

利用太陽風動壓與磁壓平衡模擬磁層頂位置

彭楷庭、張以侑、賴諺謀

大綱

- 1.模型假設與推導
- 2.用太陽風事件資料運行模式的結果
- 3.用不同的方法作擬合的結果

模型假設與推導

切向不連續面的跳躍條件

我們可以從磁流體力學(MHD)動量方程知道:

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = -\nabla P + \vec{j} \times \vec{B}$$

其中，穩態(Steady State)動量方程守恆式形式為:

$$\frac{\partial(\rho\vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{u}\vec{u}) = \nabla \cdot (\rho\vec{u}\vec{u}) = \nabla \cdot \left[\left(P + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) \vec{1} - \frac{\vec{B}\vec{B}}{\mu_0} \right]$$

切向不連續面的跳躍條件

由於電張力、磁張力為切向力，不考慮進法向跳躍條件，由此可推導出不連續面的法向跳躍條件如下：

$$\left[\rho u_n^2 + P + \frac{B^2}{2\mu_0} \right] = 0$$

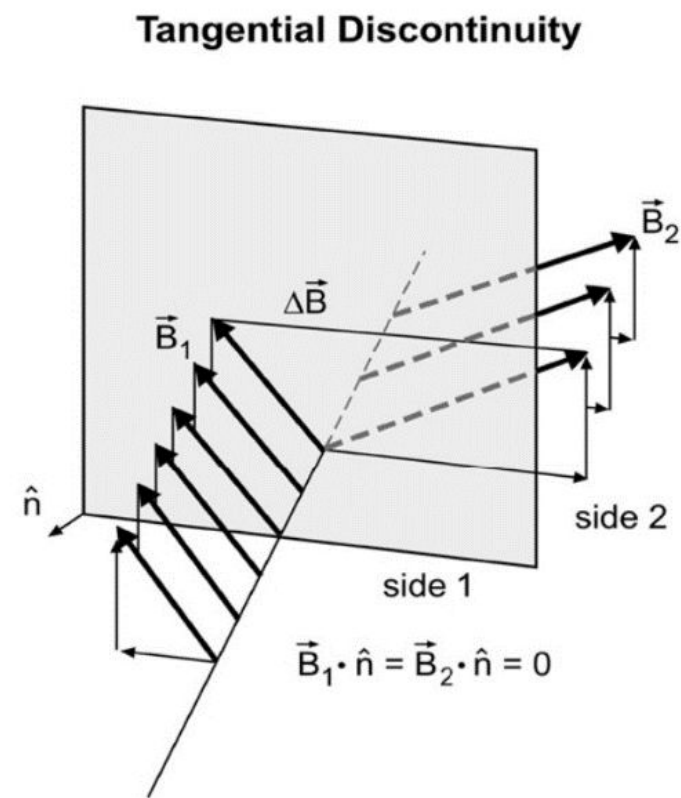
動壓、磁壓平衡模擬的假設

因為磁層頂唯一切向不連續面，可從不連續條件得到：

$$K\rho_{\infty}u_{\infty}^2\cos^2\theta + P_0 = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

而法向量可用不連續面兩側磁場外積得到：

$$\hat{n} = \frac{\vec{B}_1 \times \vec{B}_2}{|\vec{B}_1 \times \vec{B}_2|}$$



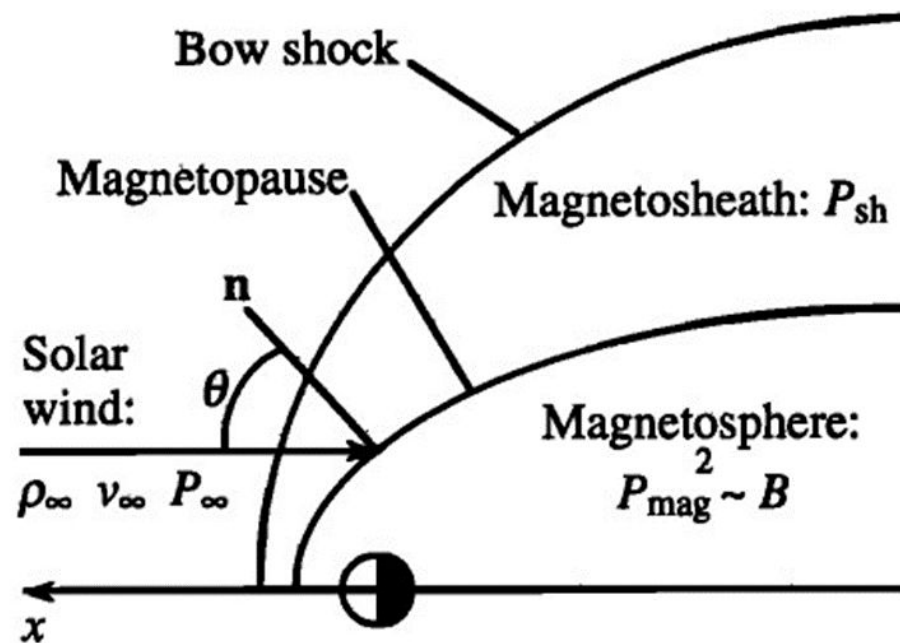
動壓、磁壓平衡模擬的假設

磁鞘太陽風受磁層頂分流的動壓為：

$$P_{sh} = K \rho_{\infty} u_{\infty}^2 \cos^2 \theta + P_0$$

地球磁層的磁壓為：

$$P_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$



Newtonian Approximation

從論文中可得知分流常數K可從空氣動力學經驗公式求得，稱作 Newtonian Approximation:

$$\frac{P_{st}}{\rho_{\infty} u_{\infty}^2} = 0.881 \cdot \frac{5M_{\infty}^2}{5M_{\infty}^2 - 1}$$

代入平衡式即可求出分流常數K:

$$K = 0.881 \cdot \frac{5M_{\infty}^2}{5M_{\infty}^2 - 1} - \frac{P_{\infty}}{\rho_{\infty} u_{\infty}^2}$$

