



## ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Η/Υ

### ΤΗΛ312: ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΙΚΟΝΑΣ

Ακ. έτος 2018-2019

Εργαστήριο: Ψηφιακής Επεξεργασίας Σήματος & Εικόνας (**Display Lab**)

Καθηγητής: Μιχάλης Ζερβάκης

Επιμέλεια εργ. ασκήσεων: Ντίνα Μοιρογιώργου

### 3η Εργαστηριακή Άσκηση:

#### 2-D ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER ΣΕ ΕΙΚΟΝΑ

##### **1. Διακριτός μετασχηματισμός Fourier**

Ο μονοδιάστατος διακριτός μετασχηματισμός Fourier δίνεται από τον εξής τύπο:

$$F(u) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{-j2\pi ux/N}$$

για  $u=0, 1, \dots, N-1$ .

Στην περίπτωση των δύο διαστάσεων, ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier εκφράζεται από την εξής σχέση:

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

για  $u=0, 1, \dots, N-1$  και  $v=0, 1, \dots, M-1$ .

Για το διακριτό μετασχηματισμό Fourier  $F$  μιας εικόνας  $f$  ισχύει το θεώρημα μεταφοράς:

$$f(x, y) \exp[-j2\pi(ux_0/M + vy_0/N)] \Leftrightarrow F(u - u_0, v - v_0)$$

και

$$f(x - x_0, y - y_0) \Leftrightarrow F(u, v) \exp[-j2\pi(ux_0/M + vy_0/N)]$$

Επίσης αν θεωρήσουμε τις πολικές συντεταγμένες  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$  και  $u = \omega \cos \phi$ ,  $v = \omega \sin \phi$  ισχύει το εξής θεώρημα περιστροφής:

$$f(r, \theta - \theta_0) \Leftrightarrow F(\omega, \phi + \theta_0)$$

Με λίγα λόγια αν περιστρέψουμε μια εικόνα κατά μια γωνία τότε και ο μετασχηματισμός Fourier της εικόνας αυτής περιστρέφεται κατά την ίδια γωνία.

## **2. Παρουσίαση του μετασχηματισμού Fourier σαν εικόνα**

Μπορούμε να παρουσιάσουμε τον μετασχηματισμό Fourier μιας εικόνας σαν μια νέα εικόνα θεωρώντας σαν εντάσεις το μέτρο του μετασχηματισμού σε κάθε θέση  $(u,v)$ . Το πρόβλημα που προκύπτει είναι ότι το μέτρο αυτών των εντάσεων μπορεί να πάρει μεγάλες τιμές. Όταν θέλουμε να παρουσιάσουμε τον μετασχηματισμό Fourier σαν μια 8-bit εικόνα τότε μπορούμε να έχουμε μέγιστη ένταση 255. Γι' αυτόν τον λόγο, για την απεικόνιση του Fourier σαν μια εικόνα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον εξής μετασχηματισμό:

$$D(u,v) = c \log[1 + |F(u,v)|],$$

όπου  $c$  είναι μια σταθερά κατάλληλα επιλεγμένη.

Επιπλέον ο μετασχηματισμός Fourier είναι τοποθετημένος στο  $(0,0)$  πράγμα που σημαίνει ότι ένα μεγάλο μέρος του, δεν μπορούμε να το δούμε σε μια πιθανή εικόνα διότι είναι σε αρνητικές τιμές των αξόνων. Με άλλα λόγια αν παρουσιάσουμε τον Fourier στο  $(0:N-1, 0:M-1)$  θα έχουμε την περιοδική εμφάνιση του ολόκληρου μετασχηματισμού στα όρια  $(-N/2:N/2, -M/2:M/2)$  που πραγματικά θέλουμε να παρουσιάσουμε. Για να δούμε ολόκληρο τον μετασχηματισμό μπορούμε να τον τοποθετήσουμε στο κέντρο της εικόνας χρησιμοποιώντας την ιδιότητα της μεταφοράς:

$$f(x,y) \exp[j2\pi(u_0x/M + v_0y/N)] = F(u-u_0, v-v_0)$$

Για  $u_0 = M/2, v_0 = N/2$  προκύπτει ότι

$$f(x,y) (-1)^{x+y} = F(u-N/2, v-M/2)$$

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ (σε Matlab)

---

1. Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση Matlab `fft2`, παρουσιάστε (με τη μορφή **grayscale** εικόνας) το **μέτρο του μετασχηματισμού Fourier** της grayscale εικόνας `'tools.bmp'`.

