

Mathematik für die Informatik C

Hausaufgabenserie 8

Henri Heyden, Nike Pulow

stu240825, stu239549

A1

A2

A3

Vor.: $R : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}, \alpha \mapsto \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$

Beh.: $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R} : R(\alpha) \cdot R(\beta) = R(\alpha + \beta)$

Bew.: Es gilt:

$$R(\alpha) \cdot R(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix} \quad | \text{ Matrix Multiplikation}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) & -\cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) \\ \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) & -\sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \end{bmatrix} \quad | \text{ Ausklammern, Umstellen}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) & -(\cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta)) \\ \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) & \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \end{bmatrix} \quad | \text{ Additionstheoreme}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta) & -\sin(\alpha + \beta) \\ \sin(\alpha + \beta) & \cos(\alpha + \beta) \end{bmatrix} = R(\alpha + \beta)$$

– was zu zeigen war. □