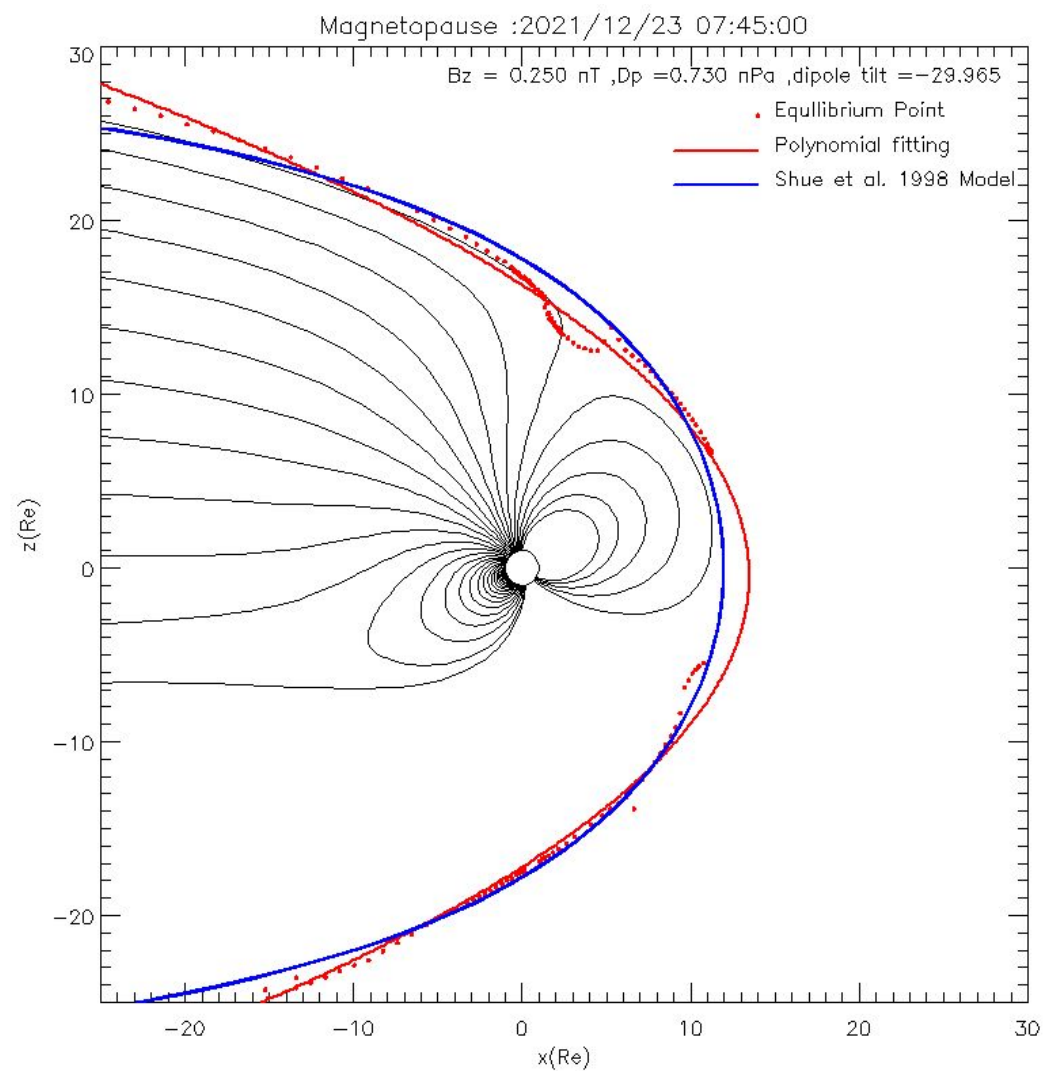
模擬方法

- 1.用CDAWeb上OMNI資料庫的太陽風密度、溫度算馬赫數，再利用動壓，行星際磁場代入模式中。
- 2.用IDL趨動Tsyganenko geopack以最外圍磁場線的磁場和行星際磁場，算出法向量並求出和太陽風方向的夾角。
- 3.用IDL找出平衡點，用二次多項式擬合繪出，並加上Shue et al. 1998模式進行比較。

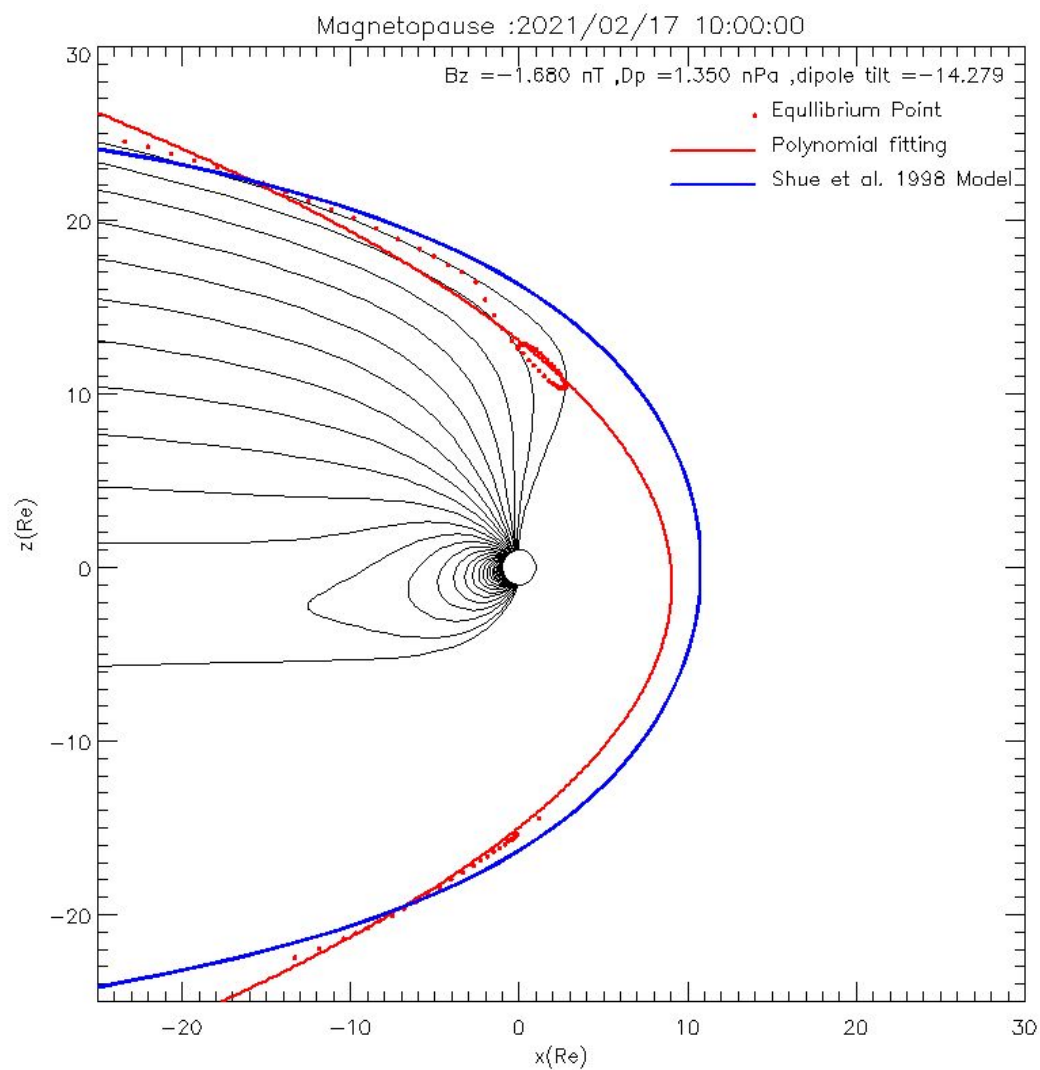
目前成果:IDL模擬一般情形



目前成果:IDL模擬磁場重聯



目前成果:IDL模擬持續南向行星際磁場



參考文獻

- Journal of Geophysical Research 1896-1977 - 1 April 1964 - Mead - Shape of the geomagnetic field solar wind boundary
- [fdocuments.in_introduction-to-space-physics-kivelson](#)
- Journal-of-Geophysical-Research-Space-Physics-1996-Sotirelis-The-shape-and-field-of-the-magnetopause-as-determined from pressure balance