Berechnungen und Logik
Hausaufgabenserie 5

Henri Heyden, Nike Pulow
stu240825, stu239549

A1

a)

L_n für $n = 3$ enthält alle Wörter $w \in A^*$, welche an drittletzter Stelle eine 1 enthalten. Darüber hinaus gilt $|w| \geq 3$.

b)

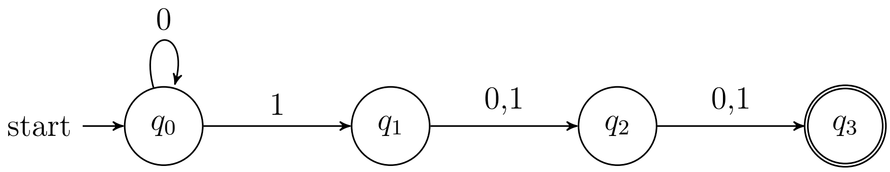
(1) Der finale Zustand ist q_3 anstelle von q_2.

(2) Die Zustandstransition $q_0 \to q_0$ wird für Eingabe 1 hinzugefügt.

(3) Die Zustandstransition $q_1 \to q_2$ wird für Eingabe 0 hinzugefügt.

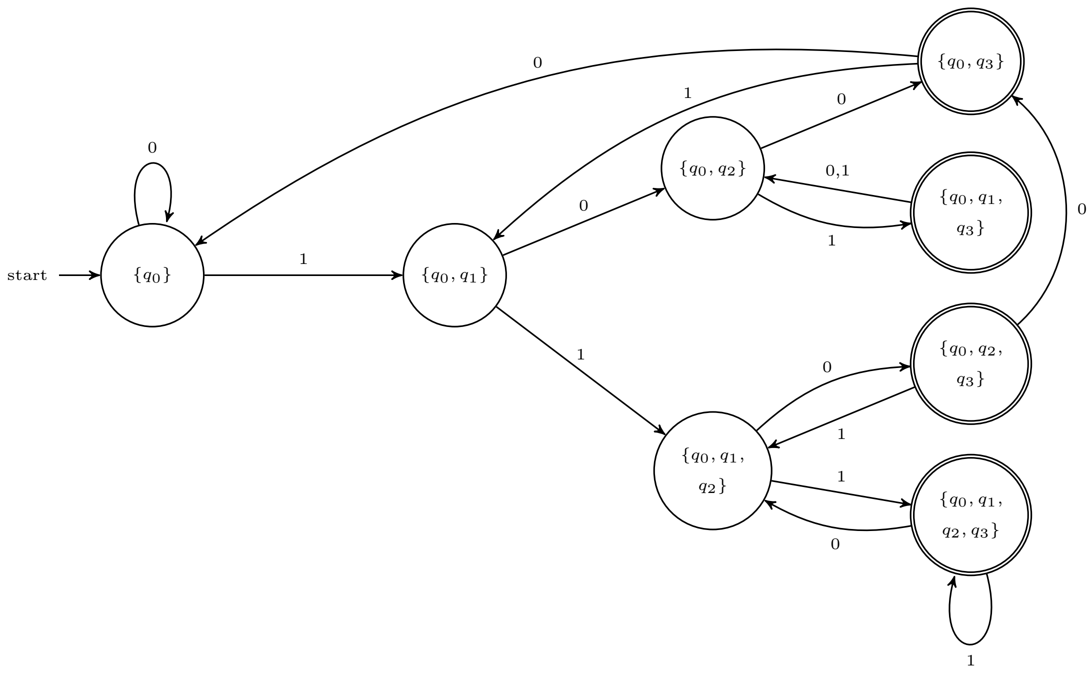
(4) Die Zustandstransition $q_1 \to q_2$ wird für Eingabe 1 hinzugefügt.

Mit diesen Korrekturen erhalten wir folgenden Automaten:



c)

[insert formale Definition here]


start
$\{q_0\}$
$\{q_0, q_1\}$
$\{q_0, q_2\}$
$\{q_0, q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$
$\{q_0, q_2, q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$
0
1
0,1

A2

a)

