

采样定理：

一、采样定理概述

采样定理，又称香农采样定理，奈奎斯特采样定理，只要采样频率大于或等于有效信号最高频率的两倍，采样值就可以包含原始信号的所有信息，被采样的信号就可以不失真地还原成原始信号。

二、采样定理解释

1、采样：指的是理想采样，即直接记录信号在某时间点的精确取值，所以采样定理只涉及到了从连续信号到离散信号的理想采样过程，而未涉及到对测量值的量化过程。

2、采样频率：即指单位时间内的采样点数。

3、带宽：是一个信号的一种频域参数，常指信号所占据的频带宽度，简单的说是信号的能量集中的频率范围。至于多少百分比的信号能量集中的范围视为带宽，要根据不同的实际需要了。判断的标准就是，在某个频率范围内的信号频谱已经基本提供了我们需要的信息，那么这个频率范围外的信号频谱就变得可有可无。这个频率范围就是带宽。

根据采样定理，最低采样频率必须是信号频率的两倍。反过来说，如果给定了采样频率，那么能够正确显示信号而不发生畸变的最大频率叫做恩奎斯特频率，它是采样频率的一半。如果信号中包含频率高于奈奎斯特频率的成分，信号将在直流和恩奎斯特频率之间畸变。

三、时域采样定理与频域采样定理

1、时域采样定理

频带为 F 的连续信号 $f(t)$ 可用一系列离散的采样值 $f(t_1), f(t_1 \pm \Delta t), f(t_1 \pm 2\Delta t) \dots$ 来表示，只要这些采样点的时间间隔 $\Delta t \leq 1/2F$ ，便可根据各采样值完全恢复原来的信号 $f(t)$ 。

2、频域采样定理

对于时间上受限制的连续信号 $f(t)$ (即当 $|t| > T$ 时, $f(t)=0$, 这里 $T=T_2-T_1$ 是信号的持续时间)，若其频谱为 $F(\omega)$ ，则可在频域上用一系列离散的采样值来表示，只要这些采样点的频率间隔 $\omega \leq \pi/T$ 。

四、混叠

如果不能满足采样定理，采样后信号的频率就会重叠，即高于采样频率一半的频率成分将被重建成低于采样频率一半的信号。这种频谱的重叠导致的失真称为混叠，而重建出来的信号称为原信号的混叠替身，因为这两个信号有同样的样本值。

内插公式：

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT) \frac{\sin \frac{\pi}{T}(t-nT)}{\frac{\pi}{T}(t-nT)} = x_a(t)$$

采样内插公式表明了只要满足采样率高于两倍信号最高频率，连续时间函数 $x_a(t)$ 就可用它的采样值 $x_a(nT)$ 来表达而不损失任何信息。我们只需

要把每一个采样点的函数值乘上对应的内插函数 $\frac{\sin(\pi/T)(t-nT)}{(\pi/T)(t-nT)}$ 并相加求和，即可得出原始信号，而不损失任何信息。