模擬物理假設

1. 假設太陽風為一均勻流場 $\vec{u}_{sw} = -u_0 \hat{x}$
2. 假設行星際磁場也為一個均勻磁場。

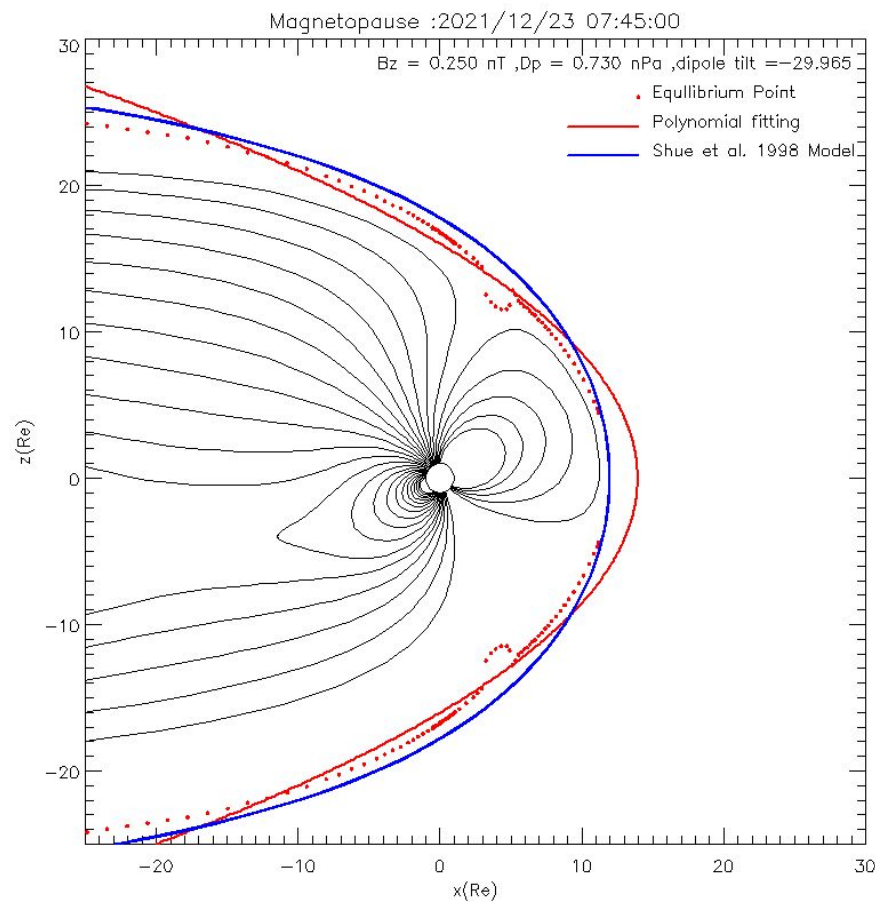
模擬方法

- 1.用CDAWeb上OMNI資料庫的太陽風密度、溫度算馬赫數，再利用動壓，行星際磁場代入模式中。
- 2.用IDL趨動Tsyganenko geopack(TS04)以最外圍磁場線的磁場和行星際磁場，算出法向量並求出和太陽風方向的夾角。
- 3.用IDL找出平衡點，用二次多項式擬合繪出，並加上Shue et al. 1998模式進行比較。

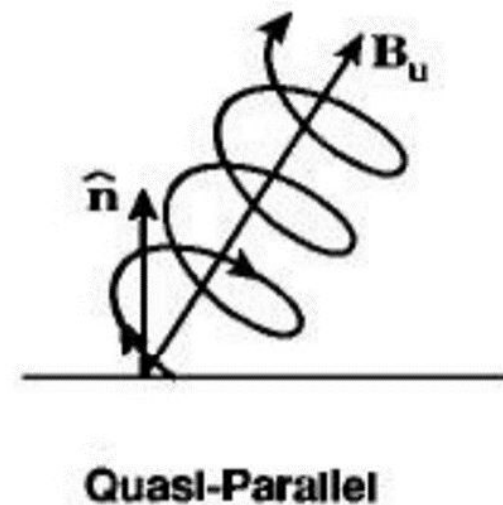
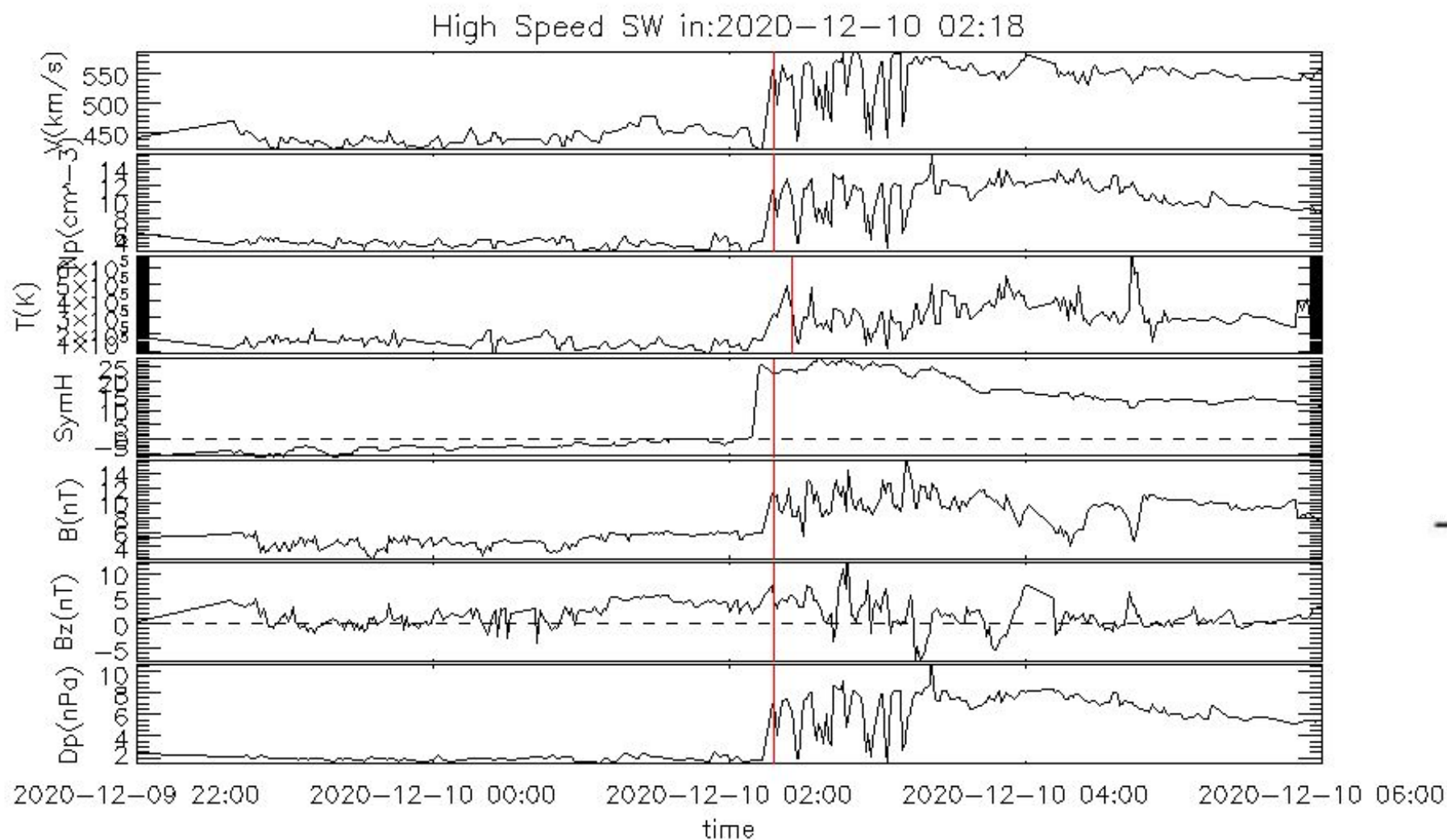
用事件模擬的結果