Wir definieren für $n \in \mathbb{N}_{\geq 1}$ einen nichtdeterministischen Automaten $\mathcal{A} = (Q^{\mathcal{A}}, A, \delta, I^{\mathcal{A}}, F^{\mathcal{A}})$, mit $n+1$ Zuständen, für die Sprache $L_n = \{w \in A^* \mid \exists u \in A^*, v \in A^{n-1} : w = u1v\}$ und das Alphabet $A = \{0,1\}$ wie folgt:

$$Q^{\mathcal{A}} = \{q_0, q_1, \ldots, q_n\}$$

$$A = \{0,1\}$$

$$F^{\mathcal{A}} = \{q_n\}$$

$$I^{\mathcal{A}} = \{q_0\}$$

δ	0	1
q_0	q_0	$\{q_0, q_1\}$
q_1	q_1	q_2
$\vdots$		
q_n	undefined	undefined

b)

Für $\mathcal{A}$ definieren wir den **DEA** $B = (Q, A, \delta', q_I, R)$, für ein beliebiges $n \in \mathbb{N}_{\geq 1}$, der die Sprache L aus Aufgabenteil **a)** akzeptiert, mit 2^n Zuständen wie folgt:

$Q = \mathcal{P}(Q^{\mathcal{A}})$

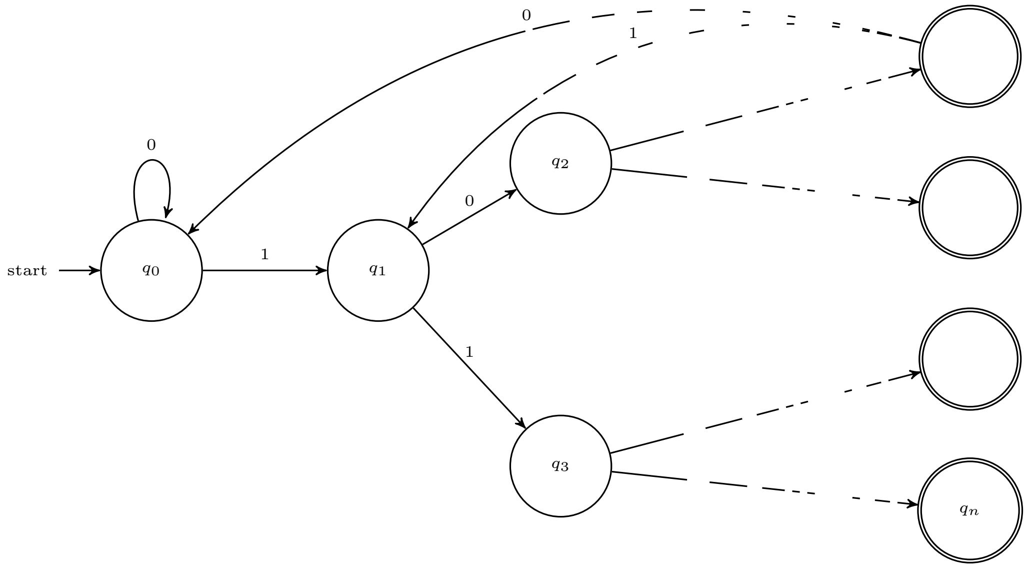
$A = \{0, 1\}$

$q_I = \{q_0\}$

$R \subset Q$

δ'	0	1
q_0	q_0	q_1
q_1	q_2	q_3
$\vdots$		
q_n	$q_{n-(\frac{1}{2}2^n)}$	q_n

Beachte außerdem folgende Beobachtungen bezüglich R:
Durch die Baumstruktur des DEA gilt für die Menge der finalen Zustände $|R| = \frac{1}{2}2^n$. Außerdem gilt offensichtlich $R \cap F^{\mathcal{A}} \neq \emptyset$.
Folgende Illustration soll die Struktur des DEA weiter verdeutlichen, wobei wir an dieser Stelle von Rückpfeilen größtenteils abgesehen haben, da der Fokus auf der allgemeinen Struktur und nicht auf der genauen Ausarbeitung liegt.



start
q_0
q_1
q_2
q_3
q_n
0
1
0
1
0
1

A4

a)

Für das Alphabet $A = \{a, b\}$ geben wir folgenden regulären Ausdruck R an, welcher alle Wörter w über A der Gestalt $w = uvu$ mit $u, v \in A^*$ und $|u| = 2$ beschreibt:

Hier noch ein ToDo: Die Wiederholung muss spezifiziert werden

$R = (a|b)(a|b)(a|b)^*(a|b)(a|b)$

b)

Für das Alphabet $Z = \{0, \dots, 9\}$ geben nwir folgenden regulären Ausdruck R an, welcher die Sprache aller $n \in Z^* \setminus (\{\epsilon\} \cup 0 \circ Z^+)$ beschreibt, für die $n \leq 1234$ gilt:

