Berechnungen und Logik
Hausaufgabenserie 8

Henri Heyden, Nike Pulow
stu240825, stu239549

A1

Vor.: $L := \{\langle M \rangle \in \{0,1\}^* | \forall w : w \in L(M) \Leftrightarrow w = w^R\}$
Beh.: L ist unentscheidbar.
Bew.: Sei $f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*, \langle M \rangle \mapsto \langle M \circ l \rangle$, wobei $l \in L$ und $\circ$ so, dass erst M berechnet wird und dann l berechnet wird.
$M \circ l \in L$ gilt also genau dann, wenn M und l in einem akzeptierenden Zustand enden.
Dann gilt: $w \in \mathrm{HALT}^{\epsilon}_{\mathrm{TM}} \Rightarrow f(w) \in L$ und $w \notin \mathrm{HALT}^{\epsilon}_{\mathrm{TM}} \Rightarrow f(w) \notin L$.[1]
Somit sind beide Richtungen gezeigt damit f Reduktionsfunktion für die Reduktion $\mathrm{HALT}^{\epsilon}_{\mathrm{TM}} \leq L$ ist.
Nach Satz „Eigenschaften der Reduktion" ist somit L nicht entscheidbar. $\square$

A2

a)

Es gilt: $\overline{\mathrm{NONSTOP}^{\epsilon}_{\mathrm{TM}}} = \mathrm{HALT}^{\epsilon}_{\mathrm{TM}}$. Wir zeigen also, dass $\mathrm{HALT}^{\epsilon}_{\mathrm{TM}}$ erkennbar ist.
Folgende Turingmaschine erkennt $\mathrm{HALT}^{\epsilon}_{\mathrm{TM}}$:

$$M : \{0,1\}^* \to \mathbb{B}, \langle w \rangle \mapsto \begin{cases} \text{wahr} & \text{hält } w? \\ \text{falsch} & \text{sonst} \end{cases}$$

Diese TM erkennt dann also alle haltenden Turingmaschinen, hält sie nicht interessiert uns das nicht, da wir nur zeigen wollten, dass $\mathrm{NONSTOP}^{\epsilon}_{\mathrm{TM}}$ co-erkennbar ist. $\square$

[1] Wir haben hier die Äquivalenz aufgeteilt und die Zweite, also die „Rückrichtung" mittels Kontraposition gezeigt.

b)

Definiere die TM H so, dass H für jede Eingabe hält, außer der leeren Eingabe, also ϵ. Sei $f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*, \langle w \rangle \mapsto \langle w \circ H \rangle$ so, dass $w \circ H$ erst w simuliert und dann H simuliert für die gleiche Eingabe.
Dann gilt folgendes:
Ist $\langle w \rangle \in \text{NONSTOP}^{\epsilon}_{\text{TM}}$, dann hält $w \circ H$, also $f(w)$ „decodiert" für keine Eingabe, also es gilt $f(w) = \langle w \circ H \rangle \in \text{NONSTOP}_{\text{TM}}$.
Ist $\langle w \rangle \notin \text{NONSTOP}^{\epsilon}_{\text{TM}}$, dann existiert ein Eingabewort, sodass w hält und damit dann auch $w \circ H$, also gilt dann $f(w) = \langle w \circ H \rangle \notin \text{NONSTOP}_{\text{TM}}$.
Somit eignet sich f als Reduktionsfunktion für die zu zeigende Reduktion $\text{NONSTOP}^{\epsilon}_{\text{TM}} \leq \text{NONSTOP}_{\text{TM}}$. $\square$