

Python, TP3 : Fourier

6 novembre 2019

On rappelle que la transformée de Fourier discrète d'une fonction $f : \{0, \dots, N-1\} \rightarrow \mathbb{C}$ est donnée par

$$\mathcal{F}(f)(k) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{-2i\pi(\frac{kx}{N})}.$$

Exercice 1 Ecrivez une fonction **Coefficient** qui prend en entrée

- un tableau uni-dimensionnel
- un entier k

Et renvoie le coefficient de Fourier du tableau associé à la fréquence k .

Exercice 2 Ecrivez une fonction **TF** qui prend en entrée un tableau et donne sa transformée de Fourier.

Exercice 3 Chargez le toolkit **scikit-image** et ouvrez l'image **astronaut** :

```
1 from skimage import data, color
2 I = color.rgb2gray(data.astronaut())
```

Sélectionnez quelques lignes de l'image **astronaut** et affichez leur transformées de Fourier.

La transformée de Fourier peut s'inverser,

$$f(x) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \mathcal{F}(f)(k) e^{2i\pi(\frac{kx}{N})}$$

Exercice 4 Ecrivez une fonction **TFInv** qui prend en entrée un tableau et qui renvoie le tableau de sa transformée de Fourier inverse. Vérifiez sur quelques exemples que **TF** est la réciproque de **TFInv** et inversement.

Dans le cas d'une fonction à deux variables, $f : \{0, \dots, N-1\} \times \{0, \dots, M-1\} \rightarrow \mathbb{C}$ la transformée devient

$$\mathcal{F}(f)(k_1, k_2) = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} f(x, y) e^{-2i\pi(\frac{k_1 x}{N} + \frac{k_2 y}{M})}$$

Exercice 5 En suivant la même démarche, écrivez des fonctions **TF2** et **TF2Inv** qui implémentent la transformée de Fourier 2D et son inverse. Affichez la transformée de Fourier de l'image **astronaut**.

Exercice 6 Créez une image **IBruit** qui contient l'image **astronaut** plus un bruit blanc Gaussien d'écart type 0.2

Exercice 7 Ecrivez une fonction **MonFiltre** qui réduit l'influence du bruit. Vérifiez que votre fonction améliore la qualité de l'image **astronaut** au sens d'un critère que vous définirez.