Mathematik für die Informatik C
Hausaufgabenserie 1

Henri Heyden, Nike Pulow
stu240825, stu239549

A1

Vor.: $c \in [0, +\infty[, \; f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto c \cdot (x^2 - 3) \cdot e^{4x+1}$

$I_1 :=]-\infty, -2]; \; I_2 := [-2, \frac{3}{2}]; \; I_3 := [\frac{3}{2}, +\infty[$

Beh.:

Fall 1. $c \in]0, +\infty[$:

f ist streng monoton steigend in I_1, I_3 und streng monoton fallend in I_2

Somit gelte $LMAX(f) = \{-2\}, \; LMIN(f) = \{\frac{3}{2}\}$

Fall 2. $c = 0$:

f ist konstant in jedem Punkt, $LMAX(f) = LMIN(f) = \emptyset$.

Bew.: Wir wissen f ist differenzierbar in ihrer Domain durch den Kombinationssatz der Differenzierbarkeit. Es folgt durch bekannte Regeln die Ableitung: $f'(x) = 2c \cdot e^{4x+1} \cdot (2x^2 + x - 6)$.

Für Fall 2 ist der Beweis trivial, denn es gilt $f'(x) = 0$ für jedes $x \in \mathbb{R}$ somit folgt die Behauptung nach dem Monotoniekriterium.

Nun betrachten wir Fall 1. Da $c > 0$ wissen wir, dass c für die Vorzeichen der Ableitung zu vernachlässigen ist. Des Weiteren ist bekannt, dass e^{4x+1} auch für $x \in \mathbb{R}$ keine Nullstellen annimmt und immer positiv ist.

Definiere $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto 2x^2 + x - 6$. Nach vorheriger Überlegung wissen wir $f'(x)$ ist genau dann 0, wenn $\phi(x) = 0$ gilt, sowie sind die Vorzeichen für alle $x \in \mathbb{R}$ gleich.

Für ϕ ergeben sich die Nullstellen $\phi^{\leftarrow}(0) = \{\frac{3}{2}, -2\}$.

Es gilt: $\phi(-3) = 9 > \phi(-2) = 0 > \phi(0) = -6 < \phi(\frac{3}{2}) = 0 < \phi(2) = 4$.

Die Behauptung folgt aus dem Monotoniekriterium. $\square$

A2