**Στη συνέχεια**, δείξτε το μετασχηματισμό Fourier της εικόνας μετατοπισμένο στο κέντρο, χρησιμοποιώντας παράλληλα τον κατάλληλο μετασχηματισμό ώστε αυτός να παίρνει τιμές εντάσεων από 0 έως 255. Η απεικόνιση του Fourier transform με χρήση του μετασχηματισμού των τιμών των εντάσεων, να γίνει με τη μορφή εικόνας:

**a.** σε grayscale αποχρώσεις

**b.** χρησιμοποιώντας διαφορετικά χρώματα για τις περιοχές του μετασχηματισμού (π.χ. με τη χρήση της εντολής `jet` για το `colormap`).

Σε κάθε περίπτωση, για την απεικόνιση του φάσματος μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις εντολές Matlab `colormap` & `image` έναντι της `imshow` (χωρίς αυτό να είναι δεσμευτικό).

2. Βρείτε δύο εικόνες της επιλογής σας, οι οποίες να έχουν τα εξής γενικά χαρακτηριστικά: η πρώτη θα πρέπει να περιέχει πολλές οριζόντιες και λίγες κατακόρυφες ακμές, ενώ η δεύτερη να περιέχει λίγες οριζόντιες και πολλές κατακόρυφες ακμές.

Εμφανίστε κάθε εικόνα στο ίδιο `figure` με το μετασχηματισμό Fourier της (όπως κάνατε στο ερώτημα 1 της άσκησης, με το μετασχηματισμό των εντάσεων), εμφανίστε, δηλαδή, συνολικά 2 figures.

Σχολιάστε πως σχετίζεται η μορφή του μετασχηματισμού Fourier της κάθε εικόνας με το περιεχόμενό της κι, επομένως, γιατί και πως διαφέρουν οι δύο μετασχηματισμοί Fourier.

3. Δημιουργήστε μία νέα εικόνα, μεγέθους 256x256, η οποία να έχει παντού το μαύρο χρώμα εκτός από ένα τετράγωνο στο κέντρο της εικόνας που θα είναι λευκό. Το μέγεθος του κεντρικού τετραγώνου να είναι:

**α.** 10x10 & **β.** 30x30

Παρουσιάστε στο ίδιο σχήμα το μετασχηματισμό Fourier των δύο παραπάνω εικόνων χωρίς και με τη χρήση του μετασχηματισμού των εντάσεων (σύνολο 4 εικόνες).

4. Επαναλάβετε τη διαδικασία του ερωτήματος 3 αλλά πρώτα περιστρέψτε το κεντρικό παράθυρο κατά  $45^\circ$ . Τι παρατηρείτε? Πως το αιτιολογείτε?
5. Επαναλάβετε τη διαδικασία του ερωτήματος 3 αλλά πρώτα μετακινήστε το κεντρικό παράθυρο ώστε πλέον να μη βρίσκεται στο κέντρο της εικόνας. Τι παρατηρείτε? Πως το αιτιολογείτε?
6. Εάν κάνω histogram equalization στην αρχική μου εικόνα θα αλλάξει το φάσμα της; Αιτιολογείστε την απάντησή σας τόσο θεωρητικά όσο και μέσω κώδικα Matlab.

-----

Κατά την υποβολή της παρούσας εργαστηριακής άσκησης, παραδίδετε κι αναφορά, η οποία να περιέχει:

- Σύντομη περιγραφή του αλγορίθμου που υλοποιήσατε σε κάθε ερώτημα, συμπεράσματα ή παρατηρήσεις όπου προκύπτουν.
- Screenshots των εικόνων που προέκυψαν από κάθε ερώτημα.
- Να MHN περιέχει κώδικες.
- Η αναφορά παραδίδεται σε ηλεκτρονική μορφή.

Με άλλα λόγια:

- Η αναφορά θα πρέπει να είναι επεξηγηματική και λεπτομερής ως προς τα συμπεράσματά σας, να περιέχει τα σχήματα που εμφανίσατε και όχι τους κώδικες, να εξηγείτε με συντομία τον τρόπο της υλοποίησής σας, να είναι χωρίς ορθογραφικά λάθη, με τίτλους όπου χρειάζεται, max font size 12 και γενικώς να είναι επεξηγηματική, να αποτελεί παρουσίαση της εργασίας σας και να είναι ευπαρουσίαστη.
- Σε όλα τα σχήματά σας, εμφανίστε Τίτλο Σχήματος και Τίτλο σε κάθε διαφορετική εικόνα που να δηλώνει τί εμφανίζετε.
- Στην αναφορά σας και για κάθε ερώτημα θα πρέπει να αναφέρετε, πέραν της συνοπτικής εξήγησης της υλοποίησής σας, (τουλάχιστον) τις απαντήσεις των ερωτήσεων που καταγράφονται μέσα στα ερωτήματα και να κάνετε αξιολόγηση των αποτελεσμάτων σας, δηλαδή σύνδεση των αποτελεσμάτων με την αντίστοιχη θεωρία και γιατί είναι αναμενόμενα ή όχι.