2021年12月23日 UT 10:00 磁場重聯

南向行星際磁場和地球磁層磁場重聯，使磁層頂被一層層剝開。

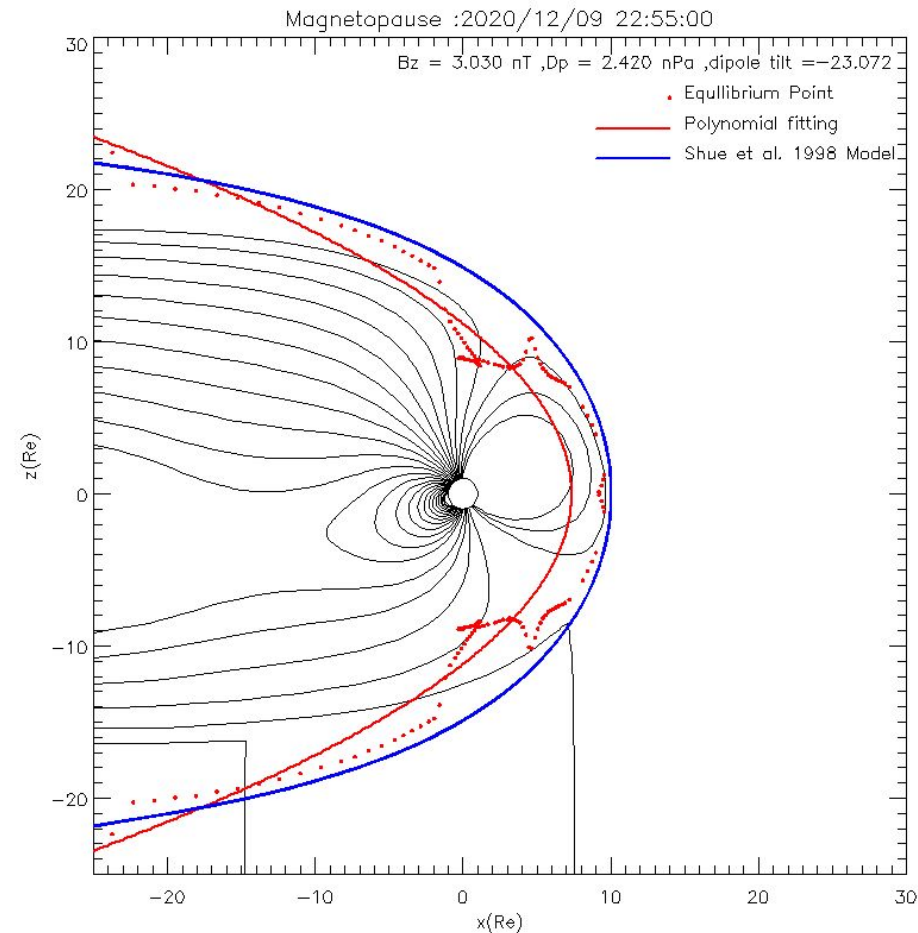


2020年12月10日 UT 02:00 Quasi-Parallel Shock

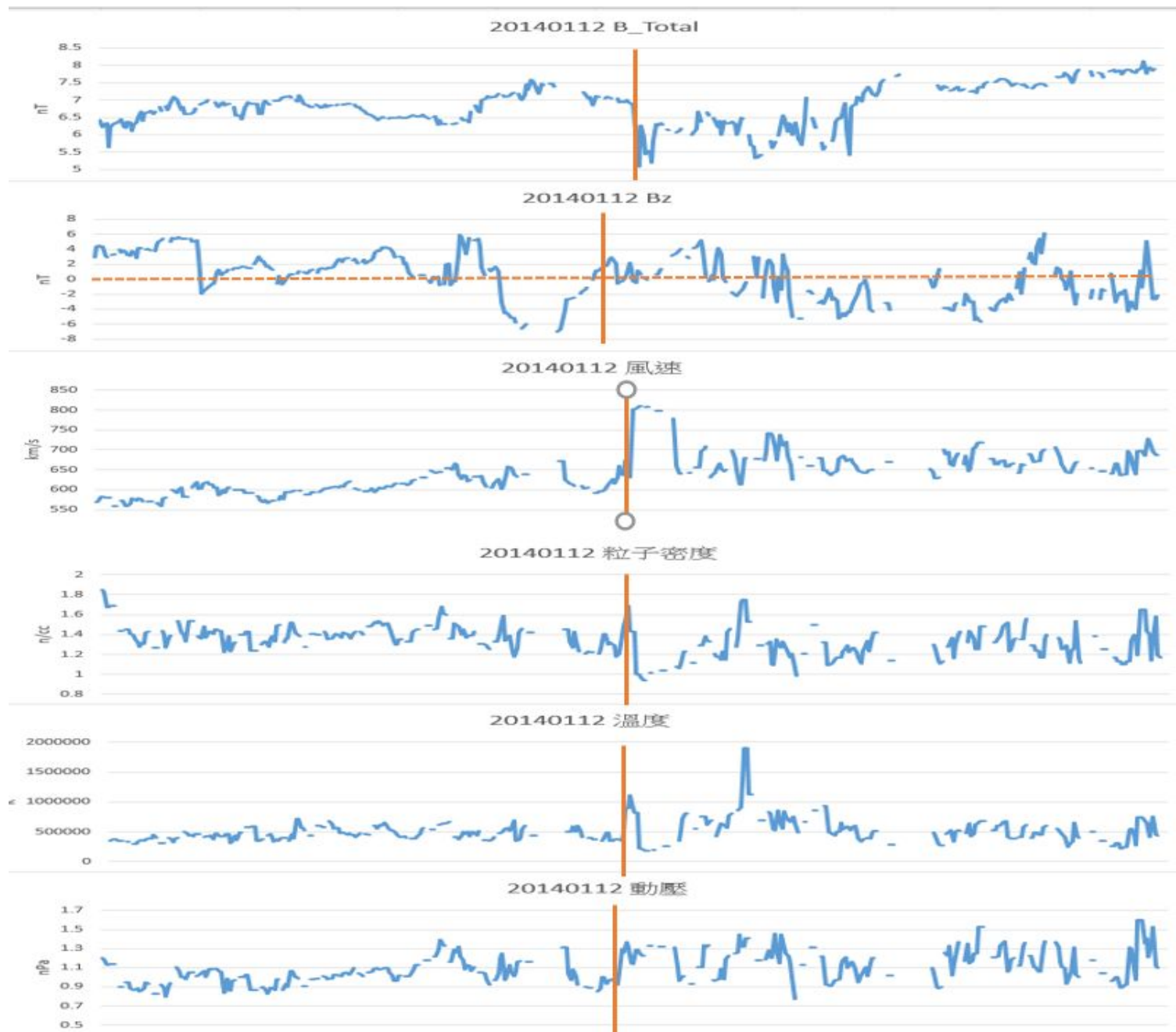


2020年12月10日 UT 02:00 Quasi-Parallel Shock

動壓持續增強的事件，未出現南向行星際磁場，磁層頂被壓縮。

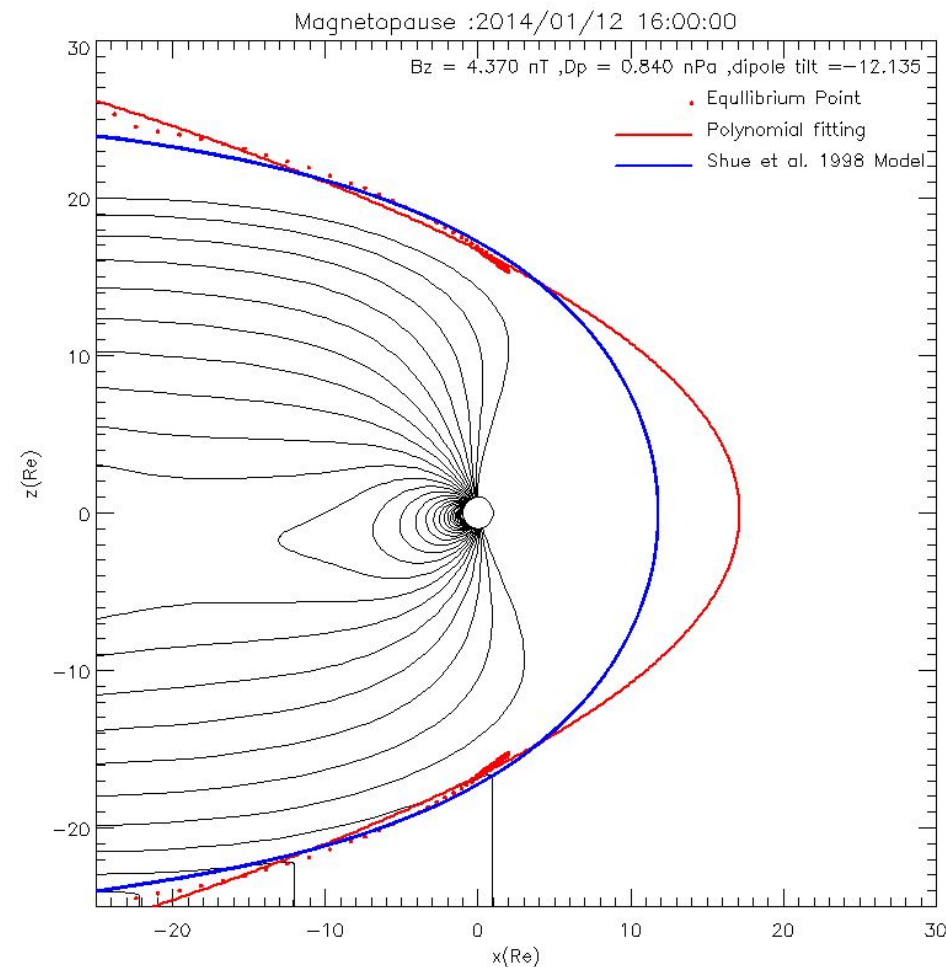


2014年1月12日 UT 20:00

