Mathematik für die Informatik C
Hausaufgabenserie 3

Henri Heyden, Nike Pulow
stu240825, stu239549

A1

Vor.: $a, b, t \in]0, +\infty[,\ a < b,\ f, g' \in \mathbb{R}^{]0,+\infty[},\ f(x) = \ln x,\ g'(x) = x^{-t}$.
Beh.: $\int_a^b \frac{ln(x)}{x^t} = \left[\frac{x^{1-t}}{1-t} \cdot \left(\ln(x) - \frac{1}{1-t}\right)\right]_a^b$.
Bew.: Es gilt: $\int_a^b \frac{ln(x)}{x^t} = \int_a^b (f \cdot g')(x)$. Dann können wir mittels partieller Integration schreiben:

$$\int_a^b (f \cdot g')(x) = [(f \cdot g)(x)]_a^b - \int_a^b (f' \cdot g)(x) \qquad | \text{ Einsetzen und ausrechnen}$$

$$= \left[\ln(x) \cdot \frac{x^{1-t}}{1-t}\right]_a^b - \int_a^b \frac{1}{x} \cdot \frac{x^{1-t}}{1-t} \qquad | \text{ Rausziehen und Potenzgesetze}$$

$$= \left[\ln(x) \cdot \frac{x^{1-t}}{1-t}\right]_a^b - \frac{1}{1-t} \cdot \int_a^b x^{-t} \qquad | \text{ Ausrechnen und Reinziehen}$$

$$= \left[\ln(x) \cdot \frac{x^{1-t}}{1-t}\right]_a^b - \left[\frac{1}{1-t} \cdot \frac{x^{1-t}}{1-t}\right]_a^b \qquad | \text{ Zusammenziehen und Ausklammern}$$

$$= \left[\frac{x^{1-t}}{1-t} \cdot \left(\ln(x) - \frac{1}{1-t}\right)\right]_a^b$$

$\square$