$((1|\dots|9) \mid ((1|\dots|9)(0|\dots|9)^*)) \mid$

$(1)(((1)(0|\dots|9)(0|\dots|9)) \mid (2)(((0|\dots|2)(0|\dots|9)) \mid ((3)(0|\dots|4))))$

A5

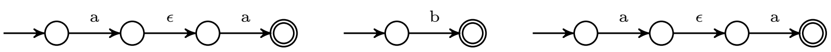
Für $R = r_1 \cdot r_2 \cdot \dots \cdot r_n$ mit $n \in \mathbb{N}$ definieren wir:

$get^{\circlearrowright} : Reg_A \to Reg_A, R \mapsto r_1^{\circlearrowright} \cdot r_2^{\circlearrowright} \cdot \dots \cdot r_n^{\circlearrowright} = S$

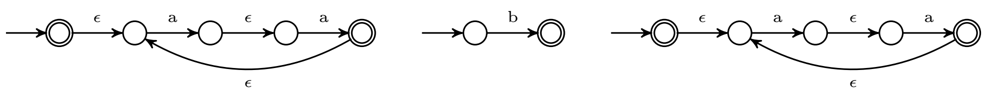
A6

(1) Automaten für die innersten Ausdrücke bilden:

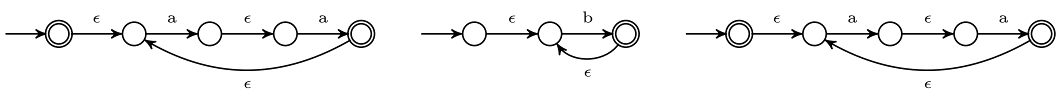
(2) Konkatenationen bilden (im Folgenden ignorieren wir die ersten beiden Nodes für ϵ und $\emptyset$):



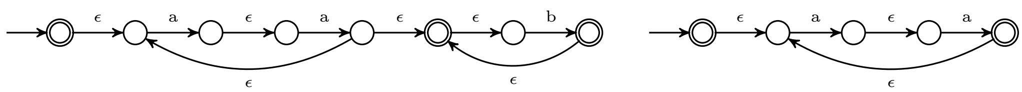
(3) Sternoperationen für a bilden:



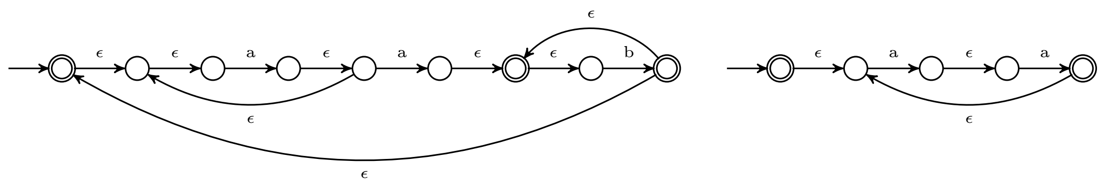
(4) Sternoperation für b bilden:



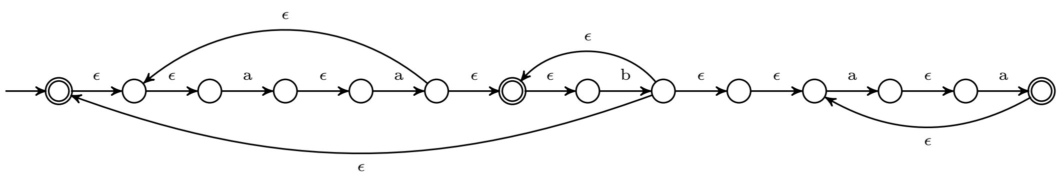
(5) Konkatenation linke Seite bilden:



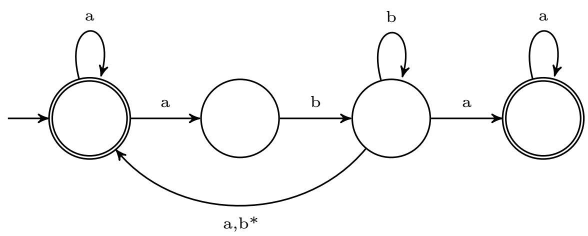
(6) Sternoperation für $(aa^*b^*)^*$ bilden:



(7) Konkatenation der beiden Automaten bilden:



(8) Eliminierung der ϵ-Kanten:



Es benötigt den Rückpfeil a,b an dieser Stelle nicht. Wir führen ihn hier der Vollständigkeit halber auf, reduzieren dann im nächsten Schritt jedoch, um Redundanz zu vermeiden.

(9) Eliminierung von Redundanzen: