Un grafo particionado G es una tupla $< V, E, P >$ de nodos, aristas y particiones, con n, m y q el cardinal de cada conjunto respectivamente. Llamamos C al conjunto de etiquetas de colores, formado por los naturales del 1 al $q - 1$.

Sea $G' = (V', X')$, donde $V' = P$ y

$$X' = \{(p_1, p_2) : p_1, p_2 \in V' \text{ y } \forall u \in p_1 \forall v \in p_2, (u, v) \in X\}.$$

Proposición 1 *Sea $\bar{V} \subseteq V'$ (un conjunto de particiones), $\bar{G} = G'[\bar{V}]$ y $j_0 \in C$. Entonces*

$$\sum_{p \in \bar{V}} \sum_{v \in p} x_{vj_0} + \sum_{v \in V} \sum_{j=q-\alpha(\bar{G})+1}^{q-1} x_{vj} \leq \alpha(\bar{G}) w_{j_0} + w_{q-\alpha(\bar{G})+1}$$

es una desigualdad válida.

Casos particulares:

Clique: Si $\bar{G}$ define una clique en G', entonces

$$\sum_{p \in \bar{V}} \sum_{v \in p} x_{vj_0} \leq w_{j_0}$$

es una desigualdad válida.

Camino: Si $\bar{G}$ define un camino en G' de longitud k, entonces

$$\sum_{p \in \bar{V}} \sum_{v \in p} x_{vj_0} + \sum_{v \in V} \sum_{j=q-\left\lceil \frac{k}{2} \right\rceil+1}^{q-1} x_{vj} \leq \left\lceil \frac{k}{2} \right\rceil w_{j_0} + w_{q-\left\lceil \frac{k}{2} \right\rceil+1}$$

es una desigualdad válida.

Proposición 2 *Sea $< v_1, v_2, \ldots, v_k >$ un camino en G, p_i la partición de v_i para $i = 1, \ldots, k$ ($p_i \neq p_j$ si $i \neq j$) y $j_0, j_1 \in C$, $j_0 \neq j_1$.*

Si $k \leq q - 2$, la desigualdad

$$\sum_{i=1}^{k} x_{v_i j_0} - \sum_{v \in V \setminus \bigcup_{\substack{i=1 \\ impar}}^{k} p_i} x_{vj_1} \leq \left\lceil \frac{k}{2} \right\rceil w_{j_0} - w_{j_1}$$

es válida.

Si $k = q-1$, la desigualdad

$$\sum_{i=1}^{k} x_{v_i j_0} - \sum_{\substack{v \in V \setminus \bigcup_{\substack{i=1 \\ impar}}^{k} p_i}} x_{v j_1} + \sum_{v \in V} x_{v q-1} \leq \left\lceil \frac{k}{2} \right\rceil w_{j_0} - w_{j_1} + w_{q-1}$$

es válida.