

Berechnungen und Logik

Hausaufgabenserie 8

Henri Heyden, Nike Pulow

stu240825, stu239549

A1

Vor.: $L := \{\langle M \rangle \in \{0, 1\}^* \mid \forall w : w \in L(M) \Leftrightarrow w = w^R\}$

Beh.: L ist unentscheidbar.

Bew.: Sei $f : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$, $\langle M \rangle \mapsto \langle M \circ l \rangle$, wobei $l \in L$ und \circ so, dass erst M berechnet wird und dann l berechnet wird.

$M \circ l \in L$ gilt also genau dann, wenn M und l in einem akzeptierenden Zustand enden.

Dann gilt: $w \in \text{HALT}_{\text{TM}}^\epsilon \Rightarrow f(w) \in L$ und $w \notin \text{HALT}_{\text{TM}}^\epsilon \Rightarrow f(w) \notin L$.¹

Somit sind beide Richtungen gezeigt damit f Reduktionsfunktion für die Reduktion $\text{HALT}_{\text{TM}}^\epsilon \leq L$ ist.

Nach Satz „Eigenschaften der Reduktion“ ist somit L nicht entscheidbar. \square

A3

a)

Es gilt: $\overline{\text{NONSTOP}_{\text{TM}}^\epsilon} = \text{HALT}_{\text{TM}}^\epsilon$. Wir zeigen also, dass $\text{HALT}_{\text{TM}}^\epsilon$ erkennbar ist.

Folgende Turingmaschine erkennt $\text{HALT}_{\text{TM}}^\epsilon$:

$$M : \{0, 1\}^* \rightarrow \mathbb{B}, \langle w \rangle \mapsto \begin{cases} \text{wahr} & \text{hält } w? \\ \text{falsch} & \text{sonst} \end{cases}$$

Diese TM erkennt dann also alle haltenden Turingmaschinen, hält sie nicht interessiert uns das nicht, da wir nur zeigen wollten, dass $\text{NONSTOP}_{\text{TM}}^\epsilon$ co-erkennbar ist. \square

¹Wir haben hier die Äquivalenz aufgeteilt und die Zweite, also die „Rückrichtung“ mittels Kontraposition gezeigt.

b)

Definiere die TM H so, dass H für jede Eingabe hält, außer der leeren Eingabe, also ϵ . Sei $f : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$, $\langle w \rangle \mapsto \langle w \circ H \rangle$ so, dass $w \circ H$ erst w simuliert und dann H simuliert für die gleiche Eingabe.

Dann gilt folgendes:

Ist $\langle w \rangle \in \text{NONSTOP}_{\text{TM}}^\epsilon$, dann hält $w \circ H$, also $f(w)$ „decodiert“ für keine Eingabe, also es gilt $f(w) = \langle w \circ H \rangle \in \text{NONSTOP}_{\text{TM}}$.

Ist $\langle w \rangle \notin \text{NONSTOP}_{\text{TM}}^\epsilon$, dann existiert ein Eingabewort, sodass w hält und damit dann auch $w \circ H$, also gilt dann $f(w) = \langle w \circ H \rangle \notin \text{NONSTOP}_{\text{TM}}$.

Somit eignet sich f als Reduktionsfunktion für die zu zeigende Reduktion $\text{NONSTOP}_{\text{TM}}^\epsilon \leq \text{NONSTOP}_{\text{TM}}$. \square