Mathematik für die Informatik C
Hausaufgabenserie 5

Henri Heyden, Nike Pulow
stu240825, stu239549

A1

Vor.: Definiere $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} e^x & x < 0 \\ 1 - x & \text{sonst} \end{cases}$ und $S = T = \mathbb{R}$.

Beh.: f ist stetig.

Bew.: Definiere $A :=]-\infty, 0[$ und $B := [0, +\infty[$ und bemerke $S = A \cup B = \mathbb{R}$. Nun zeigen wir, dass $f|_A$ und $f|_B$ stetig sind:

(1) Für $f|_A$ gilt:

$f(x) = e^x$ wegen der Funktionsdefinition und $x < 0$. Die Exponentialfunktion ist stetig auf ganz $\mathbb{R}$, das ist trivial, also insbesondere auch stetig auf A.

(2) Für $f|_B$ gilt:

$f(x) = 1 - x$ wegen der Funktionsdefinition und $x \geq 0$. Offenbar ist f auf B also eine lineare Funktion und deren Stetigkeit trivial.

Da f sowohl auf A, als auch auf B stetig ist, also auf allen Teilen von S stetig ist, ist folglich auch f stetig. $\square$

A2

Vor.: $A := [0, 1]$, $\mathbb{R}$ ist ein metrischer Raum.

Beh.: Nicht jede abgeschlossene Menge, die Teilmenge einer kompakten Mengen ist, ist auch kompakt.

Bew.: A ist offenbar abgeschlossen, da ihr Komplement $]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$ offen ist, und folglich kompakt, da A abgeschlossen und beschränkt ist. Definiere nun $B :=]0, 1]$. Es gilt offenbar $B \subset A$. Wie leicht erkennbar ist, ist B

nicht kompakt, da das linksseitige Komplement $]-\infty, 0]$ nicht offen ist und es sich bei B somit nicht um ein abgeschlossenes Intervall handelt. $\square$

A3

Vor.: Definiere