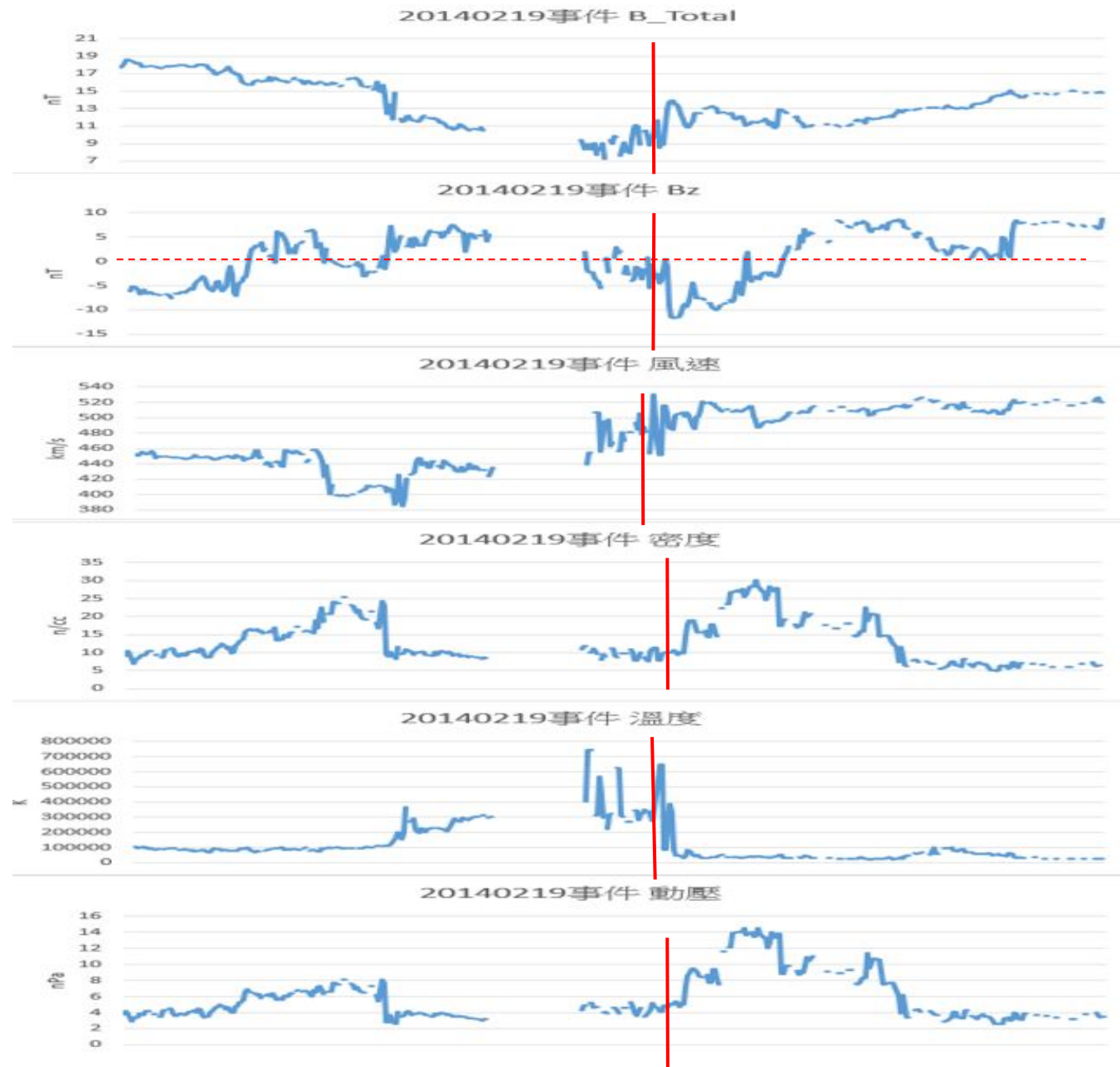


2014年1月12日 UT 20:00

雖然這起事件不太明顯，但還是能看到一點磁重聯和磁力線剝離的現象發生

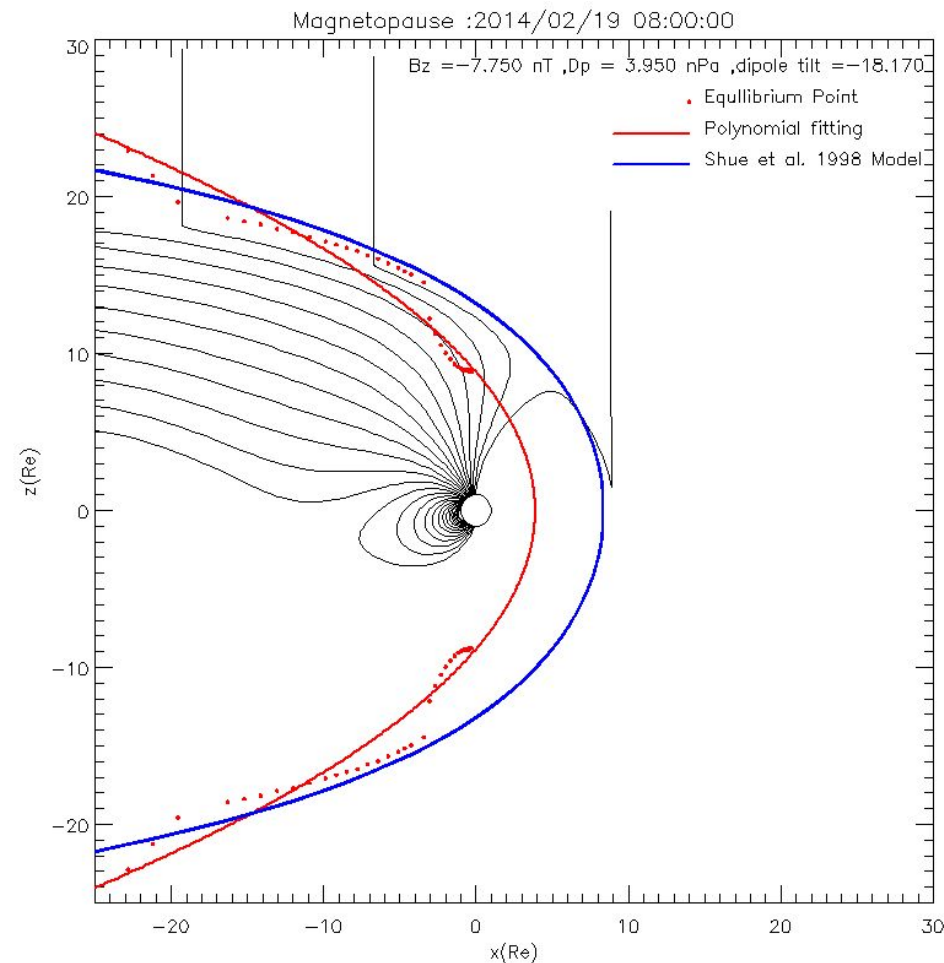


2014年2月19日 UT 12:00

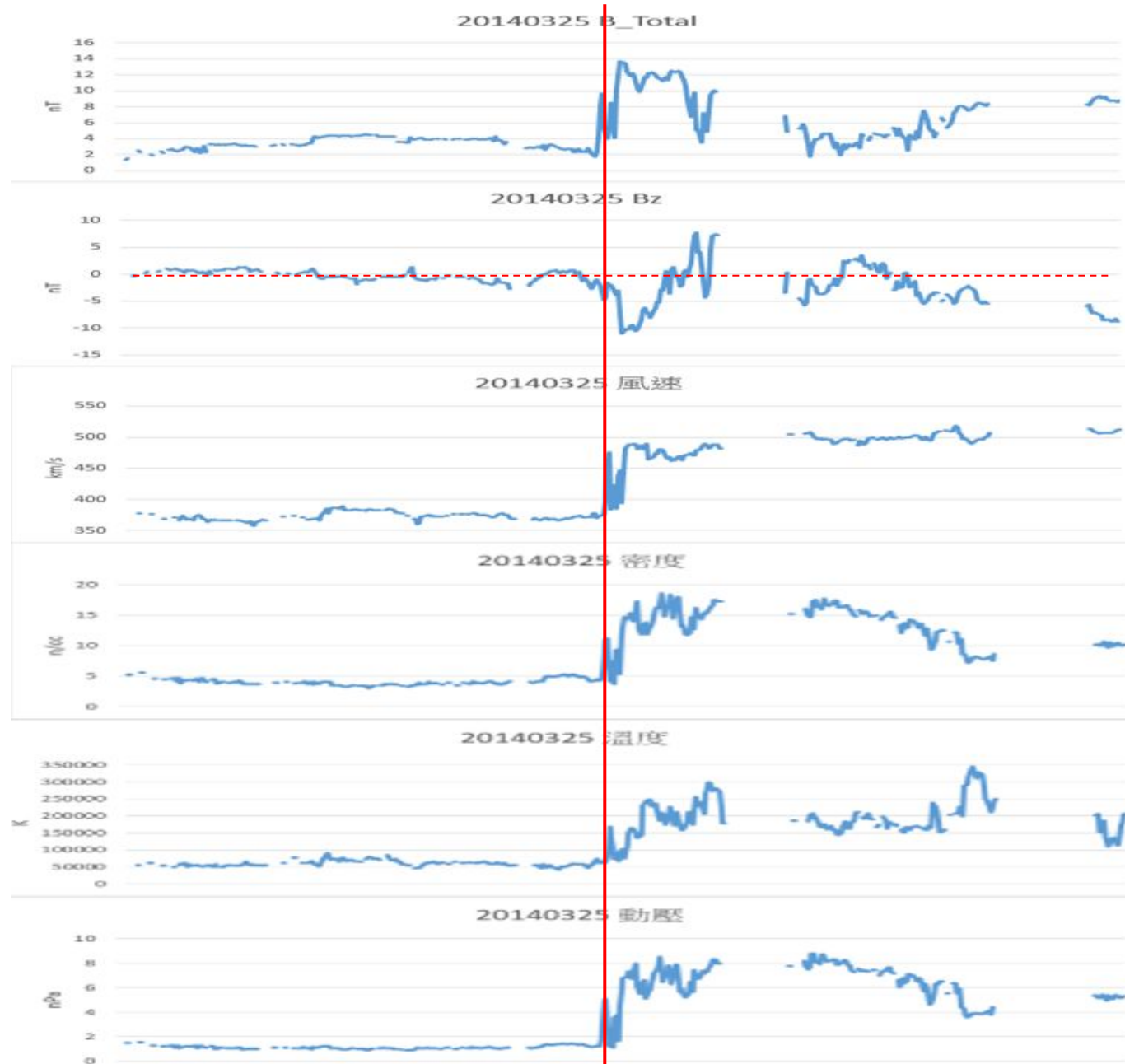


2014年2月19日 UT 12:00

此次事件基本確定為磁暴事件，而因為動壓非常高(>10nPa)所以被磁層頂壓縮的非常小

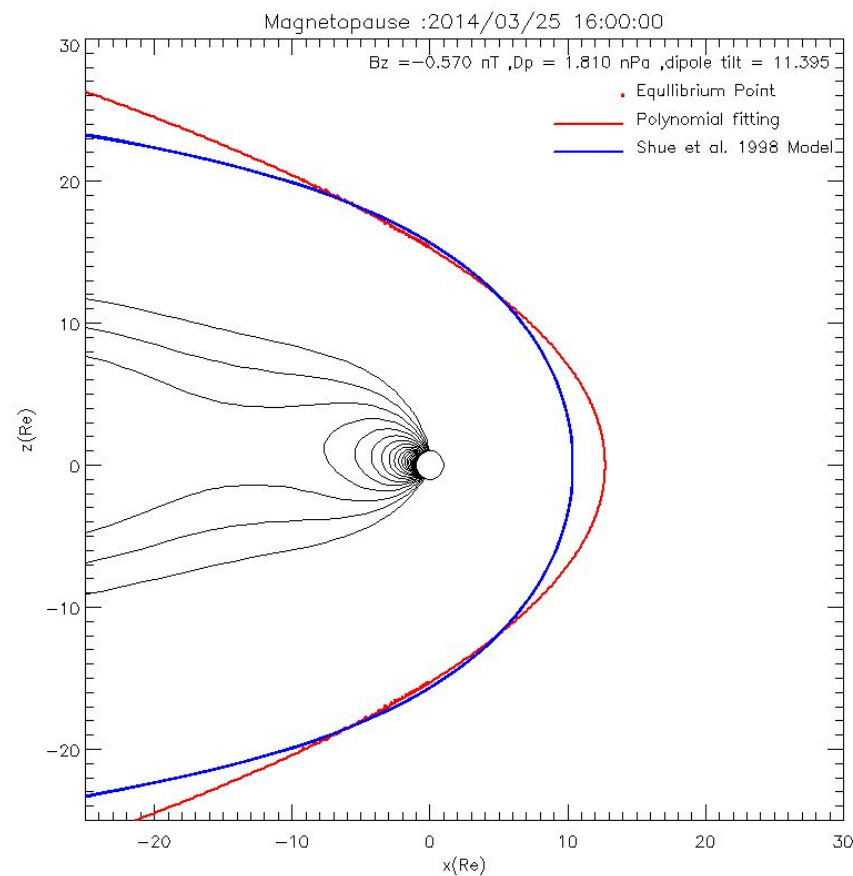


2014年03月25日 UT20:00磁暴事件



2014年03月25日 UT20:00

南向 B_z 使磁尾磁層頂半徑增加，動壓急遽的增強導致磁層頂極度的壓縮



機器學習與一般擬合之差別分析

原理與判斷標準

- 使用matlab函數: 一般擬合: polyfit、機器學習擬合: fitnlm
- 判斷標準: R平方(R-squared), 又稱作判定係數(Coefficient of Determination)
- 另一判斷標準是p-value, 理論上p值小於0.05模型就相當可靠, 目前測試出來都遠小於0.05, 所以判斷重點為R值
- 擬合階數都設定為4, 2021年12月23日 UT 8:00~12:00 磁場重聯為這次測試的database, 切成100個時間點觀察

R-squared

計算方式: 1 - 殘差平方和/平均數誤差平方和

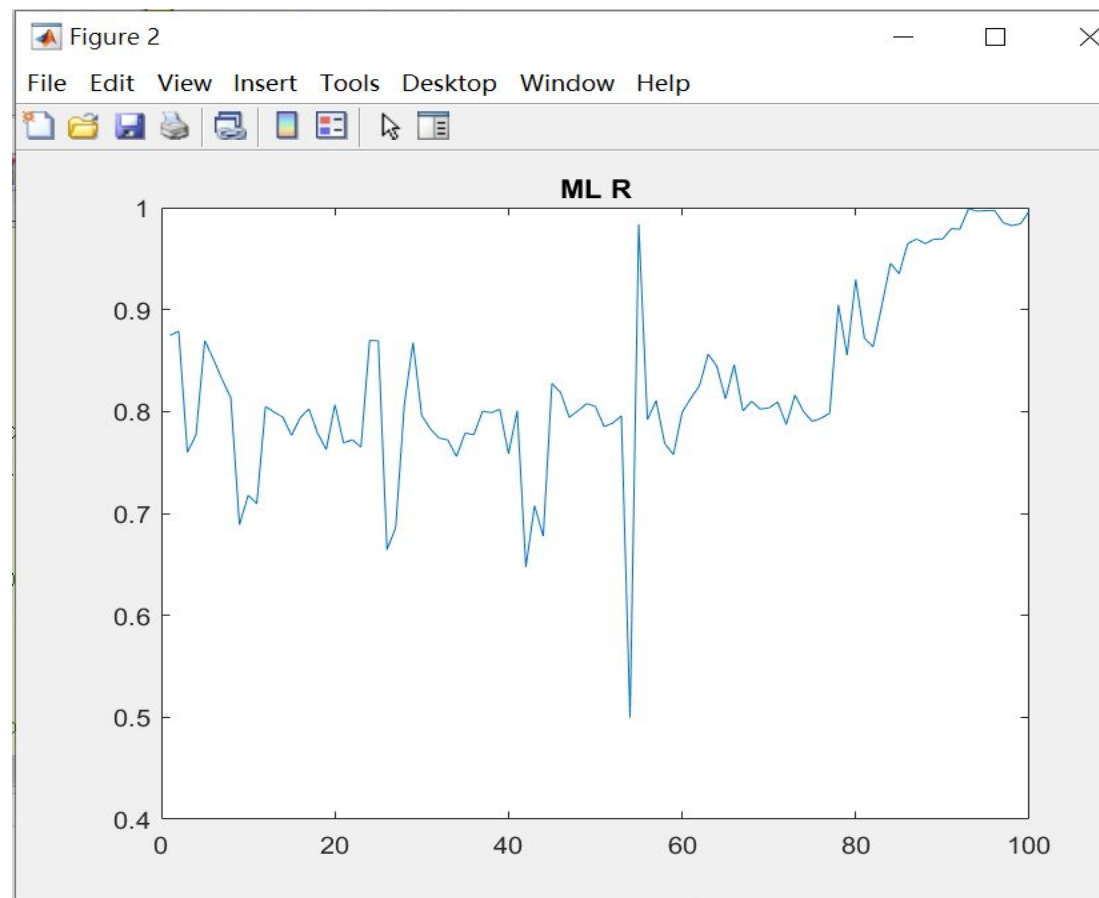
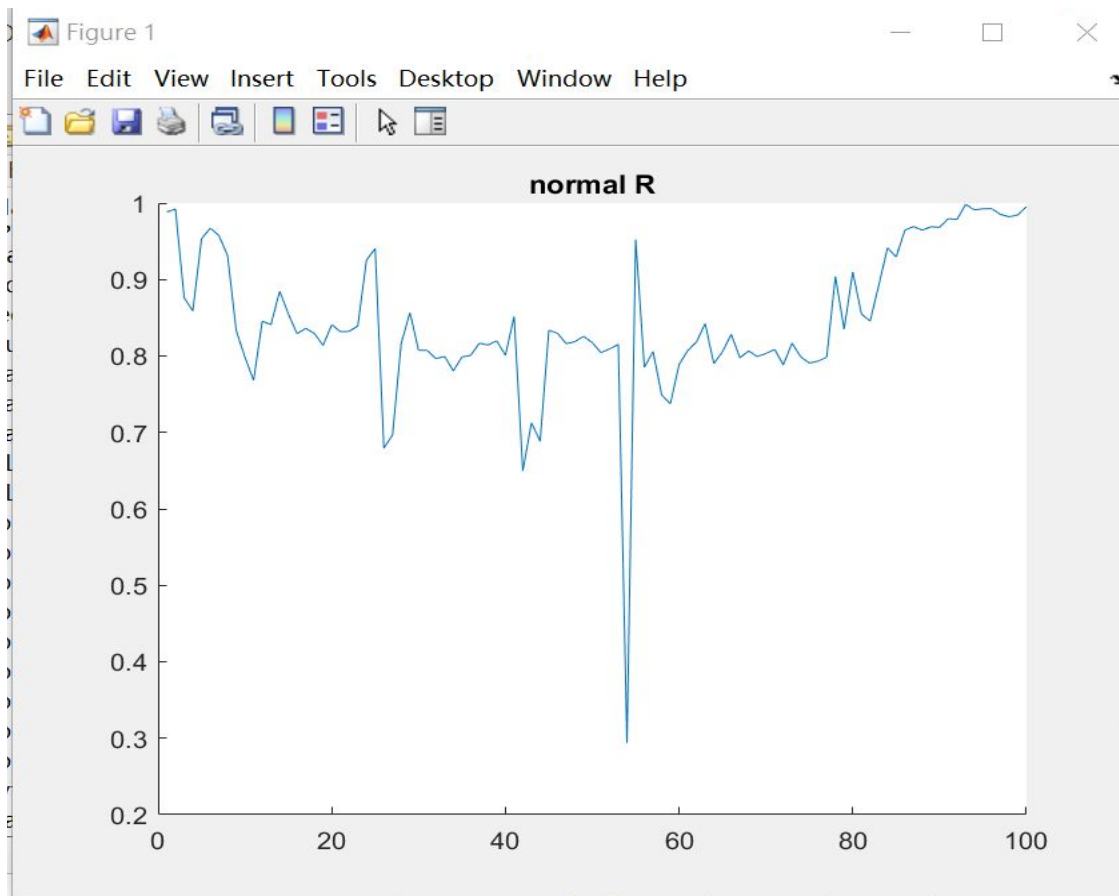
$$R = 1 - \frac{\sum_i (y_i - f_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}$$

\bar{y} : y 的平均值

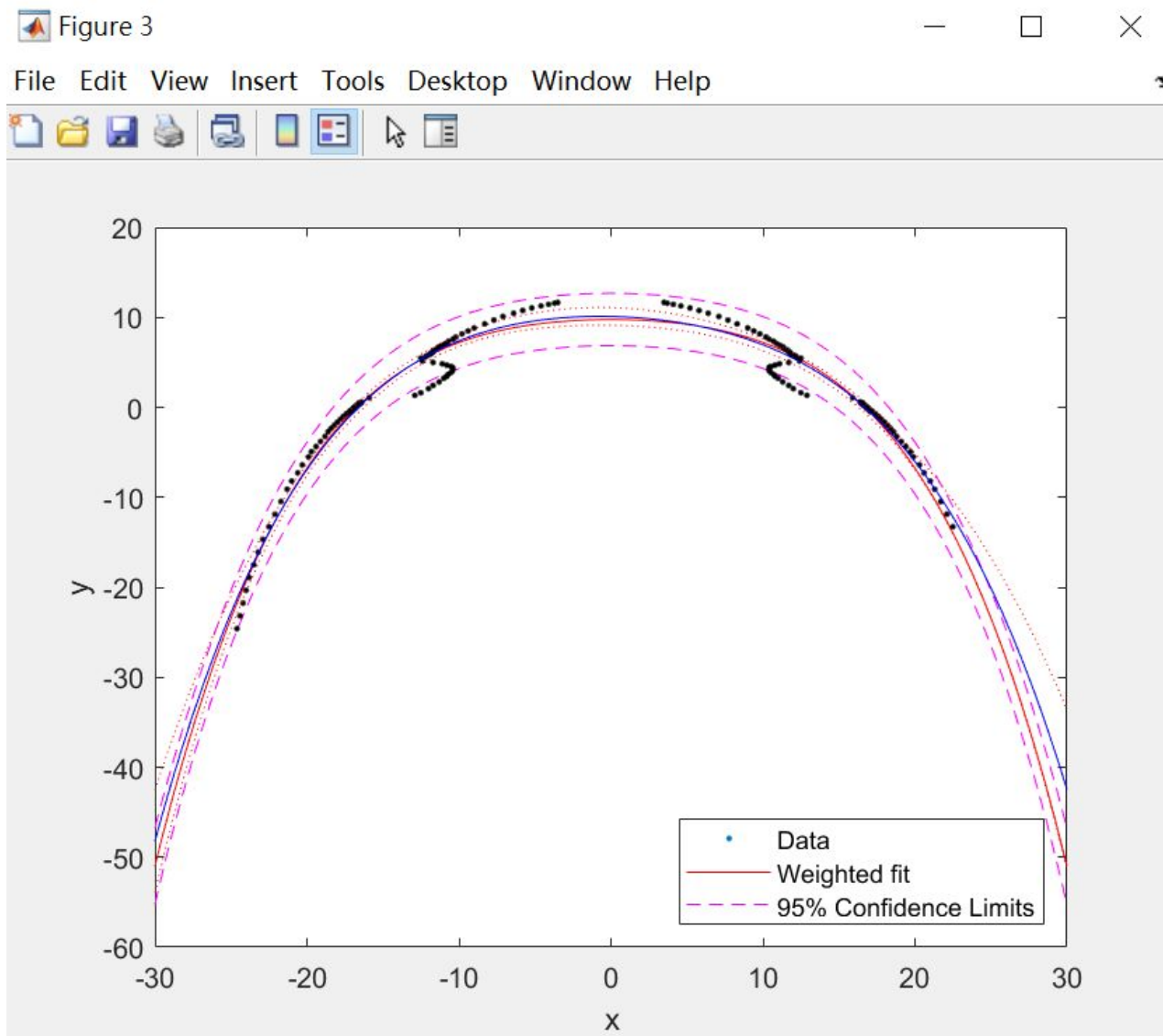
f 為模型判斷出來的新數值

值一定落在0~1之間, 1最好, 0最壞

一般擬合與機器學習擬合之R-squared



特殊點($R \approx 0.9$)



紅色線:一般擬合

藍色線:機器學習擬合

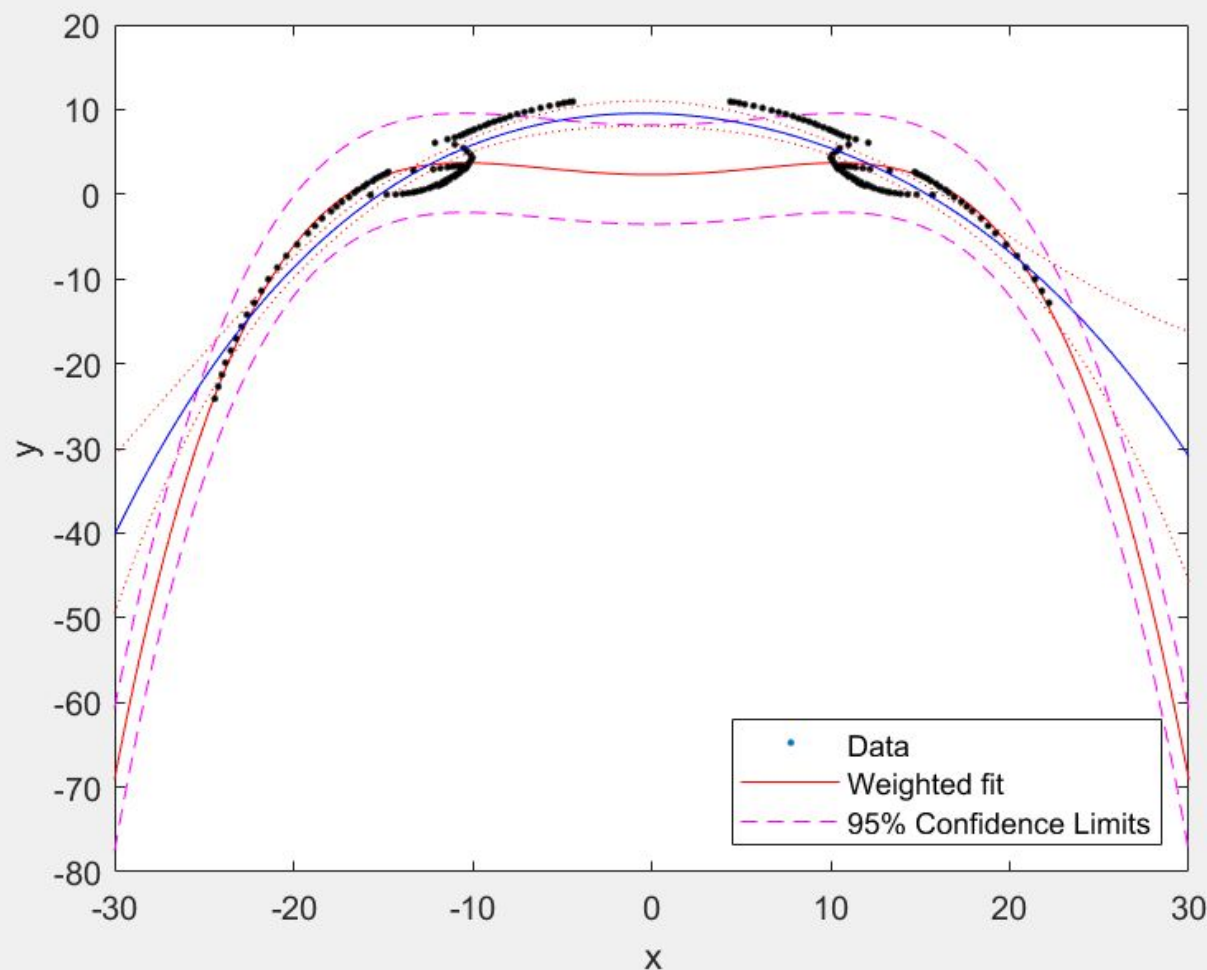
粉色線段:一般擬合之
95%信心區間

紅點線段:機器學習擬合
之95%信心區間

(0,0):地球位置

正y軸:指向太陽

特殊點($R \approx 0.8$)

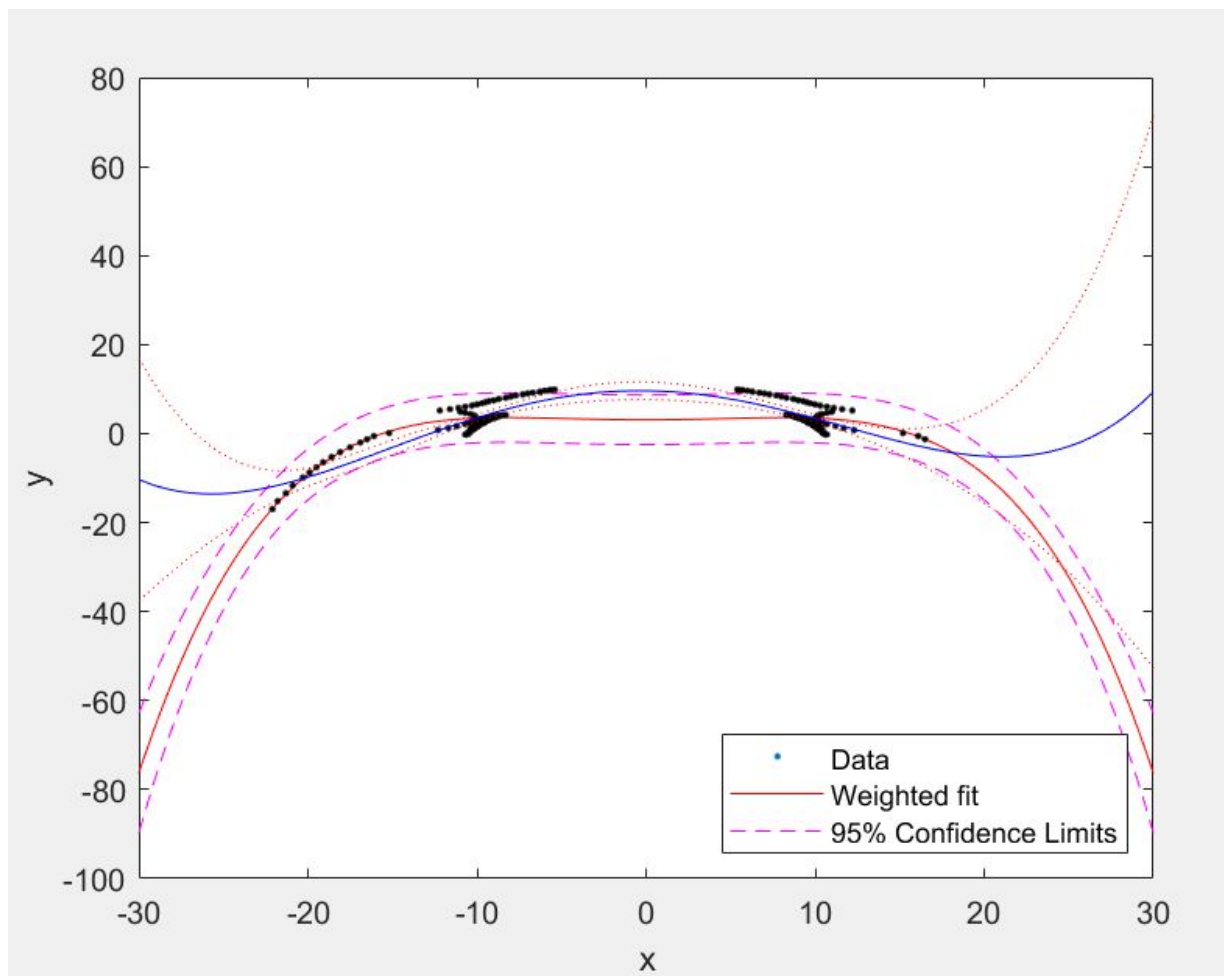


日下點

機器學習: $9.5Re$

一般擬合: $2.3Re$

特殊點($R \approx 0.7$)

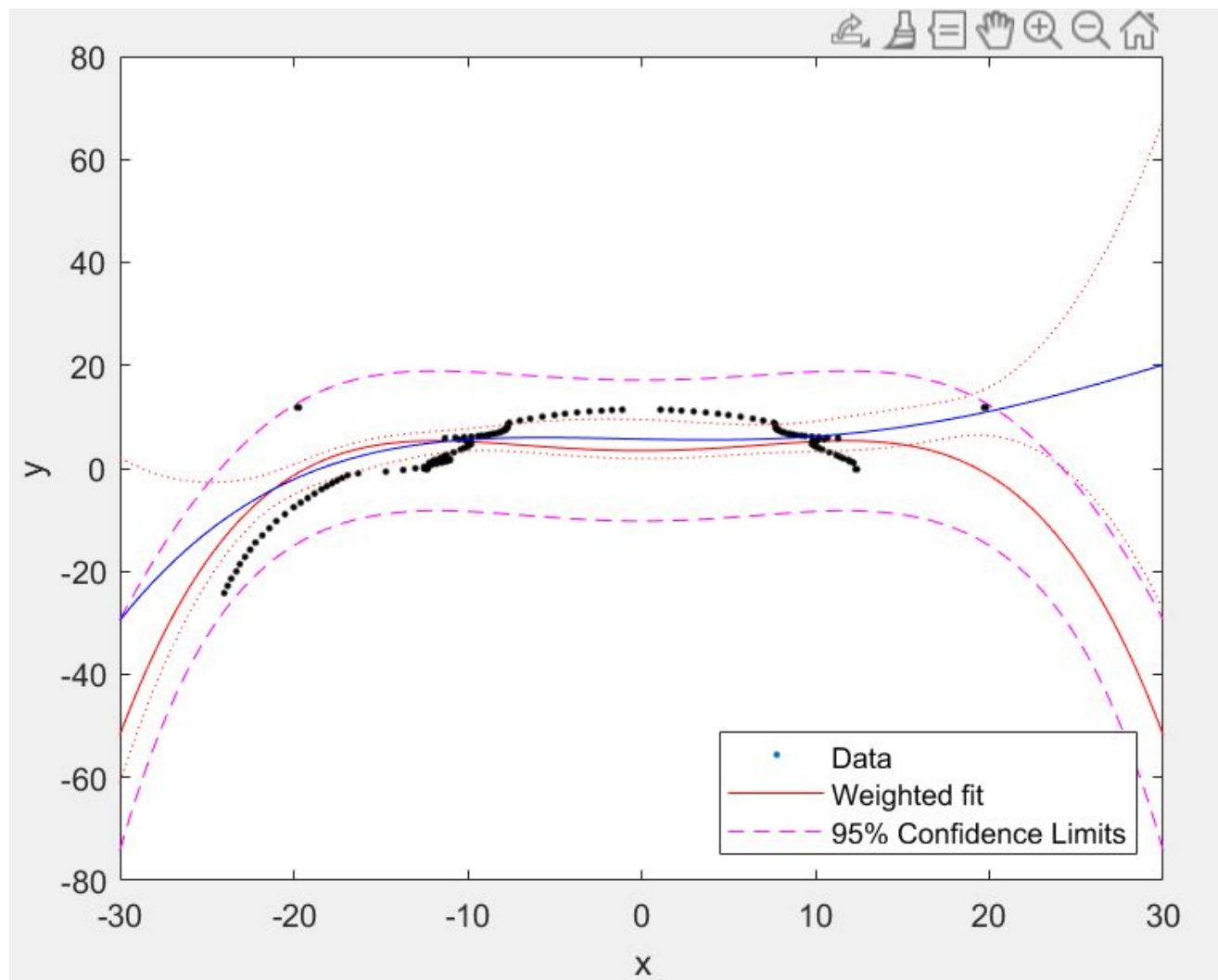


日下點

機器學習: $9.6Re$

一般擬合: $3Re$

特殊點($R \approx 0.3$)



日下點

機器學習: $5.6Re$

一般擬合: $3.5Re$

結論:機器學習

以R-squared來說，雖然一般擬合數值較機器學習高，但是擬合出來的線並不理想。跟一般磁層頂的曲線出入較大。

另外，機器學習很容易受到異常值的影響而變形。

R-squared落在0.8以上，機器學習擬合的結果較為穩定

R-squared落在0.9以上，則機器學習跟一般擬合出入不大。

未來計畫

改變階數，觀察擬合成果

透過給定的行星際磁場與動壓，跑出特定的磁層頂

參考資料

- Journal-of-Geophysical-Research-Space-Physics-1996-Sotirelis-The-shape-and-field-of-the-magnetopause-as-determined from pressure balance